

**Steinweg, Anna Susanne ; Treiber, Eva**

Lernwirksam Mathematik unterrichten : Wissenschaftliche Grundorientierung und Umsetzung des Theorie-Praxis-Moduls Mathematik in der Grundschule

**In:**

Plötz, Evi; Summer, Theresa; Grötzbach, Daniel; Drechsel, Barbara (Hrsg.) Schulpraktische Studien an der Universität Bamberg : Impulse für die Lehrkräftebildung, Bamberg : University of Bamberg Press, S. 213-244. DOI: 10.20378/irb-95393

**Beitrag im Sammelwerk - Verlagsversion**

DOI des Beitrags: 10.20378/irb-97309

Datum der Veröffentlichung: 20.08.2024

**Rechtehinweis:**

Dieses Werk ist durch das Urheberrecht und/oder die Angabe einer Lizenz geschützt. Es steht Ihnen frei, dieses Werk auf jede Art und Weise zu nutzen, die durch die für Sie geltende Gesetzgebung zum Urheberrecht und/oder durch die Lizenz erlaubt ist. Für andere Verwendungszwecke müssen Sie die Erlaubnis der Rechteinhaberinnen und Rechteinhaber einholen.

Für dieses Dokument gilt die **Creative-Commons-Lizenz CC BY**.




Die Lizenzinformationen sind online verfügbar:


<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

# Lernwirksam Mathematik unterrichten: Wissenschaftliche Grundorientierung und Umsetzung des Theorie-Praxis-Moduls Mathematik in der Grundschule

Anna Susanne Steinweg

 0000-0002-9093-547X

Eva Katharina Treiber

 0009-0005-5450-6749

## *Zusammenfassung*

Das fachdidaktische Praktikum in Mathematik zielt, wie alle mathematikdidaktischen Lehrveranstaltungen, sowohl auf die Förderung lehramtspezifischer fachlicher als auch fachdidaktischer Kompetenzen ab. Im Gegensatz zu den anderen Lehrveranstaltungen bietet es Studierenden die Möglichkeit, die in den Lehrveranstaltungen erworbenen Fachinhalte exemplarisch in die Unterrichtspraxis umzusetzen oder umgesetzt zu erleben. Die Schulpraxiserfahrungen können unterschiedlich organisiert werden, wobei sich jedoch alle Optionen stets an Qualitätsmerkmalen von Mathematikunterricht orientieren, die als lernwirksam nachgewiesen sind. Diese Qualitätsmerkmale ermöglichen es, die Praxiserfahrungen bewusst und wissenschaftlich fundiert zu reflektieren und somit die Professionalisierung der Studierenden zu unterstützen. Im Beitrag werden zunächst die Qualitätsmerkmale dargelegt, die Organisation des Theorie-Praxis-Moduls an der Universität Bamberg vorgestellt und dabei die Integration der Qualitätsmerkmale erläutert.

**Keywords:** Mathematikdidaktik, Unterrichtsqualität

## 1. Einleitung

Wenn Kinder in die Schule kommen, freuen sie sich darauf, lesen und rechnen zu lernen. Mathematik gehört von Anfang an zu den wichtigen Inhalten des schulischen Lernens. Entsprechend sieht auch die Lehrkräftebildung für die Grundschule vor, dass Mathematikdidaktik verpflichtend studiert wird. Gleichwohl ist ein fachdidaktisches Praktikum in Mathematik optional und kann – je nach Studienschwerpunkt und Fächerwahl – auch in einem der anderen studierten Unterrichtsfächer abgelegt werden. Wird das Praktikum in Mathematikdidaktik gewählt, so findet es in der Regel in einem Semester nach dem Besuch der obligatorischen Mathematikdidaktik-Grundlagenveranstaltungen statt.

Das fachdidaktische Praktikum Mathematik ermöglicht den Studierenden, die in den Grundlagenveranstaltungen erworbenen mathematischen und mathematikdidaktischen Kompetenzen in der Unterrichtspraxis zu erproben. Die vielfältigen Umsetzungsbeispiele und Unterrichtsideen aus den universitären Seminaren werden entsprechend der jeweiligen Praktikumsklasse adaptiert. Das Fachpraktikum ist ein Erfahrungsraum für die Studierenden und gleichsam wird durch die enge Verzahnung mit einem Begleitseminar gewährleistet, dass den Lernenden in den Praktikumsklassen qualitätsvolle Lernumgebungen angeboten werden. Praktika bieten die Möglichkeit, sich in der Planung, Durchführung und fachdidaktisch fundierten Reflexion von Mathematikunterricht zu erproben. Dabei sollte Unterricht im Mittelpunkt stehen, der Qualitätskriterien standhält.

Im Folgenden werden solche Kriterien aus Forschungsergebnissen sowie Standards und fachdidaktischen Prinzipien abgeleitet und in fünf Qualitätsdimensionen mathematischer Lehr-Lern-Situationen genauer ausdifferenziert (vgl. 2). Die spezifische Ausgestaltung mathematikdidaktischer Praktika im Theorie-Praxis-Modul am Standort Bamberg wird nachfolgend in seinen Elementen und Variationen dargelegt (vgl. 3). Abschließend werden die Optionen der Studierenden, eigene Kompetenzen durch das Theorie-Praxis-Modul Mathematik zu erweitern, skizziert (vgl. 4).

## 2. Wissenschaftliche Grundorientierung

Wesentliche Elemente, die Unterricht für die Schülerinnen und Schüler lernwirksam machen, sind in Großstudien vielfach erforscht: So halten z. B. Schwippert et al. (2020) fest, dass *Klassenführung*, *konstruktive Unterstützung* und insbesondere *kognitive Aktivierung* von grundlegender Bedeutung für die Qualität von Unterricht sind. „‘Guter‘ Unterricht, also ein Unterrichtsangebot, das von den Schülerinnen und Schülern gewinnbringend genutzt wird, kann also in verlässlicher Weise anhand dieser drei Dimensionen beschrieben werden“ (Kunter et al., 2011, S. 107).

Unterrichtsqualität lässt sich allgemein und fachunspezifisch auch nach Pianta et al. (2008) in den Dimensionen „emotional support, classroom organization, instructional support“ erfassen. Unter anderem zählen hierbei ein positives Unterrichtsklima, Sensibilität der Lehrkraft, Effektivität der Klassenführung, Feedbackqualität und Aktivierung von Lernentwicklung zu den wesentlichen Merkmalen. Ähnliche Aspekte führen auch Meyer (2009) oder Helmke (2006) in ihren Katalogen zu gutem Unterricht an. Klieme (2022) beschreibt Unterrichtsqualität „als Gesamtheit der empirisch beobachtbaren Merkmale des Unterrichtsgeschehens, die nachweislich mit einer Entwicklung der Lernenden im Sinne der Realisierung von Bildungs- und Erziehungszielen einhergehen“ (S. 414).

Vor dem Besuch des mathematikdidaktischen Praktikums haben die Studierenden diese Qualitätsdimensionen bereits in den Praktikumserfahrungen und wissenschaftlichen Reflexionen des pädagogisch-didaktischen Schulpraktikums kennengelernt. In fachdidaktischen Praktika können diese Vorkenntnisse vertieft und darauf aufbauend fachspezifische Merkmale gemeinsam herausgearbeitet und in den eigenen Unterrichtsplanungen, Durchführungen und Reflexionen adressiert werden.

### 2.1 Fachspezifische Dimensionen guten Mathematikunterrichts

Die allgemeinen, fachunspezifischen Dimensionen können für den Fachunterricht Mathematik passend erweitert und fachspezifisch ergänzt werden. Aus dem Projekt TEDS (Teacher Education and Development

Study) heraus formulieren Jentsch et al. (2021) die sogenannte fachdidaktische Strukturierung als weitere, fachspezifische Dimension guten Mathematikunterrichts, bei der sich „Zusammenhänge zu *allen* untersuchten Kompetenzfacetten [der Lehrpersonen] schwach bzw. tendenziell positiv“ (S. 115) nachweisen lassen. Zu dieser Qualitätsdimension zählen stoffbezogene („fachliche Korrektheit“, „Erklärungen der Lehrperson“ und „Ko-Konstruktion“), strukturierende, evaluierende („Wissenssicherung“) und diagnostische („Rückmeldungen“, „Umgang mit Fehlern“) Merkmale.

In der COACTIV (Cognitive Activation in the Classroom)-Studie (Bau-  
mert et al., 2010) konnten Zusammenhänge zwischen dem Professionswissen von Mathematiklehrpersonen und den Basisdimensionen der Unterrichtsqualität herausgearbeitet werden. Qualitativ hochwertiger Mathematikunterricht zeichnet sich insbesondere dadurch aus, dass er fachlich korrekt ist und der Altersgruppe gemäÙe Inhalte ebenso adressiert wie mathematische Denk- und Handlungsweisen.

Die Qualität unterrichtspraktischer Umsetzungen in Mathematik lässt sich dabei insbesondere an fünf Dimensionen festmachen (Abb. 1).

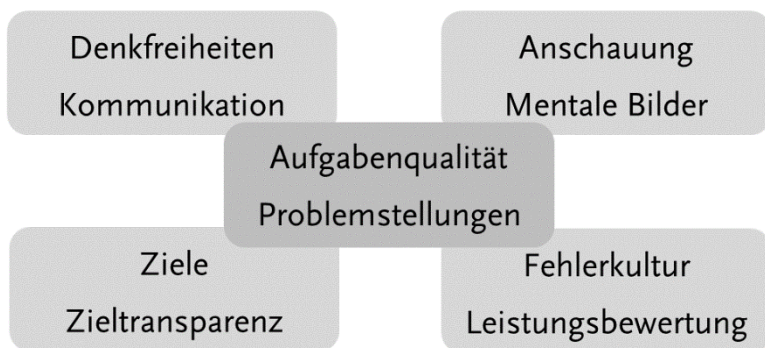


Abbildung 1: Qualitätsdimensionen mathematischer Lehr-Lern-Situationen (vgl. auch Steinweg, 2011)

Die Dimensionen stehen eng miteinander in Beziehung: Im Mittelpunkt steht die Dimension der Aufgaben (*Aufgabenqualität & Problemstellungen*).

Für die Bearbeitungen mathematischer Aufgaben sind in Lernprozessen im Mathematikunterricht anschauliche Vorstellungen als konkrete oder mentale Darstellungen notwendig (*Anschauung & Mentale Bilder*). Dabei ist im Sinne von herausfordernden Lernumgebungen darauf zu achten, dass die Denkwege individuellen Vorstellungen folgen und in Kommunikation über mathematische Entdeckungen münden (*Denkfreiheiten & Kommunikation*). Zudem sollten sich die Lernenden darauf verlassen können, dass ihre Leistungen wertschätzend in den gemeinsamen Austausch eingehen und Vorstellungen, die in Sackgassen führen, im Miteinander durch neue Alternativen erweitert werden (*Fehlerkultur & Leistungsbewertung*). Diese innere Offenheit im Sinne der natürlichen Differenzierung ist gerade dadurch möglich, dass den Lernenden die Ziele der Aufgabe transparent sind (*Ziele & Zieltransparenz*).

Qualitätsdimensionen verdeutlichen Ideale, die im besten Fall zu erreichen sind und an denen sich mathematische Unterrichtspraxis bei Planung (vgl. 3.2) und Durchführung (vgl. 3.3) orientieren kann. Bei der Selbst- und Fremdbeobachtung sowie Reflexion (vgl. 3.4) stellen die Dimensionen Analysekriterien bereit. Im Folgenden werden die Dimensionen in die mathematikdidaktische Forschungsliteratur eingebettet und genauer in ihrer idealtypischen Ausprägung dargelegt. In Analogie zu den fachunspezifischen Dimensionen im CLASS (Classroom Assessment Scoring System) nach Pianta et al. (2008) werden je fachdidaktischer Dimension drei Merkmale anhand entsprechender Unterrichtbeobachtungen als ideale Ankerbeispiele illustriert. Die Merkmale dienen also als exemplarische Konkretisierung von möglichen Ausprägungen der jeweiligen Dimension (Steinweg, 2011) und gleichzeitig als eine weitere Verfeinerung der Kriterien für die Beobachtung und Analyse von Lehr-Lern-Situationen. In diesem Sinne bieten die Merkmale eine Art Checkliste für die Qualität von Mathematikunterricht in den jeweiligen Dimensionen an.

## 2.1.1 Aufgabenqualität und Problemstellungen

Erinnerungen an den eigenen Mathematikunterricht sind wesentlich von Mathematik-Aufgaben geprägt. Gemeint sind hierbei in dieser Dimension jedoch nicht einzelne Rechen- oder Konstruktionsaufgaben in der Geometrie, sondern größere Inhaltsbereiche, die in Lernumgebungen angeboten werden. Aufgaben können somit „Gelegenheitsstrukturen für verständnisvolle Lernprozesse“ (Kunter et al., 2011, S. 117) sein. In diesem Geist hat auch die Fachdiskussion eine neue Aufgabenkultur eingefordert und ihre Weiterentwicklung in Projekten (z. B. SINUS, Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts) ausgeschärft. Mathematik wird insbesondere als qualitatives „Mehr als Rechnen“ verstanden: „Lehrkräfte mit hohen Werten im fachdidaktischen Wissen und im Fachwissen [...] lehnen rezeptive Lerntheorien sowie den verstärkten Einsatz von repetitivem Üben eher ab“ (Kunter et al., 2011, S. 151).

In Bezug auf Anforderungsbereiche von Aufgaben gemäß der bundesweit gültigen Bildungsstandards (KMK, 2022) gilt es also, neben der Ausbildung von Routinen und der reproduzierenden Wiedergabe von erlernten Verfahren, mathematische Zusammenhänge zu erkennen, Strategien zu entwickeln und Erkenntnisse zu verallgemeinern. Aufgaben sind dann besonders lernwirksam, wenn die Zone der nächsten Entwicklung (Wygotski, 1987) angestrebt wird, die Herausforderungen also immer eine Perspektive einnehmen, die die potentiellen, zukünftigen Denk- und Lernwege der Lernenden adressiert und anregt.

Als eine der prozessbezogenen Kompetenzen wird in dieser Dimension das Lösen mathematischer Probleme fokussiert. Vielfältig erprobte Aufgabenanregungen werden in der Literatur (z. B. Wittmann & Müller, 2017; 2018) und zunehmend auch digital (z. B. unter *Primakom – Primarstufe Mathematik kompakt* oder *KIRA – Kinder rechnen anders* vom Deutschen Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik (dzlm) bzw. in Modulen aus den *SINUS* Projekten) zur Verfügung gestellt.

Merkmale eines in dieser Dimension idealen Mathematikunterrichts sind:

- **kognitive Herausforderung**  
*Im Unterricht stehen Aufgaben im Mittelpunkt, die stets kognitiv herausfordern und problemlösendes Bearbeiten fordern. Die Lehrperson vertraut bei Übungsphasen ebenso wie bei Einführungsstunden auf die probierenden und systematisch-heuristischen Ideen der Schülerinnen und Schüler und lässt genügend Zeit, um in Ruhe die gestellten Probleme anzugehen. Sie ermutigt die Kinder durchweg und vermeidet es, zu schnell auf Hilfesuche einzugehen. Im Gegenteil gibt sie den Kindern immer wieder zu verstehen, zunächst selbstständig Lösungen oder Lösungsansätze zu erproben.*
- **Möglichkeiten der Entdeckung und Erklärung von Zusammenhängen**  
*Die Aufgaben bieten immer Gelegenheit, (mathematische) Entdeckungen zu machen, Zusammenhänge zu beschreiben und diese mathematisch zu begründen. Die Vielfalt der Entdeckungen und die Tiefe des Verständnisses unterscheidet sich nach der Bearbeitung selbstverständlich (natürliche Differenzierung), wird aber niemals im Vorfeld festgelegt.*
- **Bedeutung der Sicherung von Grundwissen und Routinen (Üben)**  
*Grundwissen wird von der Lehrperson zu jeder Zeit integriert in Aufgaben, die neben Routinen auch Entdeckungen ermöglichen. Natürlich werden auch Übungsaufgaben zu den Grundwissenskompetenzen angeboten. Diese bieten jedoch neben der Übung der Routinen immer weitergehende Herausforderungen, die die Beziehungen zwischen Lösungswegen, Entdeckungen und Aufgaben in den Mittelpunkt rücken (Was fällt dir auf? Warum ist das so?).*

### 2.1.2 Anschauung und Mentale Bilder

Die bewusste (zielgerichtete) Auswahl von inhaltlichen Aufgaben und Problemstellungen geht stets Hand in Hand mit einer bewussten Auswahl von Darstellungsmitteln. Im Mathematikunterricht sind Darstellungen in Wort, Zahl, Bild oder (didaktischem) Material immer notwendig. Erst die Repräsentation erlaubt es, Aufgaben zu formulieren, Problemlösungen und Denkwege zu notieren und über diese mit anderen zu kommunizieren. Die Notationen sind jedoch nicht die Mathematik selbst, da mathematische Objekte nicht materieller, sondern gedanklicher Natur



(Mason, 1987) sind. „Die Mathematik ist unser Geschöpf. Sie handelt von Ideen in unseren Köpfen“ (Davis & Hersh, 1994, S. 433).

Alle Formen von Darstellungen sind somit „künstliche Verkörperungen“ (Wittmann & Müller, 2007, S. 50), die wiederum gedeutet werden müssen (Voigt, 1993; Söbbeke & Welsing, 2017). In Lehr-Lern-Prozessen werden geeignete Anschauungsmittel angeboten, die die mathematischen Begriffe und Operationen in ihren Eigenschaften und Beziehungen verdeutlichen, um den Aufbau mentaler Vorstellungen als sogenannte Grundvorstellungen (vom Hofe, 1992) zu unterstützen. „Grundvorstellungen werden nicht als rezeptiv erworbene stabile Repräsentationen mathematischer Inhalte verstanden, sondern als individuelle flexible Gruppierungen kognitiver Schemata, die im Verlaufe zunehmender mathematischer Bildung Prozessen der Veränderung, Reorganisation und Neuinterpretation unterworfen sind“ (Kleine, 2007, S. 171).

Merkmale eines in dieser Dimension idealen Mathematikunterrichts sind:

- **Angebot von Anschauungsmitteln**  
*Die Lehrperson bietet den Lernenden stets adäquate Anschauungsmittel zielgerichtet an. Die Bedeutung der Anschauungsmittel wird auch in den begleitenden Erläuterungen und Hinweisen der Lehrperson immer bewusst wahrgenommen. Sie nutzt das Material nicht nur für die ersten Schritte, sondern zielgerichtet insbesondere auch für Beschreibungen und Begründungen von mathematischen Entdeckungen.*
- **Auswahl der Anschauungsmittel**  
*Die Lehrperson verdeutlicht den Bezug der behandelten Themen zu diesem spezifischen Anschauungsmittel. Diese Haltung zeigt sich konsequent dadurch, dass auch die Lehrperson selbst immer wieder zu einem bestimmten Material greift, wenn sie einen bestimmten Sachverhalt darstellen will. Dabei grenzt sie das Vorgehen an diesem Material in der Diskussion mit den Kindern auch von anderem Material ab und verdeutlicht so die Vorteile des von ihr gewählten Darstellungsmittels.*
- **Ausbildung von Grundvorstellungen**  
*Die Lehrperson legt großen Wert auf die Ausbildung von inneren Bildern und Grundvorstellungen durch die Vernetzung von Anschauungsmittel und*

*Denkwegen. Sie ermöglicht es den Kindern durchgängig, die bereits entwickelten inneren Bilder zu bestimmten Begriffen und Operationen weiter zu vernetzen und auszubauen. Die Lehrperson erfragt stets die mentalen Vorstellungen der Kinder und bittet sie, diese z. B. aufzuzeichnen oder von ihnen zu berichten („Wie stellst du dir das vor?“, „Wie kann man das zeichnen?“).*

### **2.1.3 Denkfreiheiten und Kommunikation**

Qualitativ hochwertige mathematische Problemstellungen, die im Mittelpunkt einer Unterrichtsstunde stehen, sollten offen sein für individuelle Denk- und Bearbeitungswege. Diese Offenheit ist notwendig, um Lehr-Lern-Situationen am Prinzip der natürlichen Differenzierung (z. B. Krauthausen & Scherer, 2014; Hengartner et al., 2010) auszurichten.

Wesentlich ist dabei zunächst eine Phase, in der sich jedes einzelne Kind eigenständig mit der Herausforderung auseinandersetzen kann (z. B. Götze, 2007). Die mathematischen Objekte aus Zahlen, Operationen, geometrischen Figuren oder Größen werden dabei in ihren Beziehungen individuell erkannt und genutzt. Manchmal werden auch Gelegenheiten eröffnet, mathematisch analoge oder zur Thematik zugehörige eigene Aufgaben zu erfinden. Individuelle Aufzeichnungen sind dabei weniger von konventionellen Notationsvorschriften geprägt, sondern bieten durch selbst gewählte Darstellungen Einblick in die eigenen Gedanken (Eigenproduktionen; z. B. Selter, 1994; Wollring, 2008).

Die auf diese Weise dokumentierten Entdeckungen können dann mit anderen Lernenden ausgetauscht werden. Hierbei wird das mathematische Kommunizieren gefördert. Vermutungen von Begründungen für bestimmte strukturelle Zusammenhänge müssen dabei argumentativ gestützt und in ihren Gültigkeiten mathematisch verteidigt werden. Somit wird die prozessbezogene Kompetenz des Argumentierens adressiert. Das eigene Erfahrungswissen in der „empirischen Situiertheit“ wird dabei mit dem „strukturell-relationalen Wissen“ der Mathematik abgeglichen (Schwarzkopf, 2019).

Merkmale eines in dieser Dimension idealen Mathematikunterrichts sind:

- **kognitive Aktivierung**  
*Der Lehrperson gelingt es stets, alle Kinder kognitiv zu aktivieren. Der Unterricht ist durchweg davon geprägt, dass die Problemstellungen und Aufgaben von allen Kindern eigenständig und aktiv bearbeitet werden müssen. Die Lehrperson nutzt insbesondere Fragen nach dem Besonderen oder dem Warum von mathematischen Zusammenhängen zur Aktivierung der Lernenden.*
- **individuelle Denkwege**  
*Die Lehrperson bietet den Lernenden stets Raum und Gelegenheit, eigene Lösungswege zu suchen. Sie nutzt Unterrichtsroutinen, die nach einer individuellen Arbeitsphase zeitliche und organisatorische Möglichkeiten eröffnen, miteinander ins Gespräch zu kommen.*
- **(fachliche) Diskussion von Lösungswegen**  
*Die Lehrperson initiiert nach Bearbeitungsphasen immer einen regen Austausch der Ideen in gemeinsamen, kritischen Diskussionen (Partner/Gruppen/Plenum). Die Präsentation eigener Denkansätze (auch unter Nutzung von Medien und Materialien) ist den Kindern vertraut und erfolgt immer wertschätzend. Der fachliche Diskurs der individuellen Ideen im Abgleich mit mathematischen Normen ist ein zentraler Aspekt des Unterrichtsgeschehens.*

### **2.1.4 Fehlerkultur und Leistungsbewertung**

Die Begleitung von Prozessen des Erlernens und Übens hat immer auch eine diagnostische Komponente. Der Abgleich individueller Vorstellungen mit normativen Setzungen der Mathematik orientiert sich nicht allein am Output der gefundenen Lösung, sondern immer am Lösungsweg, der im Diskurs argumentativ verteidigt (Warum ist das so?; KMK, 2022) und ggf. zunehmend angeglichen wird (Treffers, 1983).

Ein konstruktiv-fördernder Blick auf individuelle Denk- und Handlungsmuster steht im kompetenzorientierten Unterricht im Fokus (z. B. Sundermann & Selter, 2021; ISB, 2017). Die von Lernenden erlebte Erfahrung einer wertschätzenden und unterstützenden Rückmeldung der eigenen Ideen spielt eine Schlüsselrolle für die Förderung von Kompetenzen. Diese Beziehung lässt sich als „statistisch bedeutsame Relation zwischen

erlebter konstruktiver Unterstützung und der Leistung in Mathematik“ (Schwippert et al., 2020, S. 203) nachweisen.

Der souveräne Umgang mit individuellen Denk- und Lernwegen steht im Zusammenhang mit der Kompetenz der Lehrpersonen im Fach und in der Fachdidaktik: „Lehrkräfte mit hohen Werten im fachdidaktischen Wissen und im Fachwissen tendieren eher zu konstruktivistischem Instruktionsverhalten (Gebrauch von Schülerfehlern, Einfordern von Erklärungen und Begründungen) und zu konstruktivistischen Lerntheorien (unabhängiges und diskursives Lernen) [...]“ (Kunter et al., 2011, S. 151).

Merkmale eines in dieser Dimension idealen Mathematikunterrichts sind:

- **Reaktion auf Fehler und Fehlvorstellungen**  
*Der Lehrperson gelingt es immer, Fehler produktiv aufzugreifen und für bewertungsfreie Diskussionen zu nutzen. Die Lehrperson stellt die Stärken eines Kindes in den Mittelpunkt und knüpft an diese Kompetenzen neue Anforderungen und Erwartungen an.*
- **Beurteilungsmechanismen**  
*Fehler werden stets im Diskurs mit den Kindern über die Gültigkeit der Ergebnisse und Lösungsvorschläge aufgedeckt. Es ist dabei unerheblich, wer die Lösungsvorschläge gemacht hat, da die sachliche Diskussion der Vorschläge im Vordergrund steht.*
- **Einbezug in individuelle Bewertung**  
*Fehler werden von der Lehrperson grundsätzlich in Bezug zur individuellen Lernentwicklung eingeordnet. Auch die Selbsteinschätzungen der Schülerinnen und Schüler und die selbst formulierten nächsten Schritte der eigenen Lernentwicklungen werden berücksichtigt und in individuellen Rückmeldungen aufgegriffen.*

### **2.1.5 Ziele und Zieltransparenz**

Im aktuellen Mathematikunterricht werden neben Inhaltszielen auch immer Prozessziele (KMK, 2022) adressiert. Dabei sind die Aufgaben substantiell und stiften Zusammenhänge. Kleinschrittige und segmentierte

Aufgabenangebote erlauben keine tragfähige Ausbildung von Grundvorstellungen und stehen konstruktiv-entdeckendem Lernen (z. B. Spiegel & Selter, 2003) und der wiederkehrenden, vertiefenden Auseinandersetzung mit Themenfeldern im Sinne des Spiralprinzips (Bruner, 1974) entgegen.

Die Transparenz der fokussierten Ziele ist für Lernprozesse wesentlich: „Wenn Schülerinnen und Schüler etwas lernen sollen, müssen sie eine gewisse Klarheit über das ‚Warum‘, das ‚Was‘ und das ‚Wie‘ haben“ (Sundermann & Selter, 2021, S. 42).

Merkmale eines in dieser Dimension idealen Mathematikunterrichts sind:

- **Inhalts- und Prozessziele**  
*Die Lehrperson verbindet immer inhaltliche Ziele mit allgemeinen Prozesszielen. Das heißt, sie achtet auf die Möglichkeit, kreativ zu werden, mit anderen über Ideen zu kommunizieren oder auch kritisch zu argumentieren. Sie erwartet den sinnvollen Einsatz von Darstellungen und ebenso das Lesen und Deuten von Darstellungen, die sie in den Problemstellungen anbietet.*
- **Stiftung von Sinnzusammenhängen**  
*Die Lehrperson zeigt den Lernenden stets Sinnzusammenhänge der Inhalte innerhalb oder außerhalb der Mathematik bzw. im Lernprozess (auch über Schuljahre hinweg) auf.*
- **Transparenz der Ziele**  
*Die Lehrperson versteht es, die Ziele des Unterrichts bzw. der Unterrichtsphasen den Kindern durchweg transparent zu machen. Dabei achtet sie darauf, dass auch die Kinder zielgerichtet arbeiten und sich bewusst mit Inhalten oder allgemeinen Prozessanforderungen auseinandersetzen.*

Neben der Orientierung an wissenschaftlichen Qualitätsdimensionen bieten auch Bildungsstandards und fachdidaktische Prinzipien eine Rahmung für Praktika in Mathematik.

## 2.2 Standards und Prinzipien aktuellen Mathematikunterrichts

Zu Unterrichtsprinzipien liegen vielfältige Darlegungen vor (z. B. Krauthausen, 2018). Sie fußen auf langjährigen Aushandlungen in der Mathematikdidaktik (z. B. schon Radatz et al., 1996; Schütte, 2008; Wittmann, 1998a) und werden konsensual getragen (Steinweg et al., 2018). Hierzu zählt insbesondere die Einstellung, dass Unterricht keine Inhalte in mentale Vorstellungen tradieren kann, sondern Anregungen zum aktiv-entdeckenden Lernen geben muss. Dabei ist an Vorwissen und subjektive Ideen der Kinder anzuknüpfen (z. B. Bauersfeld, 1983; auch schon Kühnel, 1916). Der Mathematikunterricht orientiert sich dabei an Aufgaben und Problemstellungen als sogenannten substanziellen Lernumgebungen (Wittmann, 1998b), die fundierte, mathematische Entdeckungen auf unterschiedlichen Ebenen zulassen. Diese unterrichtsdidaktischen Prinzipien spiegeln sich insgesamt in den beschriebenen Qualitätsdimensionen wider (2.1).

Zur inhaltlichen Palette aktuellen Mathematikunterrichts in der Grundschule gehört neben den Routinen der Kulturtechniken des Rechnens u. a. auch der Umgang mit geometrischen Figuren und Körpern, mit Sachaufgaben, mit Daten und ersten kleinen Statistiken sowie Erfahrungen zu Zufallsexperimenten. Darüber hinaus sind Lehr-Lern-Situationen gemäß der bundesweit geltenden Bildungsstandards für Mathematik in der Primarstufe (KMK, 2022) so zu gestalten, dass auch für die Mathematik wesentliche Denk- und Handlungsweisen wie das mathematische Kommunizieren, Argumentieren, Problemlösen, Darstellen, Modellieren und das Arbeiten mit mathematischen Objekten und Werkzeugen (prozessbezogene Kompetenzen) gefördert werden.

Professionalisierung beachtet im fachspezifischen Kontext immer auch die fachlichen Kompetenzerwartungen an die Lernenden. Die große Bandbreite der Kompetenzerwartungen an die Kinder stellt eine Herausforderung an die Lehrkräfte dar. Der Prozess der *Professionalisierung* kann als *Balance* zwischen zwei Arten der Neugier beschrieben werden (Steinweg, 2013; vgl. auch Dewey, 1902): Neugier auf das Fach und Neugier auf die Verhaltens- und Denkweisen der Kinder.

Da, wie Studien (vgl. 2.1) aufzeigen, fachliches und fachdidaktisches Wissen die Qualität von Unterricht beeinflussen, gilt es die *Neugier auf das Fach* zu kultivieren, um als zukünftige Lehrkraft zunächst selbst Fachinhalte zunehmend souverän zu beherrschen und insbesondere die Systematik des Zusammenspiels der mathematischen Beziehungen (Relationen) und Eigenschaften der mathematischen Objekte zu erfassen. Dieses souveräne Umgehen mit Mathematik erlaubt Lehrkräften im Unterricht für individuelle Denkwege der Kinder offen zu sein.

Damit wird die zweite wesentliche Grundhaltung angesprochen, die *Neugier auf die Verhaltens- und Denkweisen der Kinder*. Durch eine Haltung der Wertschätzung und des ernsthaften Zuhörens auf Basis des Vertrauens in individuelle Denkwege der Kinder können weiterführende Denkwendungen durch bewusst ausgewählte und ehrliche Nachfragen und Anregungen angeregt werden.

Fachdidaktische Praktika in Mathematik adressieren die Professionalisierung in Balance zwischen Fach- und Kindorientierung sowie unter Beachtung der gültigen Unterrichtsprinzipien. Darüber hinaus soll Mathematikunterricht den Kindern dabei stets ermöglichen, inhaltliche und prozessbezogene Kompetenzen zu erwerben. Fokussiert werden in der Lehrkräftebildung und in Praktika im Fach Mathematik gemäß Standards der DMV, GDM und MNU (2008) „Mathematikunterrichtsbezogene Handlungskompetenzen“ sowie „Mathematikdidaktische diagnostische Kompetenzen“. Die Umsetzung im Theorie-Praxis-Modul Mathematik am Standort Bamberg wird im Folgenden dargelegt.

### **3. Das Theorie-Praxis-Modul Mathematik als reflektierter Erfahrungsraum**

Im Fokus des fachdidaktischen Praktikums stehen die Planung, Durchführung, Analyse und Reflexion von Mathematikunterricht im durch Dozent:in und Praktikumslehrkraft wissenschaftlich und schulpraktisch begleiteten Erfahrungsraum. Die Studierenden werden in ihren mathematikdidaktisch diagnostischen Kompetenzen (z. B. „beobachten, analysie-

ren und interpretieren mathematische[r] Lernprozesse“) sowie Handlungskompetenzen der zielgerichteten „Konstruktion von Lerngelegenheiten“ mitsamt „Aufgaben als Ausgangspunkt für Lernprozesse, Lehr- und Lernmaterialien als Mittel fachlichen Lernens, Unterrichtsmethoden in ihrer fachspezifischen Ausformung“ sowie in „fachspezifische[n] Interventionsmöglichkeiten von Lehrpersonen (z. B. Umgang mit vorläufigen Begriffen, Reaktion auf Fehler, heuristische Hilfen)“ herausgefordert und gefördert (DMV-GDM-MNU, 2008, S. 10–11).

### **3.1 Organisatorischer Rahmen**

Am Standort Bamberg werden im Theorie-Praxis-Modul Mathematik in der Regel je Semester bis zu fünf Praktikumsgruppen angeboten. Die studienbegleitenden Fachpraktika Mathematik finden einmal wöchentlich jeweils in kleinen Gruppen von bis zu sechs Studierenden in je einer eigenen Praktikumsklasse und in ebenfalls wöchentlich organisierter, enger Begleitung durch je ein eigenes, wissenschaftliches Seminar statt. Die jeweilige Dozent:in des Begleitseminars nimmt darüber hinaus gemeinsam mit der Praktikumslehrkraft jede Woche an den Unterrichtserprobungen sowie an der direkt anschließend in der Schule organisierten Besprechung teil.

Das Modul folgt nach Gröschner und Hascher (2022) der Grundform der „Theorie-Praxis-Bindung“, da „Theorie und Praxis [...] integrativ angelegt“ sind und die Kompetenzerwartungen „nur durch die Kombination von theoretischen und praktischen Anteilen erreicht werden können“ (S. 707). Der Ablauf des Theorie-Praxis-Moduls ist gerahmt von einer Seminarsitzung der Organisation und einer der Abschlussreflexion. Der wöchentliche Rhythmus ist geprägt von wechselnden Phasen der selbstständigen Er- und Bearbeitung mit gemeinsamen, theoriegeleiteten und analytisch-reflexiven Gruppendiskussionen (vgl. Abb. 2).



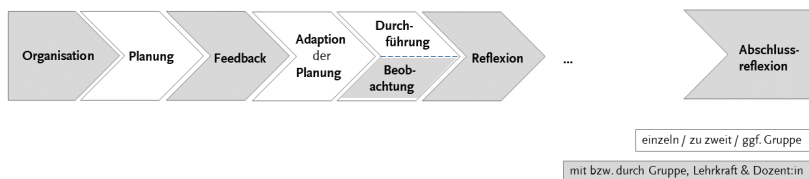


Abbildung 2: Elemente und Aufbau des Theorie-Praxis-Moduls Mathematik

Jeder unterrichtspraktischen Erprobung (vgl. 3.3) im Theorie-Praxis-Modul Mathematik geht eine intensive *Planung* und ein gemeinsames, theoriebasiertes *Feedback* voraus, das in eine entsprechende *Adaption der Planung* eingeht (vgl. 3.2). Erst danach findet die *Durchführung* in der Schule statt. Diejenigen der Gruppe, die die Unterrichtsversuche nicht konkret durchführen, *beobachten* den Unterricht bezüglich der Qualitätsdimensionen (vgl. 2.1), Prinzipien und Standards (vgl. 2.2). Diese theoriegeleiteten Beobachtungen werden jeweils in die gemeinsame Analyse und *Reflexion* eingebracht (vgl. 3.4).

Die Stetigkeit der Gruppenzusammenarbeit und die enge Koppelung an das je eigene, wissenschaftliche Begleitseminar ermöglicht neben Unterrichtsversuchen in Verantwortung von Einzelpersonen auch die gemeinsame Erarbeitung von Unterrichtsplanungen, gemeinsame Durchführungen in Teams (vgl. 3.3) und insbesondere stets eine fachdidaktische Reflexion (vgl. 3.4) unter Berücksichtigung der Qualitätsdimensionen. Diese kohärente Praktikumsbegleitung wirkt sich bei Praktika nachweislich lernwirksam aus (Moroni et al., 2014).

Die für alle Elemente (vgl. Abb. 2) wesentlichen fachlichen Grundlagen und fachdidaktischen Prinzipien von Unterricht sind den Studierenden aus den im Studienverlauf vorab besuchten obligatorischen Lehrveranstaltungen bekannt (vgl. 1). Dazu gehören beispielsweise mathematische Hintergründe der ausgewählten Unterrichtsthemen und auch normative Vorgaben der Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz für den Mathematikunterricht in der Primarstufe (KMK, 2022) sowie des LehrplanPLUS (KM/ISB, 2014), an denen sich die Lernziele und die konkre-

ten Kompetenzerwartungen an die Kinder vor dem Hintergrund des jeweiligen Unterrichtsthemas des von den Studierenden geplanten Unterrichts orientieren. Die Darstellung in Qualitätsdimensionen ist für die Studierenden neu und wird im jeweiligen Begleitseminar als Orientierung für alle Elemente des Praktikums (Planung, Durchführung, Beobachtung, Reflexion) angeboten.

### **3.2 Planung von unterrichtspraktischen Lehr-Lernsituationen**

Die Planung von unterrichtspraktischen Lehr-Lernsituationen wird zunächst von den jeweils verantwortlichen Studierenden entworfen. Mathematikdidaktisch geeignete Formen der Verlaufsplanung (z. B. Krauthausen, 1998) werden in der Organisationssitzung (vgl. Abb. 2) angeboten und gehen der konkreten Planung und Erprobung voraus. Jede Unterrichtsphase wird im Entwurf mit fachdidaktischen Kommentaren auf die Qualitätsdimensionen (konkrete Ziele, eingesetzte Anschauungsmittel etc.) hin begründet. Daneben wird begründet, welche Methoden aus fachdidaktischer Sicht in der jeweiligen Phase zielführend ausgewählt werden. Darüber hinaus vertiefen die Studierenden den jeweils behandelten Fachinhalt in der sogenannten Sachanalyse, die im Gesamtentwurf einen wesentlichen Raum einnimmt. Die fachlich korrekte Erläuterung der zentralen Begriffe, Definitionen, Sätze, Regeln und die Einordnung in fachliche Zusammenhänge mitsamt Beschreibung der zugrundeliegenden mathematischen Ideen ist damit der fruchtbare Ausgangspunkt für eine nach den oben benannten Dimensionen ausgerichtete Planung. Zudem wird eine vertiefte Behandlung mathematikdidaktischer Grundlagen, die für die jeweiligen Unterrichtsthemen und die Qualität von Mathematikunterricht (vgl. 2.1) von Bedeutung sind, vor dem Hintergrund der konkreten Planung notwendig.

Ein Fokus des Begleitseminars liegt auf der ko-konstruktiven gemeinsamen Diskussion der Unterrichtsplanungen mit allen Studierenden der Gruppe und Dozent:in, die neben fachlichen Inhalten insbesondere an den Qualitätsdimensionen (vgl. 2.1), Prinzipien und Standards (vgl. 2.2) orientiert ist. Diese Ausgestaltung von Vorbesprechungen insbesondere

in der Phase der Planung ist in empirischen Studien als relevant und lernförderlich nachgewiesen (Staub et al., 2014).

Spätestens in der Woche vor der Unterrichtsdurchführung wird der ausgearbeitete Planungsentwurf den Mitstudierenden in der Praktikumsgruppe sowie der Dozent:in und bei den Treffen in der Schule darüber hinaus der Praktikumslehrkraft vorgestellt. In dieser Phase können auch offene Fragen oder noch nicht abgeschlossene Überlegungen mitgebracht werden, um gezielt Input zu erhalten. Kriterien des kritischen Feedbacks durch die Peers sowie die Dozent:in im Begleitseminar sind dabei insbesondere die fachliche und fachdidaktische Korrektheit, die Passung des geplanten Vorgehens zu den Zielen, die Berücksichtigung der Qualitätsdimensionen sowie die Passung zur Lerngruppe der Praktikumsklasse. Auf den letztgenannten Punkt fokussiert ebenso die Rückmeldung der Praktikumslehrkraft in der Besprechung in der Schule, da sie anhand ihrer Expertise insbesondere fachliche (Begriffe, Operationen) sowie methodische Vorkenntnisse (Gruppenarbeit etc.) genauer einordnen kann. Die enge Zusammenarbeit mit der Praktikumslehrkraft ermöglicht es auch, gemeinsam zu klären, ob bestimmte Fachinhalte in den Stunden vor der Unterrichtserprobung wiederholt oder vertieft werden können oder ob diese in die Phasen der Erprobung eingebettet werden müssen. Nach diesem iterativen Prozess der Rückmeldung wird von den je verantwortlichen Studierenden der Unterrichtsentwurf entsprechend adaptiert und somit optimiert.

Die Elemente der Planung, des gemeinsamen Feedbacks und der Adaption der Planung (vgl. Abb. 2) nehmen inhaltlich und zeitlich einen großen Raum im Modulablauf ein. Diese Entscheidung greift bewusst auch den als positiv nachgewiesenen Effekt auf, dass die „in Unterrichtsvorbereitungen investierte Zeit zur gemeinsamen Unterrichtsplanung [...] darüber hinaus der Ermöglichung von produktiven Nachbesprechungen“ (vgl. 3.4) dient (Staub et al., 2014, S. 305).

### **3.3 Durchführung: Verschiedene Arten unterrichtspraktischer Erfahrungs- räume**

Innerhalb des Moduls sind „mindestens drei eigenständige Lehrversuche mit Besprechung“ gemäß LPO I durchzuführen (Bay. StMUK, 2019). Die Durchführung von Lehr-Lern-Situationen in Mathematik wird in den Praktikumsgruppen des Theorie-Praxis-Moduls vielfältig organisiert. Unterrichtsversuche können bedeuten, eine Klasse eine Unterrichtsstunde lang zu unterrichten, sie können aber auch eine Unterrichtssequenz oder Kleingruppen- bzw. Einzelförderungen adressieren. Diese Variationen der geplanten Durchführungsarten können vielfältig kombiniert werden mit unterschiedlichen Optionen der Verantwortungsübernahme in Planung und Durchführung. Hier reicht die Palette von individueller Gestaltung oder im Zweierteam bis zur Gestaltung mit der gesamten Praktikumsgruppe.

Die gemeinsame Planung (vgl. 3.2) und insbesondere die gemeinsame Durchführung von Unterrichtsphasen oder -stunden ist eine Chance, die sich im Erfahrungsraum Praktikum als wertvolles Miteinander- und Voneinander-Lernen ergibt. Die Kooperation stellt auch eine fruchtbare Herausforderung im interaktiven, sozialen Austausch in der jeweiligen Situiertheit bei der konkreten Unterrichtsdurchführung dar. Die wachsende Relevanz von Team-Teaching, z. B. bei jahrgangsübergreifender Arbeit, oder auch multiprofessioneller Zusammenarbeit mit verschiedenen Fachkolleg:innen, z. B. aus der Sozialen Arbeit, der Psychologie, der Sonderpädagogik vor dem Hintergrund einer inklusiven Schule, wird somit im Praktikum aufgegriffen und erprobt.

#### **3.3.1 Eigene Unterrichtsstunde im Klassenverband**

Ein wesentlicher Bestandteil des Praktikums ist es, eigenständig Unterricht durchzuführen. Für Unterrichtsversuche über eine gesamte Stunde im Klassenverband eignet sich dabei als organisatorisches Vorgehen, dass die Studierenden bereits zu Beginn des Semesters je ein für die Praktikumsklasse relevantes, eigenständiges Thema (wie „Verdoppeln und Hal-

bieren“ oder „Geometrische Körper“) auswählen und durch einen strukturierten Zeitplan genau erfahren, wann die Durchführung stattfinden wird. Die Verschiedenheit der Themen ermöglicht es den Studierenden, sich zunächst selbstständig in das Thema einzuarbeiten und die relevanten Fachinhalte aus den vorab besuchten Pflichtveranstaltungen sowie passende fachdidaktische Grundlagen zusammenzuführen, zu vertiefen und in ihre Planung (vgl. 3.2) einzubeziehen. Die Studierenden wählen dabei orientiert an den Qualitätsdimensionen Aufgabenstellungen mit Differenzierungsmöglichkeiten, benötigte Darstellungen und Materialien, Unterrichtsziele usw. und planen ihre Stundenstruktur so, dass genügend Zeit für individuelle Lösungen, Kommunikation usw. eingeräumt wird.

### **3.3.2 Gemeinsame Unterrichtssequenz im Klassenverband**

Im Praxisalltag einer Mathematiklehrkraft treten keine isolierten Einzelstunden, sondern ein stringenter und dem Spiralprinzip (Bruner, 1974; vgl. auch 2.1) verpflichteter Ablauf von beziehungsreichen Mathematikstunden über das Schuljahr hinweg auf.

Das Fachpraktikum bietet die Option, in der Gruppe gemeinsam eine – thematisch fokussierte – Sequenzplanung anzugehen und diese auch durchzuführen. Die Themen orientieren sich dabei an größeren Fachinhalten wie beispielsweise „Längen“ oder „Daten und Zufall“. Im Gegensatz zur Unterrichtsstunde tritt hier die Planung für kumulatives Lernen deutlich stärker in den Vordergrund. Die Unterrichtssequenz umfasst i. d. R. vier oder fünf Termine, so dass die Studierenden die einzelnen Termine jeweils in kleinen Gruppen vorbereiten und durchführen.

Zunächst ist in der Gruppe gemeinsam zu entscheiden, wie das große Thema strukturiert und sinnvoll auf verschiedene Termine aufgeteilt werden kann, bevor die konkrete Planung für einzelne Termine in Angriff genommen werden kann. Für die Planung einer Unterrichtssequenz ist im Begleitseminar Zeit reserviert, in der die Studierenden zusammen überlegen, welche Inhalte sie adressieren, wie diese zusammenhängen und welche Ziele an den einzelnen Terminen verfolgt werden. Auch die

Verantwortlichkeiten für die einzelnen Termine werden verteilt, um allen Studierenden gleich viele Erprobungen von Unterrichtsdurchführung zu ermöglichen. Üblich ist, dass sich jede bzw. jeder Studierende für zwei Termine der Sequenz mitverantwortlich zeichnet.

Auch bei der Unterrichtssequenz wird die Planung der einzelnen Termine zunächst im Begleitseminar diskutiert und die ausgearbeitete Planung zudem mit der Praktikumslehrkraft abgesprochen (vgl. 3.2), bevor die Studierenden die Sequenz in der Klasse durchführen. Anders als bei den meisten Unterrichtsstunden agieren die Studierenden nicht allein in der Klasse, sondern als Teamlehrkräfte. So können mehrere Studierende gleichzeitig mehrere Schülerinnen oder Schüler individuell unterstützen oder unterschiedliche Aufgaben wahrnehmen. Zugleich bedarf es aber einer guten Absprache untereinander, sowohl im Vorfeld, um sich beispielsweise auch auf einheitliche Arbeitsanweisungen (z. B. Nutzen eines Lineals) zu einigen, als auch bei spontanen Abstimmungen während des Unterrichtens.

### **3.3.3 Unterrichtliche Förderung und Diagnose in Kleingruppen oder Einzelarbeit**

Auch im Alltagsunterricht der Berufspraxis wird diagnostische Kompetenz als formative Lernbegleitung zunehmend bedeutsam. Wann immer möglich werden kontinuierlich oder einzelne Sitzungen von diagnostischen Gesprächen in das Fachpraktikum Mathematik integriert.

Die Erprobung in diesem Kompetenzbereich stellt, anders als die Durchführung von Unterrichtsstunden und -phasen einer Sequenz, erweiterte Anforderungen an die zukünftigen Lehrkräfte. Es gilt, diagnostische Aufgaben zu konstruieren oder auszuwählen, die Leistungen der Kinder zu analysieren und zu interpretieren und, wenn möglich, aufgrund der diagnostischen Ergebnisse Förderpläne für einzelne Kinder zu erstellen (vgl. DMV-GDM-MNU, 2008, S. 10–11). Die Prävention von bzw. Förderung bei besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen (z. B. Gaidoschik et al., 2021; Wittmann & Müller, o. J.) ist ein Hauptanliegen.

Gleichwohl wird die gesamte Palette von Heterogenität der Potenziale (Stärkung aller Kinder) in den Blick genommen.

Eine inhaltliche Orientierung bieten die für die Jahrgangsstufe notwendigen tragfähigen mathematischen Grundvorstellungen sowie die Basiskompetenzen (z. B. Häsel-Weide & Nührenbörger, 2020). Vielfältige Anregungen und Materialien stehen in der Lernwerkstatt der Universität Bamberg zur Verfügung (z. B. Blitzrechnen, Geometrie im Kopf oder Sachrechnen im Kopf aus dem Programm mathe2000 von Wittmann & Müller, o. J.). Zunehmend können auch digital gestützte Aktivitäten, die in den Digitalen Lehr-Lern-Laboren (DigiLLabs) der Universität Bamberg vorab kritisch gesichtet werden können, eingesetzt werden.

Konkret führt jede Studentin bzw. jeder Student mit jeweils höchstens vier Schülerinnen und Schülern zu ausgewählten Anregungen ein diagnostisches Gespräch und dokumentiert ihre bzw. seine Beobachtungen. Durch die Arbeit in Kleingruppen sind einerseits die Schülerinnen und Schüler bewusster als im Klassenverband in ihren Leistungen wahrgenommen, andererseits können die Studierenden stärker einzelne Kinderleistungen fokussieren, gezielt nach deren individuellen Überlegungen und Grundvorstellungen fragen und die Anforderungen individuell variieren. Neben der Förderung von Handlungskompetenzen bei der Gestaltung der Anregungsaufgaben bieten die diagnostischen Gespräche als eine besondere Form der unterrichtspraktischen Erfahrung den Studierenden zusätzlich die Möglichkeit, in einem überschaubaren Rahmen insbesondere ihre mathematikdidaktischen diagnostischen Kompetenzen auszubauen (vgl. DMV-GDM-MNU, 2008).

### **3.4 Beobachtung, Reflexion und Analyse: Reflektierte Selbsterfahrung und bewusst fokussierte Fremdbeobachtung**

Neben der Planung und Durchführung kommt im wissenschaftlich begleiteten Praktikum besonders der Beobachtung, Reflexion und Analyse von Unterricht Bedeutung zu. Die Studierenden beobachten sich innerhalb der Gruppe gegenseitig bzw. sich selbst, während sie Unterricht hal-

ten. Sie geben sich in den anschließenden Besprechungen möglichst fundierte Rückmeldungen und gleichen diese mit den Eigenerfahrungen ab. Die bereits in der ko-konstruktiven Diskussion bei der jeweiligen Planung in der Vorbesprechung fokussierten Herausforderungen und Themen können die Nachbesprechung im Element der gemeinsamen Reflexion strukturieren (Staub et al., 2014; vgl. 3.2). In der Besprechung dürfen zunächst die Personen, die Unterricht durchgeführt haben, ihre Erfahrungen und Eindrücke reflektieren, bevor die Mitstudierenden, die Dozent:in und die Praktikumslehrkraft Rückmeldungen geben.

Unterrichtsgeschehen ist komplex und entzieht sich in seiner Vielschichtigkeit gerade am Anfang des Professionalisierungsprozesses vielfach der bewussten Analyse. Insbesondere stechen folglich Oberflächenmerkmale wie die Einhaltung von geplanten Zeitfenstern im Unterrichtsverlauf, das Maß an Unterrichtsstörungen oder die vermeintliche Ästhetik von Unterrichtsmaterialien zunächst heraus. Typische Rückmeldungen der Gruppe an die unterrichtende Studentin bzw. den Studenten lauten dann: „Alle Aufgaben haben gut geklappt“, „Die Kinder haben gut mitgemacht“, „Die Arbeitsblätter waren so schön ansprechend bunt gestaltet“ etc.

Die Dimensionen von Unterrichtsqualität im Mathematikunterricht sind weniger augenfällig. Die Orientierung an und der Abgleich mit idealtypischen Beschreibungen (vgl. 2.1) kann hilfreich sein, um die Analyse dieser Tiefenstrukturen anzugehen. Die Arbeit in der Praktikumsgruppe begünstigt die analytische Reflexionsarbeit wesentlich, da eine arbeitsteilige Beobachtung mit jeweiligem Fokus auf eine der verschiedenen Dimensionen möglich wird. Durch die individuelle Fokussierung wird der eigene Blick auf Unterricht in dieser Dimension geschärft. Es ergibt sich somit eine differenzierte Rückmeldung an die- oder denjenigen Durchführenden und gleichsam wird die Dimension auch wesentlich bewusster in eigenen Unterrichtsplanungen und -durchführungen beachtet.

Als Variation kann die Fremdbeobachtung durch die Gruppenmitglieder auch eine oder zwei Dimensionen gezielt adressieren. Die Auswahl kann sich dabei jeweils an von der Gruppe selbst gewünschten, durch die spezifische Klassensituation virulenten oder durch die Praktikumslehrkraft



oder die wissenschaftliche Begleitung vorgeschlagenen Schwerpunkten orientieren. Durch den Fokus können diverse Perspektiven und Einschätzungen zu dieser ausgewählten Dimension in die Reflexionsphase eingebracht werden. Die Mehrperspektivität macht besondere Ausprägungen der Dimension deutlich. Zudem bietet sich in der Gruppe ein informierter Anlass zu sachbezogenen Diskussionen, einem zunehmend analytischen Blick und bewusster Reflexion.

Neben der kritischen Reflexion der Handlungskompetenzen der Studierenden sind während der Selbst- und vor allem der Fremdbeobachtung von Unterricht ebenso diagnostische Kompetenzen gefragt, die die Potenziale der einzelnen Kinder fokussieren und damit die Unterrichtsdurchführung bezüglich mutmaßlicher Lernwirksamkeit analysieren. In der Durchführungsform der Praxiserfahrung in Kleingruppen oder Einzelarbeit wird dieser bewusste Blick auf einzelne Kinder in den Mittelpunkt gestellt. Durch den reflektierten Austausch der Beobachtungen in der Praktikumsgruppe können im Begleitseminar Förderhinweise für die Kinder erarbeitet und vertiefende Inhalte aus fachdidaktischer Forschung aus der Praxiserfahrung heraus neu eingeordnet werden.

Die Themenkataloge der Reflexionselemente des Begleitseminars ergeben sich dabei je Praktikumsgruppe auf natürliche Weise aufgrund der gemeinsam erlebten Praxiserfahrungen und der Diskussionen in der Vorbesprechung. Möglich ist immer u. a. die kritische Reflexion von Lerngelegenheiten (z. B. des in der Praktikumsklasse eingesetzten Schulbuchs), um fachdidaktische Hintergründe der Qualitätsdimensionen zu vertiefen. Die Notwendigkeit der Prinzipien und Unterrichtsmerkmale erfährt durch die eigenen Unterrichtserprobungen praktische Relevanz und bleibt nicht nur eine der, möglicherweise theoretisch anmutenden, Forderungen an den Mathematikunterricht (z. B. Krauthausen, 2018). Die Anbindung von universitären Modulen an unterrichtspraktische Anforderungen kann somit ganz konkret selbst überprüft und erlebt werden. Diesen Ansatz stützen auch Befunde von Allen und Wright (2014), die nachweisen, dass die gelebte Praxiserfahrung dadurch bereichert wird, wenn Studierende die Verbindung zwischen Theorie und Praxis als ausgewogen wahrnehmen.

### 3.5 Bemerkungen zur schriftlichen Dokumentation

Das fachdidaktische Praktikum bietet einen Erfahrungsraum in Schulpraxis. Hierzu gehört auch die wissenschaftliche und für die Durchführung, Analyse und Reflexion stimmige Dokumentation der Unterrichtserprobungen. Neben der mündlichen Reflexionsarbeit profitiert Professionalisierung von Verschriftlichungen mitsamt Bezugnahme auf fachdidaktisch und fachlich relevante Forschungsbefunde.

Ein wesentlicher Baustein in der schriftlichen Dokumentation sind die ausgearbeiteten Unterrichtsentwürfe, die im beschriebenen Prozess auch mit Blick auf formale Kriterien einer wissenschaftlichen Dokumentation (Quellenangaben etc.) optimiert werden. Die Entwürfe dienen in der Verschriftlichung als Fahrplan für die Durchführung von Lehr-Lern-Situationen. Gleichzeitig dienen sie den beobachtenden Studierenden, der Praktikumslehrkraft und Dozent:in zur Dokumentation von Beobachtungen. Wesentlich ist demnach eine großzügige Spalte für Notizen in den Verlaufsplänen. Die bzw. der Unterrichtende aus der Praktikumsgruppe fasst im Nachgang die in den Reflexionsgesprächen genannten Aspekte (bzgl. Qualitätsdimensionen und ggf. weiteren Aspekten) schriftlich zusammen und ergänzt hierbei relevante Quellen und Befunde. Diese nachträgliche Dokumentation ist ebenfalls eine Form der bewussten, analytischen Reflexion, die Professionalisierungsprozesse unterstützt. Schriftlich dokumentiert werden ebenso die Planungen der Sequenzen und der diagnostischen Gespräche mitsamt Ergebnissen und Hinweisen aus den Reflexionsgesprächen sowie ggf. Möglichkeiten für Förderpläne für einzelne Kinder.

Die Dokumentation ist immer ein originärer Bestandteil der wissenschaftlichen Arbeit in und durch die Praxiserfahrungen. Die Ausgestaltung ergibt sich somit in den verschiedenen Praxisgruppen aus der jeweiligen Arbeit in der Praktikumsklasse. Sie hat damit einerseits immer Anbindung an die schulpraktischen Erfahrungen und weist andererseits über einen Erlebnisbericht hinaus, da die Dokumentation bewusst und analytisch reflektiert die Qualität von Lehr-Lern-Situationen in Mathematik adressiert.

## 4. Schlussbemerkungen

Fachdidaktische Praktika in Mathematik werden seit vielen Jahren in der dargelegten Umsetzung durchgeführt und von den Studierenden in den Evaluationen positiv eingeschätzt. Das Theorie-Praxis-Modul Mathematik fördert durch die integrative Verknüpfung schulpraktischer und wissenschaftsfundierter Elemente in den eng ko-konstruktiv arbeitenden Kleingruppen die professionelle Entwicklung der teilnehmenden Studierenden und ermöglicht ihnen dabei zusammenfassend insbesondere:

- fachinhaltliche Kompetenzen exemplarisch zu vertiefen,
- fachdidaktische Theorien in der Unterrichtspraxis zu erproben und eigene mathematikunterrichtsbezogene Handlungskompetenzen zu erweitern,
- analytisch-reflexive Kompetenzen aufzubauen und zunehmend Selbst- und Fremdbeobachtung an fachdidaktischen Qualitätsdimensionen zu orientieren,
- diagnostische Kompetenzen zu erwerben, d. h. Denk- und Lernwege von Lernenden exemplarisch kennen- und wertschätzen zu lernen, um diese adaptiv in Unterrichtsplanung und -durchführung aufzugreifen.

## Literatur

Allen, J. & Wright, S. (2014). Integrating Theory and Practice in the Pre-Service Teacher Education Practicum. *Teachers and Teaching: Theory and Practice*, 20(2), 136–151.

Bauersfeld, H. (1983). Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens. In H. Bauersfeld, H. Heymann, G. Krummheuer, J. Lorenz, V. Reiß (Hrsg.), *Analysen zum Unterrichtshandeln: Lernen und Lehren von Mathematik* (S. 1–56). Aulis-Verlag Deubner.

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M. & Tsai, Y. (2010). Teachers'

Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom, and Student Progress. *American Educational Research Journal*, 47(1), 133–180. <https://doi.org/10.3102/0002831209345157>

Bay. StMUK [Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus] (2019). *Organisation der Praktika für das Lehramt an Grundschulen und das Lehramt an Mittelschulen im Rahmen der Lehramtsprüfungsordnung I: Bekanntmachung des Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus vom 14. Juni 2019*, Az. IV.5/1-5S4020-PRA.50 194. [https://www.gesetze-bayern.de/Content/Document/BayVV\\_2038\\_3\\_5\\_K\\_10489](https://www.gesetze-bayern.de/Content/Document/BayVV_2038_3_5_K_10489)

Bruner, J. (1974). *Entwurf einer Unterrichtstheorie*. Berlin-Verlag.

Davis, P. & Hersh, R. (1994). *Erfahrung Mathematik*. Birkhäuser Verlag.

Dewey, J. (1902). *The child and the curriculum*. Chicago.

DMV-GDM-MNU (Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts) (2008). *Standards für die Lehrerbildung im Fach Mathematik*. [https://madipedia.de/images/2/21/Standards\\_Lehrerbildung\\_Mathematik.pdf](https://madipedia.de/images/2/21/Standards_Lehrerbildung_Mathematik.pdf)

Gaidoschik, M., Moser Opitz, E., Nührenbörger, M., & Rathgeb-Schnierer, E. (2021). Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen. *Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 47(111S). <https://ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php/mgdm/issue/view/46>

Götze, D. (2007). *Mathematische Gespräche unter Kindern*. Franzbecker.

Gröschner, A. & Hascher, T. (2022). Praxisphasen in der Lehrerinnen- und Lehrerbildung. In M. Haring, C. Rohlf & M. Gläser-Zikuda (Hrsg.), *Handbuch Schulpädagogik* (S. 706–720). Waxmann.

Häsel-Weide, U. & Nührenböcker, M. (2020). Tragfähige Grundlagen: Mathematik. In U. Hecker, M. Lassek & J. Ramsegger (Hrsg.), *Kinder Lernen Zukunft: Anforderungen und tragfähige Grundlagen* (S. 108–157). GSV.

Helmke, A. (2006). Was wissen wir über guten Unterricht? *Pädagogik*, 58(2), 42–45.

Hengartner, E., Hirt, U. & Wälti, B. (2010). *Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte: Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht*. Klett und Balmer.

ISB Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung (2017). *Kompetenzorientierter Unterricht: Leistungen beobachten – erheben – bewerten*. [https://www.isb.bayern.de/fileadmin/user\\_upload/Grundschule/Handreichung\\_Leistungen\\_beachten/leistung\\_grundschule\\_internet.pdf](https://www.isb.bayern.de/fileadmin/user_upload/Grundschule/Handreichung_Leistungen_beachten/leistung_grundschule_internet.pdf)

Jentsch, A., Schlesinger, L., Heinrichs, H., Kaiser, G., König, J. & Blömeke, S. (2021). Erfassung der fachspezifischen Qualität von Mathematikunterricht: Faktorenstruktur und Zusammenhänge zur professionellen Kompetenz von Mathematiklehrpersonen. *Journal für Mathematikdidaktik*, 42(1), 97–121. <https://doi.org/10.1007/s13138-020-00168-x>

Kleine, M. (2007). Grundbildung durch Grundvorstellungen. *Journal für Mathematikdidaktik*, 28(2), 171–172.

Klieme, E. (2022). Unterrichtsqualität. In M. Haring, C. Rohlf's & M. Gläser-Zikuda (Hrsg.), *Handbuch Schulpädagogik* (S. 411–426). Waxmann.

KM/ISB (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst) (Hrsg.) (2014). *LehrplanPLUS Grundschule: Lehrplan für die bayerische Grundschule*. München.

KMK (2022). *Bildungsstandards im Fach Mathematik Primarbereich*, (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004, i.d.F. vom 23.06.2022). [https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2022/2022\\_06\\_23-Bista-Primarbereich-Mathe.pdf](https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-Primarbereich-Mathe.pdf)

Krauthausen, G. (1998). *Lernen – Lehren – Lehren lernen: Zur mathematikdidaktischen Lehrerbildung am Beispiel der Primarstufe*. Klett.

Krauthausen, G. (2018). *Einführung in die Mathematikdidaktik: Grundschule*. Springer Spektrum.

Krauthausen, G. & Scherer, P. (2014). *Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht: Konzepte und Praxisbeispiele aus der Grundschule*. Friedrich.

Kühnel, J. (1916, 11. Edition 1966). *Neubau des Rechenunterrichts*. Klinkhardt.

Kunter, M., Baumert, J., Blum, W. Klusmann, U., Krauss, S., & Neubrand, M. (Hrsg.) (2011). *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften: Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV*. Waxmann.

Mason, J. (1987). Erziehung kann nur auf die Bewusstheit Einfluss nehmen. *mathematik lehren*, 21, 4–5.

Meyer, H. (2009). *Was ist guter Unterricht?* Cornelsen.

Moroni, S., Gut, R., Niggli, A. & Bertschy, B. (2014). Verbindung von Theorie und Praxis bei der Begleitung von Praxisphasen in der Lehrerbildung. *Lehrerbildung auf dem Prüfstand*, 7(1), 24–45.

Pianta, R., La Paro, K. & Hamre, B. (2008). *Classroom Assessment Scoring System*. Paul H. Brookes Publishing Co.

Radatz, H., Schipper, W., Ebeling, A., & Dröge, R. (1996). *Handbuch für den Mathematikunterricht: Schuljahr 1*. Schroedel.

Schütte, S. (2008). *Qualität im Mathematikunterricht der Grundschule*. Oldenbourg.

Schwarzkopf, R. (2019). Produktive Kommunikationsanlässe im Mathematikunterricht der Grundschule: Zur lerntheoretischen Funktion des

Argumentierens. In A. Steinweg (Hrsg.), *Darstellen und Kommunizieren* (S. 55–68). ubp.

Schwippert, K., Kasper, D., Köller, O., McElvany, N., Selter, C., Steffensky, M. & Wendt, H. (Hrsg.) (2020). *TIMSS 2019: Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich*. Waxmann.

Selter, C. (1994). *Eigenproduktionen im Arithmetikunterricht der Grundschule*. Deutscher Universitätsverlag.

Söbbeke, E. & Welsing, F. (2017). Allgemein denken mit konkretem Material? Erforschen und Verallgemeinern mithilfe von Anschauungsmitteln. *Die Grundschulzeitschrift*, (306), 36–41.

Spiegel, H. & Selter, C. (2003). *Kinder & Mathematik*. Kallmeyer.

Staub, F., Waldis, M., Futter, K. & Schatzmann, S. (2014). Unterrichtsbesprechungen als Lerngelegenheiten im Praktikum. In K. Arnold, A. Gröschner & T. Hascher (Hrsg.), *Schulpraktika in der Lehrerbildung. Theoretische Grundlage, Konzeptionen, Prozesse und Effekte* (S. 335–358). Waxmann.

Steinweg, A. (2011). Einschätzung der Qualität von Lehr-Lernsituationen im mathematischen Anfangsunterricht: Ein Vorschlag. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 32(1), 1–26.

Steinweg, A. (2013). Herausforderungen an den Mathematikunterricht der Grundschule. In H. Deckert-Peaceman & A. Seifert (Hrsg.), *Die Grundschule als Ort grundlegender Bildung? Beiträge zu einer Neuverortung der Grundschulpädagogik* (S. 132–144). Klinkhardt.

Steinweg, A., Akinwunmi, K. & Lenz, D. (2018). Making Implicit Algebraic Thinking Explicit: Exploiting National Characteristics of German

Approaches. In C. Kieran (Hrsg.), *Teaching and Learning Algebraic Thinking with 5- to 12-Year Olds: The Global Evolution of an Emerging Field of Research and Practice* (S. 283–307). Springer International Publishing.

Sundermann, B. & Selter, C. (2021). Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht der Grundschule. <https://proprima.dzlm.de/sites/proprima/files/uploads/buch/beurteilen-und-foerdern.pdf>

Treffers, A. (1983). Fortschreitende Schematisierung. *mathematik lehren*, (1), 16–20.

Voigt, J. (1993). Unterschiedliche Deutungen bildlicher Darstellungen zwischen Lehrerin und Schülern. In J.-H. Lorenz (Hrsg.), *Mathematik und Anschauung. Untersuchungen zum Mathematikunterricht* (S. 147–166). Aulis.

vom Hofe, R. (1992). Grundvorstellungen mathematischer Inhalte als didaktisches Modell. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 13(4), 345–364.

Wittmann, E. (1998a). Standard number representations in the teaching of arithmetic. *Journal für Mathematikdidaktik*, 19(2/3), 149–178. <https://doi.org/10.1007/BF03338866>

Wittmann, E. (1998b). Design und Erforschung von Lernumgebungen als Kern der Mathematikdidaktik. *Beiträge zur Lehrerbildung*, 16(3), 329–342. <https://doi.org/10.25656/01:13385>

Wittmann, E. & Müller, G. (2007). Muster und Strukturen als fachliches Grundkonzept. In G. Walther, M. van den Heuvel-Panhuizen, D. Granzer & O. Köller (Hrsg.). *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret* (S. 42–65). Berlin: Cornelsen.

Wittmann, E. & Müller, G. (2017). *Handbuch produktiver Rechenübungen Band 1: Vom Einspluseins zum Einmaleins*. Klett Kallmeyer.



Wittmann, E. & Müller, G. (2018). *Handbuch produktiver Rechenübungen Band 2: Halbschriftliches und schriftliches Rechnen*. Klett Kallmeyer.

Wittmann, E. & Müller, G. (o. J.). Blitzrechenoffensive! Anregungen für eine intensive Förderung mathematischer Basiskompetenzen. <http://www.mathematik.tu-dortmund.de/didaktik/mathe2000/pdf/Blitzrechenoffensive.pdf>

Wollring, B. (2008). Kennzeichnung von Lernumgebungen für den Mathematikunterricht in der Grundschule. In Kasseler Forschergruppe (Hrsg.), *Lernumgebungen auf dem Prüfstand* (S.9–26). kassel university press GmbH.

Wygotski, L. (1987). Unterricht und geistige Entwicklung im Schulalter. In J. Lompscher (Hrsg.), *Ausgewählte Schriften Band 2: Arbeiten zur psychischen Entwicklung und Persönlichkeit* (S. 287–306). Pahl-Rugenstein.

## Internetplattformen

Deutsches Zentrum Lehrkräftebildung Mathematik <https://dzlm.de/>  
z. B. Materialien und Unterrichtsideen *KIRA* (Kinder rechnen anders) <https://kira.dzlm.de/> oder Selbstlernplattform für alle am Mathematikunterricht beteiligten Personen *Primakom* (Primarstufe Mathematik kompakt) <https://primakom.dzlm.de/>

*SINUS* Mathematikmodule und weitere Literatur Grundschule <http://www.sinus-grundschule.de/> und Sekundarstufe <http://sinus-transfer.uni-bayreuth.de/>