



Arbeitsgruppe Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit

Koordination: Grit Kurtzmann
kurtzmann@schule-franzburg.de

Beitrag: Anke Geißler
anke.geissler@uni-leipzig.de

Erkundungen zur Entwicklung stochastischen Denkens

Im Rahmen eines Promotionsprojektes an der Universität Leipzig wird die Entwicklung des stochastischen Denkens von der Grundschule bis zur weiterführenden Schule in den Blick genommen. Neben der Beurteilung von Wahrscheinlichkeiten bei Zufallsexperimenten werden dabei zusätzlich auch kombinatorische Fähigkeiten anhand eines Online-Fragebogens erhoben und quantitativ ausgewertet. Erste Ergebnisse einer Pilotstudie werden vorgestellt und diskutiert.

1 Stochastik im Unterricht

Bereits seit den 1960er Jahren gibt es Forderungen und konkrete Vorschläge für eine frühe propädeutische Behandlung des Themas Stochastik in der Grundschule im Sinne des Spiralprinzips (Sill & Kurtzmann, 2019, S. 4ff.). Winter begründete dies damit, dass das „Lernen von Stochastik [...] wesentlich zum besseren Verständnis unserer natürlichen und gesellschaftlichen Welt beitragen“ kann sowie zu einer „höheren Kritikfähigkeit gegenüber vorgelegten Behauptungen“ führt (Winter, 1976, S. 22ff.). Gerade in den Bereichen der Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung existieren grundlegende Fehlvorstellungen, denen mit einer frühzeitigen Behandlung im Schulunterricht entgegengewirkt werden kann.

Mit den im Jahr 2004 beschlossenen KMK Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich wurde die inhaltsbezogene Kompetenz „Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit“ verbindlich in den Mathematikunterricht der Grundschule integriert (KMK, 2005, S. 11). Hier heißt es unter „Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen“, dass die Kinder die „Grundbegriffe kennen (z. B. sicher, unmöglich, wahrscheinlich)“ und „Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten (z. B. bei Würfelspielen) einschätzen“. Weiterhin sollen sie „einfache kombinatorische Aufgaben (z. B.

Knobelaufgaben) durch Probieren bzw. systematisches Vorgehen lösen“. Die letztgenannte Anforderung ist allerdings nicht dem Bereich „Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit“ zugeordnet, sondern dem Bereich „Zahlen und Operationen“ (KMK, 2005, S. 9). Der Arbeitskreis Stochastik äußert sich dazu folgendermaßen:

Die Kombinatorik wird nicht zur Stochastik im engeren Sinne gezählt. Im Rahmen der Wahrscheinlichkeitsrechnung hat die Kombinatorik die Funktion einer Hilfsdisziplin, indem sie geeignete Abzählverfahren zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten bereitstellt. [...] Aufgrund der Bedeutung der Kombinatorik für das Erlernen grundlegender Zähltechniken und die Entwicklung allgemeiner geistiger Fähigkeiten halten wir in diesem Sinne elementare kombinatorische Inhalte in allen Zweigen der Schulmathematik für bedeutsam. Sie sollten in angemessener Weise auch in den Stochastikunterricht integriert werden. (Arbeitskreis Stochastik der GDM, 2003, S. 21)

Seitdem haben alle Bundesländer die Themen in ihre Bildungspläne der Grundschulen - bis auf wenige Ausnahmen beginnend ab Klasse 1 – implementiert.

2 Ausgewählte Ergebnisse einschlägiger Studien

Während zunächst die Einführung der unterrichtlichen Behandlung in der Sekundarstufe mittels des klassischen Wahrscheinlichkeitsbegriffes nach Laplace – über die Betrachtung der günstigen und der möglichen Fälle unter Rückgriff auf kombinatorische Betrachtungen – erfolgte, wird heutzutage größtenteils der frequentistische Ansatz über die relative Häufigkeit befürwortet (Rolfes et al., 2020). Rolfes et al. stellten in ihren quantitativen Untersuchungen allerdings fest, dass Aufgaben mit dem klassischen Ansatz für Schülerinnen und Schüler der Klassenstufen 8 bis 10 leichter zu lösen waren als Aufgaben mit dem frequentistischen Ansatz.

Piaget führte bereits 1951 qualitative Studien mit Kindern ab 4 Jahren durch und stellte dabei die These auf, dass die Kombinatorik eine entscheidende Rolle für das Verständnis von Wahrscheinlichkeit spielt (Petter, 1976, S. 320 ff.). Piagets Untersuchungen wurden allerdings unter anderem aufgrund der Verwendung einer reinen Interviewtechnik, die auf ein hohes sprachliches Verständnis der Probanden zielt,

sowie der geringen Anzahl an Probanden kritisch betrachtet (Heitele, 1976, S. 136–137). Neuere Untersuchungen belegen, dass eine Ausbildung des Zufalls- und Wahrscheinlichkeitsbegriffes bereits früher als von Piaget angenommen, stattfindet. So belegen Untersuchungen von Yost, Siegel und Andrews (1962), dass bereits Kinder im Alter von 4 Jahren ein Verständnis von Wahrscheinlichkeit besitzen. Goldberg kam 1966 bei seinen Untersuchungen an Kindern im Alter von 4 bis 5 Jahren zu ähnlichen Ergebnissen. Davies schlussfolgerte 1965, dass der Erwerb des Wahrscheinlichkeitsbegriffes ein entwicklungsbedingtes Phänomen ist, wobei das nonverbale Verhalten früher zu beobachten ist als eine Verbalisierung. Umgekehrt konnte gezeigt werden, dass alle Kinder, die den verbalen Test richtig beantworteten, auch den nonverbalen Test korrekt absolvierten (Davies, 1965).

3 Forschungsdesign und Einblicke in eine Pilotstudie

Der Ausschnitt aus der Forschung dokumentiert exemplarisch, dass es in den letzten Jahrzehnten eine Vielzahl an Studien zur Entwicklung stochastischen Denkens gab.

Ziel des Projektes ist es, mögliche Zusammenhänge zu zeigen zwischen der Fähigkeit, kombinatorische Fragestellungen zu lösen und der Fähigkeit, Wahrscheinlichkeiten von Zufallsexperimenten zu bewerten sowie zu begründen. Dazu werden in einem Quasilängsschnitt-design zu drei verschiedenen Testzeitpunkten mittels eines Online-Fragebogens über die Software SoSciSurvey im Quasilängsschnitt (nach der Hälfte der Grundschulzeit, zu Beginn der Sekundarstufe 1 sowie zu Beginn der 7. Klassenstufe) Daten erhoben und quantitativ ausgewertet. In der Hauptstudie werden etwa 200 Schülerinnen und Schülern der Klassenstufe 3, 5 und 7 (Erhebung jeweils zu Schuljahresbeginn) in die Untersuchung einbezogen. Der Fragebogen beinhaltet spezifische Items zu kombinatorischen Aufgabenstellungen sowie zum Beurteilen von Wahrscheinlichkeiten einschließlich der Begründung von zuvor vorgenommenen Entscheidungen.

Die Pilotierung des Fragebogens mit insgesamt 46 Schülerinnen und Schülern am Ende der Klassenstufen 2, 4 und 6 fand im Juni 2019 statt. Eine erste Auswertung der erhaltenen Daten lässt auf einen schwachen Zusammenhang zwischen den kombinatorischen Fähigkeiten sowie

den Fähigkeiten zur Beurteilung von Zufallsexperimenten schließen. Es konnte bestätigt werden, dass Kinder Aufgaben zu Wahrscheinlichkeitsverteilungen korrekt lösen, ohne dass sie ihre Antwort richtig begründen können.

Literatur

Arbeitskreis Stochastik der GDM (2003). Empfehlungen zu Zielen und zur Gestaltung des Stochastikunterrichts. *Stochastik in der Schule*, 23(3), 21–26.

Davies, C. M. (1965). Development of the probability concept in children. *Child Development*, 36, 779–788.

Goldberg, S. (1966). Probability Judgements by Preschool Children: Task Conditions and Performance. *Child Development*, 37(1), 157–167.

Heitele, D. (1975). *Didaktische Ansätze zum Stochastikunterricht in Grundschule und Förderstufe*. Dortmund: Pädagogische Hochschule, Dissertation.

KMK (Hrsg.) (2005). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4) [Beschluss vom 15.10.2004]*. München: Luchterhand.

Petter, G. (1976). *Die geistige Entwicklung des Kindes im Werk von Jean Piaget* (2., unveränd. Aufl.). Huber.

Rolfes, T., Girnat, B., Fahse, C., Hupfer, A. M. & Robitzsch, A. (2020). Quantitative Ergebnisse zur Kompetenzstruktur des Wahrscheinlichkeitsbegriffs. In A. Frank, S. Krauss & K. Binder (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2019: 53. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* (S. 1199–1202). WTM Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien.

Sill, H.-D. & Kurtzmann, G. S. (2019). *Didaktik der Stochastik in der Primarstufe* (1. Aufl.). *Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II*. Springer Spektrum.

Winter, H. (1976). Erfahrungen zur Stochastik in der Grundschule (Klasse 1-6). *Didaktik der Mathematik*, (1), 22–37.

Yost, P. A., Siegel, A. E. & Andrews, J. M. (1962). Nonverbal probability judgments by young children. *Child Development*, 33(4), 769–780.