Der Einfluss des metakognitiven Wissens auf die Entwicklung der Mathematikleistung am Beginn der Sekundarstufe I

The Influence of Metacognitive Knowledge on the Development of Mathematics Achievement at the Beginning of Secondary School

K. Lingel, N. Neuenhaus, C. Artelt, W. Schneider

Zusammenfassung Metakognitives Wissen, also das Wissen über kognitive Prozesse und ihre Steuerung, ist in der Gedächtnis- und Leseverstehensforschung in einem breiten Altersbereich vom Kindergartenalter bis zum Ende der Sekundarstufe I als wichtiger Prädiktor kognitiver Leistungen etabliert.

Im Inhaltsbereich Mathematik deuten punktuelle Befunde zu korrelativen Zusammenhängen sowie die Wirknachweise metakognitiver Trainingsprogramme auf leistungsrelevante Effekte des metakognitiven Wissens hin. Jedoch fehlt nach wie vor systematische Forschung zum Zusammenhang zwischen metakognitivem Wissen über Planung, Überwachung und Regulation mathematischer Lösungsprozesse und der Entwicklung in curricularen mathematischen Kompetenzen.

Diese Fragestellung wurde anhand von drei Forschungsfragen in der Sekundarstufe I untersucht:

a) Unterscheiden sich die Schüler der drei Schularten zu Beginn der fünften Jahrgangsstufe im metakognitiven Wissen?
b) Kann das metakognitive Wissen die Mathematikleistung zu einem späteren Zeitpunkt vorhersagen?
c) Trägt das metakognitive Wissen einen eigenen Anteil zur Vorhersage der Mathematikleistung bei, der über den Einfluss anderer allgemeiner und mathematikspezifischer Leistungsdeterminanten hinaus geht?

Die Analysen basieren auf der längsschnittlichen Untersuchung einer Stichprobe von 763 nordbayerischen Schülerinnen und Schülern aus Gymnasien, Realschulen und Hauptschulen. Neben der Mathematikleistung am Beginn und am Ende der fünften Jahrgangsstufe und dem metakognitiven Wissen wurden als Prädiktoren mathematischer Leistungen allgemeine (Intelligenz und soziale Herkunft) sowie mathematikspezifische Schülermerkmale (Rechenfertigkeiten, mathematisches Selbstkonzept und mathematisches Interesse) erhoben.

Die Auswertungen erbrachten bedeutsame Schulartunterschiede im metakognitiven Wissen. Das metakognitive Wissen leistet darüber hinaus auch unter Kontrolle der Vorwissensunterschiede und weiterer allgemeiner und spezifischer Leistungsdeterminanten einen bedeutsamen Beitrag in der Vorhersage der Mathematikleistung am Ende der fünften Jahrgangsstufe.

Diese Befunde werden als Nachweis für die substanzielle Bedeutung des metakognitiven Wissens für Ausprägung und Entwicklung mathematischer Kompetenzen am Beginn der Sekundarstufe I interpretiert.

Schlüsselwörter: Metakognition; metakognitives Wissen; Mathematikleistung; Sekundarstufe I; Längsschnittstudie

Mathematics Education Subject Classification D303 · D503 · D603

Abstract Metacognitive knowledge, that is the knowledge about cognitive processes and their regulation is established in memory and reading comprehension research as an important predictor of cognitive achievement. In mathematics some correlational findings and the effects of metacognitive trainings point to the predictive account of metacognitive knowledge in the prediction of achievement. However, there is no systematic research on the relations between metacognitive knowledge on planning, monitoring and regulation processes in the solution of mathematical problems and the development of curricular mathematical achievement.

To explore the relation between metacognitive knowledge and achievement in secondary school three research questions were examined:

Accepted Author's Manuscript. This article was published in:
Journal für Mathematikdidaktik (2014) 35:49–77. DOI: 10.1007/s13138-013-0061-2

a) Are there differences in metacognitive knowledge between the students allocated to the three tracks of German educational system?
b) Does metacognitive knowledge predict mathematics achievement?
c) Does metacognitive knowledge show a unique predictive influence even when other general and specific predictors of mathematics achievement are controlled?

Two measurement points at the beginning and at the end of Grade 5 were analyzed. The sample consisted of N = 763 students from northern Bavaria on three tracks (academic track, intermediate track and vocational track). Mathematics achievement was assessed at both measurement points. Metacognitive knowledge as well as general (intelligence, socio-economic status) and specific (computation skills, mathematical self-concept and mathematical interest) predictors of achievement were assessed at the first measurement point.

Students attending the three tracks differed in metacognitive knowledge. Additionally, metacognitive knowledge predicted mathematics achievement at T2. This predictive influence remained significant even under control for prior knowledge as well as general and the specific determinants of mathematics achievement.

The findings show the substantial importance of metacognitive knowledge on mathematics achievement and on development of mathematics achievement at the beginning of secondary school.

Die Erforschung kognitiver Strategien bei der Lösung von Problemen und ihre Förderung hat in der Mathematikdidaktik eine lange Tradition (z.B. Pólya 1949). Dieses über lange Zeit gesammelte Wissen hat längst die Forschungslabore verlassen und hat didaktisch und pädagogisch aufbereitet Eingang in die Unterrichtspraxis gefunden (z.B. Bruder und Collet 2011; Leuders 2010).

Auch die Bedeutung, die das Bewusstsein über die eigenen kognitiven Prozesse und ihre effektive Steuerung gerade in der kompetenten Anwendung kognitiver Strategien spielt, wurde in der Mathematik schon früh erkannt und mit dem damals in der kognitiven Entwicklungspsychologie entwickelten Konstrukt der Metakognition in Verbindung gebracht (z.B. Lester 1982). Bewusstsein und Wissen über kognitive Prozesse auf der einen Seite und die Anwendung dieses Wissens zur effektiven Beeinflussung kognitiver Prozesse auf der anderen Seite werden in der Metakognitionsforschung als unterschiedliche Komponenten betrachtet (Veenman et al. 2006). Während heute eine Vielzahl von Befunden die Wichtigkeit aktiver Regulation kognitiver Prozesse für den Erfolg in mathematischen Anforderungen belegt (vgl. Schneider und Artelt 2010 für einen Überblick), ist die Befundlage für die metakognitive Wissenskomponente trotz theoretisch-konzeptuell klarer Zusammenhänge noch schwach.

Der metakognitiven Forschung werden seit jeher eine unscharfe Definition des Konzeptes und unklare Operationalisierungen seiner Messung vorgeworfen (Dinsmore et al. 2008). Daher werden im vorliegenden Beitrag ausführlich allgemeine und mathematikspezifische Modellvorstellungen und Operationalisierungsformen des metakognitiven Wissens vorgestellt. Auf dieser Grundlage werden relevante Befunde zum Zusammenhang zwischen metakognitivem Wissen und Leistung zunächst allgemein und dann in mathematischen Anforderungen vorgestellt.

1. Theoretischer Hintergrund

1.1. Das Konzept des metakognitiven Wissens

1.1.1. Modelle der Metakognition

Die zeitgenössische psychologische Konzeption der Metakognition wurde im Kontext der kognitiven Entwicklungspsychologie und im Rahmen des Informationsverarbeitungsmodells ursprünglich unter der Bezeichnung „Metagedächtnis“ entwickelt. Gemeint war damit das Wissen und das Bewusstsein eines Individuums über die Phänomene der Speicherung und des Abrufs von Information (Flavell und Wellman 1977). Bald jedoch wurde die inhaltliche Begrenzung des Begriffs auf Gedächtnisprozesse aufgehoben. Das nun als Metakognition bezeichnete Konstrukt wurde ausgeweitet auf jede Form von kognitiver Aktivität, welche einen Aspekt eines kognitiven Prozesses zum Gegenstand hat oder reguliert. Damit bezeichnet Metakognition allgemein alle Prozesse und Produkte des Denkens, welche das Denken zum Gegenstand haben (Flavell 1979).

Flavell (1979) ordnete die Vielfalt der metakognitiven Prozesse vier Bereichen zu: dem metakognitiven Wissen, metakognitiven Erfahrungen, Zielen und Strategien. Das metakognitive Wissen steht im Zentrum des Modells und umfasst das Wissen über die Eigenschaften der eigenen Person als Informationsverarbeiter, über die Eigenschaften der zu lösenden Aufgaben und über die Eigenschaften der verfügbaren Strategien. Dabei unterscheidet sich das metakognitive Wissen nicht von anderen Wissensinhalten, die im Langzeitgedächtnis gespeichert sind: Es ist prinzipiell bewusst und intentional abrufbar, kann jedoch auch auf automatische Weise aktiviert werden. Daneben postuliert Flavell metakognitive Erfahrungen als bewusste kognitive oder emotionale Bewertungen kognitiver Anforderungen und Handlungen. Im Informationsverarbeitungsprozess stehen diese metakognitiven Komponenten in fortlaufender Interaktion, werden ständig aktualisiert und als metakognitives Wissen gespeichert (Flavell 1981).

Brown (1978) erweiterte die ursprüngliche Konzeption der Metakognition durch die Akzentuierung des handlungsbezogenen Aspekts, der Regulation von Kognition. Diese oft unter Bezeichnungen wie exekutive Funktionen oder metakognitive Fertigkeiten subsumierten Regulationsprozesse beinhalten die exekutive Kontrolle kognitiver Aktivitäten, also die Planung, Überwachung, Regulation und Evaluation der Informationsverarbeitung. Diese Fertigkeiten sind im Unterschied zum Wissen über Kognition nicht notwendigerweise explizierbar und relativ aufgabenspezifisch angelegt (Brown et al. 1983). Das Wissen über Kognition gilt als notwendige, wenn auch nicht hinreichende Voraussetzung für die effektive Regulation von Kognition (Brown 1978) und ist – vermittelt über die Sensitivität gegenüber metakognitiven Erfahrungen – auch gleichzeitig Folge regulierender Aktivität (Flavell 1981).

In der metakognitiven Forschung besteht breiter Konsens darüber, zwischen den Komponenten Wissen über Kognition und Regulation von Kognition zu unterscheiden (für einen Überblick s. Tarricone 2011). Zur Charakterisierung der beiden Komponenten werden häufig auch die Begriffe deklarative und prozedurale Metakognition verwendet (z.B. Brown et al. 1983; Schneider und Pressley 1997).

Besonderes Forschungsinteresse richtete sich auf das (deklarative) metakognitive Wissen über Strategien. Eine Strategie ist definiert als eine „prinzipiell bewusstseinsfähige, häufig aber automatisierte Handlungsfolge, die unter bestimmten situativen Bedingungen abgerufen und situationsadäquat eingesetzt wird, um Lern- oder Leistungsziele zu erreichen“ (Artelt et al. 2010, S. 78). Strategische Prozesse, die direkt mit der Informationsverarbeitung verknüpft sind, werden als kognitive Strategien bezeichnet. Strategien höherer Ordnung, die sich auf die Auswahl kognitiver Strategien und die Steuerung ihrer Ausführung beziehen, werden als metakognitive Strategien bezeichnet (Flavell 1979).

In konkreten kognitiven Anforderungen spielen neben dem metakognitiven Wissen über kognitive und metakognitive Strategien auch die metakognitiven Wissensvariablen Person und Aufgabe eine Rolle (Flavell 1979): Das Individuum wählt eine Strategie auf Grundlage seines Wissens über seine eigenen Charakteristika als Problemlöser, seines Wissens über die Erfordernisse der vorliegenden Aufgabenanforderungen und seines Wissens über die Eigenschaften der verfügbaren Strategien. Den Aspekt anforderungsspezifisch interagierender metakognitiver Wissensfacetten griffen auch Paris et al. (1983) unter der Bezeichnung konditionales metakognitives Wissen auf. Diese Wissensfacette beinhaltet die Informationen über die Bedingungen und Zielsetzungen, unter denen kognitive Aktivitäten bzw. Strategien zum Erfolg führen. Damit motiviert dieses Wissen den Strategieeinsatz und dient der Auswahl und Anwendung von Strategien unter Gesichtspunkten der Effektivität und Effizienz.

Die Entwicklung des metakognitiven Wissens wird als konstruktivistischer Erwerbsprozess konzeptualisiert. Im Modell des guten Informationsverarbeiters (Pressley et al. 1987) wird ein Entwicklungsmodell vorgestellt, welches neben einem allgemeinen Wissen über die grundsätzliche Nützlichkeit von Strategien und einem strategiespezifischen Wissen, das die Charakteristika einzelner Strategien beinhaltet, auch eine relationale Wissensstruktur enthält, in der Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen verfügbaren Strategien gespeichert sind. Über als metakognitive Erwerbsprozeduren bezeichnete Prozesse wird der Einsatz von Strategien in konkreten Anforderungssituationen überwacht und bewertet. Die Resultate dieser Monitoringprozesse aktualisieren das Strategiewissen. Eine experimentell vielfältig geprüfte Implikation der Modellannahmen ist, dass die Transferierbarkeit von Strategien auf dem metakognitiven Wissen basiert, sich der Transfer von Strategien auf neue Anwendungskontexte also durch die Vermittlung dieses Wissens fördern lässt (für eine Übersicht am Beispiel arithmetischer Strategien vgl. Pressley 1986).

Die für den Transfer von Strategien auf neue Anwendungskontexte bedeutsame Interaktion zwischen dem Bewusstsein der Anforderungen einer Aufgabe und der Eigenschaften verfügbarer Strategien beschreibt Kuhn (2000) in einer neueren Konzeption des metakognitiven Wissens („metastrategic knowing“). Durch den wiederholten Einsatz von Strategien in unterschiedlichen Kontexten akkumuliert dieses „metastrategic knowing“ und führt zu einer Auswahlpräferenz für effektive Strategien. Durch die Entwicklung des metakognitiven Wissens verschiebt sich innerhalb des Strategierepertoires, das neben nützlichen und effektiven Strategien auch inadäquate und dysfunktionale Strategien enthält, die Nutzungshäufigkeit bestimmter Strategien in der charakteristischen, von Siegler als „shifting distribution“ beschriebenen Weise (Siegler 2005).

1.1.2. Operationalisierungen von Metakognition

Der konzeptionelle Facettenreichtum des Konstruktes spiegelt sich in der Heterogenität der Operationalisierungsformen von Metakognition wider (Veenman 2005). Neben quantitativen und qualitativen Methoden zur Beobachtung metakognitiver Prozesse während der Bearbeitung von Aufgaben (konkurrente Erfassung) werden häufig ökonomischere, jedoch auch verhaltensfernere prospektive und retrospektive Erfassungsmethoden verwendet, die den Selbstbericht des Probanden als Informationsquelle für metakognitive Prozesse nutzen. Darunter fallen z.B. Interviews, Fragebögen und Lerntagebücher (vgl. Spörer und Brunstein 2006).

Die konkurrente Protokollierung von metakognitiven Aktivitäten während der Bearbeitung einer kognitiven Aufgabe kann als Indikator für die Regulation von Kognition, also die prozedurale Komponente der Metakognition interpretiert werden (Veenman 2005).

Um diese Komponente ökonomischer zu erfassen, werden insbesondere in der Forschung zum selbstregulierten Lernen Selbstberichte zur Nutzungsintensität von kognitiven und metakognitiven Strategien vorgegeben (z.B. Pintrich und De Groot 1990). Da aus der allgemeinen Nutzungshäufigkeit bestimmter Strategien weder auf die Angemessenheit der Strategiewahl noch auf die Anwendungsqualität geschlossen werden kann, lassen sich diese Angaben allerdings weder als Wissen über Kognition noch als Regulation von Kognition interpretieren (Artelt und Neuenhaus 2010).

Deklaratives metakognitives Wissen wird in der Regel durch einen in mündlicher oder schriftlicher Form vorgegebenen Wissenstest operationalisiert. Das erste Beispiel für ein solches Vorgehen ist das Metagedächtnis-Interview von Kreutzer et al. (1975). In diesem Verfahren wurden Vor- und Grundschulkindern konkrete Szenarien von Gedächtnisanforderungen vorgestellt, vor deren Hintergrund sie zu ihrem Wissen über individuelle gedächtnisrelevante Charakteristika, relevante Merkmale von Gedächtnisaufgaben und Eigenschaften von Gedächtnisstrategien befragt wurden.

Schlagmüller et al. (2001) entwickelten auf der konzeptionellen Grundlage dieses Interviews ein Paper-Pencil-Verfahren, mit dem sich im Grundschulalter metakognitives Wissen im Kontext von Gedächtnisanforderungen ökonomisch messen lässt. In diesem Test sind die Szenarien schriftlich vorgegeben, die Schülerantworten erfolgen im geschlossenen Format als Bewertungen der relativen Nützlichkeit unterschiedlicher Strategien bzw. des relativen Einflusses von Personen- und Aufgabenmerkmalen auf die Erinnerungsleistung. Nach diesem Testprinzip wurde in der Folge auch ein Test zur Erfassung des metakognitiven Wissens über Lesestrategien in der Sekundarschule konstruiert und bundesweit normiert (WLST 7–12; Schlagmüller und Schneider 2007). Auch für den Inhaltsbereich Mathematik wurde in Anlehnung an den WLST 7–12 ein Verfahren zur Messung des Strategiewissens in Problemlöseaufgaben von Artelt entworfen und im Rahmen der PISA 2003-Erhebung eingesetzt (Schneider und Artelt 2010).

Durch die Einbeziehung eines konkreten Anwendungsszenarios und die Beurteilung der relativen Nützlichkeit lässt sich das Wissen über Effizienz und Effektivität unterschiedlicher Strategien in konkreten Aufgabenanforderungen erfassen. Der Test operationalisiert also die Interaktion aus Aufgaben- und Strategiewissen (sensu Flavell 1981), spezifisches und relationales Strategiewissen (sensu Pressley et al. 1987), konditionales Wissen (sensu Paris et al. 1983) oder das „metastrategic knowing“ (sensu Kuhn 2000). Dieser in mehreren theoretischen Konzeptionen prominente Aspekt metakognitiven Wissens ist von großer Bedeutung für die Wahl einer angemessenen Strategie in einem konkreten Anwendungskontext. Damit wird eine metakognitive Facette abgebildet, die der kompetenten Anwendung kognitiver und metakognitiver Strategien vorgeschaltet ist: Zum Beispiel ist das Bewusstsein darüber, dass die kognitiven Prozesse bei der Bearbeitung eines Problems zu überwachen sind einerseits, und das Wissen, welche (metakognitiven) Strategien sich in welchem Maße dazu eignen andererseits, notwendige, wenn auch nicht hinreichende Bedingung für die kompetente Überwachung der Aufgabenlösung.

1.2. Entwicklung und Zusammenhang des metakognitiven Wissens mit kognitiven Leistungen

In der empirischen Forschung zum metakognitiven Wissen lassen sich zwei Schwerpunkte erkennen. Ausgangspunkt der metakognitiven Wissensforschung war die Suche nach Faktoren, die in der Lage sind, die interindividuellen Unterschiede in der Gedächtnisleistung zu untersuchen (z.B. Flavell und Wellman 1977; Brown 1978). Ausprägungsunterschiede im metakognitiven Wissen wurden also hinsichtlich ihrer Bedeutung für Unterschiede in der Gedächtnisleistung untersucht. Damit in Zusammenhang stand die Frage, wie sich metakognitives Wissen entwickelt bzw. wie und wann sich Ausprägungsunterschiede im metakognitiven Wissen herausbilden.

Bereits im Vorschulter nimmt das metakognitive Gedächtniswissen stetig zu (Lockl und Schneider 2006). Insbesondere nach dem Eintritt in das aktivkonstruktivistische Entwicklungsmilieu der Schule beschleunigt sich dieser Entwicklungsprozess (Annevirta et al. 2007). Auch nach dem Übertritt in die Sekundarstufe I belegen Studien aus dem Kontext des metakognitiven Lesestrategiewissens deutliche Entwicklungsveränderungen (Artelt et al. 2012; Schlagmüller und Schneider 2007). Zudem wurden sowohl am Beginn (Artelt et al. 2012) als auch am Ende der Sekundarstufe I (Artelt et al. 2009) deutliche Entwicklungsunterschiede zwischen den Schülern in Gymnasium, Realschule und Hauptschule festgestellt. Längsschnittliche Befunde deuten darauf hin, dass sich diese Entwicklungsunterschiede bereits im Grundschulalter ausbilden (Roeschl-Heils et al. 2003) und im Verlauf der Sekundarstufe I stabil bleiben (Artelt et al. 2012; Schlagmüller und Schneider 2007).

Die Hypothese, wonach Unterschiede im metakognitiven Wissen in Zusammenhang mit Unterschieden in der kognitiven Leistung stehen, bestätigten Schneider und Pressley (1997) in einer Metaanalyse zu Arbeiten im Kontext der Metagedächtnisforschung. Über ein breites Alters- und Aufgabenspektrum wurde mit einer Korrelation von $r = 0{,}41$ ein substanzieller Zusammenhang zwischen Metakognition und Gedächtnisleistung ermittelt. Auch die Wirkmechanismen, die diesem Zusammenhang zugrunde liegen, wurden in der Metagedächtnisforschung detailliert untersucht. Mit sehr prozessspezifisch angelegten Untersuchungsansätzen gelang der Nachweis der angenommenen Wirkungskette von metakognitivem Wissen, Einsatz mehr oder weniger effektiver Strategien und daraus resultierender Gedächtnisleistung (für eine Übersicht s. Schneider und Pressley 1997). Zusätzlich zu dem über die Strategienutzung vermittelten indirekten Einfluss wirkt sich das metakognitive Wissen auch direkt auf die Gedächtnisleistung aus (Schneider et al. 1998). In einer der wenigen längsschnittlichen Untersuchungen stellte sich das metakognitive Wissen nicht nur als Prädiktor für den kompetenten Einsatz, sondern auch für die Entwicklung der kategorialen Organisationsstrategie heraus (Grammer et al. 2010).

Mit der Ausweitung der Forschungsperspektive über Gedächtnisprozesse hinaus auf allgemeinere und damit für die Bandbreite schulischer Anforderungen validere Inhaltsgebiete liegen auch zunehmend Befunde vor, die einen Zusammenhang zwischen metakognitivem Wissen und kognitiven Leistungen, wie dem Leseverstehen, belegen. Mit dieser Generalisierung ging die Möglichkeit verloren, die Wirkzusammenhänge zwischen metakognitivem Wissen, Strategieeinsatz und Leistung prozessspezifisch abzubilden. Allerdings wird angenommen, dass die in spezifischen Anforderungen wirksamen Beziehungen zwischen metakognitivem Wissen, der Strategieanwendung und der spezifischen Aufgabe akkumulieren und so die allgemeine Leistung beeinflussen: „Über das gesamte Leistungsspektrum betrachtet sollten Personen mit höherem metakognitivem Wissen weniger kenntnisreichen Personen gegenüber im Vorteil sein.“ (Artelt und Neuenhaus 2010, S. 133).

Zusammenhänge zwischen dem Strategiewissen im Lesen und dem Leseverstehen sind sowohl für die Grundschule (van Kraayenoord und Schneider 1999) als auch für die Sekundarstufe I dokumentiert (Artelt et al. 2002, 2012). Die substanzielle Vorhersageleistung des metakognitiven Wissens blieb auch erhalten, nachdem zusätzlich Interesse, Selbstkonzept und Lesegeschwindigkeit (van Kraayenoord und Schneider 1999) sowie die kognitiven Grundfertigkeiten (Artelt et al. 2002) in der Vorhersage der Leseleistung berücksichtigt wurden.

1.3. Metakognition und Mathematik

1.3.1. Modellvorstellungen

Die Mathematikdidaktik konzipiert mathematische Kompetenz als Kompetenz zur Modellbildung in problemhaltigen außer- und innermathematischen Situationen, d.h. als die Fähigkeit, eine reale Situation als mathematische Repräsentation abzubilden bzw. ein innermathematisches Problem in eine andere mathematische Repräsentation zu überführen und dieses mathematisierte Problem unter Verwendung mathematischer Werkzeuge zu bearbeiten (Blum et al. 2004). In curricularen Anforderungen ist diese Kompetenz in unterschiedlichem Maße repräsentiert. Aufgaben, deren kognitives Anspruchsniveau über die reine Reproduktion bekannter Lösungsalgorithmen hinausgehen, erfordern z.B. die Kompetenz „Probleme mathematisch lösen“, die durch die selbstständige Entwicklung, Ausführung und Reflexion von Lösungswegen charakterisiert ist (Blum et al. 2006).

Eine sehr frühe und für spätere Modellvorstellungen (u.a. Garofalo und Lester 1985; Schoenfeld 1985) sehr einflussreiche Konzeption derjenigen kognitiven Prozesse, die in so definierten Problemen wirksam sind, lässt sich aus Pólyas Empfehlungen für die Lösung mathematischer Probleme ableiten (Pólya 1949). In einer ersten Phase der Orientierung ist die in der Aufgabenstellung gegebene Information zu verarbeiten und zu verstehen. In der zweiten Phase (Planung) geht es um die Strukturierung der Aufgabenlösung und die Anordnung der zur Lösung notwendigen Schritte. Die dritte Phase beinhaltet dann die Ausführung des Lösungsplanes und die vierte Phase die Evaluation der erarbeiteten Lösung und ihre Reflexion. Die „Denkoperationen, die bei diesem [Lösungs-]Prozess in typischer Weise von Nutzen sind“ (S.155) entsprechen in der Tradition der kognitiven Psychologie Strategien. Nach Pólya zeichnen sich besonders kompetente Problemlöser durch ein reichhaltiges Strategierepertoire aus.

Schoenfeld (1985) kommt über die Beobachtung von Experten zum Schluss, dass neben der Verfügbarkeit eines reichhaltigen kognitiven Strategierepertoires die stete Überwachung und flexible Steuerung der Lösungsoperationen, d.h. die Anwendung metakognitiver Strategien, von entscheidender Bedeutung für den Erfolg ist. Die Überwachung bildet die Informationsbasis für Entscheidungen bzgl. notwendiger Modifikationen des Lösungsprozesses, d.h. die Regulation von mathematischer Kognition.

Das komplexe, zyklische Zusammenwirken aus kognitiven und metakognitiven Aktivitäten wurde von Garofalo und Lester (1985) konkretisiert. Das Modell beinhaltet die vier an Pólya (1949) angelehnten Phasen und beschreibt die metakognitive Dimension des mathematischen Informationsverarbeitungsprozesses differenziert. In der ersten Phase („Orientierung“) sind neben Prozessen des Verständnisses des Aufgabentextes v.a. Einschätzungen der Aufgabe hinsichtlich ihrer Bekanntheit, Schwierigkeit und der subjektiven Erfolgsaussichten zu initiieren. In Phase 2 („Organisation“) sind Aktivitäten der Organisation der lösungsrelevanten Verhaltensweisen auszuführen. Dies beinhaltet den Entwurf eines Lösungsplanes, in dem Ziele und Zwischenziele der Lösung identifiziert werden. Die Prozesse in Phase 3 („Ausführung“) bestehen zum einen aus der Ausführung des Lösungsplanes und seiner Überwachung,zum anderen werden in dieser Phase die Rückmeldungen aus der Überwachung des Lösungsplanes zu seiner Regulation genutzt. In Phase 4 („Verifikation“) ist schließlich die Aufgabenbearbeitung vor dem Hintergrund der erzielten Lösung zu bewerten. Dazu sind die Ergebnisse sowohl der Orientierungs- und Planungsphase (also die Frage, ob die Aufgabe adäquat repräsentiert und ihre Lösung korrekt und effizient geplant wurde) als auch der Ausführungsphase (hier insbesondere die Frage, ob die ausgeführten Lösungsschritte auf lokaler und globaler Ebene mit der getroffenen Planung und den in der Problemstellung genannten Konditionen übereinstimmen) zu überprüfen.

Garofalo und Lester (1985) weisen darauf hin, dass dieses kognitiv-metakognitive Rahmenmodell nicht auf mathematische Probleme beschränkt ist, sondern sich in unterschiedlichen Schwerpunkten auch in anderen mathematischen Anforderungen, wie etwa der Ausführung eines Standardalgorithmus anwenden lässt. Die Modelle von Schoenfeld (1985) und Garofalo und Lester (1985) konnten in einigen qualitativen Studien validiert werden (z.B. Artzt und Armour-Thomas 1992; Geiger und Galbraith 1998).

1.3.2. Metakognitives Wissen und Mathematikleistung

Trotz der theoretisch klaren Ausformulierung von Modellvorstellungen metakognitiver Prozesse in der mathematischen Informationsverarbeitung liegen zur Entwicklung des mathematischen metakognitiven Wissens und seiner Bedeutung für den Erwerb mathematischer Kompetenzen lediglich punktuell empirische Befunde vor. Die wenigen Befunde zum Zusammenhang zwischen dem metakognitiven Wissen und der Leistung in der Domäne Mathematik lassen sich in korrelative Studien und experimentelle Trainingsstudien unterteilen.

Korrelative Zusammenhänge zwischen Metakognition und der Mathematikleistung wurden bereits in der Vorschule nachgewiesen. So kommt die Arbeitsgruppe um Whitebread (z.B. Whitebread und Coltman 2010) anhand von beobachtenden Studien zum Schluss, dass Kinder bereits im Alter von 3–5 Jahren kognitive Prozesse in der Auseinandersetzung mit elementararithmetischen Anforderungen bewusst wahrnehmen. Die Sensitivität gegenüber (meta-)kognitiven Erfahrungen legt damit bereits im Vorschulalter die Grundlagen für eine Entwicklung metakognitiven Wissens.

Auch Mevarech (1995) wies nach, dass Kinder bereits im Vorschulalter (5;5 Jahre) über substanzielles metakognitives Wissen im Bereich mathematischen Problemlösens verfügen. In einem Interview zeigte die Mehrheit der Vorschüler Wissen über schwierigkeitsgenerierende Merkmale in altersgemäßen mathematischen Problemen (z.B. dass Aufgaben, die eine Subtraktion erfordern, schwieriger sind als Aufgaben, die durch eine Addition zu lösen sind) und über die persönlichen Fähigkeiten (z.B. dass nicht alle Aufgaben korrekt zu lösen sind). Auch über Lösungsstrategien konnten solide Kenntnisse nachgewiesen werden (z.B. Kenntnisse über die Bedingungen eines erfolgreichen Einsatzes von Visualisierungen zur mentalen Repräsentation der Aufgabe). Es zeigte sich auch ein enger Zusammenhang zwischen dem metakognitivem Wissen der Vorschüler und ihren Leistungen in einem Problemlösetest, der auch erhalten blieb, als interindividuelle Unterschiede zwischen den Schülern in allgemeinen kognitiven Fähigkeiten kontrolliert wurden.

Eine in einem ähnlichen Altersbereich ansetzende, längsschnittlich angelegte Untersuchung vom Vorschulalter bis in die zweite Jahrgangsstufe belegte, dass das in der Vorschule erfasste metakognitive Wissen auch über den Einfluss allgemeiner und mathematikspezifischer Prädiktoren hinaus die Ausgangsleistung in einem für das Einschulungsalter validen Mathematiktest (grundlegende Mengen-Zahlen-Kompetenzen und einfache Problemlöseaufgaben) vorhersagt (Aunola et al. 2004). Auch im Grundschulalter bestehen substanzielle korrelative Zusammenhänge zwischen dem Wissen über die Planung und Regulation kognitiver Aktivitäten in Bezug auf ein breites Spektrum curricularer mathematischer Aufgabenstellungen einerseits und der Leistung in diesen Aufgabenstellungen andererseits (Lucangeli und Cornoldi 1997). Für das Ende der Sekundarstufe sind ebenfalls bedeutsame Zusammenhänge zwischen dem mathematischen Strategiewissen und der mathematischen Kompetenz nachgewiesen: Das Strategiewissen in Mathematik stand in der deutschen PISA 2003-Stichprobe in einem substanziellen Zusammenhang ($r = 0{,}39$) mit der mathematical literacy (Schneider und Artelt 2010).

Von Beginn an zielte die Metakognitionsforschung nicht nur auf die Beschreibung kognitiver und metakognitiver Prozesse, sondern auch auf ihre Förderung zunächst im Rahmen spezifischer Trainingsprogramme (z.B. Brown 1978), später auch durch konkrete Vorschläge für eine Integration von Forschungsbefunden in den Unterricht (für Mathematik z.B. Pressley 1986).

Die Wirksamkeit von Trainingsprogrammen, die metakognitive Elemente enthalten, wurde in einer aktuellen Metaanalyse bestätigt (Dignath und Büttner 2009). In der Grundschule wirkt sich die Vermittlung metakognitiver Strategien vorrangig auf die Strategieanwendung aus, die Effekte auf der Ebene der Leistung fallen demgegenüber geringer aus. In der Sekundarstufe haben Trainingsprogramme, die metakognitive Inhalte zur Auswahl, Überwachung und Regulation von kognitiven Strategien vermitteln, bedeutsam größere Effekte auf die Leistung als Trainingsprogramme, die ausschließlich die Vermittlung kognitiver Strategien zum Inhalt haben. Im Zuge der schulischen Entwicklung scheint sich also eine Verschiebung des Fördereffektes vom Aufbau eines reichhaltigen Strategierepertoires zur Bewältigung mathematischer Anforderungen hin zur effektiven Auswahl, Überwachung und Regulation dieser Strategien zu vollziehen.

Eine Reihe von mathematischen Trainingsprogrammen vereint explizit die drei Zielsetzungen: Vermittlung von kognitiven Strategien, Vermittlung von metakognitiven Strategien zur Auswahl, Überwachung und Regulation der kognitiven Strategien sowie Vermittlung von Wissen über das Wann, Wo, Warum und Wie des Strategieeinsatzes (z.B. IMPROVE; Mevarech und Kramarski 1997; Gürtler et al. 2002), aber auch in arithmetischen Anforderungen (MASTER; Kroesbergen und van Luit 2002). Die Effektivität dieser kognitiv-metakognitiven Trainingsprogramme konnte in experimentellen Studien sowohl in einem breiten Altersbereich von der dritten bis in die achte Jahrgangsstufe nachgewiesen werden (z.B. Mevarech et al. 2010) als auch in einem breiten Fähigkeitsbereich von Schülern mit Rechenstörung bis zu überdurchschnittlichen Schülern (Montague et al. 2011).

Metakognitives Wissen ist also ein potenziell erklärungsstarker Prädiktor mathematischer Kompetenzen. Dies zeigen sowohl die punktuell vorliegenden korrelativen Zusammenhänge zwischen metakognitivem Wissen und Mathematikleistung, als auch die Wirksamkeit zahlreicher metakognitiv orientierter Trainingsprogramme. Die Befunde legen nahe, dass der in anderen Domänen nachgewiesene Wirkmechanismus, wonach metakognitives Wissen den kompetenten Einsatz von Strategien ermöglicht und dadurch den Erfolg in kognitiven Anforderungen beeinflusst, auch für Prozesse der mathematischen Informationsverarbeitung gilt. In den Studien, die für einen solchen Wirkzusammenhang sprechen, wurden allerdings andere wichtige Prädiktoren mit Einfluss auf die Mathematikleistung in der Regel nicht berücksichtigt. In querschnittlichen Studien im Kontext des Leseverstehens wurde bereits nachgewiesen, dass das metakognitive Wissen auch über den Einfluss allgemeiner und spezifischer kognitiver, motivationaler und familiärer Prädiktoren die Leseleistung vorhersagen kann (Artelt et al. 2002, 2010). Im Kontext Mathematik stehen solche Nachweise unter Berücksichtigung von anderen leistungsrelevanten Merkmalen noch aus.

1.4. Prädiktoren der Mathematikleistung

Die Faktoren, denen ein Einfluss auf den Erwerb schulischer Kompetenzen zugeschrieben wird, sind vielfältig. Bedingungsmodelle der Schulleistung unterscheiden individuelle Determinanten, wie kognitive und motivationale Schülermerkmale von Charakteristika der schulischen und familiären Lernumwelt (Helmke und Weinert 1997). Aus der Vielzahl der Einflussfaktoren auf individuelle Unterschiede in der Mathematikleistung in der Sekundarstufe I sind zum einen Effekte sowohl relativ leistungsnaher Merkmale, wie der basalen Rechenfertigkeiten und mathematikbezogener motivationaler Merkmale (Interesse und Selbstkonzept), belegt. Zum anderen sind auch Einflüsse relativ allgemeiner individueller und umweltbezogener Determinanten, wie Intelligenz und sozioökonomische Stellung, nachgewiesen.

1.4.1. Rechenfertigkeiten

Die Fähigkeit, basale arithmetische Operationen korrekt und flüssig auszuführen, steht in augenscheinlichem Zusammenhang mit komplexeren mathematischen Anforderungen wie der Lösung von Problemlöseaufgaben. In längsschnittlichen Studien konnte belegt werden, dass elementare arithmetische Kompetenzen einen bedeutsamen Beitrag zur Erklärung der Leistung in komplexeren bzw. allgemeineren mathematischen Anforderungen sowohl in der Vorschule (Aunola et al. 2004) als auch in der Grundschule (Fuchs et al. 2006; Krajewski und Schneider 2009) leisten.

1.4.2. Interesse

Interesse wird als besondere Beziehung zwischen einer Person und einem Gegenstand konzeptualisiert. Das zeitlich stabile, habituelle Interesse drückt sich in einer hohen subjektiven Wertschätzung des Gegenstandes und einer positiven emotionalen Gefühlslage in der Auseinandersetzung mit einem Gegenstand aus. Daher wird angenommen, dass die individuelle Interessenausprägung Auswahl und Persistenz kognitiver Verarbeitungsprozesse beeinflusst (Krapp 2010). In einer Metaanalyse ergab sich dementsprechend eine durchschnittliche Korrelation zwischen Interesse und Leistung (standardisierte Tests und Noten) in Höhe von r = 0,30. Im Fach Mathematik liegt die Korrelation leicht unter diesem Wert (Schiefele et al. 1993).

1.4.3. Selbstkonzept

Das Selbstkonzept beinhaltet die Beschreibung und Einschätzung einer Person über die eigenen Fähigkeiten (Moschner und Dickhäuser 2010). In einer Metaanalyse wurde eine mittlere Korrelation zwischen der Leistung und dem Selbstkonzept der akademischen Fähigkeiten von r = 0,42 ermittelt (Hansford und Hattie 1982). In neueren Arbeiten wird der Zusammenhang als bidirektional angesehen: Die Leistungsausprägung beeinflusst die Entwicklung des Selbstkonzepts, und das Selbstkonzept beeinflusst die Leistungsentwicklung (Marsh et al. 2005). Im pädagogischen Kontext besonders relevant ist die Frage letzterer Wirkrichtung. In längsschnittlichen Studien, in denen durch die statistische Kontrolle der Ausgangsleistung ein bidirektionaler Effekt kontrolliert wurde, sagt das akademische Selbstkonzept die Leistungsentwicklung bedeutsam vorher (Valentine et al. 2004).

1.4.4. Intelligenz

Die Intelligenz gilt als erklärungsstärkster Einzelprädiktor der Schulleistung (Helmke und Weinert 1997). Vollerhebungen (Deary et al. 2007) bzw. repräsentative Large-Scale-Assessments wie PISA (Brunner 2008) zeigen Korrelationen zwischen der Intelligenz und mathematischen Kompetenzen auf, die im Bereich von bis zu r = 0,80 liegen. Die Intelligenz sagt auch dann die Mathematikleistung vorher, wenn Selbstkonzept und Interesse als weitere Prädiktoren der Mathematikleistung berücksichtigt werden (Spinath et al. 2006). Während insgesamt der Einfluss der Intelligenz auf die Mathematikleistung zugunsten des akkumulierenden Vorwissens zurückgeht (z.B. Stern 2009), zeigen längsschnittliche Studien in der Sekundarstufe nach wie vor einen bedeutsamen Einfluss der Intelligenz sowohl auf die aktuellen Leistungsausprägungen als auch auf die Entwicklung mathematischer Leistungen (Primi et al. 2010).

1.4.5. Sozioökonomischer Status

Aufgrund repräsentativer Stichprobenziehung sind die internationalen Schulvergleichsstudien in besonderer Weise für die Analyse der Effekte der sozioökonomischen Stellung auf die Schulleistung geeignet. In Deutschland fand die TIMS-Studie 2007 am Ende der Primarstufe (Bonsen et al. 2008) als auch PISA 2003 am Ende der Sekundarstufe I (Ehmke et al. 2006) einen Zusammenhang zwischen den sozialen Hintergrundmerkmalen eines Schülers und seiner Leistung in Mathematik. Die Unterschiede in der sozioökonomischen Stellung wirken sich insbesondere über damit in Zusammenhang stehende Unterschiede in der kulturellen Praxis der Familie (also die Investition in kulturelle Güter und Partizipation an kulturellen Aktivitäten) auf die Mathematikleistung aus (Watermann und Baumert 2006).

2. Fragestellungen

Im Zentrum des Beitrages steht die Frage, in welchem Maße Schüler über metakognitives Wissen im Inhaltsbereich Mathematik verfügen und welche Bedeutung dieses Wissen für die Entwicklung der Mathematikleistungen am Beginn der Sekundarstufe I hat.

Erstens soll untersucht werden, ob bereits am Beginn der fünften Jahrgangsstufe Entwicklungsunterschiede im metakognitiven Wissen in Mathematik vorliegen (Fragestellung I). In Analogie zu den Befunden aus anderen Leistungsbereichen wird angenommen, dass sich auch im Inhaltsbereich Mathematik bereits am Beginn der fünften Jahrgangsstufe bedeutsame, leistungskorrelierte Unterschiede zwischen den Schülern der drei Schularten Gymnasium, Realschule und Hauptschule finden lassen.

Zweitens soll geklärt werden, ob das metakognitive Wissen einen Beitrag zur Vorhersage der Entwicklung in der Mathematikleistung leistet (Fragestellung II). Befunde aus korrelativen und Interventionsstudien sowie Vorbefunde aus anderen Domänen lassen eine bedeutsam prädiktive Rolle des metakognitiven Wissens erwarten.

Drittens soll der Beitrag des metakognitiven Wissens zur Vorhersage der mathematischen Leistungen in Relation zu bereits bekannten kognitiven, motivationalen und sozialen Einflussfaktoren gesetzt werden (Fragestellung III). Dabei wird angenommen, dass das metakognitive Wissen auch über den Einfluss mathematikspezifischer und allgemeiner Entwicklungsfaktoren hinaus einen eigenständigen Beitrag zur Vorhersage der Mathematikleistung erbringt.

3. Methode

3.1 *Stichprobe*

Die hier berichteten Daten wurden im Rahmen einer breiter angelegten Längsschnittstudie zur Untersuchung der Entwicklung von Wissenskomponenten (EWIKO) erhoben. Zum ersten Messzeitpunkt (T1) wurden 763 Schüler zu Beginn der fünften Jahrgangsstufe in der Region Nordbayern rekrutiert. Von 724 Schülern liegen auch zum zweiten Messzeitpunkt (T2) Daten vor. Drei Schüler zogen ihr Einverständnis an einer weiteren Teilnahme zurück, drei Schüler sind verzogen, zehn Schüler wechselten die Schulart und 23 Schüler waren am Tag der Untersuchung krank. Das Alter der Kinder zu Beginn der Studie betrug im Durchschnitt 10;9 Jahre (SD = 6,5 Monate). In der gezogenen Stichprobe waren Jungen mit einem Anteil von 58,2 % überrepräsentiert. Die Zugehörigkeit zu den drei Schularten war ausbalanciert (Gymnasium 32,2 %, Realschule 35,3 %, Hauptschule 32,5 %). Die einbezogenen Schulen lagen in Würzburg und Bamberg sowie im Umland beider Städte. Der Mittelwert des sozioökonomischen Status der Stichprobe (HISEI) betrug 47,7 (SD = 15,4). Damit erreichte die untersuchte Stichprobe annähernd Mittelwert und Streuung der für die deutsche Schülerschaft repräsentativen PISA 2009-Studie (M = 48,9; SD = 15,6) (Ehmke und Jude 2010). Sie kann also hinsichtlich ihres sozialen Status als näherungsweise repräsentativ für Schüler der Sekundarstufe I in Deutschland gelten.

3.2 *Anlage der Untersuchung*

Der erste Messzeitpunkt T1 wurde in den ersten Wochen der fünften Jahrgangsstufe (Oktober/November 2008) erhoben. Der zweite Messzeitpunkt T2 fand in den letzten Wochen des Schuljahres (Juni/Juli 2009) statt. Das Zeitintervall zwischen den Messungen betrug acht Monate.

Die Datenerhebungen fanden als Gruppentestungen im Klassenverband während der regulären Unterrichtszeit statt und wurden von jeweils zwei intensiv geschulten wissenschaftlichen Hilfskräften angeleitet und überwacht. Die Nutzung eines Taschenrechners oder anderer Hilfsmittel war nicht gestattet.

3.3 *Umgang mit fehlenden Werten*

Der Drop-out zwischen den beiden Messzeitpunkten betrug 5,1 %. Eine Analyse des Drop-outs hinsichtlich Selektionseffekten ergab signifikante Effekte für die Mathematikleistung (t (760) = −2,75; p < 0, 01), die Intelligenz (t (761) = −2,48; p < 0, 05), die mathematischen Grundfertigkeiten (t (759) = −2,91; p < 0, 01), den sozioökonomischen Status (t (547) = −2,13; p < 0, 05) und die Schulart (χ 2(2, N = 763) = 10,91; p < 0, 01). Die Befunde sprechen also für eine positive Selektion: Schüler, die zu beiden Messzeitpunkten an der Untersuchung teilnahmen, wiesen höhere Ausprägungen in den erhobenen Variablen auf als Schüler, die nach T1 aus der Stichprobe ausschieden.

Die Annahme eines Musters fehlender Werte, das einem Missing Completely At Random (MCAR; Rubin 1987) entspricht, kann damit nicht aufrechterhalten werden. Ein listenweiser Ausschluss von Versuchspersonen mit fehlenden Werten würde in diesem Fall neben dem Verlust von Effizienz auch zu verzerrten Parameterschätzungen führen (vgl. Lüdtke et al. 2007).

Um Verzerrungen zu vermeiden, wurden fehlende Datenpunkte auf Skalenebene durch multiple Imputation mithilfe der Software NORM 2.03 (Schafer 1999) ergänzt. Die Ergebnisse der getrennt für die 25 imputierten Datensätze durchgeführten Analysen werden im Anschluss anhand von Rubins Aggregationsformeln zu gemeinsamen Kennwerten zusammengefasst (Rubin 1987).

3.4. Instrumente

3.4.1 Mathematikleistung

Die Mathematikleistung wurde zu den zwei Messzeitpunkten mit curricular validen Tests erfasst, die auf einer Vorversion des Deutschen Mathematiktests für fünfte Klassen basieren (DEMAT 5+; Götz et al. 2013). Um Entwicklungsveränderung und curricularen Fortschritt adäquat abzubilden, wurden zu den Messzeitpunkten zwei unterschiedliche Tests vorgegeben. Die Tests wurden auf Grundlage der probabilistischen

Testtheorie nach dem Raschmodell ausgewertet (vgl. Embretson und Reise 2000), die Parameterschätzungen wurden mit der Software ConQuest 2.0 (Wu et al. 2007) durchgeführt. Beide Tests enthielten jeweils 31 Items. Insgesamt 19 Items wurden in beiden Tests vorgegeben (Ankeritems). Mithilfe dieser Ankeritems wurden die beiden Testskalen durch ein Mean/Mean-Equating auf eine gemeinsame Metrik transformiert (Kolen und Brennan 2004). Die Testscores der beiden Messzeitpunkte lassen sich nach dem Equating analog zu den Resultaten einer Wiederholungsmessung interpretieren (Embretson und Reise 2000).

Gemäß den Bildungsstandards für die Sekundarstufe I der Kultusministerkonferenz (Blum et al. 2006) lassen sich die Testinhalte wie folgt charakterisieren: Die Tests enthalten Aufgaben zu den Leitideen Zahl, Messen, funktionaler Zusammenhang sowie Daten und Zufall. Zur Lösung sind die Kompetenzen zum mathematischen Problemlösen, Modellieren, Darstellungen verwenden und symbolischen, formalen, technischen Umgang mit Mathematik notwendig. Aufgrund der Notwendigkeit, die vollständige Leistungsbandbreite in Gymnasien, Realschulen und Hauptschulen angemessen abzubilden, wurde auf komplexe Aufgaben, die eine Verallgemeinerung und Reflexion von Lösungsansätzen erfordern, verzichtet; lediglich Aufgaben mittlerer kognitiver Komplexität, die die Reproduktion und den nahen Transfer bekannter Lösungsansätze erfordern, sind enthalten (vgl. Götz et al. 2013).

Die inhaltlichen Erweiterungen von T1 zu T2 betrafen die Erweiterung des Zahlenraums (konkrete Dezimalbrüche), die Verbindung der Grundrechenarten in Termen sowie die Bildung und Lösung einfacher Terme und Gleichungen auf Grundlage vorgegebener Sachsituationen.

Mittels linearer Transformation wurden die ursprünglichen Personenfähigkeitskennwerte der Raschskalierung in eine Skala überführt, die zu T1 einen Mittelwert von 100 und eine Standardabweichung von 10 aufweist. Die Reliabilität der Verfahren (wle-Reliabilität) lag bei 0,73 (T1) bzw. 0,76 (T2). Als Indikator für die Validität des Instruments wurden die Korrelationen der Tests mit den Noten des Jahreszeugnisses der Jahrgangsstufe 4 berechnet. Diese betrugen r = 0,55 zu T1 und r = 0,62 zu T2.

3.4.2 Metakognitives Wissen Mathematik

Zur Erfassung des metakognitiven Wissens wurde eine Vorversion der MAESTRA 5–6+ eingesetzt (Mathematisches Strategiewissen für 5. und 6. Klassen; Lingel et al. 2014).

Das Verfahren basiert auf dem Konstruktionsprinzip des Würzburger Lesestrategietests (WLST; Schlagmüller und Schneider 2007; Artelt et al. 2010) und wurde aus einem für das Ende der Sekundarstufe I von Artelt konzipierten Verfahren entwickelt (Schneider und Artelt 2010). Die Befragten sollten in fünf Lernszenarien die Qualität und Effektivität von 27 vorgegebenen Strategievorschlägen auf einer sechsstufigen Skala einschätzen (s. Abb. 1). In der Auswertung wurden die Bewertungen für die Strategiealternativen paarweise zueinander in Beziehung gesetzt.

Die paarweisen Relationen der Strategien wurden vorab durch eine Expertenbefragung validiert (N = 43 Professoren und wissenschaftliche Mitarbeiter an mathematikdidaktischen Instituten der Bundesrepublik Deutschland). Ein Vergleich zwischen zwei Strategien wurde dann als valide angesehen, wenn mindestens 80 % der Experten zu einem eindeutigen Über- bzw. Unterlegenheitsurteil gekommen sind. Das Expertenrating erbrachte 29 valide Strategievergleiche. Die aus den Schülerantworten gebildeten Strategievergleiche wurden bei Übereinstimmung mit dem vorab erhobenen Expertenurteil als richtig (1), bei Nichtübereinstimmung als falsch (0) kodiert.

Die in den Szenarien vorgegebenen Anforderungen sind den vier Problemlösephasen von Garofalo und Lester (1985) zugeordnet (Orientierung, Organisation, Ausführung und Verifikation). Zusätzlich beinhaltet ein Szenario das Wissen um kognitive und metakognitive Lernstrategien im mathematischen Kontext. Funktionale Strategien wurden aus der Literatur abgeleitet (z.B. Pólya 1949; Garofalo und Lester 1985;

Schoenfeld 1985), die dysfunktionalen Strategien bestehen aus Verhaltensweisen, die in der Literatur als charakteristisch für rechenschwache Schüler identifiziert wurden (z.B. Bryant et al. 2000).

Das Beispielszenario „Schwierigkeiten“ (s. Abb. 1) beschreibt ein Problem in der Phase „Ausführung“. Die beschriebenen metakognitiven Strategievorschläge beinhalten zum einen den Rekurs auf eine erneute Organisationsphase (Strategievorschlag A), Unterstützung in der Orientierungsphase durch externe Informationen (Strategievorschlag B), die Verifikation der Ausführung (Strategievorschlag C), sowie die Verwendung einer Strategie des Rückwärtsarbeitens zur Reorganisation des Lösungsplanes (Strategievorschlag E). Die beiden dysfunktionalen Strategievorschläge D und F beschreiben unterschiedliche Formen des Ignorierens des problematischen Rechenschrittes.

Schwierigkeiten

Die Lösung einer komplizierten Berechnung aus der Hausaufgabe erfordert mehrere Schritte. Bei einem dieser Schritte kommst du nicht weiter. Was hilft in einer solchen Situation? - *Gib jedem Vorschlag eine Note* -

		Noten					
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
A	Ich fange noch einmal von vorne an und denke darüber nach, ob es andere Möglichkeiten gibt, die Aufgabe zu lösen.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
B	Ich frage meine Eltern, Geschwister oder Schulkameraden, ob sie mir weiterhelfen können.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
C	Ich überprüfe, ob ich bei den ersten Rechenschritten einen Fehler gemacht habe.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
D	Ich rechne aus, was leicht auszurechnen ist und beginne mit der nächsten Aufgabe.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
E	Ich frage mich, welches Zwischenergebnis ich brauche, um das Gesuchte berechnen zu können.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
F	Ich überspringe den Schritt, bei dem ich nicht weiterkomme, damit ich nicht zu viel Zeit verliere.	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Abb. 1 Aufgabenbeispiel aus MAESTRA 5 − 6+ (Lingel et al. 2014)

Mehr als 80 % der befragten Experten bewerteten Strategie A besser als Strategie D. Bewertet ein Schüler Strategie A ebenfalls besser als Strategie D, kann dies als Indikator für sein metakognitives Wissen angesehen werden, der Strategievergleich wird als korrekt kodiert. Gleiches gilt innerhalb dieses Szenarios für die Strategievergleiche AD, BD, CD, ED sowie AF, BF, CF und EF. Damit resultieren also aus den sechs vorgeschlagenen Strategien acht valide Strategievergleiche.

Die aus den Strategievergleichen aufgebaute Skala erfüllte näherungsweise die Annahmen des Raschmodells (Embretson und Reise 2000). Die aus der ebenfalls mit ConQuest 2.0 (Wu et al. 2007) ausgeführten Skalierung resultierenden Personenfähigkeitskennwerte wurden mittels linearer Transformation auf einen Mittelwert von 100 und eine Standardabweichung von 10 gesetzt. Die Reliabilität der Skala (wle-Reliabilität) lag bei 0,77.

3.4.3 Rechenfertigkeiten

Zur Erfassung der Rechenfertigkeiten wurden vier Skalen zu den vier Grundrechenarten aus dem Heidelberger Rechentest (Haffner et al. 2005) modifiziert. Die Versuchspersonen hatten in jeweils 60 Sekunden Bearbeitungszeit je 26 einfache Additions-, Subtraktions-, Multiplikations- und Divisionsaufgaben zu bearbeiten (z. B. 16 + 27 =). Die Aufgaben waren in ihrer Schwierigkeit aufsteigend angeordnet.

Für jede korrekt gelöste Aufgabe wurde ein Punkt vergeben; die Punkte wurden auf

Ebene der vier Skalen aggregiert. Der Test ist als Speed-Test konzipiert und wurde entsprechend instruiert.

Um zu überprüfen, ob die Skalen zu einem Gesamtsummenscore zusammengefasst werden können, wurde eine Hauptkomponentenanalyse über die vier Summenscores gerechnet. Das Kaiser-Meyer-Olkin-Maß von 0,77 indizierte eine „ziemlich gute“ Eignung der Korrelationsmatrix (Backhaus et al. 2003). Die Varianzaufklärung der Einfaktorlösung lag bei 68,4 %. Die Ladungen der vier Skalen auf dem gemeinsamen Faktor lagen für die unrotierte Lösung zwischen 0,78 und 0,86. Eine Aggregation der Summenwerte der vier Grundrechenarten zu einer gemeinsamen Skala war damit gerechtfertigt.

3.4.4 Interesse Mathematik

Zur Erfassung des Fachinteresses in Mathematik wurden vier Items auf einer vierstufigen Skala (z.B. „Ich freue mich sehr auf eine Stunde in Mathematik“: stimmt völlig, stimmt eher, stimmt eher nicht, stimmt gar nicht) vorgegeben. Die Items wurden aus der BIJU-Studie übernommen und leicht umformuliert (vgl. Köller 1998). Die interne Konsistenz der Skala (Cronbachs α) betrug α = 0,84.

3.4.5 Selbstkonzept Mathematik

Zur Erfassung des Selbstkonzeptes Mathematik wurden fünf Items auf einer vierstufigen Skala (z.B. „Mathematik liegt mir nicht besonders“: stimmt völlig, stimmt eher, stimmt eher nicht, stimmt gar nicht) in einem schriftlichen Fragebogen vorgegeben. Die Items wurden aus der BIJU-Studie übernommen (vgl. Köller 1998) und teilweise umgepolt (ursprünglich entsprachen kleinere Werte hohen Ausprägungen im

Selbstkonzept), sodass hohe Summenwerte hohen Ausprägungen im Selbstkonzept entsprechen. Die interne Konsistenz der Skala (Cronbachs α) betrug $\alpha = 0{,}85$.

3.4.6 Verbale Intelligenz

Zur Erfassung der verbalen Intelligenz wurde die Subskala V3 (Wortanalogien) des standardisierten Kognitiven Fähigkeitstests KFT 4–12 + R (Heller und Perleth 2000) in zwei echten Parallelversionen eingesetzt. Der Test misst die Fähigkeit zum induktiven Schlussfolgern auf Grundlage verbaler Inhalte. Dazu wird den Schülern ein Wortpaar vorgegeben, dessen Teile in einem bestimmten Verhältnis zueinanderstehen. Für ein weiteres vorgegebenes Wort ist aus fünf Alternativen ein Wort so zu wählen, dass das neue Wortpaar in der gleichen Relation steht wie das vorgegebene.

Die interne Konsistenz (Cronbachs α) lag bei $\alpha = 0{,}79$ (Version A) bzw. $\alpha = 0{,}80$ (Version B). Für die weiteren Analysen wurden die beiden Versionen zu einer Skala zusammengefasst.

3.4.7 Sozioökonomischer Status

Die Beurteilung des sozioökonomischen Status basiert auf den Angaben der Eltern zu ihrer beruflichen Tätigkeit. Die Berufsangaben wurden nach der International Standard Classification of Occupations (ISCO-88; International Labor Office 1990) klassifiziert. Daraus wurde der International Socio-Economic Index of Occupational Status (ISEI; Ganzeboom et al. 1992) ermittelt. Dieser gruppiert die Berufsangabe hinsichtlich Ausbildungsdauer, Einkommen und sozialem Berufsprestige und weist jeder ISCO-88-Klasse einen Wert zwischen 12 und 90 zu.

Die Angaben von Müttern und Vätern wurden zum HISEI (Highest International Socio-Economic Index of Occupational Status) zusammengefasst. Dabei handelte es sich entweder um den jeweils höheren der beiden kodierten ISEI-Wertes eines Elternteils oder – im Falle eines Missings für ein Elternteil – den einzigen vorliegenden Wert.

4. Ergebnisse

Die Auswertung der Ergebnisse erfolgt in der Reihenfolge der Fragestellungen. Zunächst ist zu klären, ob sich im metakognitiven Wissen bereits am Anfang der fünften Jahrgangsstufe Schulartunterschiede belegen lassen. Um die Schüler der drei untersuchten Schularten auf Mittelwertunterschiede zu testen, werden mit der Software MPlus 6.1 (Muthén und Muthén 1998–2011) Multigruppenanalysen mit der Schulartzugehörigkeit als Gruppierungsvariable durchgeführt. Da in Multigruppenanalysen die Unterschiedsprüfung über den Vergleich der Anpassungsgüte unterschiedlicher Mittelwertmodelle (konstant bzw. frei geschätzt für die Gruppen) an die beobachteten Daten vorgenommen wird, wird als Indikator für einen Mittelwertunterschied eine χ 2-verteilte Teststatistik herangezogen. Das Prinzip der Hypothesentestung entspricht dabei dem Vorgehen von paarweisen *t*-Tests bei unabhängigen Stichproben.

Zur Untersuchung der Fragestellungen II und III werden univariate Regressionsanalysen mit der Mathematikleistung zu T2 als abhängiger Variable berechnet. Um die Vorwissensunterschiede der Schüler am Beginn der fünften Jahrgangsstufe zu kontrollieren, wurde die Mathematikleistung zu T1 als Kovariate in die Regressionsanalysen aufgenommen. Durch die regressionsanalytische Kontrolle des Vorwissens ist der resultierende Regressionskoeffizient des metakognitiven Wissens auf die Leistung als Prädiktor der Veränderung in der Mathematikleistung interpretierbar. Fragestellung II befasst sich mit der Vorhersage der Mathematikleistung durch das metakognitive Wissen.

In Fragestellung III soll der leistungsprädiktive Beitrag des metakognitiven Wissens in Relation zu anderen in der Forschung bereits etablierten, spezifischen und allgemeinen, kognitiven und nicht kognitiven Prädiktoren der Mathematikleistung gesetzt werden. Um statistische Fehlentscheidungen in der Beurteilung der Regressionskoeffizienten aufgrund der Mehrebenenstruktur der Daten und der damit verbundenen Verletzung der Unabhängigkeitsannahme zu vermeiden, wurden robuste Standardfehler nach der Huber-White-Methode berechnet (White 1980).

4.1 Deskriptive Statistiken

In Tab. 1 sind Mittelwerte, Standardabweichungen und Interkorrelationen der erfassten Maße dargestellt. Die Mathematikleistungen nahmen über den Verlauf eines Schuljahres statistisch bedeutsam zu ($z = 23{,}627$; $p < 0{,}001$; $d = 0{,}64$). Dabei lag die zeitliche Stabilität der Mathematikleistung mit $r = 0{,}73$ relativ hoch. Die relative Position der Schüler innerhalb der Stichprobe veränderte sich im beobachteten Zeitraum also nur geringfügig.

Die Korrelationen der beiden Leistungstests mit den übrigen erfassten Schülermerkmalen waren durchgängig positiv und zeigten für beide Messzeitpunkte ein ähnliches Muster: Der engste bivariate Zusammenhang ($r > 0{,}50$) bestand mit den Rechenfertigkeiten. Verbale Intelligenz, Selbstkonzept Mathematik und metakognitives Wissen zeigten bivariate Zusammenhänge im mittelhohen Bereich ($r \geq 0{,}35$). Interesse und sozioökonomischer Status waren mit $r < 0{,}30$ in eher geringem Maße mit der Mathematikleistung korreliert. Die Korrelation zwischen der Mathematikleistung und dem metakognitiven Wissen lag mit Werten von $r = 0{,}38$ (T1) bzw. $r = 0{,}39$ (T2) im Größenbereich der von Schneider und Pressley (1997) aggregierten Befunde aus der Metagedächtnisforschung und replizierte relativ genau den Befund von Schneider und Artelt (2010) aus der PISA 2003-Studie.

Darüber hinaus wurde deutlich, dass insbesondere die kognitiven Prädiktoren verbale Intelligenz ($r = 0{,}31$) und Rechenfertigkeiten ($r = 0{,}22$) sowie der sozioökonomische Status ($r = 0{,}21$) mit dem metakognitiven Wissen korrelierten. Diese Merkmale standen also sowohl mit dem metakognitiven Wissen als auch mit der Mathematikleistung in einem moderat ausgeprägten Zusammenhang.

Tab. 1 Übersicht über die deskriptiven Statistiken der in die Analysen einbezogenen Variablen

	M	*SD*	ML 1	ML 2	RF	IM	SM	MW	VI
ML 1	100,00	10,00							
ML 2	106,30	9,55	0,73***						
RF	48,44	11,91	0,58***	0,54***					
IM	11,40	3,27	0,24***	0,23***	0,23***				
SM	14,34	4,07	0,36***	0,35***	0,31***	0,59***			
MW	100,00	10,00	0,38***	0,39***	0,22***	−0,01	0,07		
VI	8,83	4,28	0,37***	0,43***	0,20***	0,06	0,11**	0,31***	
SÖ	47,65	15,44	0,19***	0,26***	0,10*	−0,01	0,04	0,21***	0,22***

Anmerkungen: M = Mittelwert; *SD* = Standardabweichung; ML 1 = Mathematikleistungstest T1; ML 2 = Mathematikleistungstest T2; RF = Rechenfertigkeiten; IM = Interesse Mathematik; SM = Selbstkonzept Mathematik; MW = Metakognitives Wissen; VI = Verbale Intelligenz; SÖ = Sozioökonomischer Status

$***p < 0{,}001$; $**p < 0{,}01$; $*p < 0{,}05$

4.2 Fragestellung I: Schulartunterschiede im metakognitiven Wissen

Um zu überprüfen, ob sich bereits am Beginn der fünften Jahrgangsstufe im metakognitiven Wissen Unterschiede zwischen den Schülern der drei Schularten nachweisen lassen, wurden die Mittelwerte der drei Schularten in Mehrgruppenmodellen gegeneinander getestet.

Die Befunde (s. Tab. 2) entsprechen dem erwarteten Ergebnismuster: Gymnasiasten erwiesen sich den Realschülern ($d = 0{,}34$; $p < 0{,}001$) und den Hauptschülern ($d = 1{,}08$; $p < 0{,}001$) überlegen; ebenso zeigten auch die Realschüler bedeutsam höhere Ausprägungen im metakognitiven Wissen als Hauptschüler ($d = 0{,}71$; $p < 0{,}001$). Das metakognitive Wissen der Hauptschüler fiel im Vergleich zu Gymnasiasten und auch den Realschülern deutlich ab. Die in Fragestellung I angenommenen Schulartunterschiede ließen sich also in der erwarteten Ausprägung nachweisen.

Tab. 2 Multigruppenanalysen über die Schulartunterschiede im metakognitiven Wissen

	n	*M*	*SD*	GY-RS			GY-HS			RS-HS		
				d	$\Delta\chi^2$	*p*	*d*	$\Delta\chi^2$	*p*	*d*	$\Delta\chi^2$	*p*
GY	246	104,25	9,25	0,34	14,28	<0,001						
RS	269	101,08	9,67				1,08	126,47	<0,001			
HS	248	94,61	8,57							0,71	61,28	<0,001

Anmerkungen: n = Umfang der Teilstichprobe; *M* = Mittelwert; *SD* = Standardabweichung; *d* = Effektstärke (Cohens d); $\Delta\chi^2 = \chi^2$ -Differenz; GY = Gymnasium; RS = Realschule; HS = Hauptschule

4.3 Fragestellungen II und III: Prädiktion der Mathematikleistung

Die Überprüfung der Fragestellungen II und III erfolgte mithilfe der regressionsanalytischen Untersuchung der Effekte der Prädiktoren auf die Mathematikleistung zu Messzeitpunkt T2. Die Standardfehler wurden hinsichtlich der Mehrebenenstruktur der Daten korrigiert.

In Regressionsmodell 1 (s. Tab. 3) gingen in die Vorhersage der Mathematikleistung am Ende der fünften Jahrgangsstufe (T2) das Vorwissen (die Testleistung am Beginn der fünften Jahrgangsstufe) und das metakognitive Wissen am Beginn der fünften Jahrgangsstufe (T1) ein. Erklärungsstärkster Prädiktor für die interindividuellen Unterschiede zu T2 war die Mathematikleistung zu T1 (also das Vorwissen). Aber auch das metakognitive Wissen sagte einen bedeutsamen Varianzanteil in der Mathematikleistung zu T2 vorher. Der in Fragestellung II angenommene Beitrag des metakognitiven Wissens zur Prädiktion der Mathematikleistung kann damit als gesichert gelten.

Wurden neben dem Vorwissen auch die Rechenfertigkeiten, Interesse, Selbstkonzept, Intelligenz und sozioökonomischer Status in die Vorhersage der Mathematikleistung zu T2 aufgenommen, so ergaben sich mit Ausnahme des Interesses für alle Prädiktoren signifikante Regressionsgewichte (Modell 2a). Den – neben dem Vorwissen – bedeutsamsten Beitrag zur Vorhersage der Entwicklungsveränderung der Mathematikleistung im Verlauf der fünften Jahrgangsstufe leisteten in vergleichbarer Ausprägung die beiden kognitiven Prädiktoren Rechenfertigkeiten und Intelligenz. Auch Selbstkonzept und sozioökonomischer Status sagten einen im Vergleich zu den kognitiven Prädiktoren geringeren, jedoch bedeutsamen Anteil der Veränderungen vorher.

Tab. 3 Regressionsmodelle zur Vorhersage der Mathematikleistung zu T2

	Modell 1		Modell 2a		Modell 2b	
	B(SE)	*β(SE)*	*B(SE)*	*β(SE)*	*B(SE)*	*β(SE)*
ML 1	0,64***	0,67***	0,49***	0,52***	0,46***	0,49***
	(0,067)	(0,0038)	(0,071)	(0,047)	(0,067) 0,09*	(0,046) 0,10*
MW	0,13*	0,14*				
	(0,063)	(0,0058)			(0,044)	(0,042)
RF			0,13***	0,16***	0,13***	0,16***
			(0,02)	(0,030)	(0,018)	(0,029)
IM			0,01	0,00	0,03	0,01
			(0,102)	(0,035)	(0,099)	(0,035)
SM			0,21**	0,09**	0,22**	0,09**
			(0,061)	(0,030)	(0,057)	(0,028)
VI			0,38***	0,17***	0,34***	0,15***
			(0,081)	(0,028)	(0,059)	(0,021)
SÖ			0,07***	0,11***	0,06**	0,09**
			(0,018)	(0,027)	(0,017)	(0,025)
R2		0,54***		0,59***		0,60***
		(0,076)		(0,071)		(0,074)

Anmerkungen: B = unstandardisierter Regressionskoeffizient; *SE* = robuster Standardfehler; *β* = standardisierter Regressionskoeffizient; ML 1 = Mathematikleistungstest T1; RF = Rechenfertigkeiten; IM = Interesse Mathematik; SM = Selbstkonzept Mathematik; MW = Metakognitives Wissen; VI = Verbale Intelligenz; SÖ = Sozioökonomischer Status; R^2 = Varianzaufklärung (Determinationskoeffizient)

$^{***}p < 0{,}001$; $^{**}p < 0{,}01$; $^{*}p < 0{,}05$

In Modell 2b wurden alle Prädiktoren in die Regression eingeschlossen. Es zeigte sich, dass das metakognitive Wissen auch über den Einfluss der übrigen Prädiktoren hinaus einen bedeutsamen Anteil der Entwicklungsveränderung in der fünften Jahrgangsstufe vorhersagen kann. Das Regressionsgewicht, mit dem das metakognitive Wissen in die Vorhersagegleichung einging, lag unterhalb von dem der kognitiven Prädiktoren Rechenfertigkeiten und Intelligenz und in der Größenordnung der ebenfalls bedeutsamen Beiträge des Selbstkonzepts und des sozioökonomischen Status. Inhaltlich bedeutet der vom metakognitiven Wissen ausgehende, standardisierte Regressionskoeffizient von $\beta = 0{,}10$, dass ein Schüler, der bei gleichem Vorwissen sowie gleichen Ausprägungen in kognitiven, motivationalen und sozioökonomischen Merkmalen über eine um eine Standardabweichung höhere Ausprägung im metakognitiven Wissen verfügt, im Laufe eines Schuljahres auch einen um eine Zehntelstandardabweichung höheren Leistungszuwachs in Mathematik realisiert.

Um den inkrementellen Nutzen einzuschätzen, den das metakognitive Wissen in der Vorhersage der Mathematikleistung im Vergleich zu den übrigen Prädiktoren erbringt, können die Anteile der durch die Prädiktoren erklärten Varianz in der Mathematikleistung (R^2) verglichen werden. Aus den bivariaten Korrelationen zwischen den Prädiktoren und der Mathematikleistung zu T2 (s. Tab. 1) ergab sich für das metakognitive Wissen eine Varianzaufklärung von 15 %. Im Vergleich dazu erbrachte die Mathematikleistung zu T1, also das Vorwissen, eine Varianzaufklärung von 53 %. Die durch die regressionsanalytische Kontrolle des Vorwissens ermöglichte Prädiktion der Entwicklungsunterschiede in der Mathematikleistung ergab für das metakognitive Wissen eine inkrementelle Varianzaufklärung von 1 % (Modell 1). Der Großteil des Beitrages, den das metakognitive Wissen in der Vorhersage der mathematischen Entwicklung leistete, ging also im bereits erworbenen Vorwissen auf. Die Aufnahme der Prädiktoren Rechenfertigkeiten, Intelligenz, Selbstkonzept, Interesse und sozioökonomischer Status (Modell 2a) erbrachte eine zusätzliche Aufklärung von insgesamt 6 % der Entwicklungsvarianz in der Mathematikleistung. Der leistungsprädiktive Beitrag des metakognitiven Wissens blieb auch nach der Kontrolle dieser Prädiktoren mit 1 % Varianzaufklärung erhalten (Modell 2b). Insgesamt konnte also über das Vorwissen hinaus 7 % der beobachteten Leistungsvarianz zu Messzeitpunkt T2 durch die gewählten Prädiktoren erklärt werden. Etwa 1 % der Varianzaufklärung ging auf den spezifischen Einfluss des metakognitiven Wissens zurück. Dies entsprach etwa 15 % der durch das Prädiktorenset insgesamt erbrachten Varianzaufklärung.

Der in Fragestellung III vermutete inkrementelle Beitrag des metakognitiven Wissens zur Vorhersage der Entwicklungsveränderung in der Mathematikleistung über die Einflüsse anderer kognitiver und nicht kognitiver, spezifischer und allgemeiner Prädiktoren hinaus kann damit als bestätigt gelten.

5. Diskussion

Während das metakognitive Wissen in anderen Domänen als bedeutsamer Prädiktor für die Leistung bereits etabliert ist, fehlten im Inhaltsbereich Mathematik bisher systematische Befunde. Das Ziel der vorliegenden Arbeit war es, dieses Konstrukt auch für den Inhaltsbereich Mathematik zu erschließen. Dazu wurden die Ausprägungsunterschiede und prädiktive Bedeutung des mathematischen metakognitiven Wissens in der Sekundarstufe I untersucht. Neben Entwicklungsunterschieden konnte am Beginn der Sekundarstufe I ein Zusammenhang zwischen dem mathematischen metakognitiven Wissen und der Entwicklung der Mathematikleistung belegt werden. Auch unter Einbeziehung eines breiten Spektrums bekannter und erklärungsstarker kognitiver, motivationaler und sozialer Prädiktoren blieb der prädiktive Beitrag des metakognitiven Wissens für die Vorhersage der Mathematikleistung erhalten. Die Befunde replizieren damit zentrale Befunde aus der Gedächtnis- und Leseverstehensforschung für die Inhaltsdomäne Mathematik.

Die im Rahmen der ersten Fragestellung untersuchten Schulartunterschiede im metakognitiven Wissen fielen bedeutsam aus. Insbesondere die Schüler der Hauptschule zeigten im Vergleich zu Realschülern und Gymnasiasten besonders schwache Leistungen. Aufgrund des im Vergleich zu anderen Bundesländern relativ hohen Hauptschüleranteils in Bayern muss dabei noch von einer Überschätzung des metakognitiven Wissens in dieser Subpopulation ausgegangen werden (Autorengruppe Bildungsberichterstattung 2010). Da das metakognitive Wissen in den ersten Wochen der fünften Jahrgangsstufe erfasst wurde, sind die viel diskutierten Einflüsse charakteristischer Lern- und Entwicklungsmilieus, die die Schularten in Deutschland darstellen (z.B. Baumert et al. 2006), als Erklärung nicht plausibel. Vielmehr spiegeln die interindividuellen Unterschiede im metakognitiven Wissen die am Ende der vierten Jahrgangsstufe bereits bestehenden Unterschiede in der Lese-, Rechtschreib- und Mathematikleistung wider, auf deren Grundlage die Schulartzuweisung in der Regel getroffen wird (Lenhard et al. 2011). Vergleichbare Schulartunterschiede im metakognitivem Wissen wurden bereits in einer repräsentativen Normierungsstichprobe in der Domäne Lesen berichtet (Schlagmüller und Schneider 2007). Während also substanzielle Schulartunterschiede im metakognitiven Wissen bereits am Beginn der Sekundarstufe I angenommen werden können, sind die Mechanismen, die zu ihrer Entstehung führen, noch weitgehend ungeklärt. Allerdings sind die in der vorliegenden Studie als Prädiktoren der Mathematikleistung eingesetzten Schülermerkmale aus prospektiven, längsschnittlichen Studien auch als Prädiktoren von Entwicklungsunterschieden im metakognitiven Wissen bekannt: inhaltliches Vorwissen (Artelt et al. 2012), Intelligenz (Lockl und Schneider 2006) und sozioökonomischer Status (Grammer et al. 2010). Darüber hinaus liegen querschnittliche Befunde zum Einfluss von Interesse und Selbstkonzept auf die Ausprägung des metakognitiven Wissens vor (van Kraayenoord und Schneider 1999). Inwiefern diese Prädiktoren sich – neben ihrem Einfluss auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen – auch auf die Entstehung der beobachteten Entwicklungsunterschiede im metakognitiven Wissen auswirken, ist Gegenstand weiterer Forschung (Lingel 2013).

Während querschnittliche Zusammenhänge zwischen metakognitivem Wissen und Leistung in Mathematik punktuell belegt sind, lagen bisher keine längsschnittlichen Daten vor, die aufgrund der zeitlichen Vorordnung von Prädiktor (metakognitives Wissen) und Kriterium (Mathematikleistung) eine kausal orientierte Interpretation des Zusammenhanges erlauben (Steyer 1992). Zusätzlich wurde im Großteil der vorliegenden Untersuchungen die Vortestleistung nicht berücksichtigt. Der Einfluss des metakognitiven Wissens auf den mathematischen Kompetenzerwerb kann in diesem Design also nicht isoliert betrachtet werden. Die vorliegende Studie schließt diese Lücke. Die Einbeziehung der Mathematikleistung zu T1 bestätigte erneut den Befund, wonach das Vorwissen der beste Prädiktor für die nachfolgende Mathematikleistung ist (z.B. Stern 2009). Das metakognitive Wissen stand mit den Leistungen zu beiden Messzeitpunkten in vergleichbar hohem Zusammenhang und klärte darüber hinaus auch die interindividuellen Unterschiede in der Leistungsentwicklung auf. Der Regressionskoeffizient des metakognitiven Wissens auf die Testleistung zu T2 ($\beta = 0,14$) replizierte in der Größenordnung Befunde aus der Domäne des Leseverstehens ($\beta = 0,13$, Artelt et al. 2012). Die Befunde zeigen auch, dass der Einfluss des metakognitiven Wissens auf die Entwicklung der Mathematikleistung zu einem beträchtlichen Teil durch das Vorwissen vermittelt wurde. Die Vorteile, die metakognitives Wissen für den Erwerb mathematischer Kompetenzen bietet, wurden zum Teil also bereits im Grundschulalter zum Aufbau mathematischen Vorwissens realisiert. Auch wenn die darüber hinausgehenden Effekte des metakognitiven Wissens geringer ausfielen, waren sie doch von hoher praktischer Bedeutsamkeit. Sie sind

Beleg für einen nach wie vor substanziellen Nutzen, den das metakognitive Wissen im kumulativen Erwerbsprozess mathematischer Kompetenzen auch für fortgeschrittene Schüler in der Sekundarstufe I bietet.

Die zusätzliche regressionsanalytische Kontrolle der in die Vorhersage einbezogenen bekannten Prädiktoren der Mathematikleistung erfüllte zwei Funktionen: Zum einen zeigten die Befunde, dass das metakognitive Wissen auch angesichts eines breit gefächerten Spektrums bekanntermaßen erklärungsstarker Leistungsprädiktoren weiterhin einen eigenständigen Vorhersagebeitrag leistet. Zum anderen konnten durch die Kontrolle der Kovariaten auch einige Alternativerklärungen für das Zustandekommen der Effekte des metakognitiven Wissens auf die Mathematikleistung ausgeschlossen werden: Der prädiktive Zusammenhang ging eben nicht auf gemeinsame, auf beide Konstrukte wirkende Schülermerkmale wie Vorwissen, Intelligenz, Interesse, Selbstkonzept und soziale Herkunft zurück. Prinzipiell lässt sich der Einfluss weiterer, nicht berücksichtigter Variablen jedoch nicht ausschließen. Wie die relativ hohe Gesamtvarianzaufklärung von 60 % zeigt, wurde durch die berücksichtigten Prädiktoren der Großteil der beobachteten Unterschiede in der Mathematikleistung erklärt und die Wahrscheinlichkeit für Alternativerklärungen damit deutlich reduziert. Die zeitliche Vorordnung und der weitgehende Ausschluss von Alternativerklärungen lassen einen kausalen Effekt des metakognitiven Wissens auf die Mathematikleistung plausibel erscheinen (Steyer 1992).

In der vorliegenden Untersuchung wurde die Mathematikleistung zwar unter Bezug auf das Curriculum, jedoch sehr global erfasst. Die Frage, wie anforderungsspezifisch der Zusammenhang zwischen metakognitivem Wissen und Mathematikleistung ist, lässt sich in dieser Studie daher nicht klären. Eine Untersuchung in der Grundschule wies eine Moderation des Zusammenhanges durch den mathematischen Inhalt nach: In arithmetischen Anforderungen wurden geringere Zusammenhänge beobachtet als in Geometrie und Sachrechnen. Die Autoren begründeten die größere Bedeutung des metakognitiven Wissens mit dem geringeren Automatisierungspotenzial der Lösungsprozeduren in den beiden letztgenannten mathematischen Inhaltsgebieten (Lucangeli und Cornoldi 1997). Folgt man dieser empirisch bislang nicht überprüften Interpretation, moderiert also nicht der mathematische Inhalt, sondern die geforderte kognitive Komplexität der mathematischen Verarbeitungsprozesse die Enge des Zusammenhanges (vgl. auch Cohors-Fresenborg et al. 2004). Insbesondere bei Aufgaben, die aufgrund der sprachlogischen und kognitiven Komplexität im Sinne von Cohors-Fresenborg et al. (2004) hohe Anforderungen stellen, lassen sich besondere Vorteile für Schüler mit großem metakognitiven Wissen über kognitive und metakognitive Strategien erwarten.

Die vorliegende Studie beobachtete die spontane Ausprägung und Entwicklung der Einflüsse des metakognitiven Wissens auf die Mathematikleistung. Die regressionsanalytischen Befunde stehen in Einklang mit den inzwischen gut belegten Effekten von Trainingsprogrammen zur Förderung des Einsatzes kognitiver und metakognitiver Strategien auf die Mathematikleistung (vgl. z.B. Schneider und Artelt 2010; Dignath und Büttner 2009). Jedoch ist eine feinere Auflösung des – in der vorliegenden Studie implizit angenommenen – Zusammenspiels aus metakognitivem Wissen, der Nutzung dieses Wissens in Form kompetenten Strategieeinsatzes und der resultierenden Leistung im Inhaltsbereich Mathematik wünschenswert. In beobachtenden Studien wurden direkte Zusammenhänge zwischen Anzahl und Qualität spontan eingesetzter kognitiver und metakognitiver Strategien und der Leistung in Problemlöseaufgaben nachgewiesen (z.B. van der Stel und Veenman 2010). Allerdings liegen auch in diesem Forschungsansatz keine spezifischen Befunde über den Einfluss des metakognitiven Wissens auf den Einsatz von kognitiven und metakognitiven Strategien und die Auswirkungen auf die Leistung vor. Solange Befunde zur Interaktion zwischen metakognitivem Wissen und metakognitiven Handlungen fehlen, bleibt die Frage nach dem genauen Wirkmechanismus offen, mit dem das metakognitive Wissen die Leistung in Mathematik beeinflusst.

Obwohl in Bezug auf das metakognitive Wissen also noch einige Fragen zum Wirkmechanismus offen sind, ermutigen die Ergebnisse dazu, metakognitives Wissen im Rahmen des Mathematikunterrichts noch stärker als bisher zu vermitteln. Empirische bewährte Methoden zur Vermittlung metakognitiven Wissens liegen aus den zahlreichen Trainingsstudien zur Förderung metakognitiver Kompetenzen vor (s. z. B. Pressley 1986). Die Umsetzung dieser Empfehlungen im pädagogischen Alltag der Schule gelingt den Lehrern jedoch nicht optimal, wie die im Vergleich zu externen Trainingsmaßnahmen geringeren Fördereffekte im Unterrichtssetting belegen (Dignath und Büttner 2009). Insbesondere schülerorientierte Sozialformen des Unterrichts, wie sie in der Vermitttlung und Übung metakognitiv kompetenten mathematischen Handelns hilfreich sind, werden von den Lehrern seltener genutzt (Iiskala et al. 2011; Depaepe et al. 2007). Eine stärkere Sensibilisierung für die Rolle, die diskursive Unterrichtsformen in der Generierung metakognitiven Wissens spielen, könnte diesem Defizit Abhilfe schaffen. Beobachtungssysteme, mit denen sich Unterrichtsgespräche hinsichtlich ihres metakognitiven Gehaltes analysieren lassen, wie von Cohors-Fresenborg und Kaune (2007) entwickelt, können dabei eine wichtige diagnostische und didaktische Aufgabe übernehmen.

Danksagung Diese Veröffentlichung wurde ermöglicht durch Sachbeihilfen der Deutschen Forschungsgemeinschaft (Kennz. SCHN 315/36 und AR 301/8) im Schwerpunktprogramm „Kompetenzmodelle zur Erfassung individueller Lernergebnisse und zur Bilanzierung von Bildungsprozessen“ (SPP 1293).

Literatur

Annevirta, T., Laakkonen, E., Kinnunen, R., & Vauras, M. (2007). Developmental dynamics of metacognitive knowledge and text comprehension skill in the first primary school years. *Metacognition and Learning*, *2*, 21–39.

Artelt, C., & Neuenhaus, N. (2010). Metakognition und Leistung. In W. Bos, O. Köller, & E. Klieme (Hrsg.), *Schulische Lerngelegenheiten und Kompetenzentwicklung* (S. 127–146). Münster: Waxmann.

Artelt, C., Schiefele, U., Schneider, W., & Stanat, P. (2002). Leseleistungen deutscher Schülerinnen und Schüler im internationalen Vergleich (PISA) – Ergebnisse und Erklärungsansätze. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *5*, 6–27.

Artelt, C., Beinicke, A., Schlagmüller, M., & Schneider, W. (2009). Diagnose von Strategiewissen beim Textverstehen. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, *41*, 96–103. Artelt, C., Naumann, J., & Schneider, W. (2010). Lesemotivation und Lernstrategien. In E. Klieme, C. Artelt, J. Hartig, N. Jude, O. Köller, M. Prenzel, W. Schneider, & P. Stanat (Hrsg.), *PISA 2009:Bilanz nach einem Jahrzehnt* (S. 73–112). Münster: Waxmann.

Artelt, C., Neuenhaus, N., Lingel, K., & Schneider, W. (2012). Entwicklung und wechselseitige Effekte von metakognitiven und bereichsspezifischen Wissenskomponenten in der Sekundarstufe. *Psychologische Rundschau*, *63*, 18–25.

Artzt, A. F., & Armour-Thomas, E. (1992). Development of a cognitive-metacognitive framework for protocol analysis of mathematical problem solving. *Cognition and Instruction*, *9*, 137–175.

Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K., & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology*, *96*, 699–713.

Autorengruppe Bildungsberichterstattung (2010). *Bildung in Deutschland 2010: Ein indikatorengestützter Bericht mit einer Analyse zu Perspektiven des Bildungswesens im demografischen Wandel*. Bielefeld: Bertelsmann.

Backhaus, K., Erichson, B., Plinke, W., & Weiber, R. (2003). *Multivariate Analysemethoden*. Berlin: Springer.

Baumert, J., Stanat, P., & Watermann, R. (2006). Schulstruktur und die Entstehung differenzieller Lern- und Entwicklungsmilieus. In J. Baumert, P. Stanat, & R. Watermann (Hrsg.), *Herkunftsbedingte Disparitäten im Bildungswesen: Differenzielle Bildungsprozesse und Probleme der Verteilungsgerechtigkeit* (S. 95–188). Wiesbaden: Verlag für Sozialwissenschaften.

Blum, W., Drüke-Noe, C., Hartung, R., & Köller, O. (Hrsg.) (2006). *Bildungsstandards Mathematik konkret*. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Blum, W., Neubrand, M., Ehmke, T., Senkbeil, M., Jordan, A., Ulfig, F., & Carstensen, C. H. (2004). Mathematische Kompetenz. In P.-K. Deutschland (Hrsg.), *PISA 2003: Der Bildungsstandard der Jugendlichen in Deutschland – Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs* (S. 47–92). Münster: Waxmann.

Bonsen, M., Frey, K. A., & Bos, W. (2008). Soziale Herkunft. In W. Bos, M. Bonsen, J. Baumert, M. Prenzel, C. Selter, & G. Walther (Hrsg.), *TIMSS 2007: Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich* (S. 141–156). Münster: Waxmann.

Brown, A. L. (1978). Knowing when, where, and how to remember: a problem of metacognition. In R. Glaser (Hrsg.), *Advances in instructional psychology* (S. 77–165). Hillsdale: Erlbaum.

Brown, A. L., Bransford, J. D., Ferrara, R. A., & Campione, J. C. (1983). Learning, remembering, and understanding. In J. H. Flavell & E. M. Markham (Hrsg.), *Handbook of child psychology. Vol. 3. Cognitive development* (S. 77–166). New York: Wiley.

Brunner, M. (2008). No g in education? *Learning and Individual Differences*, *18*, 152–165.

Bruder, R., & Collet, C. (2011). *Problemlösen lernen im Mathematikunterricht*. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Bryant, D. P., Bryant, B. R., & Hammill, D. D. (2000). Characteristic behaviors of students with LD who have teacher-identified math weaknesses. *Journal of Learning Disabilities*, *33*, 168–199.

Cohors-Fresenborg, E., & Kaune, C. (2007). *Kategoriensystem für metakognitive Aktivitäten beim schrittweise kontrollierten Argumentieren im Mathematikunterricht. Arbeitsbericht: Bd. 44*. Osnabrück: FMD.

Cohors-Fresenborg, E., Sjuts, J., & Sommer, N. (2004). Komplexität von Denkvorgängen und Formalisierung von Wissen. In M. Neubrand (Hrsg.), *Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern in Deutschland. Vertiefende Analysen im Rahmen von PISA 2000* (S. 109–144). Wiesbaden: Verlag für Sozialwissenschaften.

Deary, I. J., Strand, S., Smith, P., & Fernandes, C. (2007). Intelligence and educational achievement. *Intelligence*, *35*, 13–21.

Depaepe, F., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2007). Unravelling the culture of the mathematics classroom: a video-based study in sixth grade. *International Journal of Educational Research*, *46*, 266–279.

Dignath, C., & Büttner, G. (2009). Components of fostering self-regulated learning among students: a meta-analysis on intervention studies at primary and secondary school level. *Metacognition and Learning*, *3*, 231–264.

Dinsmore, D. L., Alexander, P. A., & Loughlin, S. M.

(2008). Focusing the conceptual lens on metacognition, self-regulation, and self-regulated learning. *Educational Psychology Review*, *20*, 391–409.

Ehmke, T., & Jude, N. (2010). Soziale Herkunft und Kompetenzerwerb. In E. Klieme, C. Artelt, J. Hartig, N. Jude, O. Köller, M. Prenzel, W. Schneider, & P. Stanat (Hrsg.), *PISA 2009: Bilanz nach einem Jahrzehnt* (S. 231–254). Münster: Waxmann.

Ehmke, T., Hohensee, F., Siegle, T., & Prenzel, M. (2006). Soziale Herkunft, elterliche Unterstützungsprozesse und Kompetenzentwicklung. In M. Prenzel, J. Baumert, W. Blum, R. Lehmann, D. Leutner, M. Neubrand, R. Pekrun, J. Rost, & U. Schiefele (Hrsg.), *PISA 2003: Untersuchungen zur Kompetenzentwicklung im Verlauf eines Schuljahres* (S. 225–248). Münster: Waxmann.

Embretson, S. E., & Reise, S. P. (2000). *Item response theory for psychologists*. Mahwah: Erlbaum.

Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: a new area of cognitive-developmental inquiry. *The American Psychologist*, *34*, 906–911.

Flavell, J. H. (1981). Cognitive monitoring. In W. P. Dickson (Hrsg.), *Children's oral communication skills* (S. 35–60). New York: Academic Press.

Flavell, J. H., & Wellman, H. M. (1977). Metamemory. In R. Kail & J. Hagen (Hrsg.), *Perspectives on the development of memory and cognition* (S. 3–33). Hillsdale: Erlbaum.

Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Capizzi, A. M., Schatschneider, C., & Fletcher, J. M. (2006). The cognitive correlates of third-grade skill in arithmetic, algorithmic computation, and arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, *98*, 29–43.

Ganzeboom, H. B., de Graaf, P. M., Treiman, D. J., & de Leeuw, J. (1992). A standard international socio- economic index of occupational status. *Social Science Research*, *21*, 1–56.

Garofalo, J., & Lester, F. K. (1985). Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, *16*, 163–176.

Geiger, V., & Galbraith, P. (1998). Developing a diagnostic framework for evaluating student approaches to applied mathematics. *International Journal of Mathematics, Education, Science, and Technology*, *29*, 533–559.

Götz, L., Lingel, K., & Schneider, W. (2013). *DEMAT 5+: Deutscher Mathematiktest für fünfte Klassen*. Göttingen: Hogrefe.

Grammer, J. K., Purtell, K. M., Coffman, J. L., & Ornstein, P. A. (2010). Relations between children's metamemory and strategic performance: time-varying covariates in early elementary school. *Journal of Experimental Child Psychology*, *108*, 139–155.

Gürtler, T., Perels, F., Schmitz, B., & Bruder, R. (2002). Training zur Förderung selbstregulativer Fähigkeiten in Kombination mit Problemlösen in Mathematik. In M. Prenzel & J. Doll (Hrsg.), *Zeitschrift für Pädagogik, Beiheft: Bd. 45. Bildungsqualität von Schule: Schulische und außerschulische Bedingungen mathematischer, naturwissenschaftlicher und überfachlicher Kompetenzen* (S. 222–239).

Haffner, J., Baro, K., Parzer, P., & Resch, F. (2005). *Heidelberger Rechentest: Erfassung mathematischer Basiskompetenzen im Grundschulalter (HRT 1–4)*. Göttingen: Hogrefe.

Hansford, B. C., & Hattie, J. A. (1982). The relationship between self and achievement/performance measures. *Review of Educational Research*, *52*, 123–142.

Heller, K., & Perleth, C. (2000). *Kognitiver Fähigkeitstest für 4. bis 12. Klassen, Revision (KFT 4–12+R)*. Weinheim: Beltz.

Helmke, A., & Weinert, F. E. (1997). Bedingungsfaktoren schulischer Leistungen. In F. E. Weinert (Hrsg.), *Psychologie des Unterrichts und der Schule (Enzyklopädie der Psychologie. Serie Pädagogische Psychologie* (Bd. 3, S. 71–176). Göttingen: Hogrefe.

Iiskala, T., Vauras, M., Lehtinen, E., & Salonen, P. (2011). Socially shared metacognition of dyads of pupils in collaborative mathematical problem-solving processes. *Learning and lnstruction*, *21*, 379–393.

International Labor Office (1990). *ISCO-88: international standard classifications of occupations*. Genf: ILO.

Kolen, M. J., & Brennan, R. L. (2004). *Test equating, scaling, and linking: methods and practices*. New York: Springer.

Köller, O. (1998). *Zielorientierungen und schulisches Lernen*. Münster: Waxmann.

Krajewski, K., & Schneider, W. (2009). Exploring the impacts of phonological awareness, visual-spatial working memory, and preschool quantity-number competencies on mathematics achievement in elementary school: findings from a 4-year longitudinal study. *Journal of Experimental Child Psychology*, *103*, 516–531.

Krapp, A. (2010). Interesse. In D. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie* (S. 311–323). Weinheim: Beltz.

Kreutzer, M. A., Leonard, C., & Flavell, J. H. (1975). An interview study of children's knowledge about memory. *Monographs of the society for research in child development*, (Vol. 40, serial no. 159).

Kroesbergen, E. H., & van Luit, J. E. H. (2002). Teaching multiplication to low math performers:

guided versus structured instruction. *Instructional Science*, *30*, 361–378.

Kuhn, D. (2000). The theory of mind, metacognition and reasoning: a life-span perspective. In P. Mitchell & K. J. Riggs (Hrsg.), *Children's reasoning and the mind* (S. 301–326). Hove: Psychology Press.

Lenhard, W., Hasselhorn, M., & Schneider, W. (2011). In *KLASSE 4 – Kombiniertes Leistungsinventar zur allgemeinen Schulleistung und für Schullaufbahnempfehlungen in der vierten Klasse*. Göttingen: Hogrefe.

Lester, F. K. (1982). Building bridges between psychological and mathematics education research on problem solving. In F. K. Lester & J. Garofalo (Hrsg.), *Mathematical problem solving* (S. 55–85). Philadelphia: The Franklin Institute Press.

Leuders, T. (2010). *Erlebnis Arithmetik – zum aktiven Entdecken und selbstständigen Erarbeiten*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Lingel, K. (2013). Metakognitives Wissen Mathematik. Entwicklung und Zusammenhang mit der Mathematikleistung in der Sekundarstufe I. Dissertation, Julius-Maximilians-Universität Würzburg.

Lingel, K., Götz, L., Artelt, C., & Schneider, W. (2014). *MAESTRA 5–6+: Mathematisches Strategiewissen für 5. und 6. Klassen*. Göttingen: Hogrefe.

Lockl, K., & Schneider, W. (2006). Precursors of metamemory in young children: the role of theory of mind and metacognitive vocabulary. *Metacognition and Learning*, *1*, 15–31.

Lucangeli, D., & Cornoldi, C. (1997). Mathematics and metacognition: what is the nature of the relationship? *Mathematical Cognition*, *3*, 121–139.

Lüdtke, O., Robitzsch, A., Trautwein, U., & Köller, O. (2007). Umgang mit fehlenden Werten in der psychologischen Forschung: Probleme und Lösungen. *Psychologische Rundschau*, *58*, 103–117.

Marsh, H. W., Trautwein, U., Lüdtke, O., Köller, O., & Baumert, J. (2005). Academic self-concept, interest, grades, and standardized test scores: reciprocal effects models of causal ordering. *Child Development*, *76*, 397–416.

Mevarech, Z. R. (1995). Metacognition, general ability, and mathematical understanding. *Early Education and Development*, *6*, 155–168.

Mevarech, Z. R., & Kramarski, B. (1997). IMPROVE: a multidimensional method for teaching mathematics in heterogeneous classrooms. *American Educational Research Journal*, *34*, 365–394.

Mevarech, Z. R., Terkieltaub, S., Vinberger, T., & Nevet, V. (2010). The effects of meta-cognitive instruction on third and sixth graders solving word problems. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, *42*, 195–203.

Montague, M., Enders, C., & Dietz, S. (2011). Effects of cognitive strategy instruction on math problem solving of middle school students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, *34*, 262– 272.

Moschner, B., & Dickhäuser, O. (2010). Selbstkonzept. In D. H. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie* (S. 760–767). Weinheim: Beltz.

Muthén, L. K., & Muthén, B. O. (1998–2011). *Mplus user's guide*. Los Angeles: Muthén & Muthén.
Paris, S. G., Lipson, M., & Wixson, K. (1983). Becoming a strategic reader. *Contemporary Educational Psychology*, *8*, 293–316.

Pintrich, P. R., & De Groot, E. (1990). Motivational and selfregulated learning components of classroom academic performance. *Journal of Educational Psychology*, *82*, 33–40.

Pólya, G. (1949). *Die Schule des Denkens – vom Lösen mathematischer Probleme*. Tübingen: Francke.
Pressley, M. (1986). The relevance of the good strategy user model to the teaching of mathematics. *Educational Psychologist*, *21*, 139–161.

Pressley, M., Borkowski, J. G., & Schneider, W. (1987). Cognitive strategies: good strategy users coordinate metacognition and knowledge. In R. Vasta (Hrsg.), *Annals of child development* (Bd. 4, S. 89–129). Greenwich: JAI Press.

Primi, R., Ferrao, M. E., & Almeida, L. S. (2010). Fluid intelligence as a predictor of learning: a longitudinal multilevel approach applied to math. *Learning and lndividual Differences*, *20*, 446–451.

Roeschl-Heils, A., Schneider, W., & van Kraayenoord, C. (2003). Reading literacy, metacognition and motivation: a follow-up study of German students in grades 7 and 8. *European Journal of Psychology of Education*, *18*, 75–86.

Rubin, D. B. (1987). *Multiple imputation for nonresponse in surveys*. New York: Wiley.

Schafer, J. L. (1999). Multiple imputation under a normal model, Version 2. Software for Windows 95/98/NT. Zugriff am 3.1.2011: http://www.stat.psu.edu/jls/misoftwa.html.

Schiefele, U., Krapp, A., & Schreyer, I. (1993). Metaanalyse des Zusammenhangs von Interesse und schulischer Leistung. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, *25*, 120– 148.

Schlagmüller, M., & Schneider, W. (2007). *WLST 7 – 12: Würzburger Lesestrategie-Wissenstest für die Klassen 7–12*. Göttingen: Hogrefe.

Schlagmüller, M., Visé, M., & Schneider, W. (2001). Zur Erfassung des Gedächtniswissens bei Grundschulkindern: Konstruktionsprinzipien und empirische Bewährung der Würzburger Testbatterie zum deklarativen Metagedächtnis. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, *33*, 91–102.

Schneider, W., & Artelt, C. (2010). Metacognition and mathematics education. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, *42*, 149–161.

Schneider, W., & Pressley, M. (1997). *Memory development between 2 and 20*. Hillsdale: Erlbaum.

Schneider, W., Schlagmüller, M., & Vise, M. (1998). The impact of metamemory and domain-specific knowledge on memory performance. *European Journal of Psychology of Education*, *13*, 91–103.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press. Siegler, R. S. (2005). Children's learning. *The American Psychologist*, *60*, 768–778.

Spinath, B., Spinath, F. M., Harlaar, N., & Plomin, R. (2006). Predicting school achievement from general cognitive ability, self-perceived ability, and intrinsic value. *Intelligence*, *34*, 363–374.

Spörer, N., & Brunstein, J. C. (2006). Erfassung selbstregulierten Lernens mit Selbstberichtsverfahren. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, *20*, 147–160.

Stern, E. (2009). The development of mathematical competencies: sources of individual differences and their developmental trajectories. In W. Schneider & M. Bullock (Hrsg.), *Human development from early childhood to early adulthood: evidence from the Munich longitudinal study on the genesis of individual competencies (LOGIC)* (S. 221–236). Mahwah: Erlbaum.

Steyer, R. (1992). *Theorie kausaler Regressionsmodelle*. Stuttgart: Gustav Fischer. Tarricone, P. (2011). *The taxonomy of metacognition*. Hove: Psychology Press.

Valentine, J. C., Dubois, D. L., & Cooper, H. (2004). The relation between self-beliefs and academic achievement: a meta-analytic review. *Educational Psychologist*, *39*, 111–133.

van der Stel, M., & Veenman, M. V. (2010). Development of metacognitive skillfulness: a longitudinal study. *Learning and Individual Differences*, *20*, 220–224.

van Kraayenoord, C. E., & Schneider, W. (1999). Reading achievement, metacognition, reading self concept and interest: a study of German students in grades 3 and 4. *European Journal of Psychology of Education*, *14*, 305–324.

Veenman, M. V. (2005). The assessment of metacognitive skills: what can be learned from multimethod designs? In C. Artelt & B. Moschner (Hrsg.), *Lernstrategien und Metakognition: Implikationen für Forschung und Praxis* (S. 77–99). Münster: Waxmann.

Veenman, M. V., van Hout-Wolters, H. A. M., & Afflerbach, P. (2006). Metacognition and learning: conceptual and methodological considerations. *Metacognition and Learning*, *1*, 3–14.

Watermann, R., & Baumert, J. (2006). Entwicklung eines Strukturmodells zum Zusammenhang zwischen sozialer Herkunft und fachlichen und überfachlichen Kompetenzen. In J. Baumert, P. Stanat, & R. Watermann (Hrsg.), *Herkunftsbedingte Disparitäten im Bildungswesen: Differenzielle Bildungsprozesse und Probleme der Verteilungsgerechtigkeit* (S. 61–94). Wiesbaden: Verlag für Sozialwissenschaften.

White, H. (1980). A heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direct test for heteroskedasticity. *Econometrica*, *48*, 817–838.

Whitebread, D., & Coltman, P. (2010). Aspects of pedagogy supporting metacognition and self-regulation in mathematical learning of young children: evidence from an observational study. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, *42*, 163–178.

Wu, M. L., Adams, R. J., Wilson, M. R., & Haldane, S. A. (2007). *ACER ConQuest version 2.0: generalised item response modelling software*. Camberwell: ACER Press.