34
Schriften aus der Fakultät Humanwissenschaften
der Otto-Friedrich-Universität Bamberg

Einsatz einer App zur mathematischen Frühförderung

Effekte auf die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen

Laura Birklein

University of Bamberg Press

34 Schriften aus der Fakultät Humanwissenschaften
der Otto Friedrich-Universität Bamberg

Schriften aus der Fakultät Humanwissenschaften
der Otto-Friedrich-Universität Bamberg

Band 34

University
of Bamberg
Press
2020

Einsatz einer App zur mathematischen Frühförderung

Effekte auf die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen

Laura Birklein

University of Bamberg Press
2020

Bibliographische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Informationen sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Diese Arbeit hat der Fakultät Humanwissenschaften der
Otto-Friedrich-Universität Bamberg als Dissertation vorgelegen.
Gutachterin: Prof. Dr. Anna Susanne Steinweg
Gutachter: Prof. Dr. Thomas Weth, Universität Erlangen-Nürnberg
Tag der mündlichen Prüfung: 19.12.2019

Herstellung und Druck: docupoint, Magdeburg
Umschlaggestaltung: University of Bamberg Press

ISSN: 1867-8674
ISBN: 978-3-86309-741-7 (Druckausgabe)
eISBN: 978-3-86309-742-4 (Online-Ausgabe)
URN: urn:nbn:de:bvb:473-irb-477436
DOI: http://dx.doi.org/10.20378/irb-47743

Danke!

In den letzten Jahren, während der Arbeit an meiner Dissertation, wurde ich von einigen Menschen begleitet und unterstützt. Ihnen möchte ich an dieser Stelle herzlich danken.

Allen voran gilt mein besonderer Dank meiner Doktormutter Prof. Dr. Anna Susanne Steinweg für die engagierte und stets zuverlässige Betreuung. Ihre wertvollen Ratschläge und Impulse sowie unsere produktiven Diskussionen haben mich in allen Phasen der Promotion immer wieder aufs Neue herausgefordert und weitergebracht. Besten Dank für das Vertrauen und die verlässliche Begleitung und Unterstützung!

Ganz herzlich danke ich auch Herrn Prof. Dr. Thomas Weth für die konstruktiven Rückmeldungen, die mich stets dazu angeregt haben, andere Perspektiven einzunehmen oder Methoden zu optimieren.

Auch Herr Prof. Dr. Weigand, Herr Prof. Dr. Siller und die Kolleginnen und Kollegen aus Würzburg und Erlangen-Nürnberg prägten durch hilfreiche Impulse während des Doktorandenkolloquiums meine Arbeit mit. Vielen lieben Dank!

Während zahlreicher Forschungsseminare, gemeinsamer Tagungsbesuche aber auch im alltäglichen Miteinander boten mir die Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter der Bamberger Mathematikdidaktik jederzeit freundliche Unterstützung und Rückhalt. Danke!

Ein weiterer Dank gilt allen beteiligten Kindergärten, die es mir durch Ihre Bereitschaft zur Mitarbeit, die unkomplizierten Absprachen und die offenen Türen überhaupt erst ermöglichten, meine über knapp eineinhalb Jahre angelegte Untersuchung in dieser Form zu realisieren.

Ganz besonders danke ich meiner Familie und meinen Freunden. Ihr habt meine letzten Jahre in Bamberg zu einer unglaublich schönen und unvergesslichen Zeit gemacht! Ganz besonders hervorheben möchte ich meine Mutter, die nicht nur im Privaten jederzeit Rückhalt war und ist, sondern durch ihre jahrelange Erfahrung als Förderlehrerin meinen Blick auch immer auf die praktische Relevanz meiner Arbeit gelenkt hat. Deine bedingungslose Unterstützung ist unbezahlbar!

Laura Birklein

Inhalt

Die gegenwärtigen mobilen Endgeräte eröffnen Kindern vor allem durch ihre Portabilität und erweiterte multimediale Konvergenz ein Spielen am integrierten Bildschirm, das prinzipiell raum- und situationsübergreifend, ubiquitär, sozial konnektiert als auch personalisiert stattfinden kann.

Hugger, Tillmann, Bader,
Cwielong & Kratzer, 2013, S. 206

1 Einleitung

Die im Eingangszitat benannten Besonderheiten von Smartphones und Tablets, wie die Multimedialität oder die flexiblen und individualisierten Einsatzmöglichkeiten, sind nicht nur in Bezug auf Spielen relevant, sondern verweisen auch auf veränderte Lerngelegenheiten und sich bietende Lernchancen.

Aus dem Alltag wegzudenken sind die internetfähigen und mobilen Geräte mittlerweile ohnehin kaum mehr. Um sich der Präsenz und Bedeutung bewusst zu werden, ist es nicht zwingend notwendig, aktuelle Nutzungsstudien zu studieren; einen Alltagseindruck erhält man schon, wenn man sich in der Stadt, im Bus, am Arbeitsplatz oder auch in Schulen mal etwas genauer umsieht. Der digitale Wandel verändert die Art wie wir kommunizieren, arbeiten, leben und lernen.

Der Einfluss der Digitalisierung führt manchmal – gerade wenn es um jüngere Kinder geht – in einem ersten verständlichen Reflex auch zu Ablehnungshaltungen und Skepsis. Doch es gilt:

> Dass die aktive Auseinandersetzung mit Medienerziehung bei Kleinkindern – sei es im privaten oder institutionellen Kontext – notwendig ist, ergibt sich allein daraus, dass Kleinkinder längst Mediennutzer sind. Die Vorstellung einer medienfreien Kindheit ist utopisch. (miniKIM-Studie, 2014, S. 3)

Eine reine Bewahrungshaltung gegenüber den neuen Medien dürfte deshalb zu kurz gegriffen sein. Mittlerweile gibt es vermehrt sowohl forschungsbasierte als auch praxisorientierte Ansätze, die Chancen und Risiken der Mediennutzung aufzeigen, die eruieren, wie eine phasenübergreifende Medienbildung gelingen kann und die Potenziale für Lehr- und Lernprozesse identifizieren.

1.1 Forschungsinteresse

Gerade kleineren Kindern kommt die flexible und intuitive Handhabung von Touchscreen-Devices, wie Smartphones und Tablets, entgegen. Dementsprechend boomt der Markt für Apps, die oft ein einfaches und spielerisches Lernen versprechen. Dass digitale Angebote das Lehren und Lernen unterstützen können, zeigen mittlerweile zahlreiche Forschungsarbeiten aus verschiedenen Bezugsdisziplinen (vgl. Kapitel 5.6). Es „macht sich nach und nach die Erkenntnis breit, dass wir die multimedialen Lern- und Spielpotenziale nicht einfach ignorieren können und dürfen“ (Palme, 2007, S. 359).

Wenn man sich dieser Thematik nähert, scheint eine kritisch-optimistische Einstellung angebracht (vgl. Kapitel 5.3). Weder ist eine grundsätzliche Ablehnungshaltung zielführend, noch dürfen mögliche Risiken ausgeblendet werden. Eine extensive Nutzung digitaler Medien unter Einschränkung anderer bedeutsamer Aktivitäten und Interaktionen kann nämlich durchaus zu einer Beeinträchtigung der kognitiven, sozialen und affektiven Entwicklung führen (vgl. z. B. Napier, 2014). Bei Betrachtung der relevanten Studien zum Einfluss digitaler Medien auf Kinder wird schnell deutlich, dass es insbesondere darauf ankommt, wie die erwachsenen Personen die Mediennutzung begleiten und regeln (vgl. Vereinigung der Bayerischen Wirtschaft, 2018). Wesentlich ist, wie die digitalen Medien – als Ergänzung zu anderen Aktivitäten – in den Alltag integriert werden und vor allem, inwiefern durch kompetent ausgewählte Programme und Apps hochwertige Erfahrungen ermöglicht werden. Grundsätzlich ist es nämlich nicht das technische Equipment, das ausschlaggebend ist, sondern der Inhalt, der durch die Medien transportiert wird.

> Ein Allheilmittel ist der Computer aber nicht. Ob sein Einsatz [...] lernförderlich ist, hängt von der Qualität der Software, der pädagogischen Einbindung und der individuellen Begleitung der Erzieher/-innen ab. (Neuß, 2013, S. 229)

Das wirft die Frage auf, welche Inhalte und Funktionen für Kinder angemessen sind und nutzbar gemacht werden können. Die ausgeprägte Lernfähigkeit in der frühen Kindheit durch didaktisch sinnvolle digitale Angebote zu nutzen, ist ein vielversprechender Ansatz, der noch einiger Forschungsarbeit bedarf.

Die vorliegende Arbeit nähert sich diesem Forschungsfeld aus der Perspektive der Mathematikdidaktik.

Darüber, dass Kinder bereits im vorschulischen Alter wesentliche mathematische Erfahrungen sammeln, herrscht Konsens. Forschungen aus der Entwicklungspsychologie konnten einige mathematische Basiskompetenzen sogar als prädiktiv für spätere schulische Leistungen nachweisen (Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi, 2004; Dornheim, 2008; Duncan et al., 2007; Jordan, Kaplan, Ramineni & Locuniak, 2009; Krajewski, 2003; Krajewski & Schneider, 2006; Lembke & Foegen, 2009; Stern, 2003). Auch in der nationalen und internationalen mathematikdidaktischen Literatur finden sich etliche Hinweise darauf, welche Kompetenzen Kindergartenkinder bis Schulbeginn entwickelt haben sollten, um ihnen einen guten Start im Mathematikunterricht der Schule zu ermöglichen (vgl. z. B. Benz, Peter-Koop & Grüßing, 2014; NAEYC & NCTM, 2002/updated 2010; Steinweg, 2008, 2013; Wittmann & Müller, 2009). Etablierte Förderkonzepte, mathematische Spiele und alltagsintegriertes Material durch digitale Angebote zu erweitern, ist – insbesondere aufgrund der oben genannten Fakten – eine mögliche Variante, um vielseitige Spiel- und Lernumgebungen zu schaffen, in der mathematische Lern- und Denkprozesse der Kinder möglichst breit angeregt werden.

Im Jahr 2012 erkennt Krauthausen „noch ein deutliches Defizit, was die didaktische Bewertung und Evaluation von Softwareprogrammen betrifft“ (S. 242). In den letzten Jahren wurden vermehrt Forschungsansätze zum Einsatz digitaler Medien in der mathematischen Frühförderung verfolgt (vgl. Birklein & Steinweg, 2017). Dennoch scheint die Forschungslage, insbesondere was die frühkindliche Bildung in einer digitalisierten

Welt betrifft, noch hinterherzuhinken. Dieses Desiderat bemerkt auch die Enquete-Kommission des Deutschen Bundestages für Internet und digitale Gesellschaft (2013):

> Die frühkindliche Bildung in einer digitalisierten Welt ist bislang weder national noch international Gegenstand umfassender empirischer Forschung. Dies zu ändern, wird in den kommenden Jahren eine zentrale Aufgabe all jener Wissenschaftsdisziplinen sein, die sich aus ihrer spezifischen Perspektive heraus dem Thema nähern können. (S. 10)

Hier setzt die vorliegende Arbeit – aus mathematikdidaktischer Perspektive – an. Das folgende Kapitel zeigt die Zielsetzung und die leitenden Forschungsfragen auf.

1.2 Ziele der Arbeit

Das als Evaluationsstudie angelegte Projekt soll dazu beitragen, den Erkenntnisstand des beschriebenen Forschungsfeldes zu erweitern. Es wird untersucht, inwiefern sich Effekte des Einsatzes einer App zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen der Kinder zeigen. Unterschiedliche Blickwinkel, beispielsweise auf einzelne Gestaltungselemente der digitalen Umgebung und deren Einfluss auf Lösungsstrategien oder auf den Vergleich zweier unterschiedlicher Implementationsformen, berücksichtigen – stärker als eine reine Wirkungsstudie – auch kognitive, affektive und interaktive Prozesse im Zusammenspiel zwischen digitalem Medium und Kind.

Folglich gliedert sich die Arbeit in drei Schwerpunkte, die sich jeweils um eine leitende Forschungsfrage aufspannen (vgl. auch Kapitel 6.1). Der erste Fokus liegt auf einer Nutzungsanalyse im Vergleich der zwei unterschiedlichen Implementationsformen:

Welche Unterschiede zeigen sich bei der Nutzung des Tablets und der App unter den gegebenen Rahmenbedingungen der beiden Interventionssettings?

Diese Ergebnisse stehen zusätzlich als Datengrundlage und Interpretationsbasis für den zweiten Forschungsschwerpunkt zur Verfügung:

Zeigen sich kontrollierte Effekte der beiden Interventionssettings auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen?

Um über die quantitativen Daten hinaus einen genaueren Einblick in Lösungsstrategien, Denkwege und Lernprozesse der Kinder zu erhalten, schließt sich im dritten Schwerpunkt eine (hauptsächlich) qualitative Analyse an, für die ein Inhaltsbereich der mathematischen Basiskompetenzen exemplarisch herausgegriffen wird:

Welche Lern- und Entwicklungsprozesse lassen sich exemplarisch bezüglich digitaler Aufgabenformate zur Anzahlerfassung nachvollziehen?

Um diese Fragen zu beantworten, wird die digitale Spielumgebung *MaiKe* („*Ma*thematik *i*m *K*indergarten *e*ntdecken") in zwei divergenten Settings im Kindergarten eingesetzt und evaluiert (vgl. 5.7.2).

1.3 Aufbau der Arbeit

Die folgende Tabelle gibt einen Überblick über die Zuordnung der einzelnen Kapitel zu den Bereichen *Theoretische Grundlagen*, *Empirische Studie* und *Ergebnisse* (Tab. 1.1).

<table>
<tr><td colspan="4">1. Einleitung</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Theoretische Grundlagen</td><td colspan="3">2. Elementare Bildung</td></tr>
<tr><td colspan="2">3. Mathematische Basiskompetenzen</td><td>4. Fokus Anzahlerfassung</td></tr>
<tr><td colspan="3">5. Lehren und Lernen mit digitalen Medien</td></tr>
<tr><td>Empirische Studie</td><td colspan="3">6. Evaluation einer App zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen</td></tr>
<tr><td>Ergebnisse</td><td>7.1 Die App MaiKe im Kindergarten</td><td>7.2 Vergleich der Entwicklung der mathematischen Kompetenzen</td><td>7.3 Digitale Aufgabenformate zur Anzahlerfassung</td></tr>
<tr><td colspan="4">8. Zusammenfassende Diskussion und Ausblick</td></tr>
</table>

Tab. 1.1 Struktur der Arbeit

Nach einer Einleitung in das Thema werden in den Kapiteln 2 bis 5 zunächst die *Theoretischen Grundlagen* herausgearbeitet.

Das *Kapitel 2* zeigt die Relevanz der elementaren Bildung anhand der beiden Fokusse *Mathematik* und *Digitale Medien*, die sich als Hauptstränge durch die gesamte Arbeit ziehen. Die Bedeutung elementarer Bildung wird durch empirische Ergebnisse, gesellschaftliche Debatten und in bildungspolitischen Richtlinien deutlich.

In *Kapitel 3* werden unterschiedliche Klassifikationsvorschläge mathematischer Basiskompetenzen aufgezeigt und diskutiert, da die Förderung derer im Mittelpunkt dieser Arbeit steht. Wesentliche Punkte dieses Kapitels sind unterschiedliche Lernorte, Konzeptualisierungen und die Bedeutung von Lernbegleitung.

Das *Kapitel 4* fokussiert auf einen inhaltlichen Teilbereich der in Kapitel 3 aufgezeigten, umfangreichen mathematischen Basiskompetenzen. Forschungsergebnisse und Entwicklungsmodelle zur Zahlbegriffsentwicklung legen die Basis für den dritten Forschungsschwerpunkt der Studie, in dem die Anzahlerfassung speziell herausgegriffen und untersucht wird.

Das *Kapitel 5* geht zunächst allgemein auf das Lehren und Lernen mit digitalen Medien ein. Untersuchungen zur Mediennutzung zeigen die gesellschaftliche Relevanz und normative Positionen typische Sichtweisen in der Debatte um ein Lehren und Lernen mit digitalen Medien auf. Spezieller betrachtet werden im Anschluss daran Lernsoftware und Apps zur Unterstützung von Lernprozessen. Einbezogen werden die Perspektiven und Forschungsergebnisse unterschiedlicher Bezugsdisziplinen, die fächerübergreifend Geltung haben, bevor konkret empirische Erkenntnisse aus der Mathematikdidaktik dargelegt werden. Abschließend werden zwei ausgewählte Apps zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen vorgestellt und vergleichend diskutiert.

Die Darlegung der digitalen Spielumgebung *MaiKe* stellt gleichzeitig die Überleitung zur *Empirischen Studie* dar, in der diese App eingesetzt und evaluiert wird. In *Kapitel 6* werden Aufbau und Forschungsfragen der Untersuchung konkretisiert und eine Einordnung in die Forschungsmethodologie vorgenommen. Es folgen die methodischen Grundlagen zu den im Einzelnen gewählten Methoden der Datenerhebung, Datenaufbereitung und Datenanalyse. Im Unterkapitel zu Design und Durchführung werden die Konzeption der Untersuchung sowie die konkrete Anwendung der gewählten Instrumente in der eigenen Studie aufgezeigt.

Im *Kapitel 7* sind die Ergebnisse der Untersuchung dargelegt und interpretiert. Zunächst stehen der *Einsatz und die Nutzung der App MaiKe* während des Interventionszeitraums im Mittelpunkt, bevor über die *Effekte auf die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen* aufgeklärt wird. Der Fokus auf *digitale Aufgabenformate zur Anzahlerfassung* erlaubt vertiefte Einblicke in Lösungsstrategien und individuelle Lern- und Entwicklungsprozesse der Kinder.

Im *Kapitel 8* erfolgt eine zusammenfassende Diskussion und kritische Reflexion der Studie und der angewandten Methoden, bevor mögliche didaktische Folgerungen und Forschungsperspektiven abgeleitet und aufgezeigt werden.

Die besondere Bedeutung elementarer Bildung zeigt sich durch „die immer wieder aufs Neue bestätigte Erkenntnis, dass die Lernfähigkeit des Menschen in der frühen Kindheit besonders stark ausgeprägt ist; und die Erkenntnis, dass die Lernprozesse in der frühen Kindheit eine nahezu schicksalhafte Basis für die lebenslange Bildungsbiographie eines Menschen darstellen.

Liegle, 2006, S. 7

2 Elementare Bildung

Um allen Kindern möglichst gleiche Chancen für das weitere Leben und Lernen zu ermöglichen, ergeben sich Konsequenzen und Herausforderungen für die vorschulische Bildung, die in den letzten Jahren vermehrt in den Fokus gerückt sind. „Seit PISA wird [...] von der Überzeugung ausgegangen, dass Kinder früher, individueller, intensiver und nachhaltiger gefördert werden müssen, da sie in den ersten Jahren als enorm lernfähig angesehen werden" (Röll, 2007, S. 342). Auch Roux und Tietze (2007) machen deutlich, „dass die frühe Bildung immer stärker als Schlüsselbereich mit nachhaltigen Auswirkungen auf das gesamte Bildungssystem angesehen wird" (S. 369).

Während über die Bedeutsamkeit der elementaren Bildung mittlerweile weitgehend Konsens herrscht, entstehen Kontroversen bezüglich konkreter Umsetzungsvorschläge und zu unterschiedlichen Konzeptualisierungen. Im Gegensatz zu schulisch organisierten Lernprozessen, finden Anregungen zur frühkindlichen Bildung ihren Ausdruck meist nicht primär in einer voneinander getrennten Fächerlogik. Kindergärten verstehen sich „– bei aller Unterschiedlichkeit elementarpädagogischer Konzepte – in aller Regel als *Angebots*institutionen, die eine Vielzahl an Lern- und Entdeckungsmöglichkeiten für die Kinder in den verschiedenen Bildungsbereichen [...] bereithalten" (Bührmann & Büker, 2015, S. 156). Trotz der informelleren Organisationsform deutscher Kindergärten sind die Formulierung dementsprechender Bildungsbereiche und die Beschäftigung mit fachlichen Inhalten wesentlich. Das wird spätestens in Bezug auf die häufig erwähnte Anschlussfähigkeit bedeutsam. In diesem Sinne hat die elementare Bildung „die Grundschule im Visier, die gewissermaßen organisch auf dem aufbauen können soll, was der Kindergarten an früher Bildung angebahnt hat" (Konrad, 2014, S. 12).

Um diesen Erkenntnissen gerecht zu werden, hat die Jugend- und Kultusministerkonferenz im Jahr 2004 einen gemeinsamen *Rahmen der Länder für die frühe Bildung in Kindertageseinrichtungen* festgelegt, in dem der Bildungsauftrag betont und die Bedeutung der frühen Kompetenzentwicklung in verschiedenen Bereichen als Grundstein für das spätere Leben und Lernen herausgestellt wird.

> Innerhalb des gemeinsamen Rahmens gehen alle Länder eigene, den jeweiligen Situationen angemessene Wege der Ausdifferenzierung und Umsetzung. Bildungspläne sind Orientierungsrahmen, auf deren Grundlage die Tageseinrichtungen unter Berücksichtigung der lokalen Gegebenheiten träger- oder einrichtungsspezifische Konzeptionen erstellen. Sie enthalten keinen umfassend geregelten Ablauf der pädagogischen Arbeit, belassen einen großen pädagogischen Freiraum und setzen auf die Berücksichtigung individueller Unterschiede und spielerischer, erkundender Lernformen. (JMK & KMK, 2004, S. 2)

In der vorliegenden Arbeit steht die Förderung mathematischer Basiskompetenzen im vorschulischen Alter durch Einsatz einer digitalen Lern- und Spielumgebung im Fokus. Die folgenden Abschnitte greifen die beiden Aspekte *Mathematik* (Kapitel 2.1) und *digitale Medien* (Kapitel 2.2) in der elementaren Bildung auf. Die Bedeutung des jeweiligen Bereichs wurde und wird in (wissenschaftlichen) Diskursen ausgehandelt und zeigt sich in den aktuellen bildungspolitischen Richtlinien

2.1 Mathematik

Frühe mathematische Bildungsprozesse wurden im Laufe der Zeit in zahlreichen Studien erforscht (vgl. 2.1.1[1]) und sind mittlerweile integraler Bestandteil in nahezu allen Bildungsplänen für den Elementarbereich (vgl. 2.1.2).

2.1.1 Bedeutung elementarer mathematischer Bildung

Kinder erwerben erste mathematische Basiskompetenzen lange vor Schuleintritt. Die frühe mathematische Bildung ist bereits im 19. Jahrhundert durch Arbeiten von Friedrich Fröbel (1782-1852) (vgl. z. B. Berger, 2012; Winter, 2011) und etwas später von Jean Piaget (1896-1980) (Piaget & Szeminska, 1969) wesentlich mitgeprägt worden. Zwischenzeitlich war der Aspekt des sozialen Lernens mit „einer vermeintlichen Abkehr von bildungsbezogenen Inhalten“ (Roux, 2008, S. 14) wieder in den Vordergrund getreten. Nicht zuletzt waren die Ergebnisse aus internationalen Vergleichsstudien (z. B. TIMSS, PISA) Auslöser, eine fachliche und damit auch eine mathematische Komponente wieder vermehrt zur Diskussion zu stellen (vgl. Deutscher & Selter, 2013; Roux, 2008).

In den letzten Jahren bestätigen auch die Ergebnisse verschiedener Studien die Bedeutung früher mathematischer Bildung und zeigen „vermehrt Zusammenhänge zwischen vorschulischer Erziehung bzw. individuellen Vorkenntnissen und schulischer Leistung“ (Gasteiger 2010, S. 15).

Der wechselseitige Zusammenhang zwischen elementarer mathematischer Förderung und der weiteren schulischen Bildungsbiographie wird hauptsächlich aus zwei Perspektiven intensiver beforscht. Inhaltliche Aspekte und grundlegende mathematische Arbeitsweisen werden meist aus fachdidaktischer Perspektive betrachtet (Benz, Peter-Koop & Grüßing, 2014; Gasteiger, 2010; Hellmich & Köster, 2008; Kortenkamp et al., 2014; Sarama & Clements, 2009; Schuler, 2013; Schuler & Wittmann, 2009;

[1] Studien und Modelle, die sich speziell mit der Zahlbegriffsentwicklung auseinandersetzen, sind dem Kapitel 4 zugeordnet.

Steinweg, 2007; Tiedemann, 2012). Ergänzt werden sie durch entwicklungspsychologische Untersuchungen, die ihren Schwerpunkt häufig auf Prädiktion späterer Schulleistungen und Rechenschwierigkeiten legen (Dornheim, 2008; Grube & Hasselhorn, 2006; Krajewski, 2003; Krajewski & Schneider, 2006; Stern, 2003; Weinert 2001; Weinert & Helmke, 1997; Weißhaupt, Peucker & Wirtz, 2006).

Auch internationale Arbeiten, beispielsweise aus Schweden (Aunio & Niemivierta, 2010), Finnland (Aunola et al., 2004), den USA (Duncan et al., 2007; Lembke & Foegen, 2009; Stevenson & Stigler, 1994) oder Australien (Young-Loveridge, 1998), weisen auf den Einfluss früher mathematischer Beschäftigungen auf spätere schulische Leistungen hin. Längsschnittstudien, wie die LOGIK- und SCHOLASTIK-Studie aus dem deutschsprachigen Raum bestätigen die Bedeutung mathematischen Vorwissens (Schneider, 2008; Stern, 2003). Mathematische Kompetenzen, gemessen im Kindergartenalter, haben demnach größeren Einfluss auf die späteren Schulleistungen als die Intelligenz.

Aus entwicklungspsychologischer Sicht zeigt Dornheim (2008), dass „die Rechenleistungen in der 1. Klasse vor allem mit dem spezifischen Prädiktor Zahlen-Vorwissen korreliert sind“ (S. 355). Unter Zahlen-Vorwissen subsumiert sie vorwärts und flexibles Zählen, das Abzählen von Mengen, auch ohne Zeigen, die Simultanerfassung und erstes Rechnen. Der Fokus derartiger Untersuchungen liegt meist auf dem Inhaltsbereich *Mengen, Zahlen und Operationen* (Deutscher & Selter, 2013). So belegen auch weitere Langzeitstudien die Bedeutung früher Mengen-Zahlen-Kompetenzen (vgl. z. B. Jordan, Kaplan, Ramineni & Locuniak, 2009; Krajewski & Schneider, 2006). Heinze und Grüßing (2009) warnen vor „Lücken in den grundlegenden Mengen-Zahlen-Kompetenzen“, da diese „ein besonderes Entwicklungsrisiko für den Erwerb des Rechnens“ (S. 28) darstellen. Das bestätigen auch Benz et al. (2014), die das frühe Zahlen- und Mengenwissen als prädiktiv für spätere Rechenleistung und Rechenschwierigkeiten sehen.

Welche (weiteren) mathematischen Basiskompetenzen im vorschulischen Kontext wesentlich sind und wie diese gefördert werden können, ist Gegenstand einer breiten mathematikdidaktischen Diskussion, die im

Kapitel 3 genauer dargelegt ist. Im Kapitel 4 folgt eine spezifischere Betrachtung von Forschungsarbeiten zur Zahlbegriffsentwicklung unter dem speziellen Fokus der Studie: der Anzahlerfassung.

2.1.2 Bildungspolitische Richtlinien

Die Bedeutung früher mathematischer Bildung, die durch die zahlreichen wissenschaftlichen Studien belegt wird, zeigt sich auch in den bildungspolitischen Richtlinien für den Elementarbereich. Insbesondere der *gemeinsame Rahmen*, der „eine Verständigung der Länder über die Grundsätze der Bildungsarbeit der Kindertageseinrichtungen" darstellt (JMK & KMK, 2004, S. 2) und exemplarisch der *Bayerische Bildungs- und Erziehungsplan* (Bayern, 2016), der die Inhalte für die Ebene eines Bundeslandes konkretisiert, werden im Folgenden genauer analysiert[2].

Der *Gemeinsame Rahmen der Länder für die frühe Bildung in Kindertageseinrichtungen* verweist auf eine ganzheitliche Förderung als grundlegendes Prinzip und lehnt eine Orientierung an Fächern oder Wissenschaftsdisziplinen für den Elementarbereich ab (JMK & KMK, 2004, S. 3). Die im Anschluss aufgeführten sechs Bildungsbereiche sind deshalb übergreifend und an den kindlichen Interessen ausgerichtet zu verstehen und zu konkretisieren:

– Sprache, Schrift, Kommunikation
– Personale und soziale Entwicklung, Werteerziehung/religiöse Bildung
– Mathematik, Naturwissenschaft, (Informations-)Technik
– Musische Bildung/Umgang mit Medien
– Körper, Bewegung, Gesundheit
– Natur und kulturelle Umwelten

Der Bereich *Mathematik* wird in der Auflistung konkret genannt und wie folgt expliziert:

[2] Die vorliegende Studie wurde im Bundesland Bayern durchgeführt.

> Deshalb sollten die kindliche Neugier und der natürliche Entdeckungsdrang der Kinder dazu genutzt werden, den entwicklungsgemäßen Umgang mit Zahlen, Mengen und geometrischen Formen, mathematische Vorläuferkenntnisse und -fähigkeiten zu erwerben. (JMK & KMK, 2004, S. 4)

Hier werden zwei zentrale Inhaltsbereiche für die frühe mathematische Bildung angesprochen, die auch aus fachdidaktischer Sicht als wesentliche Basiskompetenzen gelten (vgl. Kapitel 3). Gleichzeitig weist der Zusatz *Vorläufer-* auf den Übergang vom Elementar- in den Primarbereich und die „notwendige Anschlussfähigkeit der Bildungsinhalte“ (JMK & KMK, 2004, S. 8) hin.

Royar (2007) kritisiert am gemeinsamen Rahmen die „eher zufällige als systematisch“ (S. 33) erscheinende Einordnung der Mathematik zu Naturwissenschaft und (Informations-)Technik. Es mangele an klaren Zielsetzungen und einem erkennbaren Konzept. Detailliertere fachliche oder fachdidaktische Ausführungen finden sich in dem vorliegenden Beschluss nicht. Für Präzisierungen wird auf die Länderebene und die jeweiligen Bildungspläne verwiesen, die den Orientierungsrahmen konkretisieren, ausdifferenzieren, ausfüllen und erweitern können.

Bildungspläne der Länder, wenn auch nicht immer explizit als solche benannt, liegen mittlerweile für alle 16 Bundesländer vor und stehen auf dem deutschen Bildungsserver zum Online-Abruf zur Verfügung (Deutscher Bildungsserver, o.D.). In Bezug auf die mathematische Bildung zeigt sich eine starke Heterogenität der Länderpläne. Das manifestiert sich in unterschiedlichen Begrifflichkeiten, Umfang und Qualität der Ausführungen, angesprochenen Inhalten, formulierten Zielen und methodischen Zugängen. Eine ausführliche Beschreibung und Diskussion findet sich beispielsweise bei Peter-Koop (2009) oder bei Royar (2007). An dieser Stelle erfolgt eine zusammenfassende Darlegung von Gemeinsamkeiten und Unterschieden.

Die Benennung und der Umfang sind erste Kriterien, die in den verschiedenen Plänen individuell ausdifferenziert sind. Gar nicht erwähnt wird die Mathematik im Rahmenplan von Bremen (2012), der aber Bezug auf den Aufbau eines ersten mathematischen Verständnisses im Bereich *Natur, Umwelt und Technik* nimmt. Mengen, Zahlen, Formen und auch das

Messen sind Begriffe, die in diesem Zusammenhang genannt werden. In anderen Veröffentlichungen sind Anregungen zu mathematischen Grunderfahrungen in einem breiter gefassten Themenbereich gebündelt. Der Plan aus Baden-Württemberg (2011) enthält das Entwicklungsfeld *Denken*, das *Naturphänomene, Technik und Mathematik*, Schleswig-Holstein (2008) und Rheinland-Pfalz (2016) nennen den Bildungsbereich *Mathematik, Naturwissenschaften und Technik* und in Brandenburg (2006) heißt er *Mathematik und Naturwissenschaft*.

Alle weiteren Bildungspläne enthalten einen eigenständigen Bereich für die Mathematik, der unterschiedlich betitelt ist (z. B. *Mathematik*, *Mathematische Bildung* oder *Mathematisches Grundverständnis*). Das bedeutet jedoch nicht zugleich, dass der Themenbereich theoretisch fundierter und ausführlicher dargelegt ist. Während Nordrhein-Westfalen (2016) bei der Beschreibung von mathematischer Bildung vergleichsweise oberflächlich bleibt und kaum eine Struktur zu erkennen ist, zeigt der Orientierungsplan aus Niedersachsen (2005) wesentliche Inhaltselemente sowie beispielhafte Anregungen zur Reflexion und Lernbegleitung. Den mathematischen Teil der Pläne aus Berlin (2014), Hamburg (2012) und dem Saarland (2006) beschreibt Royar (2007) als Systematik ohne expliziten theoretischen Rahmen, in dem „kaum mehr als eine relativ willkürlich ausgewählte und ohne erkennbaren roten Faden ausgestattete Sammlung von Ideen, Zielen, Handlungsvorschlägen und mathematikdidaktischen Formulierungen“ (S. 40) zu finden ist. Die Bildungskonzeption aus Mecklenburg-Vorpommern (2011) nimmt 0- bis 10-jährige Kinder in den Blick und legt auf über 20 Seiten ein Fachcurriculum dar, das mehr einem schulischen Lehrplan mit einer Fachlogik folgt und daher für den vorschulischen Bereich weniger geeignet erscheint. Thüringen (2015) legt einen Bildungsplan bis 18 Jahre vor, in dem die „ELEMENTARE mathematische Bildung“ (S. 164) in einem kurzen Abschnitt gesondert thematisiert wird. Stichworte wie Muster, Formen, Mengen und Zahlen sind zu finden, werden aber weder konkretisiert noch durch geeignete Handlungsanweisungen oder Beispiele illustriert.

In keinem Land werden die KMK-Standards explizit aufgegriffen, „weshalb eine gemeinsame fachliche Grundlage und ein expliziter Anschluss zur Primarstufe fehlte“ (Carle, 2018, S. 251). Peter-Koop (2009) betont,

„dass aus pädagogischer, fachdidaktischer wie bildungspolitischer Sicht ein Bekenntnis zur vorschulischen (mathematischen) Bildung und ein diesbezüglicher Bildungsauftrag vorschulischer Institutionen im Rahmen von Orientierungsplänen in allen 16 Bundesländern zu begrüßen sei“ (S. 49), beschreibt aber auch nur die Bildungspläne aus Bayern und Hessen als „umfangreich wissenschaftlich begleitet“ (S. 51). Erstgenannter wird an dieser Stelle für eine detailliertere Analyse mathematischer Inhalte herausgenommen.

Der *Bayerische Bildungs- und Erziehungsplan* thematisiert mit 21 Seiten äußerst umfassend den themenbezogenen Bildungs- und Erziehungsbereich *Mathematik* (S. 239-260). Leitgedanken zu mathematischen Aspekten im Alltag, wie Regelmäßigkeiten, Muster, Formen, Zahlen, Mengen oder Größen, stehen vor konkret formulierten Bildungs- und Erziehungszielen. Diese beinhalten inhaltliche Aspekte im pränumerischen und numerischen Bereich und bereichsübergreifend zum sprachlichen und symbolischen Ausdruck mathematischer Inhalte (S. 6ff). Enthalten sind Ziele zu den Bereichen *Zahlen und Mengen* („Zählkompetenz“, „stabile Reihenfolge der Zahlensymbole“, „Grundlegendes Mengenverständnis“), zu *Operationen* („Grundverständnis über [...] Rechenoperationen“), zur *ein- und mehrdimensionalen Geometrie* („Spielerisches Erfassen geometrischer Formen mit allen Sinnen“) und zu *Größen und Messen* („Erwerb einer realistischen und lebendigen Größenvorstellung und eines Verständnisses des Messens und Vergleichens“). Der *Sprachliche und symbolische Ausdruck mathematischer Inhalte* greift inhaltsübergreifend mathematische Grundbegriffe, den Gebrauch mathematischer Werkzeuge und die Bedeutung verschiedener Repräsentations- und Veranschaulichungsformen auf. Trotz umfassender Berücksichtigung der verschiedenen Inhaltsbereiche kritisiert Royar (2007), dass „indes keine wirklichen Ziele formuliert, sondern [...] Tätigkeiten (z. B. „Vergleichen, Klassifizieren und Ordnen von Objekten und Materialien“) und erstrebenswerte Kompetenzen der Kinder (z. B. „Grundlegendes Mengenverständnis“) aufgelistet“ (S. 43) sind.

In den sich anschließenden *Anregungen und Beispielen zur Umsetzung* werden zunächst allgemein pädagogische Grundlagen und die Verbindung zu anderen Bildungsbereichen (z. B. *Sprache und Literacy* oder *Naturwissenschaften und Technik*) aufgezeigt. Ansätze für mathematische Bildung, alltagsbezogene Praxisbeispiele und „Mathematik-Spiele" bieten konkretere Handlungstipps zur Umsetzung und Thematisierung einzelner Inhaltsbereiche. Letztlich wird das Programm ‚Entdeckungen im Zahlenland' von Preiß (2007) beschrieben und als „attraktiv und lohnend" (S. 254) beworben. Aus fachdidaktischer Sicht wird dieses Konzept allerdings durch kritische Stimmen begleitet (vgl. z. B. Düringer, 2009; Gasteiger, 2010; Leder, 2014).

Im Vergleich zu anderen Plänen zeigt sich das bayerische Konzept als theoretisch fundiert, wobei Begriffe eher der (entwicklungs-)psychologischen als der mathematikdidaktischen Forschungstradition entnommen sind. Einige pragmatische Hinweise scheinen sinnvoll und komplettieren die Ausführungen.

2.2 Digitale Medien

> Gilt es hier nicht, die Fenster und Türen von Grundschulen fest zu verrammeln oder zumindest sich möglichst ruhig zu verhalten, damit der Digitalisierungssturm die Primarbildung übersieht und man in der Grundschule noch in Ruhe seine Arbeit tun kann? (Irion, 2018, S. 3)

Nicht nur die Schulen, sondern auch frühkindliche Einrichtungen sind zunehmend Orte, an denen die digitale Bildung ihren Anfang nimmt. Der Einsatz digitaler Medien erfordert – sowohl bei Lernenden als auch bei Lehrenden – Kompetenzen, um möglichen Gefahren zu begegnen und identifizierte Potentiale für Lehr- und Lernprozesse ausschöpfen zu können (vgl. 2.2.1). Das Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) und die Kultusministerkonferenz (KMK) haben die veränderten Anforderungen erkannt und rufen das Jahr 2016 zum „Jahr der digitalen Bildung" aus. Diese Initiative führt zur Entwicklung von Strategien und zur Veröffentlichung zahlreicher Richtlinien und Handreichungen (vgl. 2.2.2).

2.2.1 Bedeutung digitaler Medien in der elementaren Bildung

Digitale Medien in den Alltag von Kindern zu integrieren und zur Unterstützung von Lehr- und Lernprozessen zu nutzen, ist keine Selbstverständlichkeit. Insbesondere im Elementar- und Primarbereich stößt man auf unterschiedliche Meinungen zu dieser Thematik. Verschiedene Interessensgruppen bringen ihren jeweiligen Blickwinkel in die Debatte ein und äußern sowohl Erwartungen als auch Befürchtungen. Als wesentlich erscheinen dabei Akteure der Bildungspolitik, Lehrpersonen und Eltern (Walter, 2018). Die Digitalisierung und die aktuelle Diskussion um deren Bedeutung, um Vorzüge, Gefahren und sinnvolle Einsatzszenarien, sind nicht zuletzt aktuelle Themen, weil digiale Medien im Alltag, in Familien aber auch in Bildungsinstitutionen zunehmend präsent und kaum mehr wegzudenken sind (vgl. Kapitel 5.2).

Einerseits nimmt aufgrund der flächendeckenden Verbreitung und alltäglichen Nutzung digitaler Geräte, auch schon unter jüngeren Kindern, die Entwicklung und Förderung von Medienkompetenz einen wesentlichen Stellenwert ein. Andererseits werden Potentiale für Lehr- und Lernprozesse identifiziert, die nicht außer Acht gelassen werden sollten. Irion (2018) beschreibt vier Argumente für den Einsatz digitaler Medien und zeigt die Bedeutung auf, die diese auch im Bildungskontext von Kindern haben:

Das Lebensweltargument: Irion (2018) legt die Medienwelten von Kindern der heutigen Generation dar, indem er wesentliche Ergebnisse großer Mediennutzungsstudien aufzeigt (vgl. auch Kapitel 5.2) und schließt mit dem Fazit, dass Medienbildung “ein Element schulischer Grundbildung und damit notwendigerweise ein Thema von Grundschulen“ (S. 4) sei.

Das Zukunftsargument: „Kinder benötigen digitale Kompetenzen, um sich in ihrer künftigen Lebenswelt zurechtzufinden“ (ebd., S. 4). Es ist nicht vorauszusetzen, dass Kinder als „Digital Natives“ alle grundlegenden Kompetenzen automatisch erlernen.

Das Lernargument: „In jedem Fall muss sich Grundschulunterricht [...] mit der Frage auseinandersetzen, wie digitale Medien ergänzend zu traditionellen Medien und Originalerfahrungen lernförderlich eingesetzt werden können" (ebd., S. 5). Die Betonung liegt auf der Unterstützungsfunktion der digitalen Medien – als Ergänzung zu Primärerfahrungen.

Das Effizienzargument: Dieses letzte Argument betrachtet Irion (2018) noch kritisch: „Obwohl sich einige kleinere Arbeitserleichterungen durch digitale Medien verzeichnen lassen [...], sind die Potenziale bei Weitem noch nicht ausgeschöpft" (S. 5).

Diese vier Argumente lassen sich – mit Einschränkungen bzw. Anpassungen – sowohl auf die weiterführenden Schulen als auch auf den vorschulischen Bereich übertragen. Um den damit verbundenen Anforderungen zu begegnen und die Potenziale digitaler Medien ausschöpfen zu können, sind wachsende Investitionen seitens der Bildungspolitik notwendig. Es ist erkennbar, dass die Ausstattung von Bildungseinrichtungen mit digitalen Medien weiter vorangetrieben wird. Durch die Presse geht aktuell der sogenannte *DigitalPakt Schule*, in dessen Rahmen der Bund insgesamt fünf Milliarden Euro zur Verfügung stellt, um die digitale Infrastruktur an Schulen auszubauen (Bundesministerium für Bildung und Forschung, 2019). Bereitgestellte Arbeits- und Endgeräte benötigen durch die schnellen technischen Entwicklungen ständige Wartung und Instandhaltung. Das Schaffen einer funktionierenden Infrastruktur ist eine Herausforderung, die vermutlich noch lange nicht abgeschlossen sein wird. Zudem werden sinnvolle didaktische Konzepte benötigt, welche durch das pädagogische Personal ohne großen Zusatzaufwand in die vorhandene Lernumgebung bzw. in die jeweilige Situation integriert werden können.

Die Bedeutung und Aktualität zeigt sich in weiteren spezifischen Veröffentlichungen, Bildungsoffensiven und Finanzpaketen, die das Lehren und Lernen mit digitalen Medien thematisieren und voranbringen sollen. Der folgende Abschnitt gibt einen Einblick in bildungspolitische Vorgaben mit besonderem Augenmerk auf den Elementarbereich.

2.2.2 Bildungspolitische Richtlinien

Nach einem Überblick der (Digitalisierungs-)Initiativen der letzten Jahre und der daraus entstandenen Strategiepapiere, werden wiederum der *gemeinsame Rahmenplan* für die frühe Bildung (JMK & KMK, 2004) sowie die Bildungspläne der Bundesländer mit dem exemplarischen Fokus auf den *Bayerischen Bildungs- und Erziehungsplan* (Bayern, 2016) auf den Einbezug digitaler Medien analysiert.

Das Bundesministerium für Bildung und Forschung (2016) entwickelt mit der *Bildungsoffensive für die digitale Wissensgesellschaft* einen „systematischen Handlungsrahmen [...], um die digitale Transformation des Bildungssystems voranzutreiben“ (S. 5). Der zugehörige *DigitalPakt#D* beinhaltet zwei Kernelemente. Der Bund verpflichtet sich, die digitale Ausstattung an Schulen durch finanzielle Mittel in Milliardenhöhe zu fördern. Im Gegenzug wird von den Ländern die Einbindung und Wartung der Infrastruktur, die Entwicklung pädagogischer Konzepte und die Umgestaltung der Lehreraus- und -fortbildung gefordert. Bezug genommen wird auf die Strategie der Kultusministerkonferenz, welche zwei Monate später unter dem Titel *Bildung in der digitalen Welt* erschien und unter anderem Chancen und Herausforderungen der Handlungsfelder *Bildungspläne und Unterrichtsentwicklung* und *Aus-, Fort- und Weiterbildung von Erziehenden und Lehrenden* aufzeigt (KMK, 2016). Das Bayerische Kultusministerium (2016) legt eine Zukunftsstrategie zur *Digitalen Bildung in Schule, Hochschule und Kultur* vor, in der Herausforderungen der Digitalisierung in strategische Zielsetzungen und Maßnahmen münden.

Diese Veröffentlichungen fokussieren hauptsächlich auf den schulischen Bereich. Informationen, Hinweise oder spezifische Ausführungen zur frühen Bildung sind nicht oder nur in geringem Umfang zu finden. Das Bundesministerium für Bildung und Forschung (2016) bezieht sich zwar auf Empfehlungen der Enquete-Kommission des Deutschen Bundestages (2013) *Internet und Digitale Gesellschaft*, greift das dort explizit ausgeführte Kapitel ‚Frühkindliche Bildung‘ allerdings nur knapp auf. Darin wird die elementare Bildung in einer digitalisierten Welt unter Beachtung von rechtlichen Grundlagen und institutionellen Zuständigkeiten, Bildungskonzepten und der Aus- und Weiterbildung von Erziehenden thematisiert.

Ein im Jahr 2018 erschienenes Gutachten des Expertengremiums *Aktionsrat Bildung* fokussiert die Herausforderung des digitalen Wandels detaillierter; darunter beispielsweise erforderliche Entwicklungsmaßnahmen für das pädagogische Personal, die Entwicklung von fachspezifischen Lehr- und Lernkonzepten bis hin zur Neugestaltung von Curricula (vgl. Vereinigung der Bayerischen Wirtschaft, 2018). Die Ausführungen berücksichtigen alle Lernphasen; angefangen mit der frühen Bildung. Eine aus dem betreffenden Abschnitt folgende Empfehlung lautet wie folgt:

> In der Abwägung von negativen Einflüssen mit den positiven pädagogischen Lernmöglichkeiten wird unter Beachtung der tatsächlichen Verbreitung digitaler Medien in Familien [...] ein pädagogisch begleiteter Umgang mit klaren inhaltlichen und zeitlichen Kontrollen empfohlen. (Vereinigung der Bayerischen Wirtschaft, 2018, S. 98)

In dieser Schrift wird auch ausführlicher auf eine Informationsausgabe mit dem Schwerpunkt im Elementarbereich vom Staatsinstitut für Frühpädagogik (IFP) Bezug genommen, in der Reichert-Garschhammer (2016) das Konzept zur *Kita 4.0 – Digitalisierung als Chance und Herausforderung* in seinen Grundzügen vorstellt. Eine „Bildung über die digitale Welt und deren Technologien“ und eine „Bildung mit digitalen Medien und Technologien“ (S. 7) sind die beiden wesentlichen Aspekte. Unter Berücksichtigung aktueller Gegebenheiten, wie der digitalen Infrastruktur und Ausstattung in Familien sowie in bayerischen Kindergärten, werden Chancen für die frühe Bildung aufgezeigt und Entwicklungs- und Forschungsaufgaben identifiziert. Inklusive Bildung, Medienexpertise des pädagogischen Personals, Besonderheiten der mobilen Multifunktionalität von Tablets und einige weitere Aspekte werden unter Bedacht von möglichen Risiken, institutionellen und rechtlichen Rahmenbedingungen thematisiert. Der Ausblick verspricht einen systematischen Aufbau dieses neuen Arbeitsschwerpunktes durch das IFP.

Fast alle Ansätze zu einem Lehren und Lernen mit digitalen Medien haben gemeinsam, dass sie – im Gegensatz zu fachlich-inhaltlichen Bildungsbereichen (wie Mathematik) – (fächer-)übergreifend gedacht werden. Um die digitale Bildung systematisch auf- und auszubauen ist laut

Ballnus (2016) interdisziplinäre Forschung und die erforderliche Anpassung der Rahmen- und Bildungspläne nötig:

> >Digitale Bildung< ist in der Schule kein eigenständiges Unterrichtsfach und verfügt über keine entsprechend ausgeprägte fachdidaktische Tradition. Wenn aber die Anforderungen an Schule und Unterricht mit den durch die umfassende Mediatisierung veränderten Rahmenbedingungen synchronisiert werden sollen, müssen zu allererst die Rahmen- und Bildungspläne verändert, angepasst und weiterentwickelt werden. (Ballnus, 2016, S. 366)

Das geschieht im *Gemeinsamen Rahmen der Länder für die frühe Bildung in Kindertageseinrichtungen,* in dem der Aspekt der digitalen Medien innerhalb der sechs oben genannten Bildungsbereiche an zwei Stellen expliziert wird (JMK & KMK, 2004). Zunächst wird dem Feld *Naturwissenschaft* und *Mathematik* der Bereich *(Informations-)Technik* angefügt. Die Präzisierung folgt in direktem Anschluss an die oben zitierte Beschreibung mathematischer Inhalte: „Eng damit zusammen hängt auch die Vermittlung von Kenntnissen über die Verwendungs- und Funktionsweisen von technischen und informationstechnischen Geräten, die den Alltag der Kinder prägen, und von Fertigkeiten des praktischen Umgangs damit“ (JMK & KMK, 2004, S. 4). Worin genau dieser Zusammenhang besteht, bleibt unklar. Betont werden der technische Aspekt und der praktische Umgang mit digitalen Medien; es geht also hauptsächlich um die Beherrschung elementarer informatischer Methoden und Werkzeuge.

Ergänzend zur *Musischen Bildung* ist der *Umgang mit Medien* aufgeführt. Um diesen in den Kontext der musischen Bildung sinnvoll und kohärent einzubetten, wird an dieser Stelle der kreative und künstlerische Aspekt hervorgehoben: „Was den Umgang mit Medien angeht, gehört zur Medienkompetenz als dem obersten Ziel von Medienbildung auch die Fähigkeit, Medien zweckbestimmt und kreativ zu nutzen und damit eigene Werke zu erstellen“ (JMK & KMK, 2004, S. 5). Dass dies nur einen Teil von Medienkompetenz ausmacht, wird zwar angedeutet, was unter umfassender Medienkompetenz verstanden wird, bleibt jedoch offen. Die Befähigung, Medien eigenverantwortlich, bewusst und kritisch zu nutzen – wie Medienkompetenz häufig umschrieben wird – sind Aspekte, die mit zunehmendem Alter vermehrt zum Tragen kommen und langsam angebahnt werden können.

Die gewählten Facetten der (technischen) Mediennutzung und der (gestalterischen) Medienkompetenz scheinen ausgewählt, um Zuordnungen zu den bestehenden Bildungsbereichen schlüssig begründen zu können. Die übergreifende Relevanz der Medienbildung für alle Inhaltsbereiche wird zwar angedeutet, aber nicht weiter thematisiert. Dabei wäre auch unter den Aspekten, „die für alle Inhalte gleichermaßen von Bedeutung sind und den Charakter von Querschnittsaufgaben haben“ (JMK & KMK, 2004, S. 4), ein geeigneter Platz, um den Umgang mit digitalen Medien bzw. die Medienkompetenz zu verorten.

In allen *Bildungsplänen der Bundesländer* wird die Arbeit mit Medien mittlerweile thematisiert, allerdings in unterschiedlichem Umfang und auf unterschiedlichem Niveau.

> Im Hinblick auf die frühe Medienkompetenzförderung sind die bundeslandspezifischen Bildungspläne von Bedeutung, weil sie Legitimationsfunktion der pädagogischen Arbeit haben und Begründungen, Bildungsziele und Praxisvorschläge für die medienpädagogische Arbeit in Kindertagesstätten liefern. (Neuß, 2016, S. 37)

Als eigenständiger Bereich ist die medienpädagogische Bildung derzeit in nur vier Bundesländern verortet: Bayern (2016), Nordrhein-Westfalen (2016), Rheinland-Pfalz (2016) und Thüringen (2015). Andere Bildungspläne folgen der Argumentation von Neuß (2007), der sagt, „Medienkompetenz sei ein themen- und kompetenzübergreifender Bildungsbereich, daher werde sie in allen Bereichen (Sprache, Natur und Technik, ästhetische Bildung usw.) integriert“ (S. 350). Ist ein Bildungsplan in eine Fächerlogik gegliedert, ergibt sich dann jedoch verstärkt die angedeutete Verortungsproblematik solcher bereichsübergreifenden Aspekte. In Sachsen (2012), Hessen (2016), Hamburg (2012), Schleswig-Holstein (2008) und Berlin (2014) ist der Bereich *Medien* einem anderen Themenfeld (meist der Sprachentwicklung) zugeordnet. In sieben Bundesländern findet sich weder ein eigener Abschnitt noch eine konkrete Verortung in einem anderen Fachbereich: Baden-Württemberg (2011), Brandenburg (2006), Sachsen-Anhalt (2014), dem Saarland (2006), Niedersachsen (2005), Bremen (2012) und Mecklenburg-Vorpommern (2011). Meist ist die Medienpädagogik „hier somit (maximal) verdeckter Bestandteil der Bildungspläne (Kratzsch, 2016, S. 81).

Medien als kompetenzübergreifendes und mehrdimensionales Feld in den Alltag der Kinder zu integrieren, ist für elementarpädagogische Fachkräfte komplex und fordernd, insbesondere wenn Bildungspläne lediglich unsystematische und wenig konkrete Hinweise liefern. Vereinzelt, z. B. in Brandenburg (2006) und dem Saarland (2006), bieten weiterführende Handreichungen, die zusätzlich zu den Bildungsplänen konkret Bezug auf technische und medienpädagogische Elemente nehmen, Hilfestellung.

Der *Bayerische Bildungs- und Erziehungsplan* wird als Beispiel für eine detailliertere Analyse herausgenommen. Er bietet mit dem eigenständigen Bereich *Informations- und Kommunikationstechnik, Medien* im Vergleich zu den meisten anderen Bundesländern recht umfassende Ausführungen und fasst Medienkompetenz weiter als der Rahmenplan (vgl. oben):

> Medienkompetenz ist heute unabdingbar, um am politischen, kulturellen und sozialen Leben in der Informationsgesellschaft zu partizipieren und es souverän und aktiv mitzugestalten. Medienkompetenz bedeutet bewussten, kritisch-reflexiven, sachgerechten, selbstbestimmten und verantwortlichen Umgang mit Medien. (Bayern, 2016, S. 219)

Die ausformulierten Bildungs- und Erziehungsziele als Ausdifferenzierung des Komplexes *Medienkompetenz* umfassen die *Bildung durch Medien* (Verständnis über Medienformate, kritische Reflexion von Medienbotschaften), die *Bildung über Medien* (Wissen über Funktionsweisen technischer Geräte, Mediensysteme) als auch die *Bildung mit Medien* (Medien als Gestaltungs- und Ausdrucksmittel oder als Kommunikations- und Interaktionsmittel). Die sich anschließenden Ausführungen enthalten Anregungen und Beispiele zur Umsetzung, konkrete Projektvorschläge und Praxisbeispiele. Querverbindungen zu anderen Bereichen machen den übergreifenden Charakter des Bereichs deutlich. Hinweise für eine Zusammenarbeit mit dem Elternhaus, zu einem Einsatz digitaler Geräte durch das pädagogische Personal und einige weitere Formen der Medienarbeit, Aktivitäten und Themenvorschläge komplettieren das Kapitel.

Ein Schaubild des Instituts für Medienpädagogik in Forschung und Praxis (JFF) basiert auf national durchgeführten, empirischen Studien der letzten Jahre und zeigt eine auf den Entwicklungsstand der Kinder angepasste, sinnvolle Schwerpunktsetzung auf (vgl. Abb. 2.1). Diese Übersicht kann eine grobe Orientierung bilden. Im Einzelnen ist es aber natürlich bedeutsam, welche konkreten Aktivitäten im Internet, welche Computeranwendungen oder welche Bilderbücher oder Videos eingesetzt werden, um einordnen zu können, für welches Alter diese sinnvoll sind.

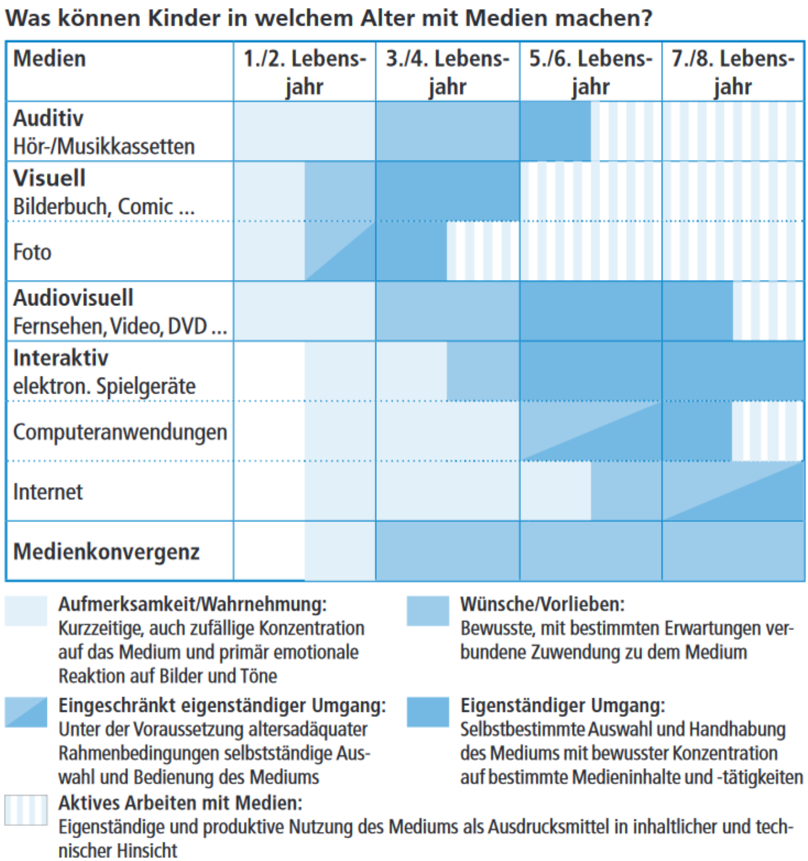


Abb. 2.1 Mediennutzung von Kindern (Quelle: Bayern, 2016, S. 220)

Insgesamt enthält der Bayerische Bildungs- und Erziehungsplan im Gegensatz zu den meisten anderen Bildungsplänen mit über 20 Seiten umfassende Informationen und konkrete Umsetzungsvorschläge zur medienpädagogischen Grundbildung. Das ist zur Implementation der neuen und aktuellen Thematik hilfreich, denn „Curricula sind zu normativen Standards für Bildungseinrichtungen geworden und dienen als Mittel zur administrativ-politischen Steuerung des Systems der Tageseinrichtungen“ (Fthenakis, 2006, S. 28). Statt zwischen guten und schlechten Medien im technischen Sinn zu differenzieren, wird primär auf die Bedeutung sinnvoller Inhalte hingewiesen. Dabei werden Potentiale aber auch Risiken mitgedacht. Dies immer vor dem Hintergrund, (analoge) Spiel- und Lernumgebungen durch digitale Angebote zu ergänzen statt zu ersetzen.

2.3 Fazit

Zahlreiche Studien zeigen die Wirksamkeit von mathematischer Förderung im Kindergarten und belegen die Prädiktorfunktion früher mathematischer Kompetenzen (vgl. 2.1). Es gibt kaum mehr Zweifel daran, dass die vorschulische Bildung aktiv an entwicklungsfähige, fachliche Präkonzepte der Kinder anknüpfen sollte. „Dieser Bedarf an fachlicher resp. mathematischer Förderung im Kindergarten wurde heute erkannt, ist im Lehrplan verankert und wird in Praxis, Politik wie auch Forschung breit anerkannt“ (Wullschleger, 2017, S. 37). Trotz des gemeinsamen Rahmens der JMK und KMK (2004) ist jedoch bisher kein „einheitliches Bildungskonzept für die Mathematik im vorschulischen Bereich“ zu erkennen (Royar, 2007, S. 44). Diese Situation fordert die Mathematikdidaktik, „didaktische Hintergrundinformationen, Handlungsanregungen einschließlich einer Auswahl an geeigneten Medien sowie Kriterien zur eigenen Analyse und Diagnostik“ (ebd., S. 44) zu entwickeln und anzubieten.

Unter ‚geeignete Medien‘ fallen in der heutigen Zeit zunehmend auch digitale Geräte, die vorhandene Lernumgebungen durch multimediale Spiel- und Lerngelegenheiten bereichern und ergänzen können. Während über die Bedeutung früher mathematischer Bildung weitgehend Konsens herrscht, wird der Einsatz digitaler Medien im Elementarbereich noch kontrovers diskutiert. Die in den letzten Jahren erkennbar verstärkten Forschungsbemühungen zu Potenzialen und Einsatzformen und –bedingungen, führen zu einer Erkenntnisbasis, die immer fundiertere Aussagen zulässt. Dennoch stehen einer flächendeckenden und sinnvollen Integration digitaler Medien im Bildungsbereich noch einige Herausforderungen entgegen. Handreichungen für den Elementarbereich sowie Bildungspläne greifen die Thematik vermehrt auf (vgl. 2.2).

> Die eigentlichen Grenzen bestehen derzeit darin, dass Medienbildung in der Kitapraxis trotz ihrer Verankerung in den Bildungsplänen bislang keinen hohen Stellenwert einnimmt. Bei der digitalen Bildung in der Kita besteht ein sehr hoher Forschungs- und konzeptioneller Entwicklungsbedarf. Der pädagogisch verantwortete und kreative Einsatz von Tablets im Kitalltag ist für die meisten pädagogischen Fachkräfte Neuland, so dass nicht nur in die Ausstattung mit technischen Endgeräten, sondern vor allem auch die entsprechende Qualifizierung und Unterstützung des pädagogischen Personals eine weitere zu bewältigende bildungspolitische Herausforderung ist. (Reichert-Garschhammer, 2017, o.S.)

Um Veränderungen anzuregen, ist es sinnvoll, medienpädagogische Arbeit als alltagsintegrierte Medienbildung weiterzudenken. „Gerade medienpädagogische Aktivitäten mit technischem Equipment müssen technisch sehr niedrigschwellig angelegt werden, damit der Grad der Instruktion (Anleitung, Erklärung, Bedienung) möglichst klein und der Grad der Selbsttätigkeit der Kinder möglichst groß ausfallen kann" (Neuß, 2016, S. 41). So können die in den Bildungsplänen formulierten (medienpädagogischen) Ziele in ein reflektiertes Gesamtkonzept gebracht und gewinnbringend in den individuellen Bildungsprozess des Kindes eingebunden werden.

Da die Integration digitaler Medien nicht losgelöst von Fächern und Inhalten erfolgen kann, sind auch immer die jeweiligen Fächer und Fachdidaktiken gefordert, Forschung voranzutreiben, Konzepte zu entwickeln und Erkenntnisse in die Aus- und Fortbildung von Fachpersonal zu tragen. In dem erwähnten *Sechsten Zwischenbericht der Enquete-Kommission des Deutschen Bundestages* (2013) wird auf dieses nationale sowie internationale Forschungsdesiderat verwiesen, weshalb „Wissenschaftsdisziplinen [...], die sich aus ihrer spezifischen Perspektive heraus dem Thema nähern können“ (S. 10), dazu aufgerufen werden, zur Stärkung der empirischen Forschung im Bereich der digitalen Bildung beizutragen.

Hier setzt das vorliegende Projekt – aus mathematikdidaktischer Perspektive – an. Durch den wissenschaftlich begleiteten Einsatz einer digitalen Lern- und Spielumgebung werden Erkenntnisse generiert, inwiefern sich ein solches digitales Angebot sinnvoll in die elementare Bildung implementieren lässt und inwieweit sich die Nutzung auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen der Kinder auswirkt.

Contents children encounter in early childhood are manifold.

Benz, Gasteiger & Steinweg, 2018, S. viii

3 Mathematische Basiskompetenzen

Die Bildungsdiskussion der letzten Jahre lässt kaum mehr einen Zweifel an der Bedeutsamkeit elementarer mathematischer Bildung. Sichtbar wird das auch an den bildungspolitischen Richtlinien für den vorschulischen Bereich (vgl. Kapitel 2). Bezüglich der konkreten inhaltlichen und konzeptionellen Ausgestaltung finden sich unterschiedliche Ansätze und Vorstellungen.

Im Folgenden trägt zunächst ein Abschnitt zur Klärung des Begriffs der mathematischen *Basiskompetenzen* bei (3.1). Durch den Vergleich verschiedener Klassifikationsvorschläge werden inhaltliche Schwerpunkte aufgezeigt (3.2). Diese können in unterschiedlicher Art und Weise in eine Förderung mathematischer Basiskompetenzen münden (3.3).

3.1 Begriffsklärung

Nicht nur in der Mathematikdidaktik ist es zunehmend verbreitet, von *Kompetenzen* zu sprechen. Grundsätzlich zeigt sich durch diese Begriffswahl ein Perspektivenwechsel von der Input- zur Outputorientierung (vgl. Kopf, Leibold & Seidl, 2010). Im aktuellen Diskurs ist der Kompetenzbegriff ein häufig verwendeter Ausdruck, der als Schlagwort nicht selten auch undifferenziert und unpräzise Anwendung findet. Derzeit geltende Lehrpläne und Standards orientieren sich stark an Weinert (2001), der in seiner Definition die verschiedenen Komponenten von Kompetenz integriert, die über die genannten Begriffe hinaus auch die Motivation, den Willen und soziale Aspekte beinhalten:

> Kompetenzen sind die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten, um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können. (S. 27)

Kenntnisse sind in der Regel als erworbenes Faktenwissen aufzufassen, *Fertigkeiten* als abrufbare Handlungen und *Fähigkeiten* als "alle angeborenen und erworbenen psychischen Bedingungen [...], die zur Erlangung einer Leistung notwendig sind" (Kirchhöfer, 2004, S. 61). Der Terminus *Fertigkeiten* betont Automatismen bzw. Handlungen, die automatisiert werden können und die durch vermehrte Übung so keiner ständigen, bewussten Kontrolle mehr bedürfen. *Fähigkeiten* werden dagegen mit operativem Üben, flexiblem Denken, Erwerb von Wissensnetzen, Erkennen von Zusammenhängen und Verständnis assoziiert (Brandes, 1980; Padberg, 2002). Diese einzelnen Konstrukte werden unter dem Kompetenzbegriff zusammenfassend als Voraussetzungen für ein erfolgreiches Problemlösen gesehen. Steinweg (2013, S. 81) zeigt im Kontext der frühen mathematischen Bildung die Wesensunterschiede der drei Bereiche auf: Kenntnisse („Das weiß ich schon!“), Fertigkeiten („Das kann ich schon!“) und Fähigkeiten („So denke ich mir das!“). Sie benennt Elemente zu jedem der drei Bereiche, die möglichst bis zum Schuleintritt entwickelt sein sollten. In der vorliegenden Arbeit wird dem beschriebenen

Kompetenzverständnis gefolgt, wobei insbesondere fachliche bzw. kognitive Kompetenzen im Vordergrund stehen – so auch im folgenden Kapitel 3.2. Überfachliche Kompetenzen, soziale, motivationale und volitionale Aspekte sind nicht losgelöst davon zu betrachten, stehen jedoch nicht im Fokus dieser Arbeit.

Fragt man danach, was Kindergartenkinder bis zum Übergang in die Grundschule können sollten, trifft man je nach Forschungstradition auf unterschiedliche Begriffe. Während in der Psychologie meist von *Vorläuferfertigkeiten* gesprochen wird, ist in den Fachdidaktiken und in der Frühpädagogik auch von *Vorläuferfähigkeiten* oder *Basiskompetenzen* die Rede. Der ergänzte Zusatz *Vorläufer-* impliziert etwas Folgendes auf das der gefasste Ausdruck ausgerichtet ist. Im Fall der frühkindlichen Bildung ist es die Schule, die als anschließender Bildungsabschnitt fokussiert wird. In der amerikanischen Literatur findet man in diesem Zusammenhang den Ausdruck *Readiness,* der Vorstellungen darüber beinhaltet, welche Voraussetzungen Schulanfänger erfüllen sollten. Eine gemeinsam geteilte Definition gibt es aber auch zu diesem Begriff nicht. Aiona (2005) bezeichnet das Konzept s*chool readiness* immer noch als „difficult construct“ (S. 47). Insbesondere oberflächlichere Auseinandersetzungen mit den Bezeichnungen *Vorläuferfähigkeiten* oder *-fertigkeiten* könnten durch die Begriffswahl fälschlicherweise die „Sicht des Lernens in abgeschlossenen, unabhängigen Bereichen“ (Steinweg, 2008a, S. 273) fördern. Hess (2011) spricht sich ebenfalls gegen diese Begriffswahl aus: „Vorläuferfertigkeiten sind Kompetenzen, die in einem Kontinuum von Präkonzepten“ (S. 386) und so im Kontrast zu einem nachhaltigen und kontinuierlich erweiterbaren Kompetenzbegriff stehen. Die Bezeichnung *Basiskompetenzen* wird manchmal auch im gleichen Sinne, also „vorwiegend bzw. ausschließlich auf für den Schulerfolg relevante Teilfähigkeiten bzw. -fertigkeiten des Zahlbegriffs bezogen“ (Schuler, Bönig, Thöne, Wenzel-Langer & Wittkowski, 2014, S. 30) verwendet. Steinweg (2008b) verwendet diesen Begriff, um die Sichtweise eines ganzheitlichen und lebenslangen Lernprozesses zu unterstützen: „Eine Fehlvorstellung liegt in der Idee der Vorläuferfähigkeiten. Lernen geschieht nicht in linearer Abfolge nach wissenschaftlich gegebenen Plänen, sondern kumulativ und assoziativ sowie in Sprüngen“ (S. 144). Basiskompetenzen sind grundlegende Kompetenzen, die sich daran orientieren, „was Kinder können sollten", ohne „Einschränkungen für Einzelleistungen, die weit über diese Kompetenzen hinausgehen können" (ebd., S. 144). Die Begriffe Vorläuferfähigkeiten und -fertigkeiten fassen den Bereich der mathematischen Bildung im Kindergarten durch den implizierten Schulbezug enger. Das zeigt auch die häufige Verwendung im Kontext der Zahlbegriffsentwicklung (z. B. Krajewski & Schneider, 2006).

Eine klare Abgrenzung und Definition der Bezeichnungen liegt nicht vor. Bei der Verwendung sollten die beschriebenen und den Begriffen zugrundeliegenden Nuancen und Bedeutungsinhalte dennoch berücksichtigt werden. Um einen kontinuierlichen und lebenslangen Bildungsweg zu betonen und die Facette der mathematischen Inhalte für die frühe Bildung – über den Zahlbegriff hinaus – weiter zu fassen, findet im Kontext dieser Arbeit der Begriff *Basiskompetenzen* Anwendung.

3.2 Klassifikationsvorschläge

Grundlegende mathematische Basiskompetenzen entwickeln Kinder bereits in jüngstem Alter (vgl. z. B. Heinze & Grüßing, 2009; Krajewski, Grüßing & Peter-Koop, 2009). Das Bewusstsein für die Bedeutung früher mathematischer Bildung führt zu bildungspolitischen Vorgaben in Form von Rahmen- und Bildungsplänen (vgl. Kapitel 2). Auch aus fachdidaktischen Gesichtspunkten werden Überlegungen angestellt, welche Inhalte und Tätigkeiten eine sinnvolle mathematische Bildung vor der Schule ermöglichen. Ein einheitliches Konzept liegt weder für die Bundesländer noch im wissenschaftlichen Diskurs vor.

Schuler und Wittmann (2018) identifizieren bei ihrer Analyse deutschsprachiger Konzeptualisierungen für den Elementarbereich drei Tendenzen. Ansätze, die mathematische Denk- und Handlungsweisen betonen (z. B. Rathgeb-Schnierer, 2012, 2015), Ansätze, die Muster und Strukturen als übergreifendes Konzept in den Mittelpunkt stellen (z. B. Wittmann, 2004) und Vorschläge, die sich hauptsächlich an den zentralen Kompetenzbereichen der Mathematik für die Grundschule orientieren bzw. diese angepasst darstellen und anhand von Beispielen illustrieren (z. B. Benz, Peter-Koop & Grüßing, 2014; Selter & Wollring, 2017). Diese

Einteilungen lassen sich jedoch kaum distinkt voneinander abgrenzen. Tätigkeiten und mathematische Denk- und Handlungsweisen bedürfen immer auch einer inhaltlichen Komponente. Muster und Strukturen sind in den meisten Ansätzen berücksichtigt – sei es als eigener oder als übergreifender Bereich – und anschlussfähige Konzepte integrieren sowohl tätigkeitsorientierte und allgemeine mathematische Kompetenzen als auch Inhaltsbereiche. Chronologisch betrachtet „scheint in den letzten Jahren eine zunehmende Tendenz zu bestehen, die Konzepte früher mathematischer Bildung auch explizit an den Bildungsstandards der Grundschule zu orientieren, zumindest im Hinblick auf die Gliederung und die Terminologie" (Schuler & Wittmann, 2018, S. 1649).

Der Gedanke bestmöglicher Anschlussfähigkeit erscheint vor allem sinnvoll, da sie die Kohärenz der Bildungsangebote sichtbar macht. Im Sinne eines kontinuierlichen Lernprozesses stellen die mathematischen Basiskompetenzen die Grundlage für einen weiteren schulischen Kompetenzerwerb dar (Steinweg, 2008a). Auch Wittmann und Müller (2009) heben in ihren Ausführungen den klaren Bezug zu den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich hervor. Diese sind „für den gesamten Mathematikunterricht – für die Grundschule und für das weiterführende Lernen – von fundamentaler Bedeutung" (KMK, 2005, S. 8). Die dort formulierten Inhaltsbereiche dienen häufig als Ausgangspunkt für Überlegungen zu vorschulischen Einteilungen:

- Zahlen und Operationen
- Raum und Form
- Muster und Strukturen
- Größen und Messen
- Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten.

Bei den vielfältigen Themenlisten und Anregungen für die vorschulische mathematische Bildung finden sich Überschneidungen, die darauf hinweisen, dass weitgehend Einigkeit über die Bedeutung dieser Themenfelder besteht. Werden die Bereiche in den verschiedenen Ansätzen auch unterschiedlich benannt oder gewichtet, „letztendlich umfassen sie doch alle die gleichen Gebiete: Raum und Form, Muster und Strukturen, Größen und Messen, Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit und Mengen, Zahlen und Operationen“ (Lorenz, 2012, S. 110).

<table>
<tr><th>NCTM (2000)</th><th>Steinweg (2008a)</th><th>Wittmann und Müller (2009)</th><th>CCSSO und NGA Center (2010)</th><th>Erikson Institute (2014)</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Number and operations</td><td rowspan="5">Zahl und Struktur</td><td rowspan="5">Zahlen und Operationen</td><td rowspan="2">Counting & Cardinality</td><td>Counting</td></tr>
<tr><td>Sets</td></tr>
<tr><td>Number & Operations in Base Ten</td><td>Number Sense</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Operations & Algebraic Thinking</td><td>Number Operations</td></tr>
<tr><td>Pattern and algebraic thinking</td><td>Pattern</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Geometry and spatial sense</td><td rowspan="2">Raum und Form</td><td rowspan="4">Raum und Form</td><td rowspan="2">Geometry</td><td>Spatial Relationships</td></tr>
<tr><td>Shape</td></tr>
<tr><td>Measurement</td><td>Maße und Zeit</td><td rowspan="2">Measurement & Data</td><td>Measurement</td></tr>
<tr><td>Displaying and analyzing data</td><td>Daten und Zufall</td><td>Data Analysis</td></tr>
</table>

Tab. 3.1 Übersicht über Klassifikationsvorschläge mathematischer Basiskompetenzen

Auch in internationalen Einteilungen finden sich die genannten Themenbereiche wieder. An ausgewählten Klassifikationsvorschlägen werden Überschneidungen, Unterschiede in der Ausdifferenzierung und Schwerpunktsetzungen für die frühe Bildung exemplarisch verdeutlicht (vgl. Tab. 3.1).

Der National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) „ist der bedeutendste Berufsverband von Mathematiklehrern und Mathematikdidaktikern der USA“ (Sill, 2006, S. 311). Der NCTM (2000) formuliert „Principles and Standards“, die vom Kindergarten bis zur 12. Jahrgangsstufe umfassende und kohärente Bildungsziele im Bereich Mathematik beinhalten. Die formulierten Basiskonzepte stützen sich sowohl auf Forschungsergebnisse der Lehr- und Lernforschung als auch auf Erfahrungswerte aus der Praxis (vgl. Hellmich, 2007). „The Standards are descriptions of what mathematics instruction should enable students to know and do“ (NCTM, 2000, S. 2). Die inhaltlichen Leitideen der KMK (2005) sind laut Blum, Drüke-Noe, Leiß, Wiegand und Jordan (2005) an den inhaltlichen Standards der NCTM (2000) orientiert, sodass es wenig verwundert, dass sich die beiden Einteilungen wesentlich überschneiden.

Steinweg (2008a) bezieht sich bei ihrer Gliederung für den Elementarbereich ebenso auf die „wesentlichen Kompetenzbereiche der Mathematik [...], die sich im schulischen Lernen und später im Berufs- und Alltagsleben fortsetzen“ (S. 274). Auch hier zeigt sich die Schnittmenge zu den bisher aufgeführten Vorschlägen.

Wittmann und Müller (2009) stellen in ihrem Frühförderprogramm vielfältiges Material für alle Inhaltsbereiche zur Verfügung. In ihrer Theorie fokussieren sie sich hauptsächlich auf die ihrer Meinung nach „wichtigsten Inhaltsbereiche der Bildungsstandards Mathematik für die Grundschule“ (S. 14).

Die amerikanischen Common Core State Standards (CCSS) wurden ab dem Jahr 2009 von Mitgliedern des Council of Chief State School Officers (CCSSO) und des National Governors Association Center for Best Practices (NGA Center) entwickelt. „The Common Core is a set of high-quality academic standards in mathematics and English language arts/literacy (ELA). These learning goals outline what a student should know and be able to do at the end of each grade“ (CCSSO & NGA Center, o.S.). Für die mathematische Bildung im Kindergarten werden fünf Themenfelder angeführt (vgl. Tab. 3.1), wobei in ihrer Einleitung zwei besonders kritische Bereiche hervorgehoben werden, für die im Kindergarten mehr Zeit verwendet werden sollte:

> In Kindergarten, instructional time should focus on two critical areas: (1) representing and comparing whole numbers, initially with sets of objects; (2) describing shapes and space. More learning time in Kindergarten should be devoted to number than to other topics. (CCSSO & NGA Center, o.S.)

Im Gegensatz zu den anderen Einteilungen wird eine eigene Kategorie angeführt, die durch eine Beschäftigung mit den Zahlen von 11 bis 19 zum Aufbau eines Stellenwertverständnisses beitragen soll („Number & Operations in Base Ten").

Im internationalen Raum werden die wesentlichen Kompetenzbereiche für die frühe mathematische Bildung in Anlehnung an das gleichnamige Werk auch als die „Big Ideas of Early Mathematics" (Brownell, Chen & Ginet, 2014) bezeichnet. Das Erikson Institute präzisiert darin die Einteilung des CCSSO und NGA Center (2010) und gliedert – insbesondere in Bezug auf Zahlen und Operationen – in weitere Unterpunkte (vgl. Tab. 3.1).

Die dargelegten als auch weitere Einteilungen (z. B. Montague-Smith, 2002; OECD, 2004; Sarama & Clements, 2009) belegen die Bedeutung der darin immer wiederkehrenden „fundamentalen Ideen der Mathematik" (Steinweg, 2007, S. 141). Trotz einer mehr oder weniger ausdifferenzierten Gliederung oder vereinzelten Diskrepanzen bei Begriffen, herrscht weitgehend Einigkeit über wesentliche mathematische Inhaltsfelder für den vorschulischen Bereich.

Die meisten Bildungspläne und Systematisierungsvorschläge beschränken sich nicht auf die Aufzählung inhaltsbezogener Kompetenzen. Allgemeine mathematische Kompetenzen, auch prozessbezogene Kompetenzen genannt, spielen bei der Beschäftigung mit mathematikhaltigen Situationen ebenso eine Rolle. Für den Primarbereich führen die Bildungsstandards der KMK (2005) die Kompetenzen *Problemlösen, Kommunizieren, Argumentieren, Modellieren* und *Darstellen* an, die sich in einem kohärenten System vom Primarbereich bis in die Sekundarstufe II ziehen. „Für das Ende des Elementarbereichs wurde etwas Vergleichbares bislang nicht explizit formuliert", findet „in vielen aktuellen Publikationen bisweilen explizit, überwiegend jedoch implizit" Berücksichtigung (Benz et al., 2017., S. 65). Die genannten fünf Facetten werden von Benz et al.

(2017) mit Bezug auf den vorschulischen Bereich unter Anführung von Beispielaktivitäten genauer beschrieben. Auch der NCTM (2000) betont über die inhaltsbezogenen Bereiche eine prozessorientierte Perspektive und formuliert ähnliche Standards wie die KMK (2005). Die Ausführungen des CCSSO und NGA Centers (2010) beinhalten *Standards for Mathematical Practice*, wie beispielsweise „look for and make use of structure”, „model with mathematics” oder „make sense of problems and persevere in solving them”. Steinweg (2008a) rahmt die inhaltlichen Bereiche in die „fundamentalen, allgemeinen Lernziele von Mathematik, die sich an Fähigkeiten des logischen Denkens, der Kreativität, des Problemlösefähigkeit oder auch Argumentationsfähigkeit festmachen lassen“ (S. 274). Darunter fallen: „ordnen & Muster nutzen“, „kreativ sein & Probleme lösen“, „kommunizieren & argumentieren“ und „begründen & prüfen“.

Eine Sichtweise auf die frühe mathematische Bildung, die inhaltliche Facetten aufweist, aber mehr auf grundlegende mathematische Aktivitäten fokussiert, vertritt der britisch-australische Mathematiker und Pädagoge Alan J. Bishop. Er entwickelte diesen Ansatz nicht speziell für die frühe mathematische Bildung. Dennoch wird er vor allem im skandinavischen Raum häufig als Grundlage für Forschungsarbeiten in diesem Bereich herangezogen (vgl. z. B. Lange & Meaney, 2013; Lembrér & Meaney, 2016; Macmillan, 2002). In dem entwickelten Kerncurriculum stellt er den kulturellen Hintergrund mathematischer Bildung in den Mittelpunkt. In der Veröffentlichung aus dem Jahr 1988 beschreibt Bishop die von ihm identifizierten sechs *universal activities* „playing“ (spielen), „explaining“ (erklären), „designing“ (gestalten), „locating“ (orientieren), „measuring“ (messen) und „counting“ (zählen) (S. 22ff). Diese Aktivitäten sind für ihn kulturübergreifend grundlegend bei der Entwicklung von Mathematik und können in unterschiedlichen Ausprägungen auftreten. Konkrete Aktivitäten, die innerhalb der Oberbegriffe denkbar sind, können gegebenenfalls auch mehreren Kategorien zugeordnet sein, sodass die Bereiche grundsätzlich nicht als trennscharf voneinander abgrenzbar betrachtet werden können.

Zusammenfassend wird deutlich, dass in der frühen mathematischen Bildung inhaltliche Leitideen ebenso bedeutend sind wie Denkprozesse, Handlungen und „die Art und Weise der Auseinandersetzung mit mathematischen Fragen“ (KMK 2005, S. 6). Die meisten Konzeptualisierungen weisen Überschneidungen auf, die auf große Übereinstimmung bezüglich wesentlicher inhaltlicher als auch prozeduraler Elemente des frühen Mathematiklernens schließen lässt.

3.3 Förderung mathematischer Basiskompetenzen

Die Ansätze zur vorschulischen mathematischen Bildung zeigen, dass sowohl die beschriebenen fundamentalen Inhalte als auch prozessbezogene Kompetenzen entscheidend sind (vgl. Kapitel 3.2). Sachverhalte in den Kontext einer solchen zugrundeliegenden und fundamentalen Struktur eines Wissensgebiets zu stellen und dies auch deutlich zu machen, gilt als bedeutende Voraussetzung für eine erfolgreiche Kompetenzentwicklung (Bruner, 2009). Bei der Beschäftigung mit mathematikhaltigen Spielen, beim Erforschen naturwissenschaftlicher Phänomene oder in ganz alltäglichen Situationen können bedeutsame, mathematische Erfahrungen in den verschiedenen Bereichen ermöglicht werden.

3.3.1 Lernorte

Die frühe mathematische Entwicklung von Kindern ist weder auf ein Alter noch auf einen bestimmten Bezugsrahmen beschränkt, sondern geschieht ganz natürlich in der familialen Umgebung, vor dem Eintritt in eine Kindertagesstätte aber auch begleitend während des Besuchs von Institutionen wie Kindergarten und (Grund-)Schule (Acar, 2011). An all diesen Lernorten bieten sich zahlreiche Gelegenheiten, die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen anzuregen.

Blevins-Knabe, Austin, Musun, Eddy und Jones (2000) untersuchen mathematische Aktivitäten von Vorschulkindern in *familiären Situationen*. Ihre Ergebnisse deuten darauf hin, dass Eltern Mathematik nicht als Priorität wahrnehmen und die Entwicklung sozialer Kompetenzen sowie Sprach- und Leseförderung als wichtiger erachten. Mathematische Aspekte gewinnen aus elterlicher Sicht erst mit zunehmendem Alter der Kinder an Bedeutung (vgl. auch Silinskas, Leppänen, Aunola, Parrila & Nurmi, 2010; Warren & Young, 2002). Trotz dieser Erkenntnisse belegen diese und weitere Forschungsarbeiten (z. B. Anderson, 1997, 1998; Blevins-Knabe & Musun-Miller, 1996; LeFevre et al., 2002, 2009, 2010; Plewis, Mooney, & Creeser, 1990; Saxe et al., 1987; Skwarchuk, 2009; Tudge & Doucet, 2004; Vandermaas-Peeler et al., 2007, 2009, 2012), dass Eltern ihre Kinder in eine große Vielfalt mathematischer Tätigkeiten einbinden. Das geschieht bewusst oder unbewusst, direkt oder indirekt, meistens aber unregelmäßig und auf ganz unterschiedliche Art und Weise. Verschiedene mathematische Inhalte stehen dabei nicht gleichberechtigt nebeneinander. Zählen ist eine vorherrschende Aktivität, während Raum-Lage-Beziehungen kaum thematisiert werden (Anderson, 1997; Blevins-Knabe et al., 2000; Blevins-Knabe, 2008). Tiedemann (2012) fasst weitere Forschungsergebnisse zusammen, die darauf hinweisen, „dass Kinder im familialen Kontext mathematische Erfahrungen machen, die sich im Hinblick auf die mathematischen Inhalte, auf den Umfang, aber auch im Hinblick auf die Art und Weise der Thematisierung von mathematischen Inhalten unterscheiden“ (S. 23).

Der *Kindergarten* wird von Wullschleger (2017) „als eine Art Zwischenwelt zwischen der Familienerziehung und der fachorientierten Schulbildung betrachtet“ (S. 37). Im Kindergarten werden mathematische Inhalte meist in spielerischer Art und Weise und weniger leistungsbezogen als später in der Schule vermittelt und gefördert.

> Informelles Wissen und intuitive Strategien, auch Straßenmathematik genannt, die in alltäglichen und spielerischen Kontexten in der Vorschulzeit erworben werden, stellen ein wichtiges Fundament dar, auf dem die Kinder im Sinne fortschreitender Schematisierung formale (schul-)mathematische Kompetenzen entwickeln können. (Benz, Peter-Koop & Grüßing, 2014, S. 21)

Im Zuge der Diskussion um PISA und der Einführung der Bildungspläne ist der Bedarf an konkreten Materialien für den Elementarbereich gestiegen (vgl. auch Kapitel 2). Zahlreiche Lernumgebungen, Förderprogramme und Spiele wurden und werden für die frühe mathematische Bildung entwickelt, eingesetzt und teilweise evaluiert. Unterschiedliche Konzepte strukturierten dabei den Einsatz und werden im Folgenden genauer betrachtet.

3.3.2 Konzeptualisierungen

Konzeptualisierungen für den Elementarbereich können sich hinsichtlich verschiedener Merkmale unterscheiden. Schuler (2013) identifiziert drei grundlegende Ansätze. Sie unterscheidet Lehrgänge und (Förder-)Programme von punktuell einsetzbaren Materialien und integrativen Ansätzen. Gasteiger (2010) differenziert zwischen Trainingsprogrammen und Lerngelegenheiten im Alltag und im Spiel. Grundsätzlich wird bei der Beschreibung der unterschiedlichen Herangehensweisen meist zwischen der Organisationsform und dem verwendeten Material unterschieden. Organisationsformen beziehen sich entweder auf Situationen und Anlässe im Alltag oder auf Integration und Initiierung von in sich geschlossenen Lehrgängen und Förderprogrammen, die eine getrennte Durchführung erlauben und ggf. erwarten.

Speziell konzipierte *Programme* zielen konkret auf die Förderung spezifischer mathematischer Kompetenzen ab. Sie stellen oft das Einüben einzelner Fähigkeiten und Fertigkeiten in den Mittelpunkt und zeichnen sich durch lehrgangsartige Organisation und formale Geschlossenheit aus (Gasteiger, 2010). In den dazugehörigen Handreichungen wird häufig ein genau festgelegter Organisationsrahmen empfohlen. Dieser beinhaltet neben den vorgesehenen Inhalten meist Angaben zu Gruppengröße, Häufigkeit und Dauer des Einsatzes. Teilweise liegen Zeitübersichten bei, die einem Stundenplan ähneln. Verläufe und Gesprächsleitfäden der Fördereinheiten erinnern mit vorgegebenen Impulsen und gezielten Fragen an schulische Stundenverlaufspläne. Die Konzeptionen unterscheiden sich im Hinblick auf ihre Adressaten. Manche sind speziell zur Einzelförderung gedacht, andere haben insbesondere Risikokinder im Blick, während wieder andere die Förderung aller Kinder vorsehen. Fast alle in dieser Form angebotenen Programme haben die Anschlussfähigkeit an die Grundschule im Blick und zielen auf einen guten Schulstart ab (vgl. Wittmann, Levin & Bönig, 2014). Beispiele für solche systematisch aufgebauten Lehrgänge sind die kommerziell erhältlichen Förderprogramme ‚Mengen, zählen, Zahlen' (Krajewski, Nieding & Schneider, 2007) und das ‚Zahlenland' (Friedrich & de Galgoczy, 2004; Preiß, 2006, 2007). Eine genauere Darlegung und kritische Reflexion dieser beiden Konzeptionen findet sich beispielsweise bei Gasteiger (2010).

Sowohl für das ‚Zahlenland' (Pauen & Pahnke, 2008) als auch für ‚Mengen, zählen, Zahlen' (Krajewski, Nieding & Schneider, 2008) zeigen sich in Wirkungsstudien signifikante Lernzuwächse im Bereich kleiner Effektstärken, wobei die letztgenannte Studie von den Entwicklern des Förderprogramms selbst durchgeführt wurde.

Während gezielte Trainings- und Förderprogramme, teilweise mit kostspieligen Anschaffungen von Material, hauptsächlich für den Einsatz im institutionellen Rahmen und für eine Beschäftigung in Gruppen zugeschnitten sind, können Freispielangebote, *Alltagsmaterialien* oder Spiele in den Familien- oder Kindergartenalltag integriert werden. Herangehensweisen mit integrativem Charakter können sinnvoll sein, um ganz bewusst mathematisch reichhaltige Angebote zu schaffen (vgl. Ginsburg & Ertle, 2008). Sie bieten sich zur umfassenden Ausbildung mathematischer Basiskompetenzen an. Durch natürliche Anwendungssituationen können ein flexibler Umgang mit dem Zahlbegriff gefördert und verschiedene Zahlaspekte thematisiert werden (vgl. Kapitel 4.1).

Im Gemeinschaftsleben und in der Interaktion mit Erwachsenen werden zahlreiche mathematische Erfahrungen gesammelt, beispielsweise beim Kochen und Backen, beim Wiegen des eigenen Körpergewichts oder beim Messen der Körpergröße, beim Spielen im Kaufladen oder mit Bauklötzen, bei Würfelspielen, beim Telefonieren, beim Zählen während des Versteckspiels oder beim Countdown an Silvester. Gezielte Impulse und Gesprächsanregungen können das Lernen dabei unterstützen. Kommunikationsprozesse tragen dazu bei, eigenständiges Problemlösen anzuregen und transferfähiges Wissen aufzubauen.

Alltagsmaterialien und speziell konzipiertes *didaktisches Material* können sich gegenseitig ergänzen. Das Konzept ‚Mathelino' (Royar & Streit 2010) ergänzt vorhandene Alltagsgegenstände durch geeignete Materialien aus dem schulischen Kontext (z. B. geometrische Körper und Geobretter). Konzeptionen wie ‚Elementar' (Kaufmann & Lorenz, 2009) oder das ‚Zahlenbuch Frühförderpaket' (Wittmann & Müller, 2009) beinhalten typische Materialien aus dem Anfangsunterricht, wie Zehner- und Zwanzigerfelder oder Wendeplättchen. Im Projekt ‚Mathe 2000' bzw. ‚Mathe 2000+' wird die Entwicklung mathematischen Denkens vor der Schule zusätzlich durch Spiele, Malhefte und Materialien, wie Wendeplättchen, Formenwürfel oder Holzlegesteine unterstützt (Müller & Wittmann 2006, 2007, 2008a, 2008b, 2009a, 2009b). Pauen und Pahnke (2008) zeigen in ihrer Wirkungsstudie auch für diesen Ansatz einen signifikanten Lernzuwachs. Konzeptionen wie ‚Mathe-Kings' (Hoenisch & Niggemeyer, 2007), ‚Mathematik erfinden mit gleichem Material in großer Menge' (Lee, 2014) oder ‚Minis entdecken Mathematik' (Benz, 2010), zielen ebenso auf eine Integration mathematischer Tätigkeiten und Ideen im (Kindergarten-)Alltag ab. Durch Rituale, geeignete Spiele und vorhandene Materialien soll eine reichhaltige Lernumgebung geschaffen werden.

Bei alltagsintegrierten Ansätzen hat das *Spiel* eine besondere Rolle inne. Nach Fleer (2009) können sogar alle Aktivitäten, denen jüngere Kinder nachgehen, als Spielen in seinem weitesten Sinne betrachtet werden. Auch Ailwood (2003) beschreibt die enge Beziehung zwischen Spiel und frühkindlicher Bildung: "Play serves as a significant nodal point in the discursive relations of early childhood education" (S. 286). Der Begriff Spiel ist schwer abzustecken und eine einheitliche und allgemeingültige Definition existiert nicht. Eine sehr häufig zitierte Version stammt von Huizinga (1991):

> Spiel ist eine freiwillige Handlung oder Beschäftigung, die innerhalb gewisser festgesetzter Grenzen von Zeit und Raum nach freiwillig angenommenen, aber unbedingt bindenden Regeln verrichtet wird, ihr Ziel in sich selber hat und begleitet wird von einem Gefühl der Spannung und Freude und einem Bewusstsein des ‚Andersseins' als das ‚gewöhnliche Leben'. (S. 37)

In der Literatur finden sich darüber hinaus verschiedene neuere Definitionsversuche (z. B. Scheuerl, 1990), die durch die Aneinanderreihung von Merkmalen, wie Zweckfreiheit, Freiwilligkeit, intrinsische Motivation oder ein So-tun-als-ob (Quasi-Realität) versuchen, die Haupteigenschaften des Spiels zu fassen. Nicht nur Einsiedler (1999) kritisiert derartige Definitionen, da seiner Meinung nach einzelne Situationen nicht immer alle aufgezählten Merkmale aufweisen müssten, um dennoch als Spiel bezeichnet zu werden. Je nach zugrundeliegender Definition können eine Vielzahl verschiedener Spiele mit mathematischem Gehalt identifiziert werden. Würfelspiele fördern durch die Punktebilder Kompetenzen im

Bereich Zahlen und Operationen und ermöglichen zudem erste Einsichten in Wahrscheinlichkeiten und den Zufall. Studien liefern Nachweise für eine Verbesserung des Zahlverständnisses durch das Spielen von Würfelspielen (vgl. Gasteiger, 2013; Ramani & Siegler, 2008). Didaktische Spiele werden gezielt entwickelt, um mathematische Kompetenzen zu fördern. Im Projekt ‚SpiMaF – Spielintegrierte mathematische Frühförderung' wurden Regelspiele entwickelt, die teilweise aus bekannten Spielen adaptiert sind (vgl. Hauser, Rathgeb-Schnierer, Stebler & Vogt, 2015).

Spielerisches (Mathematik-)Lernen in Familie und Kindergarten geschieht also einerseits implizit in ganz alltäglichen Situationen und kann andererseits durch unterschiedliche Tätigkeiten und Materialien gezielt angeregt werden. Die bisher genannten Ansätze und Spielformen werden, da Computer, Smartphones und Tablets mittlerweile zu den alltäglichen Nutzungsgegenständen gehören, immer häufiger durch digitale Angebote ergänzt. Aufgrund der Relevanz für die eigene Arbeit werden multimediale Spiel- und Lernangebote, insbesondere Apps, im Kapitel 5 gesondert und ausführlich erörtert.

3.3.3 Bedeutung von Lernbegleitung

Konzeptionen und Spielgelegenheiten (ob analog oder digital) für Kinder im Vorschulalter erfordern in unterschiedlichem Ausmaß die Unterstützung erwachsener Lernbegleitung, um die Potenziale zur mathematischen Kompetenzentwicklung voll auszuschöpfen.

Insbesondere informelle und spielbasierte Lerngelegenheiten stellen pädagogische Fachkräfte vor die Herausforderung, mathematische Aspekte in (Alltags-)Situationen zu erkennen, mit angemessenen Fragen oder passenden Impulsen zu reagieren und den Lernprozess der Kinder fortlaufend zu beobachten, zu begleiten und zu dokumentieren (vgl. Gasteiger & Benz, 2018). Integrative Konzepte mit wenigen Vorgaben fordern mehr Eigeninitiative und Sensibilität von Erziehenden, um mathematisch gehaltvolle Situationen zu erkennen und gewinnbringend zu nutzen als vorstrukturiertes Material oder Förderprogramme mit kleinschrittigen Vorgaben (Ginsburg, Lee & Boyd, 2008). Auch alltagsorientierten Konzeptionen liegen deshalb häufig Handreichungen bei, die fachliches und didaktisches Hintergrundwissen darlegen und Möglichkeiten zum Einsatz des

Materials aufzeigen. Benz (2010) entwickelte zu ihren Spiel- und Erkundungsumgebungen Lernchancenkarten mit Ideen und Anregungen, wie das vorgeschlagene Material verwendet werden kann und mit Impulsen, die die Kinder zu mathematischem Denken anregen können. Diese Hinweise sollen den Blick der erwachsenen Begleiter für die Lernchancen schärfen.

Um in Alltagsmaterialien, Aktivitäten und Spielen die mathematischen Aspekte zu erkennen und die Kinder dahingehend zum Denken anzuregen, ist umfassendes fachliches und fachdidaktisches Wissen und Können notwendig. Das zeigt sich in Gasteigers (2010) kompetenzorientiertem Förderansatz, in dem „Formen kindlichen Lernens im Spiel und in alltäglichen Lebenssituationen“ (S. 17) untersucht werden .Die Erziehenden der teilnehmenden Kindergärten werden als „professionelle Akteure in die Gestaltung und Umsetzung konzeptioneller Überlegungen zu früher mathematischer Bildung“ (ebd., S. 16) eingebunden. Ihnen werden konkrete Unterstützungsinstrumente zur Verfügung gestellt und in Fortbildungsmaßnahmen Hintergrundwissen, z. B. zu Diagnose, Wahrnehmung und Dokumentation mathematischer Kompetenzen, vermittelt. Die Auswirkung auf die Kinder zeigt sich in einer höheren Leistungsentwicklung gegenüber Kindern einer Kontrollgruppe, deren Erzieherinnen und Erzieher keine unterstützenden Maßnahmen erhielten. Auch Klibanoff, Levine, Huttenlocher, Vasilyeva und Hedges (2006) weisen einen Zusammenhang zwischen mathematischem Wissenszuwachs und dem Ausmaß an mathematischem Input nach, der zwischen den elementarpädagogischen Fachpersonen stark variieren kann. Um eine an den Entwicklungsstand und an den Interessen der Kinder angemessene Unterstützung zu geben und mathematische Lernprozesse anzuregen und gezielt herauszufordern, ist spezifisches Wissen nötig:

> Während Fachkompetenz Voraussetzung ist, um Leistungen der Kinder wahrnehmen und richtig einschätzen zu können, aber auch um konzeptionelle Vorschläge für elementare mathematische Bildung angemessen beurteilen und mathematisches Lernen planen zu können, ist pädagogisch-didaktische Handlungskompetenz erforderlich, um z. B. in alltäglichen Situationen die mathematische Bedeutsamkeit zu erkennen oder um bei

> besonderen Schwierigkeiten einzelner Kinder entsprechend reagieren zu können. (Gasteiger, 2010, S. 150)

Eine individualisierte und adaptive Lernbegleitung umfasst verschiedene Komponenten, Dimensionen und Zielsetzungen. Leuchter (2014) differenziert Modellieren, Coachen, Unterstützen, Scaffolding und ergänzt im Sinne eines Cognitive-Apprenticeship-Ansatzes das sukzessive Zurückziehen der Fachkraft zugunsten eines selbstständigeren Lernprozesses. In der Fachliteratur finden sich zudem Hinweise zur Aktivierung von Vorwissen, zu Rückmeldungen, diagnostischen Momenten oder zum Anregen von (lautem) Denken. Schuler (2017) nennt die indirekten und direkten Maßnahmen „Beobachten, Bereitstellen von Materialien, Impulse Geben, (offene bzw. enge) Fragen Stellen, Auffordern, Erklären, Vorzeigen bzw. Vormachen“ (S. 142) und untersucht die Interaktion zwischen Kindern und der pädagogischen Fachkraft während der Beschäftigung mit (Gesellschafts-)Spielen im Kindergartenalltag. In einem theoriebasierten Kompetenzmodell zeigen Benz und Gasteiger (2016) „welche Kompetenzen frühpädagogische Fachkräfte für die Gestaltung elementarerer mathematischer Bildungsprozesse wirklich brauchen“ (S. 301). Bisher machen insbesondere fachwissenschaftliche und mathematikdidaktische Elemente in der Ausbildung, die in Deutschland an Fachschulen stattfindet, oft nur einen geringen Anteil aus.

Förderumgebungen mit fest vorgegebenen mathematischen Inhalten, einem fundierten Konzept und geeignetem Material, können Erziehenden und Eltern Hilfestellungen bieten, sind aber relativ starr in der Durchführung. Kleinschrittige Pläne und feste Vorgaben, die natürlich nicht allen Kindern zum gleichen Zeitpunkt gerecht werden können, geben Orientierung und können bei zunehmender Sicherheit im Umgang mit den angebotenen Materialien gegebenenfalls auch flexibler eingesetzt werden. Um zu vertieften Einsichten zu gelangen und um für mathematisch gehaltvolle Situationen in Spiel- und Lernumgebungen zu sensibilisieren, wären zudem geeignete Aus- und Fortbildungsmodule notwendig, die außerdem auch Einstellungen zum Fach Mathematik positiv beeinflussen können. Denn „inwieweit es den Fachkräften gelingen kann, ihre jeweiligen Kompetenzen produktiv in der täglichen Arbeit wirksam werden zu lassen, wird von ihren Einstellungen, Werthaltungen und der eigenen Motivation abhängen“ (Gasteiger & Benz, 2016, S. 283). Dies sind Bedingungsfaktoren für erfolgreiche mathematische Bildung und wirken sich auch auf die Entwicklung numerischer Kompetenzen von Kindern im Vorschulalter aus (vgl. Kluczniok, Anders & Ebert, 2011).

Die vielfältigen Ausprägungen einer individualisierten und adaptiven Lernbegleitung machen deutlich, dass es eine fordernde und anspruchsvolle Aufgabe ist, die mathematischen Lern- und Entwicklungsprozesse der Kinder optimal zu unterstützen. Einerseits kann die Weiterentwicklung von Aus- und Fortbildungskonzepten dahingehend Unterstützungsarbeit leisten (Gasteiger & Benz, 2018). Andererseits können fachdidaktisch fundierte Konzepte für den Einsatz in Kindergarten und Familie Hinweise zur Umsetzung und zur Integration mathematikhaltiger Inhalte und Tätigkeiten Anregungen geben (z. B. Gasteiger & Benz, 2018; Stiftung Haus der kleinen Forscher, 2015; Krajewski et al., 2007; Steinweg, 2016; Wittmann & Müller, 2009).

3.4 Fazit

Kinder verfügen zum Schuleintritt bereits über ein breites Fundament an mathematischem Wissen und Können, das jedoch interindividuell stark variieren kann. Eine gezielte Förderung mathematischer Basiskompetenzen zeigt sich in zahlreichen Studien als wirksam und prädiktiv für das weitere schulische Lernen (vgl. 2.1.1). Dieser Erkenntnis folgt der Beschluss der Jugendministerkonferenz (JMK & KMK, 2004) und bringt mathematische Bildung im Elementarbereich durch seine Vorgaben auf eine verbindliche Ebene. In den Bildungsplänen der Bundesländer werden diese Richtlinien noch auf sehr unterschiedliche Weise konkretisiert (vgl. 2.1.2).

Auch in der Mathematikdidaktik existiert kein allgemeingültiger Klassifikationsvorschlag zur frühen mathematischen Bildung. Es bilden sich jedoch wesentliche inhaltliche Leitideen sowie allgemeine und prozessbezogene Kompetenzen heraus, die von nahezu allen Autoren berücksichtigt werden (vgl. Kapitel 3.2). Dennoch bestehen im Gegensatz zu einem relativ klar erkennbaren Konsens im Mathematikunterricht der Grundschule kontroverse Meinungen über die konkrete Umsetzung der frühen mathematischen Bildung. Die Gratwanderung zwischen Kind- und Fachorientierung, die Berücksichtigung unterschiedlicher bildungspolitischer Vorgaben und die häufig geforderte Anschlussfähigkeit führen dazu, „dass Konzeptionen, Materialien oder Methoden früher mathematischer Bildung nach wie vor breit diskutiert werden und die konkrete Umsetzung weitgehend in der Verantwortung der Einrichtungen und der Hand der pädagogischen Fachkräfte im Elementarbereich liegt“ (Gasteiger, 2017, S. 9).

Das zeigt sich auch in der Bandbreite unterschiedlicher Vorschläge zur mathematischen Förderung in Familie und Kindergarten (Kapitel 3.3). Studien weisen sowohl für alltagsintegrierte Lerngelegenheiten als auch für speziell konzipierte Programme eine Wirksamkeit bezüglich der mathematischen Kompetenzentwicklung nach. Oft wird das Potenzial spielerischer Lernumgebungen für die Entwicklung mathematischer Kompetenzen besonders hervorgehoben. Laut Benz et al. (2014) „haben Konzepte, die auf motivationaler Ebene angesiedelt sind (wie es im Spiel i. d. R. gegeben ist) anscheinend höheres Potenzial für den Lernerfolg als kognitiv orientierte, eher verschulte Konzepte“ (S. 47). Bei der Beurteilung von Förderansätzen können Qualitätskriterien aus fachdidaktischer und psychologischer Sicht Hilfestellung bieten. Krajewski und Simanowski (2017) geben eine Orientierungshilfe, indem sie einige grundlegende, inhaltliche Kriterien (z. B. Verzicht auf eine zu fantasiereiche kontextuale Einbettung der Förderinhalte) zusammenfassen.

Bei der Bereitstellung von Lernumgebungen und Spielideen ist zu beachten, inwiefern die Unterstützung von fachpädagogischem Personal notwendig ist. Der Umfang, die Art und Intensität einer Lernbegleitung kann variiert werden, je nach Offenheit, Flexibilität und Struktur des vorgegebenen Fördermaterials. Die meisten Studien belegen jedoch den positiven Einfluss kompetenter Lehrpersonen auf den Lernprozess der Kinder, was wiederum die Ausbildungssituation der Fachkräfte in den Mittelpunkt rücken lässt. Denn mathematische bzw. mathematikdidaktische Aspekte spielen dort meist nur eine geringe Rolle.

Es ist anzunehmen, dass die wesentlichen Erkenntnisse zu einer (wirksamen) Förderung mathematischer Basiskompetenzen grundsätzlich auch bei Anwendung digitaler Lern- und Spielumgebungen gültig bleiben. Inwiefern Apps für die frühe mathematische Bildung eine Ergänzung sein können und welche spezifischen Potenziale und Probleme dabei erkannt werden, ist aufgrund der Relevanz für die vorliegende Forschungsarbeit gesondert und ausführlicher thematisiert (vgl. Kapitel 5).

Die große Inhaltsbreite mathematischer Basiskompetenzen erfordert zunächst eine Fokussierung auf einen enger umgrenzten Bereich. Für die eigene Studie wurde die Zahlbegriffsentwicklung bei Kindern und dabei insbesondere die Anzahlerfassung für eine intensivere Betrachtung herausgegriffen. Im folgenden Kapitel werden die theoretischen Grundlagen zu diesem Bereich detaillierter dargelegt.

> *In children's lives, structures play an important role – not only for emotional security and emotional development but also for cognitive development. Perceiving, recognizing, and using structures are seen as fundamental abilities especially for mathematical development.*
>
> Benz & Schöner, 2018, S. 123

4 Fokus Anzahlerfassung

Wie im vorangegangenen Kapitel dargestellt, schließen mathematische Basiskompetenzen ganz unterschiedliche inhaltliche Bereiche mit ein. In dieser Arbeit wird die *Anzahlerfassung* exemplarisch für eine genauere Betrachtung herausgegriffen und untersucht. Clements und Sarama (2014) heben die Bedeutung (quasi-)simultaner Anzahlerfassung eindrucksvoll hervor:

> The ideas and skills of subitizing start developing very early, but they, as every other area of mathematics, are not just „simple, basic skills". Subitizing introduces basic ideas of cardinality – "how many," ideas of "more" and "less," ideas of parts and wholes and their relationships, beginning arithmetic, and, in general, ideas of quantity. Developed well, these are related, forming webs of connected ideas that are the building blocks of mathematics through elementary, middle, and high school and beyond. (S. 10)

Der qualitative Teil der empirischen Studie nimmt digitale Aufgabenformate zur Anzahlerfassung und individuelle Lern- und Entwicklungsverläufe in diesem Bereich spezieller in den Blick (Kapitel 7.3). Die folgenden Ausführungen dienen der theoretischen Fundierung und legen fachliche Grundlagen und den Forschungsstand zu dieser Thematik dar.

Nach einem Überblick über heute in der Literatur beschriebener Zahlaspekte (Kapitel 4.1) werden der ordinale (Kapitel 4.2) sowie der kardinale (Kapitel 4.3) Zahlaspekt genauer beleuchtet. Im Anschluss werden Entwicklungsmodelle zur Zahlbegriffsentwicklung exemplarisch beschrieben, verglichen und reflektiert (Kapitel 4.4). Anschließend wird auf die Besonderheiten einer strukturierten Anzahlerfassung aus didaktischer Perspektive eingegangen und die für die eigene Studie wesentlichen Modelle und Strategien zur Anzahlerfassung expliziter herausgearbeitet und im Überblick dargestellt (Kapitel 4.5).

4.1 Zahlaspekte

Zahlen werden in ganz unterschiedlichen Bedeutungszusammenhängen verwendet. Um diese zu beschreiben, wurden in der Mathematikdidaktik Klassifikationen entwickelt, die unter dem Oberbegriff *Zahlaspekte* die verschiedenen Kontexte von Zahlen hervorheben. In der Literatur werden Kardinalzahlaspekt, Ordinalzahlaspekt, Maßzahlaspekt, Operatoraspekt, Rechenzahlaspekt und Codierungsaspekt unterschieden (vgl. z. B. Krauthausen & Scherer, 2007; Padberg & Benz, 2011; Schipper, 2011). Im Fokus der vorliegenden Arbeit stehen *Kardinal-* und *Ordinalzahlaspekt*, die sowohl getrennt voneinander als auch in Verbindung miteinander von Belang sind. Die überdies genannten Zahlaspekte werden nachfolgend nur kurz erläutert:

Beim *Maßzahlaspekt* werden Zahlen zur Quantifizierung von Größen verwendet. (Maß-)Zahlen werden in Verbindung mit einer Maßeinheit angegeben (z. B. 20 kg, 12 Jahre, 6 € etc.). Dieser Zahlaspekt fordert ein komplexeres Verständnis, da die beiden Angaben nur in Kombination miteinander eine bestimmte Größe darstellen. Sie sind zudem nur innerhalb eines Größenbereichs und nur durch Umrechnen vergleichbar.

Der *Operatoraspekt* stellt Vorgänge oder Handlungen die mehrmals ablaufen (können) und ihre quantitative Beschreibung in den Fokus (z. B. dreimal Hüpfen, viermal Radfahren).

Der *Rechenzahlaspekt* kommt bei algebraischen Strukturen, Gesetzmäßigkeiten und bei algorithmischen Vorgängen, wie dem Rechnen in Stellenwertsystemen zum Tragen. Zahlen werden in diesem Bedeutungszusammenhang zum Rechnen verwendet bzw. in Termen und Gleichungen verknüpft (z. B. 6-2=4).

Beim *Codierungsaspekt* werden Zahlen als Verschlüsselung von Informationen bzw. als Kennzeichnung von Objekten genutzt. Typische Beispiele sind Telefonnummern oder Postleitzahlen.

Vereinzelt werden weitere Zahlaspekte ergänzt. Lorenz (2012) beschreibt einen *geometrischen*, einen *narrativen* und einen *relationalen Zahlaspekt*. Wenn Zahlen in geometrischen Zusammenhängen verwendet werden, z. B. zur Beschreibung von Drei- oder Vierecken, ist der *geometrische Zahlaspekt* angesprochen. Wenn Zahlen in Geschichten, Erzählungen, in kulturellem oder symbolischem Kontext eine eigene Bedeutung erlangen, fällt das unter den *narrativen Zahlaspekt* (z. B. die Zahl 13 als Unglückszahl). Der *relationale Zahlaspekt* beschreibt Beziehungen zwischen Zahlen. Beispielsweise bekommt die Zahl 4 eine Bedeutung in Relation zu anderen Zahlen, betrachtet man sie als zwischen der 2 und der 6 liegend oder als Nachfolger der 3 (vgl. auch *ordinaler Zahlaspekt*).

Im Folgenden liegt der Fokus auf den beiden Zahlaspekten, die für eine Betrachtung der Zahlbegriffsentwicklung und speziell der Anzahlerfassung von besonderer Bedeutung sind. Wittmann und Müller (2009b) benennen den „Zählzahl- und [...] Ordnungszahlaspekt (zusammengefasst zum „*ordinalen*“ Zahlaspekt)“ und den „Anzahlaspekt (auch „*kardinaler*“ Zahlaspekt [...])“ (S. 15) als die wichtigsten Zahlaspekte für die frühe mathematische Bildung. Auch Schuler (2013) weist auf die Relevanz dieser beiden Aspekte im Kindergartenkontext hin, da Kinder in diesem Alter Zahlen häufig auf diese Arten verwenden und sie die Grundlage für das Lösen erster Rechenaufgaben bilden.

4.2 Ordinaler Zahlaspekt – Zählzahl

Der *Ordinalzahlaspekt* spielt insbesondere bei den Grundlagen der Zählentwicklung eine Rolle. Durch die Differenzierung in Zählzahl- und Ordnungszahlaspekt können die Folge der natürlichen Zahlen und der Rangplatz in einer geordneten Reihe getrennt voneinander betrachtet werden.

Die Ausführungen zur Zählentwicklung tragen einerseits zur detaillierten Betrachtung des Zahlbegriffserwerbs bei. Andererseits werden Überlegungen zur Zählentwicklung für die Anzahlerfassung relevant, da Zählen als Werkzeug genutzt werden kann, um die Mächtigkeit von Mengen zu ermitteln oder Veränderungen zu erklären. Zählen stellt demnach eine Art der Anzahlbestimmung dar. Wenn strukturierte Mengendarstellungen den Kindern Einsichten in Zahlbeziehungen und -zerlegungen ermöglichen (vgl. auch *kardinaler Zahlaspekt*), so können diese Zusammenhänge durch die Zählzahl kommuniziert werden.

Unser Zahlensystem beruht auf einer dekadischen Struktur mit der Zehn als Bündelungseinheit. Bei den deutschen Zahlwörtern wird diese Bündelung nicht sofort deutlich, was es Kindern zunächst erschweren kann, die Muster des Systems zu erkennen. Die ersten zwölf Zahlwörter der Zahlwortreihe müssen auswendig gelernt werden, bevor durch Muster und Analogien die meisten folgenden Zahlwörter konstruiert werden können, wobei es auch hier einige Ausnahmen gibt (z.B. die Zahlwörter für die Zehnerzahlen). Dieser Prozess beginnt im Alter von etwa zwei Jahren und ist bei den meisten Kindern im Laufe der ersten Klasse abgeschlossen (Padberg & Benz, 2011). Dieser Weg, also der Erwerb der Zahlwortreihe, ist nicht trivial. Beginnt ein Kind zu zählen, also die Zahlwortreihe wiederzugeben, so liegt dem noch nicht zwingend eine numerische Bedeutung zu Grunde. Bis zu einem erfolgreichen Zählprozess durchlaufen die Kinder verschiedene Phasen. Im Folgenden werden die beiden häufig zitierten und anerkannten Grundlagenarbeiten von Fuson (1988) und Gelman und Gallistel (1986) dargelegt, die sich mit der Entwicklung der Zahlwortreihe und des Zählens auseinandersetzen.

Fuson (1988) befasst sich in ihren Studien konkreter mit der Zählentwicklung und dem Erwerb der Zahlwortreihe im Sinne eines erfolgreichen

Zählens. In ihrem Modell unterscheidet sie folgende Niveaustufen (Fuson, 1988; vgl. auch Fuson & Hall, 1983):

1. *String level* (Ganzheit der Zahlwortreihe)

   Die Zahlwortreihe kann auswendig gelernt aufgesagt werden. Dabei werden einzelne Zahlwörter ausgelassen oder teilweise noch nicht als solche erkannt. Das Abzählen von Mengen gelingt noch nicht.

2. *Unbreakable list level* (Unflexible Zahlwortreihe)

   Die Zahlwortreihe kann nun fehlerfrei aufgesagt werden. Das gelingt aber nur, wenn bei der Eins begonnen wird. Die einzelnen Zahlwörter werden nun voneinander getrennt aufgefasst und können zum Abzählen von Mengen eingesetzt werden. Dieses Niveau ist vergleichbar mit dem Aufsagen des Alphabets bei Erwachsenen. Es kann meist nicht von einem beliebigen Startpunkt aus weitergezählt werden.

3. *Breakable chain level* (Teilweise flexible Zahlwortreihe)

   Das Weiterzählen von jedem beliebigen Zahlwort ist nun möglich. Vorgänger und Nachfolger einer Zahl können angegeben werden, wodurch bereits die Grundlage für erfolgreiches Rückwärtszählen gelegt ist.

4. *Numerable chain level* (Flexible Zahlwortreihe)

   Indem, ausgehend von einem bestimmten Zahlwort, eine vorgegebene Anzahl an Schritten weitergezählt wird, kann diese Niveaustufe als erste Additionsstrategie aufgefasst werden.

5. *Bidirectional chain level* (Reversible Zahlwortreihe)

   Abschnitte der Zahlwortreihe können in beide Richtungen gezählt werden. Durch Richtungswechsel wird die Basis für den Zusammenhang zwischen Addition und Subtraktion gelegt.

Diese Niveaustufen gelten vorerst für die Zahlwortreihe von 1 bis 10, die sich ab dem Alter von zwei Jahren nach und nach entwickelt. Für größere Zahlräume können Übertragungsstrategien auf Grundlage des dekadischen Systems angewendet werden. In Fusons Modell spielt Mengenbewusstheit eine große Rolle. Insbesondere die letzten beiden Stufen verweisen auf ein erstes Teile-Ganzes-Verständnis sowie auf erste Rechenstrategien. Einige Entwicklungsmodelle zur Zahlbegriffsentwicklung stützen sich auf ihre Arbeit (vgl. Kapitel 4.4).

Auch Gelman und Gallistel (1986) setzen sich mit einem erfolgreichen Zählprozess auseinander. Sie beschreiben fünf Zählprinzipien, die das korrekte Zählen von Objekten erfordert. Die ersten drei werden auch *how-to-count-principles* genannt, da sie angeben, wie gezählt wird. Die beiden folgenden beziehen sich dagegen auf die zu zählenden Objekte und werden deshalb als *what-to-count-principles* bezeichnet (Gelman & Gallistel, 1986, 77 ff.):

1. *One-one principle* (Eindeutigkeitsprinzip)

   Das auch unter dem Begriff Eins-zu-Eins Zuordnung bekannte Prinzip besagt, dass beim Abzählen jedes zu zählende Element genau einmal berücksichtigt wird. Jedes Zahlwort wird also genau einmal verwendet, jedes Element genau einmal gezählt.

2. *Stable-order principle* (Prinzip der stabilen Ordnung)

   Die verwendeten Zahlwörter werden in einer stabilen, wiederholbaren Reihenfolge verwendet.

3. *Cardinal principle* (Kardinalzahlprinzip)

   Das letzte Zahlwort bezieht sich auf die bisher gezählten Elemente und gibt somit die Anzahl der Objekte der gezählten Menge an.

4. *Abstraction principle* (Abstraktionsprinzip)

   Die ersten drei Zählprinzipien sind auf jede beliebige zählbare Menge von Objekten anwendbar. Art und Eigenschaften dieser Objekte haben keinen Einfluss auf den Zählvorgang oder das Zählergebnis.

5. *Order-irrelevance principle* (Irrelevanz der Anordnung)

   Die Anordnung der Objekte innerhalb des Zählvorgangs spielt keine Rolle. Welchem Objekt dabei welches Zahlwort zugeordnet wird, ist irrelevant und hat keinen Einfluss auf das Zählergebnis.

Umstritten ist, ob diese Zählprinzipien angeboren und vor dem verbalen Zählen im Kind angelegt sind, oder ob sie erst aus Erfahrungen mit Zählaktivitäten heraus entstehen. Gelman und Gallistel (1979) selbst vertreten die Meinung, die Zählprinzipien seien angeboren. Dieses Konzept stößt mittlerweile auf viel Kritik. Brissiaud (1995) argumentiert mit der engen Kopplung zwischen Zählen und kulturellen Konzepten gegen diese Annahme. Auch Wynn (1992b) und Fuson (1988) vertreten die Meinung, Zählprinzipien müssten in verschiedenen Kontexten erlernt werden. Moser Opitz (2008) legt die Argumente in dieser Diskussion ausführlicher dar und kommt zu dem Schluss, dass die Annahme, die Zählprinzipien müssten erlernt werden, auf wesentlich breitere Zustimmung stößt.

Sowohl bei Fuson (1988) als auch bei Gelman und Gallistel (1979) wird die Bedeutung des Zählens für den Zahlbegriffserwerb deutlich. Bei der Abgrenzung einzelner Stufen ist zu beachten, dass eine eindeutige Einordnung eines Kindes auf eine Niveaustufe nicht möglich und insbesondere auch nicht immer sinnvoll ist. Abhängig von unterschiedlichen Zahlenräumen kann sich ein Kind zu einem Zeitpunkt auf unterschiedlichen Niveaus bewegen. Begrenzt man die Zahlräume, lassen sich in Untersuchungen Tendenzen zu Zählfähigkeiten aufzeigen. Beispielsweise weist eine Studie von Schmidt (1982) zu Zählfähigkeiten von Schulanfängern 99 % der Kinder die korrekte Wiedergabe der Zahlwortreihe bis mindestens 5 nach. 97 % zählten mindestens bis zur Zahl 10, 15 % sogar bis 100 oder darüber hinaus. Erkenntnisse aus den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Tests zeigen ähnliche Tendenzen bereits bei Vorschulkindern. Darüber hinaus entwickeln und nutzen Kindergartenkinder flexible Zählstrategien, wie Weiter- oder Rückwärtszählen. Bei der Erprobung des Osnabrücker Tests zur Zahlbegriffsentwicklung (van Luit, van de Rijt & Hasemann, 2001) konnten von über 300 Kindern 72 % zu Schuleintritt von 9 bis 15 Weiterzählen, 50 % sogar in Zweierschritten von 2 bis 14 (Hasemann, Gasteiger & Padberg, 2014). Das korrekte Anwenden aller Zählprinzipien geht allerdings über das bloße Aufsagen der Zahlwortreihe hinaus und erfordert andere Aufgabenstellungen zur Ermittlung der betreffenden Vorkenntnisse. Selter (1995) und Grassmann et al. (2003) wählten ein Punktefeld mit 20 Kreisen (vier horizontale und fünf vertikale Reihen) und forderten über 800 Kinder zu Beginn ihrer Schulzeit auf, 9 Kreise auszumalen. Selter (1995) kam zu einer Lösungsquote von 87 %; bei Grassmann et al. (2003) konnten 78 % der Teilnehmenden diese Aufgabe korrekt lösen.

Diese und weitere Ergebnisse zeigen, dass sich der Zählprozess und die Aneignung der Zählprinzipien bereits im vorschulischen Alter entwickeln, jedoch nicht bei jedem Kind gleichermaßen. Die korrekte Anwendung aller Zählprinzipien ist deshalb von den Lehrkräften zu Schulbeginn nicht zwingend vorauszusetzen. Da Forschungsergebnisse belegen, dass mathematisches Vorwissen zu Schulbeginn einen deutlichen Einfluss auf das weitere schulische Lernen hat (z. B. Dornheim, 2008), lassen sich daraus didaktische Schlussfolgerungen für die frühe mathematische Bildung ableiten. Das Erlernen der Zahlwortreihe ist ein wichtiger Bestandteil, aber nicht isoliert ohne ein dahinterstehendes Mengenverständnis zu betrachten. Wesentlich ist die Verbindung zu Mengenvorstellungen, die trotz ausreichend entwickelter Zählfertigkeiten nicht zwingend vorausgesetzt werden kann (Resnick, Bill & Lesgold, 1994). Benz (2010b) weist in ihrem Artikel „Zählen ist nicht alles, was zählt" das Zählen als wichtige Kompetenz, in flexiblem Sinne sogar als Meilenstein der mathematischen Entwicklung aus. Dennoch deutet der Titel ihres Aufsatzes schon darauf hin, dass ein (Ab-)Zählen, insbesondere für das spätere Rechnen, keine effektive Strategie mehr darstellt. Um ein Verständnis für Zahlbeziehungen und -zerlegungen zu entwickeln, sollte der kardinale Aspekt einer Zahl im Mittelpunkt stehen, der nun im Hinblick auf nichtzählende Arten der Anzahlbestimmung spezifiziert wird.

4.3 Kardinaler Zahlaspekt – Anzahl

Der *Kardinalzahlaspekt,* der die Anzahl der Elemente und damit die Mächtigkeit einer Menge beschreibt, kommt insbesondere bei nicht-zählenden Arten der Anzahlbestimmung wesentlich zum Tragen. Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen in diesem Bereich beginnt im Säuglingsalter und – lange vor einem verbalen Zählen – mit der Simultanerfassung von kleinen Mengen (4.3.1). Ein Teile-Ganzes-Verständnis (4.3.2) ist die Grundlage für die sogenannte Quasi-Simultanerfassung (4.3.3), die es möglich macht, die Anzahl von Elementen einer größeren Menge zu bestimmen, ohne alle Elemente einzeln abzuzählen.

4.3.1 Simultanerfassung

Bereits wenige Tage alte Kinder reagieren auf Veränderungen in der Mächtigkeit von Mengen (vgl. Antell & Keating, 1983; Starkey, Spelke & Gelman, 1990; Wynn, 1992). Erkenntnisse aus der Säuglingsforschung beziehen sich hauptsächlich auf die Wahrnehmung und Unterscheidung von Mengenanzahlen. In diesem Bereich bedient man sich zum Großteil des Habituations-Dishabituations-Paradigmas, das auf die Aufmerksamkeitsspanne der Kinder zielt. Die Arbeitsgruppe um Starkey belegt seit 1980, dass Kinder bereits sehr früh Anzahlen unterscheiden können. Auch Ergebnisse neuerer Versuchsreihen von Starkey et al. (1990) zeigen, dass Kinder zwischen vier und siebeneinhalb Monaten 2 von 3, aber nicht 4 von 6 dargebotenen Objekten unterscheiden können. Antell und Keating (1983) weisen diese Fähigkeit sogar für Neugeborene im Alter von bis zu einer Woche nach. Unter anderen Bedingungen und wechselnden Stimuli werden diese Ergebnisse durch weitere Studien bestätigt. Diskutiert wird, ob Unterschiede tatsächlich auf Grundlage der Anzahl wahrgenommen werden oder ob Veränderungen in der Länge oder der Fläche eine Rolle spielen (vgl. Clearfield & Mix, 2001).

Wynn (1992) variiert die Versuchsanordnung und untersucht das Verständnis einfacher Additions- und Subtraktionshandlungen, indem sie eine Puppe hinter einem Vorhang verschwinden lässt und anschließend für die Kinder sichtbar eine weitere Puppe dort versteckt. Wird nun die Abdeckung weggenommen und es werden zwei Puppen sichtbar, so ist die Fixationsdauer geringer als bei Erscheinen von einer oder drei Puppen. Diese Beobachtung lässt den Schluss zu, dass die fünf Monate alten Kinder, die an dieser Untersuchung teilnahmen, die Ergebnisse einfacher arithmetischer Operationen mit einer kleinen Anzahl von Objekten vorhersehen können. „Dies würde bedeuten, dass Kinder schon in sehr frühem Alter über bild-schematische Repräsentationen verfügen“ (Lorenz, 2012, S. 15). Ob dadurch allerdings tatsächlich eine numerische Kompetenz bei Säuglingen nachgewiesen wurde, ist ebenfalls umstritten.

Feigenson, Carey und Spelke (2002) gehen davon aus, dass die Säuglinge hier auch nur Veränderungen in den Gesamtmengen erkennen.

Bei der Interpretation der Ergebnisse wird das Erfassen von Anzahlen bei kleinen Mengen von bis zu vier Elementen im Englischen mit dem Begriff *Subitizing* (Kaufman, Lord, Reese & Volkmann, 1949; Leslie & Chen, 2007) oder *Perceptual Subitizing* (Sarama & Clements, 2009) umschrieben. Im deutschen Sprachraum ist diese Art der Anzahlbestimmung als *Simultanerfassung* bekannt. Inwiefern es sich dabei um ein angeborenes Zahlenwissen handelt, ist nicht abschließend geklärt. Die These von Gelman und Gallistel (1986), die von einem schnellen Zählprozess ausging, wurde durch verschiedene Untersuchungen widerlegt (z. B. Feigenson, Dehaene & Spelke, 2004; Hannula, Räsänen & Lehtinen, 2007; Starkey & Cooper, 1995). Lorenz (2012) geht davon aus, dass es sich bei Säuglingen eher um einen Wahrnehmungsvorgang als um eine frühe mathematische Kompetenz handelt. Die Fähigkeit, kleine Mengen zu erfassen und zu beurteilen, könne aber als kognitive Basis, auf der anschließendes Lernen und spätere Zahlkompetenzen aufbauen, gesehen werden.

Ein Bewusstsein für Quantitäten, das nicht mit Zählen zu verwechseln ist, wird auch als ‚Zahlensinn' (Dehaene, 1999) oder ‚Number Sense' (Dantzig, 1954; Dantzig & Mazur, 2007) bezeichnet. Aus der Psychologie werden im Wesentlichen zwei Repräsentationsmodelle zur Erklärung dieses Phänomens herangezogen. Das ‚analog-magnitude system' erklärt das Unterscheiden von Objektmengen als näherungsweises Vergleichen, wobei das Verhältnis der beiden Mengen maßgeblich ist (Feigenson, Carey & Hauser, 2002). Zwischen Mengen, deren Anzahlen nah beieinanderliegen, wird schwerer differenziert als zwischen Anzahlen, die sich stärker unterscheiden (Dehaene, 1999). Xu und Spelke (2000) weisen in diesem Zusammenhang kritische Verhältnisse bei Säuglingen nach. Im Alter von sechs Monaten können Mengen mit einem Verhältnis von 1:2 voneinander unterschieden werden, während ab neun Monaten dafür bereits ein Verhältnis von 2:3 ausreicht. Diese Form der primitiven Repräsentation ist meist Grundlage bei Säuglings- oder Tierforschungen, existiert aber, neben komplexeren angeeigneten Repräsentationen auch bei erwachsenen Personen.

> They are present in six-month-old human infants, a wide variety of mammals, many birds, and at least some fish. In human adults with a formal education, AMRs [analog magnitude representations] exist alongside culturally acquired representations of space, time, and number. (Beck, 2015, S. 829)

Durch das ‚object-file system of representation' werden Anzahlen dagegen präzise erfasst, indem jedem Element ein Repräsentant zugeordnet wird (Feigenson, Carey & Hauser, 2002). Das gelingt nur bei kleinen Mengen, wobei Feigenson und Halberda (2004) bereits für Säuglinge nachweisen, dass gruppierte Objekte leichter verarbeitet werden können. Dornheim (2008) sieht darin einen ersten „Beleg für die frühe Bedeutung visuell-räumlicher Strategien zur Erfassung von Anzahlen bei der Verarbeitung zählbarer Mengen" und einen „Hinweis auf die Bedeutung damit verbundener visuell-räumlicher Verarbeitungsleistungen" (S. 47).

Die Simultanerfassung von Mengen würde demnach auf das ‚object-file system of representation' zurückgehen, während das ‚analog-magnitude system' näherungsweise Anzahlbestimmungen oder das Erkennen von Anzahlunterschieden erklärt. Sowohl für die Befunde zur Mengenerfassung im frühen Säuglingsalter als auch für das Prinzip des Subitizing führen konkurrierende Erklärungsmodelle teilweise zu widersprüchlichen Interpretationen. Gemeinhin besteht meist Einigkeit darüber, dass es nicht das eine geltende Modell bzw. nicht die eine Zahlvorstellung gibt, die als Grundlage für ein anschlussfähiges Zahlverständnis herangezogen werden kann (Hasemann et al., 2014). Ein ‚Zahlensinn' und ein erstes quantitatives Bewusstsein gelten jedoch als erster Baustein einer tragfähigen Zahlvorstellung.

Relevant ist die Fähigkeit des Subitizing nicht nur bei Säuglingen. Sie wird auch von älteren Kindern und Erwachsenen genutzt, um die Anzahl kleinerer Mengen auf einen Blick zu bestimmen (vgl. Dornheim, 2008; Schuler, 2013). Dabei werden Mengen mit bis zu drei Elementen problemlos simultan erfasst, während bei einer Anzahl von vier bis sechs Elementen die Reaktionszeit und die Fehlerhäufigkeit ansteigt und spätestens ab sieben Elementen die Simultanerfassung durch ein Abschätzen der Mächtigkeit einer Menge ersetzt wird (vgl. Mandler & Shebo, 1982).

Um größere Mengen exakt zu bestimmen, können die Elemente durch Anwendung der erforderlichen Zählprinzipien einzeln abgezählt werden (vgl. Kapitel 4.2). Für effektivere Arten der Anzahlbestimmung werden Fähigkeiten, die unter den Begriff der Quasi-Simultanerfassung fallen, nötig. Grundlegend dafür ist ein Teile-Ganzes-Verständnis.

4.3.2 Teile-Ganzes-Konzept

Eine strukturierte Mengenwahrnehmung, die ein Zerlegen in verschiedene Teilmengen möglich macht, wird von Resnick (1983) als wesentlich und grundlegend beschrieben:

> Probably the major conceptual achievement of the early school years is the interpretation of numbers in terms of part and whole relationships. With the application of a Part-Whole schema to quantity, it becomes possible for children to think about numbers as compositions of other numbers. (S. 114)

Der Begriff *part and whole relationship* wird im deutschen Sprachraum nicht einheitlich übersetzt. Wird im Folgenden auf spezielle Arbeiten Bezug genommen, so werden die jeweils dort genutzten Begriffe übernommen. Wenn der Zusammenhang zwischen Zahlen(-Tripeln) im Fokus steht, wird von *Teile-Ganzes-Beziehungen* gesprochen. Kinder entwickeln ein *Teile-Ganzes-Verständnis* in der Auseinandersetzung mit Zahlen weiter, um ein umfassenden *Teile-Ganzes-Konzept* zu erlangen. In der Literatur finden sich darüber hinaus andere, oft sehr ähnliche Ausdrücke (z. B. Teil-Ganzes-Verständnis oder Teil-Teil-Ganzes-Beziehung). Gemein ist den Begriffen ihre Bedeutung hinsichtlich Zahlbeziehungen. Es werden Zusammenhänge zwischen Zahlen-Tripeln in den Blick genommen, wie 4 und 2 ergeben in der Summe 6 oder 3 ist 1 weniger als 4. Hess (2012) bezeichnet „die Kompetenz, größere Anzahlen in simultan erfassbare Einheiten zu gliedern und umgekehrt, solche Teile zu einem Ganzen zusammenzubringen“ auch als „Gliederungsfähigkeit“ (S. 119).

In der Entwicklung dieses Verständnisses für Zusammensetzungen und Zerlegungen einer Gesamtmenge weist Resnick (1992) verschiedene Stufen aus. Die Basis bildet dabei das sogenannte protoquantitative Schema, auf Grundlage dessen zwar noch keine konkrete Anzahlbestimmung möglich, aber ein erstes Wissen über Mengen vorhanden ist. Die Anwendung des protoquantitativen Schemas ermöglicht Kindern die Einsicht in die *Kovarianz* (ändert sich die Mächtigkeit einer Teilmenge, so ändert sich auch die Gesamtmenge) und in die *Kompensation* (wird einer Teilmenge etwas weggenommen und der anderen Teilmenge zugefügt, ändert das an der Gesamtmenge nichts) zwischen Mengen. Später kann dieses Schema auf konkrete, dann auch auf abstrakte Anzahlen angewandt werden. Erste Beziehungen zwischen Zerlegungen und Zusammensetzungen von Anzahlen werden hergestellt.

Die Untersuchungen von Irwin (1996) mit einhundert neuseeländischen Kindern geben Einblicke in die Entwicklung der protoquantitativen Schemata. Sie konfrontierte Vier- bis Siebenjährige mit Aufgaben zur Kovarianz und zur Kompensation anhand konkreter Objekte. Dabei sollten Bonbons zuerst zwischen zwei Puppen gerecht aufgeteilt werden. Anschließend erhielt jede Puppe zwei Schachteln, in die die Bonbons beliebig verteilt wurden. Daraufhin nahm die Versuchsleitung weitere Veränderungen vor (z. B. wurde in die Schachtel einer Puppe noch ein Bonbon hinzugefügt oder Bonbons aus einer Schachtel in eine andere gelegt). Die Kinder wurden nach den jeweiligen Handlungen befragt, ob die Aufteilung immer noch gerecht sei. 72 % der Vierjährigen, 81 % der Fünf- und 92 % der Sechsjährigen wiesen dabei ein Verständnis für protoquantitative Teile-Ganzes-Beziehungen aus. Eine Variation in der Aufgabenstellung durch vorheriges Abzählen der Mengen ließ ein gezieltes Nachfragen auf Zahlenebene zu. Eine Gesamtmenge an vorher abgezählten Objekten wurde versteckt in zwei Teile aufgeteilt. Daran wurden nun wieder Veränderungen vorgenommen (ein Objekt wird weggenommen oder von einem Teil in den anderen gelegt). Die Anzahl der Gesamtmenge nach den jeweiligen Handlungen zu nennen, stellte die Kinder vor wesentlich größere Schwierigkeiten. Die Lösungsquote überstieg erst bei den Siebenjährigen die 90%. Eine Integration des Wissens über Zählen und eines protoquantitativen Verständnisses geschieht demnach nicht ohne weiteres. Lorenz (2009) konkretisiert diese Ausdifferenzierung des Kardinalzahlkonzepts folgendermaßen: „Über eine Strukturierung der verbalen Zahlwortreihe bei ersten Rechenversuchen mit Hilfe von Zählstrategien und über die Verknüpfung von analog repräsentierten Kardinalzahlen entwickelt sich das Teile-Ganzes-Konzept“ (S. 38).

Ist dieser Entwicklungsschritt erreicht, können nach Resnick (1983) auch Zusammenhänge verschiedener Problemstellungen zu einem Zahlentripel hergestellt werden:

> The Part-Whole schema specifies relationships among triples of numbers. In the triple 2-5-7, for example, 7 is always the whole; 5 and 2 are always the parts. Together, 5 and 2 satisfy the equivalence constraint for the whole: 7. The relationship among 2, 5, and 7 holds whether the problem is given as 5 + 2 = ?, 7 – 5 = ?, 7 – 2 = ?, 2 + _ = 7, or _ + 5 = 7". (S. 115)

Die Forschungen und Untersuchungen in diesem Bereich sind insbesondere auch für die frühe mathematische Bildung von Bedeutung, da sie zeigen, dass bereits in jüngerem Alter Teile-Ganzes-Beziehungen korrekt interpretiert und behandelt werden können. „Die mögliche additive Zusammensetzung der Zahlen verstehen Kinder erst später, lange nachdem das protoquantitative Teile-Ganzes-Schema demonstriert wird, wenn keine Zahlen im Spiel sind" (Gerster & Schultz, 2004b, S. 78). Eine erste Verknüpfung protoquantitativer Schemata mit Zahlenwissen kann aber durchaus im vorschulischen Alter angeregt werden. Insbesondere strukturierte Mengendarstellungen können die Entwicklung eines Teile-Ganzes-Verständnisses unterstützen (vgl. auch Kapitel 4.5).

4.3.3 Quasi-Simultanerfassung

Durch das Erkennen und Nutzen von Strukturen können Strategien entwickelt und eingesetzt werden, die eine Anzahlbestimmung bei größeren Mengen möglich und ein Abzählen aller einzelnen Objekte obsolet machen. Diese Art der Anzahlbestimmung, welche ein erstes Teile-Ganzes-Verständnis voraussetzt, wird in der deutschen Literatur häufig als *Quasi-Simultanerfassung* bezeichnet. Sarama und Clements (2009) prägen dafür den Ausdruck *conceptual subitizing*. Bereits die Begriffe weisen auf einen Zusammenhang zur Simultanerfassung bzw. zum (perceptual) subitizing hin (vgl. 4.3.1). Teile einer Gesamtmenge werden bei der Quasi-Simultanerfassung auf einen Blick erfasst. Das kann bei bis zu drei, höchstens vier, Objekten tatsächlich durch Simultanerfassung geschehen. Aber auch erlernte Strukturen, wie die Fünferreihe, Würfel- oder Fingerbilder ermöglichen eine blitzartige Anzahlbestimmung. Nach Schipper (2011) werden bei einer quasi-simultanen Zahlauffassung „Teile des Bildes simultan erfasst und dann nach der Präsentation mental rekonstruiert“ (S 72). Die Gesamtzahl wird, wie Benz, Peter-Koop und Grüßing (2014) konkretisieren, durch Wissen ermittelt. Ein solches Faktenwissen haben oft bereits jüngere Kinder erworben, indem sie beispielsweise das Ergebnis einer einfachen Additionsaufgabe kennen (3+3=6).

Wird in einer Menge eine Struktur wahrgenommen oder sind bereits Teilanzahlen bestimmt, gibt es weitere Möglichkeiten die Gesamtanzahl zu ermitteln. Ob diese Strategien auch unter den Begriff Quasi-Simultanerfassung gefasst werden, ist in den verschiedenen Definitionen nicht immer einheitlich festzustellen.

Um den thematischen Fokus dieser Arbeit konkreter zu fassen und Begriffe zusätzlich auszuschärfen, wird die Anzahlerfassung in der weiteren Ausführung nochmal explizit herausgegriffen (vgl. Kapitel 4.5). Der enge Bezug zu diesem Abschnitt wird dort bei der Betrachtung der strukturierten Anzahlerfassung deutlich, die in der Literatur häufig synonym zu einer quasi-simultanen Anzahlerfassung verwendet wird.

Zunächst werden im Folgenden die bisher relativ strikt getrennten Ausführungen zum ordinalen Zahlaspekt (Kapitel 4.2) und zum kardinalen Zahlaspekt (Kapitel 4.3) zusammengeführt. Umfassendere Theorien und Entwicklungsmodelle integrieren die beiden Zahlaspekte, zeigen Beziehungen, Wechselwirkungen und wesentliche Meilensteine beim Zahlbegriffserwerb von Kindern auf.

4.4 Entwicklungsmodelle

Konsens herrscht mittlerweile darüber, dass sowohl ein ordinales als auch ein kardinales Verständnis von Zahlen notwendig ist, um einen umfassenden und tragfähigen Zahlbegriff zu entwickeln und (später) auch erste Rechenoperationen zu durchdringen. Die Entwicklung des Zahlbegriffs ist ein mittlerweile umfassend beforschter Bereich zu dem seit langer Zeit verschiedene Theorien entwickelt werden. Trotz dieser zahlreichen Forschungen gibt es kein allgemein gültiges bzw. anerkanntes Modell. Im Folgenden wird der Zahlbegriffserwerb in der Tradition von *Piaget* beleuchtet und im Anschluss daran zwei der bekanntesten und in der Literatur häufig rezipierten Modelle aus der Entwicklungspsychologie im Vergleich vorgestellt: das *Entwicklungsmodell früher mathematischer Kompetenzen* (Krajewski, 2003, 2005, 2008b; Krajewski & Ennemoser, 2013a; Krajewski & Schneider, 2006) und das *Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung* (Fritz, Ehlert & Balzer, 2013; Fritz & Ricken, 2009; Fritz, Ricken & Gerlach, 2007).

4.4.1 Zahlentwicklung nach Piaget

Besonders in den Fokus rückte die Thematik durch die Forschungen des Schweizer Biologen und Psychologen Jean Piaget (1896-1980), der damit Grundlagen zum Wissen über den Zahlbegriffserwerb legte, die bis heute besondere Bedeutung in der Entwicklungspsychologie und der Mathematikdidaktik haben. Für diese Arbeit sind insbesondere seine empirischen Untersuchungen zur Zahlbegriffsentwicklung hervorzuheben (Piaget, 1958; Piaget & Szeminska, 1972).

Die durch ihn etablierten wesentlichen Konzepte sind *Invarianz, Klassifikation, Seriation* und *Eins-zu-Eins-Zuordnung* (vgl. Piaget & Szeminska, 1972). Das Prinzip der Invarianz besagt, dass die Quantität einer Menge sich nicht ändert, egal wie man die Elemente dieser Menge anordnet. Eine typische Aufgabe zur Klassifikation ist das Ordnen von Gegenständen nach bestimmten Kriterien, z. B. Farbe oder Form. Die Seriation beschreibt die Fähigkeit zur Reihenbildung. Eine denkbare Aufgabenstellung wäre das Ordnen von Stäben nach deren Länge. Das Einordnen von Objekten in eine schon bestehende Reihe wäre eine komplexere Form der Reihenbildung. Bei einer Eins-zu-Eins-Zuordnung werden Mengen einander so zugeordnet, dass jedem Element aus der ersten Menge genau ein Element der zweiten Menge zugehört.

Piaget und Szeminska (1969) leiten den kardinalen Zahlaspekt aus dem Konzept der Klassifikation, den ordinalen Zahlaspekt aus den Ordnungsrelationen her und fassen die beiden Aspekte wie folgt zusammen:

> Die finiten Zahlen sind also zwangsläufig Kardinal- wie Ordinalzahlen; das ergibt sich aus der Natur der Zahl selbst, die ein in ein einziges operatorisches Ganzes verschmolzenes System von Klassen und asymmetrischen Relationen ist. (ebd., S. 208)

Bis heute werden Materialien und Aktivitäten für die frühe mathematische Bildung empfohlen, die auf die beschriebenen Konzepte abzielen und damit sowohl den kardinalen als auch den ordinalen Zahlaspekt berücksichtigen. In gängigen Tests zur Erfassung des Lernstandes finden sich ebenfalls Aufgaben solcher Art (vgl. Moser Opitz, 2008).

Trotz der aufgezeigten Verbindung der beiden Zahlaspekte wird bei genauerer Betrachtung von Piagets Untersuchungen deutlich, dass dem Kardinalzahlaspekt mehr Bedeutung zugemessen wird als dem ordinalen Zahlaspekt. Für Piaget und Szeminska (1969) erlangt das „laute Zählen erst dann eine wirkliche Bedeutung [...], wenn die Operationen im praktischen Bereich logisch konstituiert worden sind“ (S. 100). Diese Einschätzung wird mittlerweile kaum noch geteilt. Heute gilt das (verbale) Zählen als bedeutender Teil der Zahlbegriffsentwicklung. Die weitgehend anerkannten Modelle von Gelman und Gallistel (1986) und Fuson (1988) stützen diese Sichtweise und zeigen Teilkompetenzen und Zählprinzipien explizierter auf (vgl. Kapitel 4.2). Aber auch Freudenthal (1977) formulierte schon:

> Ohne die Zahlenreihe gibt es keine Mathematik – wenn es nach manchen modernen Mathematikbüchern auch anders erscheinen mag, so kommt es daher, dass die Verfasser nicht wissen, was Mathematik ist. (S. 169)

Diesen Schwerpunkt auf dem Anzahlaspekt schreibt er Piagets Einfluss zu, der den Ordinalaspekt zwar erwähnt, „was er aber unter diesem behandelt, hat mit der Zählzahl kaum etwas zu tun“ (ebd. S. 178). Dies sollte bei der Betrachtung von Kritiken beachtet werden. Seine spezifische Terminologie, die insbesondere mathematische Begriffe „weit weg von mathematischer Bedeutung verwendet“ (ebd. S. 296), kann zu Missverständnissen und falschen Folgerungen führen.

Auch weitere Aspekte von Piagets Arbeit werden indessen kritisch betrachtet und wurden durch Folgeuntersuchungen teilweise auch widerlegt. So wurde die synchrone Entwicklung von Ordinal- und Kardinalzahl, die er angenommen hatte, von Brainerd (1979) und Williams (1991) entkräftet, die zu übereinstimmenden Ergebnissen bezüglich der Entwicklungsabfolge von ordinalem und kardinalem Verständnis kommen. Demnach entwickle sich das ordinale vor einem kardinalen Verständnis und Kinder könnten mit Hilfe des Ordinationsverständnisses und des Zählens erste Additions- und Subtraktionsaufgaben lösen. Ein getrennt durchgeführtes ordinales und kardinales Training weist dem ordinalen Aspekt einen größeren Effekt in Bezug auf arithmetische Fähigkeiten nach. Aktuellere Arbeiten im Rahmen der Säuglingsforschung zeigen Einsichten und Fertigkeiten jüngerer Kinder in Bezug auf Zahlen, die Piaget so nicht angenommen hatte (vgl. 4.3.1). Seine Auffassung über notwendige Präkonzepte für ein Zahlverständnis konnten nicht nachgewiesen werden (vgl. Baroody, 1989). Die Invarianz ist zum Beispiel keine unabdingbare Voraussetzung für den weiteren Erwerb des Zahlbegriffs. Generelle Kritik wurde außerdem an Forschungsmethoden und Versuchsanordnungen geübt. Wember (1986) beanstandet ungenügende Reliabilität aufgrund nichtstandardisierter Methoden. Die fehlende Möglichkeit durch die gegebenen Versuchsbedingungen die Theorie überhaupt zu widerlegen, heben auch Brainerd (1979) und Engels (1989) hervor.

Piagets Erkenntnisse zur Zahlbegriffsentwicklung gelten zwar teilweise als überholt und widerlegt, trotz aller Kritik aber als wegweisend. Nach Piaget und Szeminska (1969) entwickelt sich der Zahlbegriff auf der Grundlage logisch formaler Operationen, woraufhin sich die Bezeichnung *Logical-Foundations-Modell* etablierte. Um neuere entwicklungspsychologische und mathematikdidaktische Befunde davon abzugrenzen, prägt Clements (1984) den Begriff der *Skills-Integration-Modell*. Die Vertreter dieser Modelle (z. B. Fuson, 1988; Gelman & Gallistel, 1979; Resnick, 1983) gehen davon aus, dass sich ein Teile-Ganzes-Konzept aus getrennten Teilfertigkeiten entwickelt. Ein umfassendes Zahlkonzept beinhaltet ein simultanes Erfassen von Anzahlen, Mengenvergleiche, aber insbesondere auch das von Piaget unterschätzte Zählen (Krajewski & Schneider, 2006; Resnick, 1989).

Zwei ausgewählte Integrationsmodelle, die sich an Piagets Logical-Foundations-Modell orientieren, aber insbesondere auch neuere Befunde und

Theorien im Sinne der Skills-Integration-Modelle miteinbeziehen, werden im Folgenden dargestellt: das *Entwicklungsmodell früher mathematischer Kompetenzen* nach Krajewski (Krajewski, 2003, 2008b; Krajewski & Schneider, 2006) und das *Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung* nach Fritz und Ricken (Fritz, Ehlert & Balzer, 2013; Fritz & Ricken, 2009; Fritz, Ricken & Gerlach, 2007). Zentrale Aspekte bei der Entwicklung dieser Modelle sind die Arbeiten von Resnick (1989) zu protoquantitativen Schemata und die Überlegungen von Fuson (1988) zu Zählfertigkeiten, die in den vorangehenden Kapiteln bereits eingehender beschrieben wurden.

4.4.2 ‚Entwicklungsmodell früher mathematischer Kompetenzen' nach Krajewski

Das *Entwicklungsmodell früher mathematischer Kompetenzen* wurde von Krajewski konzipiert (Krajewski, 2003) und im Laufe der letzten Jahre geringfügig modifiziert (Krajewski, 2008b; Krajewski & Ennemoser, 2013a). Auch Begriffe wurden dabei geändert und präzisiert. Die ursprünglich als ‚Mengen- und Zahlenwissen' oder ‚mengen- und zahlenbezogenes Vorwissen' beschriebenen Basiskompetenzen werden später als ‚Mengen-Zahlen-Kompetenzen' und nun aktuell mit dem Begriff ‚Zahl-Größen-Kompetenzen' beschrieben (Krajewski & Ennemoser, 2013a). Deshalb wird nunmehr auch vom *Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung* (ZGV-Modell) gesprochen. Drei Stufen bzw. (Kompetenz-)Ebenen durchlaufen Kinder demnach in der Zeit von ihrer Geburt bis mindestens zum Schuleintritt (vgl. Abb. 4.1).

Auf *Ebene I* stützen sich Krajewski und Schneider (2006) auf Untersuchungen zur Bewusstheit von Quantitäten im frühen Kindesalter (vgl. auch 4.3). Sie gehen davon aus, dass Säuglinge zwar zwischen Mengen differenzieren können, dies aber nur bei unterschiedlicher Ausdehnung und nicht aufgrund unterschiedlicher Mächtigkeiten gelingt (vgl. auch Feigenson, Carey & Hauser, 2002). Der erweiterte Begriff ‚Zahl-Größen-Kompetenzen' schließt in den Mengen-Begriff nicht nur diskrete abzählbare, sondern auch kontinuierliche Mengen im Sinne von Größen, beispielsweise das Volumen von Wasser oder Zeitintervalle mit ein (Schneider, Krajewski & Küspert, 2013).

Ab etwa zwei bis drei Jahren beginnen Kinder Zählfertigkeiten zu entwickeln, bringen aufgesagte Zahlwörter allerdings noch nicht mit diskreten Mengen in Verbindung. Sie befinden sich also auf der von Fuson (1988) definierten Niveaustufe 1, dem *string level*. Laut diesem Modell stehen Zählfertigkeiten und Mengenwissen auf der Ebene der *Numerischen Basiskompetenzen* noch unverbunden nebeneinander.

Eine Verbindung beider Konzepte geschieht auf *Ebene II*. Ab einem Alter von ca. drei Jahren beginnen Kinder eine Mengenbewusstheit von Zahlen zu entwickeln, indem sie Verknüpfungen zwischen Zahlen und Anzahlen bzw. Größen erkennen (Krajewski, 2008a). Dies geschieht zunächst unpräzise in groben Kategorien, wie ‚wenig', ‚viel' oder ‚sehr viel' (*unpräzise Größenrepräsentation* bzw. *unpräzises Anzahlkonzept*). Im Modell wird angenommen, dass in jede Mengenkategorie mehrere Zahlen eingeordnet werden können. Diese Zuordnungen bleiben im Laufe der Zeit nicht zwangsläufig stabil. Während die Zahl 40 unter Umständen zunächst als ‚sehr viel' angesehen wird, ist es möglich, dass das gleiche Kind dieselbe Zahl zu einem späteren Zeitpunkt nur noch als ‚viel' oder sogar als ‚wenig' einschätzt. Nach und nach, angegeben ist ein Alter von etwa vier Jahren, können Zahlwörter (und ggf. Ziffern) dann präzise der jeweilig repräsentierten Menge zugeordnet werden. Dazu ist es nötig, die exakte Zahlwortfolge in dem betrachteten Bereich zu kennen und diese auch mit den zugehörigen Mengen bzw. Größen verknüpfen zu können. Damit gelingen exakte Zahlenvergleiche. Krajewski und Ennemoser (2013a) sprechen von einer *präzisen Größenrepräsentation* bzw. von einem *präzisen Anzahlkonzept*. Ein Kardinalverständnis der Zahlen ist erworben. Größen im Sinne nicht-abzählbarer Mengen fallen, trotz Begriffsänderung, nicht unter das beschriebene Konzept der Größenrepräsentation.

Im Alter von ca. drei bis fünf Jahren gelangen Kinder zu einer ersten Einsicht bezüglich Größenrelationen. Die Beschreibungen des zugrunde liegenden Teile-Ganzes-Konzepts orientieren sich hauptsächlich an Resnick (1989). Kinder erkennen noch ohne einen direkten Zahlbezug herzustellen, dass sich Mengen durch Zugabe bzw. Wegnahme von Objekten verändern und Mengen in kleinere Mengen geteilt und auch wieder zusammengesetzt werden können (Krajewski, 2008a). Das gilt nun auch für nicht-abzählbare, kontinuierliche Mengen. Vermutlich orientiert sich

Krajewski an Piagets sogenannten Umschüttversuchen. Kinder erkennen demnach erst mit zunehmendem Alter, dass sich die Menge von Wasser nicht ändert, obwohl diese in unterschiedlich geformte Gefäße umgegossen wurde. Diese Fähigkeit zur Invarianz numerisch unbestimmter Mengen verortet Krajewski auf Ebene II.

Erst auf *Ebene III* wird zu Mengen- bzw. Größenrelationen ein numerischer Bezug hergestellt. Dieses Verständnis zwischen Zahlbeziehungen entwickelt sich etwa im Alter zwischen vier und sechs Jahren. Wird das Anzahlkonzept mit den Mengenrelationen (ohne Zahlbezug auf Ebene II) verknüpft, werden Beziehungen zwischen Zahlen im Sinne eines Teile-Ganzes-Konzepts durch konkrete Zahlen darstellbar. Mengendifferenzen mit Zahlbezug lassen die Kinder erkennen, dass sich zwei Anzahlen durch eine dritte unterscheiden (Krajewski, 2008a).

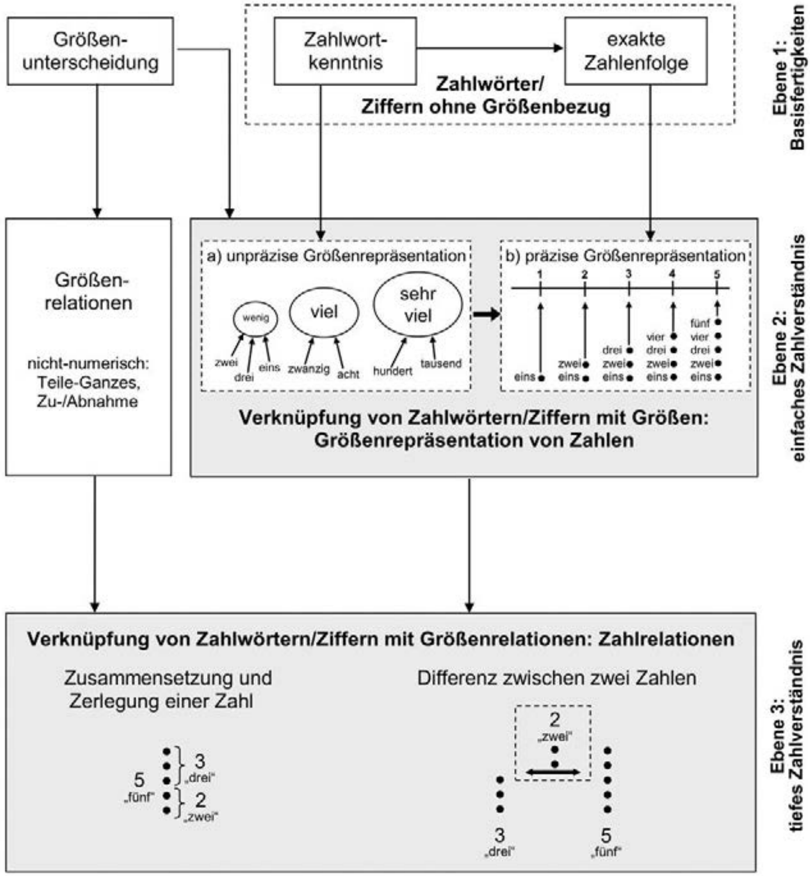


Abb. 4.1 Entwicklungsmodell der ‚Zahl-Größen-Verknüpfung' (Quelle: Krajewski & Ennemoser, 2013a, S. 43)

Das Verständnis für Zusammensetzungen und Zerlegungen einer Zahl entwickelt sich. Ein Vorwärts- als auch ein Rückwärtszählen ab einer bestimmten Zahl gelingt nun. Auf dieser höchsten Ebene der *Zahlrelationen* wird laut diesem Modell das Mengen- und Zahlenwissen vollständig ineinander integriert.

Trotz der deutlich voneinander abgegrenzten Stufen, die eine strikte Abfolge der Entwicklung implizieren, ist zu beachten, dass sich ein Kind abhängig von Zahlenräumen und mentalen und externen Repräsentationsformen zu einem Zeitpunkt auf unterschiedlichen Entwicklungsniveaus befinden kann. Krajewski (2008a) weist auf diese Verschiebungen in der individuellen Entwicklung hin, die sich beispielsweise zeigen, wenn Kinder „für kleine Zahlen bereits die dritte Ebene erreicht haben, mit großen Zahlen aber noch auf der ersten oder zweiten Ebene operieren" (S. 125). So ist es darüber hinaus möglich, dass Kinder mit konkretem Material bereits Aufgaben der Ebene III lösen, ohne solche Darstellungsformen allerdings (noch) nicht. Diese Gegebenheiten machen eine eindeutige Einordnung in ein solches Stufenmodell schwierig. Dennoch kann es für Diagnostik oder Förderplanung eine Hilfestellung darstellen.

Kritik am Modell übt Lorenz (2012). Er bezieht sich auf das Programm ‚Mengen, zählen, Zahlen' (MZZ), das Krajewski, Nieding und Schneider (2007) auf Grundlage des hier dargelegten Entwicklungsmodells erarbeitet haben, wenn er von fehlenden Vernetzungen mit geometrischen Aspekten, Mustern, Strukturen und Regelhaftigkeiten spricht. Inwieweit diese Vernetzungen in dem Entwicklungsmodell selbst berücksichtigt werden könnten, lässt er offen.

Die Vorteile, aber auch die angesprochenen Grenzen, eines solchen Stufenmodells gelten zum Großteil auch für den im Folgenden beschriebenen Vorschlag von Fritz und Ricken (vgl. 4.4.3). Nach der Darstellung werden beide Modelle gegenübergestellt, um durch den Vergleich ein differenzierteres Fazit zu ziehen und die wesentlichen Punkte zusammenzufassen (vgl. 4.4.4).

4.4.3 ‚Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung' nach Fritz & Ricken

Im Vergleich zu Krajewskis Ansatz unterscheiden Fritz und Ricken (2009) mehr Ebenen. In der im Jahr 2007 veröffentlichten Version (Fritz et al., 2007) werden fünf Stufen beschrieben. In einer leicht modifizierten Version (Fritz & Ricken, 2009) wurde eine Vorstufe ergänzt, die als Entwicklungsstufe 0 bezeichnet wird. Diese wird in der aktuelleren, englischsprachigen Veröffentlichung nicht mehr berücksichtigt, dafür wurde eine sechste Stufe ergänzt, die als „Level VI: Units in Numbers (bundling and unbundling)“ bezeichnet wird (Fritz et al., 2013, S. 51). Im Folgenden werden also sieben Entwicklungsstufen dargestellt, um eine lückenlose Darstellung zu gewährleisten. Die Abbildungen der Stufen 0 bis V sind der Veröffentlichung des Jahres 2009 entnommen. Bei den Entwicklungsstufen, die sich in den Veröffentlichungen überschneiden, ist die englische Bezeichnung aus Fritz et al. (2013) in Klammern ergänzt.

Auf der *Entwicklungsstufe 0: Isolierte Mengen- und Zahlenkenntnis* (Abb. 4.2) stehen der protoquantitative Mengenvergleich und erste Zählprozeduren noch unverbunden nebeneinander. Während ein Mengenvergleich im Sinne von mehr/weniger bereits im Säuglingsalter grob, aufgrund der Größe bzw. Ausdehnung der Mengen gelingt (vgl. 4.3.1), ist der Spracherwerb die Grundlage für das Erlernen der ersten Zahlwörter. Ein Aufsagen erfolgt auf dieser Stufe auswendig und ohne ein quantitatives Verständnis, entspricht also dem *spring level* von Fuson (1988) (vgl. Kapitel 4.2).

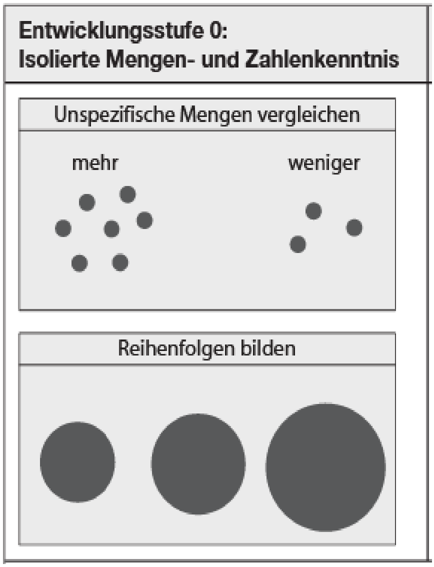


Abb. 4.2 Entwicklungsstufe 0

Darüber hinaus verweisen Fritz und Ricken (2009) auf erste Seriationsfähigkeiten, welche es Kindern ermöglichen, Objekte beispielsweise nach der Größe zu ordnen.

Auf der *Entwicklungsstufe I: Zahlen als Zählzahlen (Count Number)* (Abb. 4.3) werden Zählhandlungen nun auch zum Ab- und Auszählen konkreter Objekte angewandt. Fritz und Ricken (2009) gehen allerdings nicht davon aus, dass sich dahinter „ein bewusstes kardinales Mengenverständnis verbirgt" (S. 381). Der Vergleich von Mengen erfolgt aufgrund von Eins-zu-Eins-Zuordnungen.

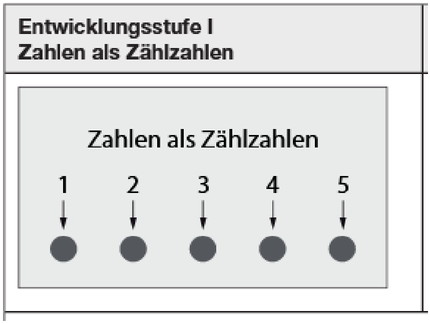


Abb. 4.3 Entwicklungsstufe I

Auf der *Entwicklungsstufe II: Ordinaler Zahlenstrahl (Mental number line)* (Abb. 4.4) ist nun bereits ein Positionsvergleich von Zahlen und somit das Bestimmen von Vorgänger und Nachfolger möglich. Ein Verständnis für das Schema des Vermehrens wird aufgebaut, wodurch erste Additionsaufgaben zählend gelöst werden können.

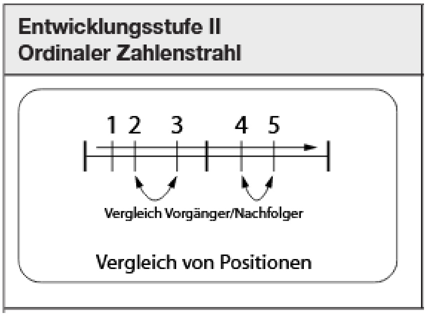


Abb. 4.4 Entwicklungsstufe II

Die *Entwicklungsstufe III: Integration von Menge und Zahlwortreihe (Cardinality and Decomposability)* (Abb. 4.5) verweist erstmals auf eine Verbindung zwischen Mengen und natürlichen Zahlen. Das Schema des Vermehrens wird erweitert um das Schema des

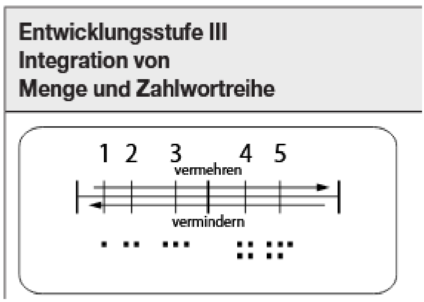


Abb. 4.5 Entwicklungsstufe III

Verminderns, wodurch auch erste Subtraktionsaufgaben durch Rückwärtszählen gelöst werden können. Bei Additionen werden nun auch Teilmengen erkannt, die durch Zusammenfügen eine neue Gesamtmenge ergeben.

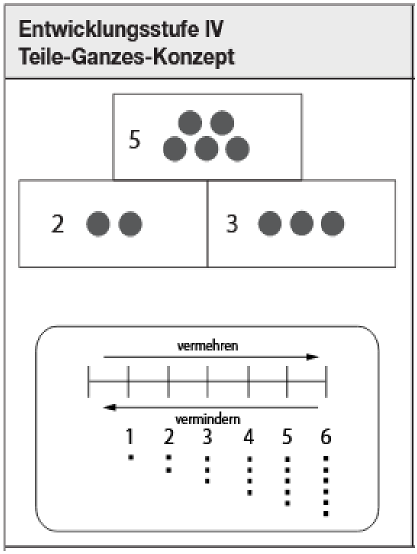


Abb. 4.6 Entwicklungsstufe IV

Die *Entwicklungsstufe IV: Teile-Ganzes-Konzept (Class inclusion and Embeddedness)* (Abb. 4.6) ist laut Fritz und Ricken (2009) „gekennzeichnet durch beträchtliche konzeptuelle Erweiterungen" (S. 382). Das Enthaltensein von (Vorgänger-)Zahlen in einer Zahl führt zu einem erweiterten Teile-Ganzes-Verständnis. Dass eine Menge verschiedene Teilmengen enthalten kann, deren Anzahl zusammen wiederum der Anzahl der Gesamtmenge entspricht, ist eine Erkenntnis, die auf diesem Niveau erreicht ist. Sind zwei Mengen vorgegeben, kann daraus auf die dritte Menge (sei es die Gesamt- oder eine Teilmenge) geschlossen werden. Außerdem führt nun ein Verständnis für relationale Zahlbeziehungen dazu, dass Abstände zwischen zwei Zahlen wiederum durch eine Zahl angegeben werden können.

Die *Entwicklungsstufe V: Verknüpfung des relationalen Zahlbegriffs mit dem T-T-G-Konzept (Relationality)* (Abb. 4.7) ist die letzte Stufe, die in der Veröffentlichung des Jahres 2009 beschrieben wird. Eine genauere Unterscheidung der verwendeten Begriffe ‚Teile-Ganzes-Konzept' und ‚Teilmenge-Teilmenge-Gesamtmenge, T-T-G-Konzept' wird nicht einsichtig. Die Bedeutung des zugrunde liegenden Verständnisses wird aber auch von Fritz und Ricken (2009) immer wieder betont: „Ohne das Verständnis, dass Mengen beliebig zerlegt und wieder zusammengesetzt werden können, ist nicht zuletzt ein einsichtsvolles Lernen der Multiplikation und Division und darauf aufbauend der Bruchrechnung möglich“ (S. 385).

Der Aufbau dieses Konzepts wird nun nicht mehr im Vorschulalter, sondern in den ersten beiden Schuljahren verortet. Eine vertiefte Einsicht in den relationalen Zahlbegriff und die Verknüpfung mit dem T-T-G-Konzept ist nun erreicht.

Die von Fritz et al. (2013, 51f) ergänzte *Entwicklungsstufe VI: Units in Numbers (bundling and unbundling)* (Abb. 4.8) beschreibt das Konzept des Bündelns und Entbündelns.

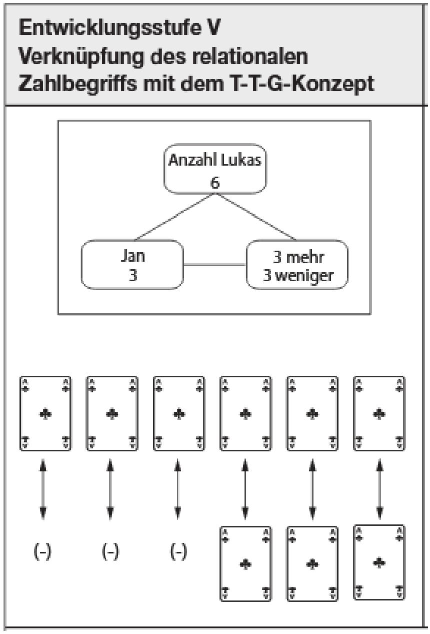


Abb. 4.7 Entwicklungsstufe V

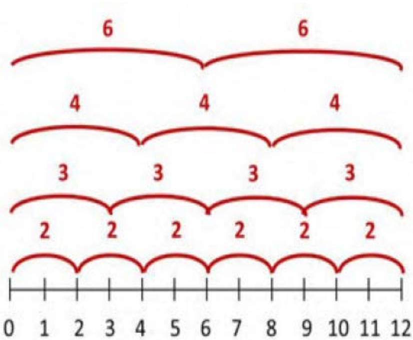


Abb. 4.8 Entwicklungsstufe VI

Das integrierte Verständnis des Teile-Ganzes-Konzepts und des relationalen Zahlbegriffs führt auf dieser Stufe zur Einsicht, dass Zahlen auch aus gebündelten Einheiten (der gleichen Quantität) zusammengesetzt werden bzw. in gebündelte Mengen zerlegt werden können. Die Zahl 12 kann beispielsweise durch zwei 6er-Bündel zusammengesetzt werden (2·6=12) oder in vier 3er-Bündel zerlegt werden (12:4=3). Charakteristisch für diese Stufe ist nun vor allem, dass Kinder verschiedene Zusammensetzungen bzw. Zerlegungen einer Zahl finden können. Die hier beschriebene Kompetenz verweist also im Besonderen bereits auf die Rechenoperationen Multiplikation und Division und legt die Basis für ein Verständnis des Stellenwertsystems. Um Zahlen, wie beispielsweise die 37 als 3 Zehner und 7 Einer zu deuten, ist ein solches Verständnis nötig. „Wenn Kinder [...] das Bündelungsprinzip [...] nicht verstanden haben, fehlt ihnen die Einsicht in den Zahlaufbau und damit die Grundlage für Rechenoperationen“ (Scherer & Moser Opitz, 2012, S. 14).

4.4.4 Reflexion

Wenn auch die Begriffe der beiden dargestellten Modelle nicht immer übereinstimmen, zeigen sich große Überschneidungen (vgl. auch Benz et al., 2014). Beiden gemein ist der jeweils hierarchische Aufbau in Stufen bzw. Ebenen, der an verschiedenen Stellen jedoch Unterschiede aufweist. Die folgende Tabelle stellt die Ebenen aus Krajewskis Modell den Entwicklungsstufen nach Fritz und Ricken gegenüber. Dies dient der groben Übersicht und dem Vergleich der jeweils beschriebenen Stufen und impliziert keine exakte Übereinstimmung in den Beschreibungen der Ebenen bzw. Entwicklungsstufen.

‚Entwicklungsmodell früher mathematischer Kompetenzen‘ nach Krajewski	‚Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung‘ nach Fritz & Ricken
Ebene I	Entwicklungsstufe 0 und I
Ebene II	Entwicklungsstufen II und III
Ebene III	Entwicklungsstufen IV und V
	Entwicklungsstufe VI

Tab. 4.1 Gegenüberstellung der Modelle zur Zahlbegriffsentwicklung

Krajewskis Ebene I entspricht hauptsächlich den Entwicklungsstufen 0 und I von Fritz und Ricken. Ein protoquantitativer Mengenvergleich und erste Zählfertigkeiten stehen noch unzusammenhängend nebeneinander, wobei auf Fritz und Rickens Entwicklungsstufe I ein erstes Abzählen von Mengen gelingt – jedoch auch noch ohne ein bewusstes kardinales Verständnis. Auch die Ebene II des Anzahlkonzepts ist bei Fritz und Ricken in zwei Entwicklungsstufen (II und III) gegliedert. Sie differenzieren zwischen einem Positionsvergleich von Zahlen und ersten Additionsstrategien (Entwicklungsstufe II) und der Herstellung einer Verbindung zwischen Zahlen und Mengen, wodurch das Schema des Vermehrens nun auch um das des Verminderns erweitert wird (Entwicklungsstufe III). Auf den Entwicklungsstufen IV, V und VI und auf Krajewskis Ebene III wird die Verbindung zu einem ersten Operationsverständnis hergestellt. Das geschieht bei Fritz und Ricken ausdifferenzierter. Sie gehen in ihrem Modell etwas weiter, indem die Verbindung zu ersten Rechenstrategien auf Grundlage eines dynamisierten Teile-Ganzes-Konzepts konkreter miteinbezogen wird. Insbesondere die ergänzte Entwicklungsstufe VI beschreibt Kompetenzen, die grundlegend für die Rechenoperationen Multiplikation und Division sowie ein Stellenwertverständnis sind und so explizit nicht in Krajewskis Modell auftauchen. Tendenziell vollziehen sich die von Krajewski beschriebenen Entwicklungsstufen bereits im Vorschulalter, während Fritz und Ricken darüber hinaus Kompetenzen beschreiben, die meist erst in den ersten Schuljahren voll ausgebildet werden, wobei nicht festlegt wird, auf welcher Stufe sich Kinder zur Einschulung bewegen.

Das Teile-Ganzes-Konzept nimmt in beiden Modellen wesentlichen Raum ein und wird in seiner Bedeutung für den Aufbau von Grundvorstellungen zu ersten Rechenoperationen hervorgehoben. Krajewski und Ennemoser (2013a) beziehen sich zwar ebenfalls auf die protoquantitativen Schemata und Zählfertigkeiten nach Resnick (1989), weisen aber auch auf Unterschiede hin. Beispielsweise wird das Teile-Ganzes-Konzept nicht als einzig bedeutsamer Meilenstein gesehen und durch wesentliche Entwicklungsschritte im Größenverständnis und bezüglich des Unterschieds zwischen zwei Zahlen ergänzt.

Einen zentralen Unterschied zwischen Krajewskis ZGV-Modell und Fritz und Ricken (2009) stellen Krajewski und Ennemoser (2013a) selbst heraus. Sie nehmen im Gegensatz zu Fuson (1988) oder daran orientierten Modellen nicht an, dass ein automatisiertes, flexibles Aufsagen der Zahlwortreihe zwingend mit einer Einsicht in die Größenrepräsentation von Zahlen und das Verständnis von Zahlrelationen einhergeht. „Unterschiedliche Grade der Automatisierung und Beherrschung der Zahlwortfolge werden hingegen im ZGV-Modell keineswegs verschiedenen konzeptuellen Ebenen zugeordnet“ (Schneider et al., 2013, S. 34). Eine rückwärts aufgesagte Zahlwortreihe (Level 5 bei Fuson) wird also nicht notwendigerweise als Beleg für ein zunehmendes konzeptuelles Verständnis der Zahlen gesehen, da dem auch lediglich ein auswendig gelernter Automatismus zugrunde liegen könnte. Umgekehrt werden Fertigkeiten (das Nennen von Vor- und Nachfolgerzahlen, der Größenvergleich und die Ermittlung einer konkreten Zahl zur Angabe von Größenunterschieden), die bei Fuson in einem Level gefasst sind, bei Krajewski verschiedenen Ebenen zugeordnet. „Die beiden Modelle kollidieren also vor allem bei der Frage, wie eng die Beherrschung der Zahlwortfolge mit der Entwicklung eines konzeptuellen Zahlverständnisses assoziiert ist“ (Krajewski & Ennemoser, 2013a, S. 50).

Die Stufen, Ebenen oder Niveaus, wie sie den Aufbau beider Modelle kennzeichnen, können weder exakt voneinander abgegrenzt, noch mit eindeutigen Altersangaben versehen werden. So herrscht Einigkeit darüber, dass sich ein Kind bezüglich verschiedener Zahlen zur gleichen Zeit auf verschiedenen Entwicklungsstufen bewegen kann. Grobe Einordnungen könnten auf Grundlage fest begrenzter Zahlenräume und unter Berücksichtigung gewählter Darstellungsmittel sinnvoll sein. Beide Modelle werden herangezogen, um darauf aufbauend Instrumente zur Erfassung mathematischer Basiskompetenzen zu entwickeln. Krajewski (2018) entwickelt auf Basis ihres Modells den Test mathematischer Basiskompetenzen im Kindergartenalter (MBK 0). Ricken, Fritz-Stratmann und Balzer (2013) legen mit dem MARKO-D ein Instrument zur Erfassung von Mathematik- und Rechenkonzepten im Vorschulalter vor, das sich am aufgezeigten Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung orientiert (vgl. auch 6.2.1.1).

Interindividuelle Unterschiede konnten mit dem MARKO-D in Querschnittsstudien nachgewiesen werden (Ricken, Fritz-Stratmann & Balzer, 2013). Längsschnittstudien zu intraindividuellen Entwicklungsverläufen stehen dagegen noch aus. Genau diese Daten wären ebenfalls bedeutsam für einen Einsatz des Modells in der Diagnostik oder zum Messen von Fördereffekten. Krajewski und Schneider (2006) zeigen in einer Langzeitstudie mit 153 Kindergartenkindern, dass noch vier Jahre später 26% der

Unterschiede in den Mathematikleistungen durch vorschulische Zahlen-Größen-Kompetenzen erklärt werden können. Dieses Ergebnis wurde von Krajewski und Schneider (2009) repliziert und von Krajewski und Ennemoser (2013b) für Kompetenzen, die einer fortschreitenden Entwicklung unterliegen, auch in der Sekundarstufe (bis Klasse 9) gezeigt.

Die beiden dargestellten Ansätze integrieren den aktuellen Forschungsstand zur Zahlbegriffsentwicklung und können, wenn die Grenzen derartiger Stufenmodelle beachtet werden, Hinweise zu Entwicklungsverläufen liefern und als Grundlage zur Konzeption von Diagnoseinstrumenten und Fördermaßnahmen im Bereich der Zahlbegriffsentwicklung hilfreich sein.

Der Vergleich der beiden beschriebenen, neueren Modelle mit der Zahlentwicklung nach Piaget zeigt ebenso deutliche Übereinstimmungen. Unterschiede betreffen meist nicht die grundsätzlich von Piaget beschriebenen Konzepte, sondern eine differenziertere Ansicht derer. Krajewski und Ennemoser (2013a) betrachten es zusätzlich als zwingend erforderlich, dass die Seriation von Größen auch explizit mit der exakten Zahlwortfolge verknüpft werden kann. Außerdem werden in den neueren Modellen Klassifikationen als rein mathematische Anforderung betrachtet, womit begriffliche Probleme, wie das Finden von Oberbegriffen oder Kategorien zur Einordnung einzelner Elemente außer Acht gelassen werden können. Sowohl die Fähigkeit zur Klassifikation als auch die der Invarianz erfordern bei Piaget nicht zwingend einen Zahlbezug. Um ein Verständnis für Zahlrelationen erreichen zu können, muss dieser nach Krajewski und Ennemoser (2013a) durch die Verknüpfung mit Zahlwörtern hergestellt werden. Ein tieferes konzeptionelles Zahlverständnis hängt letztendlich jedoch weniger an den Zahlwörtern selbst als vielmehr an der Verknüpfung der Zahlen mit der repräsentierten Menge. Dies als zentralen Entwicklungsschritt in den Fokus zu stellen, ist den dargestellten, neueren Modellen zur Zahlbegriffsentwicklung gelungen.

4.5 Anzahlerfassung

Die Zahlbegriffsentwicklung beinhaltet den Aspekt der Anzahlerfassung in unterschiedlichen Dimensionen. Von einem unpräzisen Anzahlkonzept gelangen die Kinder über einen erfolgreichen Zählprozess hin zur konkreten Anzahlbestimmung. Ein Teile-Ganzes-Konzept erlaubt Einsichten in Zerlegungen und Zusammensetzungen von Zahlen, die für eine effektivere Anzahlbestimmung von größeren Mengen bis hin zu ersten Rechenstrategien notwendig sind.

Im Elementarbereich gilt Zählen als eine der offensichtlichsten mathematischen Aktivität. Werden pädagogische Fachkräfte zur mathematischen Bildung befragt, werden Zählhandlungen am häufigsten genannt (vgl. Benz, 2012). Zählkompetenzen sind wesentlicher Bestandteil in aktuellen Entwicklungsmodellen zum Zahlbegriffserwerb und wurden – im flexiblen Sinne – als prädiktiv für spätere Schulleistungen identifiziert (vgl. Dornheim, 2008). Ein Abzählen der Elemente einer Menge ist damit eine erste elementare Strategie zur Anzahlbestimmung. Voraussetzung ist die sichere Beherrschung der Zahlwortreihe und der Zählprinzipien (vgl. Kapitel 4.2). Spätestens bei größeren Anzahlen und beim Rechnen in größeren Zahlenräumen sollten rein zählende Vorgehensweisen abgelöst werden durch effektivere Strategien, um Rechenschwierigkeiten vorzubeugen (vgl. z. B. Gaidoschik, 2010). Dafür sind die Vorstellung einer Zahl als Kardinalzahl und ein Teile-Ganzes-Verständnis bedeutende Voraussetzungen (Kapitel 4.3), wie in den Entwicklungsmodellen zum Zahlbegriffserwerb (Kapitel 4.4) ebenso deutlich wird.

Um nicht bei einem reinen Abzählen von Elementen – wie es vorwiegend im Kindergartenalltag praktiziert wird – stehenzubleiben, können effektivere Strategien bereits anhand kleinerer (strukturiert dargebotener) Mengen angeregt werden. „Kurz gesagt ist das zentrale Ziel beim Aufbau von (kardinalen) Zahlvorstellungen, dass Zählprozesse minimiert werden durch das Nutzen von Strukturen“ (Wartha, Hörhold, Kaltenbach & Schu, 2019, S. 54).

Ein Forschungsschwerpunkt der vorliegenden Arbeit befasst sich konkreter mit digitalen Aufgabenformaten zur strukturierten Anzahlerfassung und den Strategien, die die Kinder zur Lösung heranziehen (vgl. Kapitel

7.3). Die Erfassung der Lösungsstrategien erfolgt auf Grundlage eines Kategoriensystems. Die theoretische Fundierung zur Entwicklung der eigenen Kategorien und zur Analyse und Interpretation der entsprechenden Ergebnisse wurde in den vorangegangenen Kapiteln durch Darlegung der relevanten Zahlaspekte, Begriffe und Entwicklungsmodelle angebahnt. Nun wird die strukturierte Anzahlerfassung als Teilbereich der Zahlbegriffsentwicklung explizit hervorgehoben und aus didaktischer Perspektive beleuchtet (4.5.1). Im Anschluss werden für die vorliegende Studie relevante Modelle und Gliederungen mathematischer Strategien in Bezug auf die Anzahlerfassung aufgezeigt (4.5.2).

4.5.1 Strukturierte Anzahlerfassung

„Die Wahrnehmung einer Menge, bei der nicht alle Teile einzeln wahrgenommen, sondern in kleine Teilmengen strukturiert werden, nennt man strukturierte Mengen- oder Anzahlwahrnehmung“ (Benz et al., 2014, S. 309). Während in dieser Definition zunächst nur die Wahrnehmung einer Menge fokussiert wird, beschreibt Wittmann (o.J.) die *strukturierte Anzahlerfassung* als „die Fähigkeit, kleine Anzahlen nicht durch Stück-für-Stück-Zählen, sondern durch Untergliederung in überschaubare Teile und ‚rechnendes Zählen‘ zu bestimmen“ (S. 3). Vergleicht man diese Definition mit denen der Quasi-Simultanerfassung, zeigt sich die ähnliche bzw. je nach Autoren auch synonyme Verwendung der beiden Ausdrücke.

Im Folgenden werden unter die quasi-simultane bzw. die strukturierte Anzahlerfassung all die Prozesse gefasst, die eine Mengenwahrnehmung in (Teil-)Strukturen voraussetzen. Die Anzahl kann dann durch unterschiedliche Strategien, wie beispielsweise Weiterzählen, Rückwärtszählen oder Rechnen, bestimmt werden. Die theoriebasierte Aufgliederung in diese einzelnen Prozesse verfolgen Schöner und Benz (2016) in ihren Forschungen expliziter und legen ein Modell vor, das zudem zur Ausschärfung und Abgrenzung von Begriffen Hilfe leisten kann (vgl. Kapitel 4.5.2).

Notwendige Voraussetzung, um Teilstrukturen in Mengen wahrzunehmen, ist ein erstes Teile-Ganzes-Verständnis (vgl. Kapitel 4.3.2). Andererseits kann die Darbietung strukturierter Mengen wiederum einen Beitrag zur Weiterentwicklung des Teile-Ganzes-Verständnisses haben. Dieser Entwicklungsschritt hat „immense Bedeutung für eine günstige Auseinandersetzung mit Rechenoperationen“ (Steinweg, 2008, S. 148). Wittmann (o.J.) konkretisiert: „Je besser ein Kind z. B. die Zahl 8 aus 4 + 4 oder 5 + 3, die Zahl 5 aus 3 + 2 oder 4 + 1 zusammensetzen und Zahlen entsprechend zerlegen kann, desto leichter, schneller und sicherer kann es später rechnen“ (S. 3). Und auch Resnick (1991) sieht ein Teile-Ganzes-Verständnis als wesentliche Grundlage für Addition und Subtraktion.

> The protoquantitative part-whole schema is the foundation for later understanding of binary addition and subtraction and for several fundamental mathematical principles, such as the commutativity and associativity of addition and the complementarity of addition and subtraction. (S. 32)

Bobis (1993) und Fischer (1990) weisen eine signifikante Verbesserung des Operationsverständnisses (von Addition und Subtraktion) bei Kindergartenkindern nach, die durch entsprechende Aktivitäten gefördert wurden. Auch für ein Stellenwertverständnis sind Teile-Ganzes-Konzept und strukturierte Anzahlerfassung bedeutende Voraussetzungen, denn die „Konstruktion von Zehnern und Einern ist nicht möglich, bevor das Kind eine angemessene mentale Repräsentation der Zahl auf der konzeptuellen Grundlage eines zusammengesetzten Ganzen hat“ (Gerster & Schultz, 2004a, S. 95). Bei der Ausbildung eines ersten Operationsverständnisses sollten deshalb zählende Strategien abgelöst werden, sodass die Kinder möglichst früh andere, effektivere Methoden entwickeln, die später auf größere Zahlenräume übertragen werden können. Die Grundlage dafür ist die Vorstellung einer Zahl als Kardinalzahl (Benz, 2010b). Diese Vorstellung kann durch eine strukturierte Anzahlerfassung unterstützt werden, welche Wittmann und Müller (2009a) sogar als „das wichtigste Ziel im Bereich Zahlen“ (S. 15) ansehen. Im Zahlenbuch (Wittmann & Müller, 2009b) wird dieses Ziel durch Würfelbilder, Tierkarten und Darstellungen am Zehnerfeld von Grund auf entwickelt. Mengendarstellungen, deren räumliche Struktur eine Gliederung in Teilmengen nahelegen, scheinen auch Beutler (2013) besonders geeignet. So bietet man den Kindern die Möglichkeit, Strukturen zu erkennen und diese auch zur Ermittlung größerer Anzahlen zu nutzen. Für diesen Zweck können unterschiedliche Materialien eingesetzt und Aktivitäten angeregt werden.

Punktedarstellungen, so schreibt Gaidoschik (2013), stellen ein Hilfsmittel dar, das beziehungsreiche Denken über Zahlen zu fördern. Während Punkte in Form von Würfelbildern eher eine Anzahlbestimmung durch Figurenkenntnis implizieren und „später für mathematische Rechenoperationen nur bedingt tauglich sind“ (Steinweg, 2008, S. 149), unterstützen Darstellungen im Zehnerfeld bereits dekadische Strukturen. Den Einsatz vorstrukturierter Darstellungen, die den Bezug zu den Teilmengen 5 und 10 verdeutlichen, sehen auch Schipper, Ebeling und Dröge (2015) und Scherer und Moser Opitz (2010) als gewinnbringend zum Aufbau des Zahlbegriffs und zur Förderung einer strukturierten Erfassung größerer Mengen. Auch deshalb wird das Zehnerfeld häufig als zentrales Veranschaulichungsmittel gewählt (vgl. auch Flexer, 1986; Gerster & Schultz, 2004; Haller & Schütte, 2007). Fingerbilder bieten sich durch ihre natürliche Fünfer- und Zehnerstruktur ebenfalls an und sind zum unterstützenden Einsatz geeignet. Steinweg (2009) charakterisiert die Finger als eines „der ursprünglichsten Anschauungsmittel [...] zur Ausbildung von tragfähigen und mathematisch sinnvollen mentalen Vorstellungsbildern“ (S. 124) und gibt einige Anregungen für einen gewinnbringenden Einsatz. Fingerbilder werden dabei nicht als Abzählhilfe, sondern zum Aufbau sinnvoller kardinaler Vorstellungsbilder genutzt.

Konkrete Aktivitäten zu strukturierten Mengendarstellungen schlägt auch Benz (2010b) vor. Sie nutzt zum Beispiel (Sechser- oder Zehner-) Eierkartons und unterschiedliche Mengenstrukturen aus der Umwelt. Werden Kinder mit strukturierten Mengendarstellungen konfrontiert, können Impulse durch eine Lernbegleitung eine gewinnbringende Auseinandersetzung fördern. Die Frage nach der Anzahl kann ergänzt werden durch Denkanstöße wie „Kann man auch ohne zu zählen erkennen, wie viele das sind?“ oder „Warum konntest du das so schnell sehen?“. Um einen Vergleich anzuregen, kann danach gefragt werden, wo man schneller sehen kann, wie viele es sind. Benz (2010a) gibt außerdem Hinweise, welche Anforderungen die bereitzustellenden Materialien aufweisen sollten. Im Wesentlichen sind das Merkmalsarmut und eine gezielte Beschränkung der Anzahl der zur Verfügung gestellten Gegenstände. Bei dem Einsatz verschiedener Materialien und Darstellungsformen sollte bedacht werden, dass diese nicht für alle Kinder zum selben Zeitpunkt gleichermaßen sinnvoll sind. „Kinder mit eingeschränkter Simultanerfassung werden vielleicht intensiverer Förderung bedürfen, um Zahlzusammenhänge mit Hilfe der eigenen Hände zu entdecken und dann auch für das ‚quasi-simultane' Erkennen von Punktedarstellungen zu nutzen" (Gaidoschik, 2015, S. 60).

„Der umfassenden theoretischen Begründung für strukturierte Arbeitsmittel stehen wenige Nachweise gegenüber, dass Lernende diese Arbeitsmittel wie beschrieben nutzen" (Lindmeier & Heinze, 2016, S. 1381). In einer Eye-Tracking Studie zeigten sich beispielsweise „unterschiedliche Nutzungsstrategien zwischen verschiedenen aber strukturgleichen Arbeitsmitteln, so dass beispielsweise weniger komplexe Strategien bei Fingerbildern als beim Zehner-Feld sichtbar wurden" (ebd., S. 1384). Mit derartigen neueren Forschungsmethoden könnten noch weitere entsprechende und konkretere Erkenntnisse in diesem Bereich folgen. Weitgehender Konsens herrscht dennoch darüber, dass sich ein erstes Teile-Ganzes-Verständnis bereits im vorschulischen Alter entwickelt. Das zeigt sich in den dargestellten Entwicklungsmodellen zum Zahlbegriffserwerb (vgl. Kapitel 4.4), in der eigenen Studie als auch in zahlreichen anderen Arbeiten (z. B. Benz, 2010b, 2014; Benz & Schöner, 2016, 2017; Clarke, Clarke, Grüßing & Peter-Koop, 2008; Dornheim, 2008; Lüken, 2012; Schöner, 2017). Deshalb ist es sinnvoll, eine strukturierte Anzahlerfassung auch bereits bei jüngeren Kindern anzuregen. Es kann jedoch nicht davon ausgegangen werden, dass zum Zeitpunkt des Schuleintritts alle Kinder ein umfassendes Verständnis aufgebaut haben (Schuler, 2013). Gerster und Schultz (2004) sind der Meinung, dass bei Kindern im vorschulischen Alter der Grundstein anhand kleiner Zahlen gelegt werden kann, bevor „das bei Schuleintritt noch nicht ganz entwickelte Teile-Ganzes-Schema [...] durch einfache Textaufgaben gefördert werden [könne]" (S. 78).

Sinnvoll scheint dabei ein breites und abwechslungsreiches Angebot zur Entwicklung eines Teile-Ganzes-Verständnisses und die Verwendung unterschiedlicher oben beschriebener Darstellungsformen und Materialen. Es ist anzunehmen, dass auch digitale Darstellungen und entsprechende

Aufgabenformate zur strukturierten Anzahlerfassung eine vielseitige Spiel- und Lernumgebung ergänzen und einen Beitrag zur Entwicklung des Zahlbegriffs leisten können. Diese Annahme zu stärken bzw. zu widerlegen, ist eine Intension der vorliegenden Arbeit.

4.5.2 Lösungsprozesse bei Mengenwahrnehmung und Anzahlbestimmung

Im vorangegangenen Abschnitt wurde die Bedeutung einer strukturierten Anzahlerfassung im Kontext der frühen mathematischen Bildung hervorgehoben und aufgezeigt, inwiefern ein strukturierendes Wahrnehmen von Mengen durch geeignetes Material gezielt angeregt werden kann.

Um dieses Gebiet (weiter) zu erforschen, ist es sinnvoll, auch theoriebasierte Modelle zu betrachten, welche die einzelnen Prozesse und mathematischen Strategien bei der Anzahlerfassung greifbarer machen. Diese Ausführungen komplettieren das theoretische Fundament zur Kategorienbildung der eigenen Studie und zur Interpretation der Ergebnisse im Hinblick auf Lern- und Entwicklungsprozesse der Kinder im Bereich der (strukturierten) Anzahlerfassung (vgl. Kapitel 7.3).

Theoriebasiert werden bei der Bestimmung von Anzahlen zwei Prozesse unterschieden (Benz, 2014; Steffe, Cobb & Glasersfeld, 1988):

- Prozess der Mengenwahrnehmung
- Prozess der Anzahlbestimmung

Im ersten Schritt kann eine Menge „wahrgenommen werden als eine Menge aus vielen einzelnen Elementen, als Ganzheit oder als Zusammensetzung aus verschiedenen Teilmengen“ (Benz et al., 2014, S. 134). Im zweiten Schritt können aus der unterschiedlichen (Struktur-)Wahrnehmung konkrete Prozesse der Anzahlbestimmung folgen.

Die Prozesse bei der *Mengenwahrnehmung* und *Anzahlbestimmung* können verschiedene Bezüge und Verbindungen aufweisen (Benz, 2011; Benz et al., 2014; Benz & Schöner, 2017, 2018; Schöner, 2017). In einem ersten Schritt kann eine Menge unterschiedlich wahrgenommen werden. Differenzieren lassen sich dabei drei verschiedene Arten:

- Wahrnehmung einzelner Elemente
- Wahrnehmung als Ganzes
- Wahrnehmung in (Teil-)Strukturen

Aus dem ersten Schritt der Mengenwahrnehmung können nun verschiedene Arten der Anzahlbestimmung folgen (vgl. Abb. 4.9).

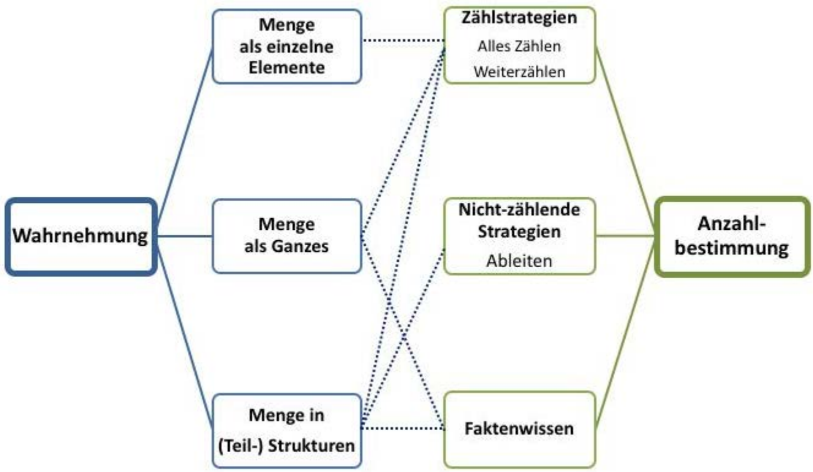


Abb. 4.9 Verschiedene Anzahlbestimmungsstrategien bei strukturierender Mengenwahrnehmung (Quelle: Benz, 2018, S. 14)

Wird die *Menge als Ganzes* – in Form einer Figur oder Gestalt – wahrgenommen, kann die Anzahl durch *Simultanerfassung* ‚auf einen Blick' bestimmt werden, wenn die Menge nicht mehr als vier Elemente enthält (vgl. 4.3.1). Größere Anzahlen können durch *Faktenwissen* bestimmt werden, wenn die Menge in Form einer Figur oder Gestalt vorliegt; z. B. durch gelernte Würfel- oder Fingerbilder. In diesem Modell wird angenommen, dass einer ‚Mengenwahrnehmung als Ganzes' eine ‚Anzahlbestimmung mithilfe einer Zählstrategie' folgen kann (vgl. Abb. 4.9). Wie die theoretischen Ausführungen zu diesem Thema gezeigt haben, besteht jedoch weitgehend Einigkeit darüber, dass es sich bei der Simultanerfassung nicht um einen schnellen Zählprozess handelt. Auch Glasersfeld

(1987) sieht das *Subitizing* als Wiedererkennung von Mustern und legt somit eine Wahrnehmung als Ganzes zu Grunde. Um eine Zählstrategie anwenden zu können, müssten demnach (auch) die einzelnen Elemente der Menge wahrgenommen werden. Diese direkte Verbindung zu Zählstrategien scheint hier deshalb nicht schlüssig. Im Gegensatz zum gezeigten Modell wird angenommen, dass eine zählende Anzahlbestimmung nicht direkt aus der Wahrnehmung als Ganzes, sondern über die (gleichzeitig oder auch danach stattfindende) Wahrnehmung als einzelne Elemente erfolgt. „Es kann aber auch sein, dass bei Kenntnis von Bild und Figur auch Teilstrukturen wahrgenommen und genutzt werden“, bestätigt Benz (2018, S. 13) in neueren Veröffentlichungen. Demnach wäre auch diese Art der Anzahlbestimmung möglich, deren Verbindung in der Grafik nicht angezeigt ist. Hier müsste die Menge nicht nur als Ganzes, sondern auch in (Teil-)Strukturen wahrgenommen werden.

Wird eine Menge in kleinere Teilmengen zerlegt und damit *Strukturen* wahrgenommen (wobei die einzelnen Teile wiederum als Ganzes oder als einzelne Objekte wahrgenommen werden können), können diese genutzt werden, um die Anzahlbestimmung effektiver zu gestalten. Eine, wie auch immer geartete Anzahlbestimmung auf Grundlage wahrgenommener (Teil-)Strukturen wird meist mit den Begriffen *Quasi-Simultanerfassung* oder *conceptual subitizing* bezeichnet (vgl. 4.3.3). Einer Strukturwahrnehmung folgt jedoch nicht zwingend eine dementsprechende Strukturnutzung. So kann es sein, dass Kinder dennoch alle Elemente einzeln abzählen, da sie die wahrgenommenen Strukturen noch nicht im Sinne einer Quasi-Simultanerfassung anwenden können. Wird eine strukturierende Mengenwahrnehmung tatsächlich zur Anzahlbestimmung genutzt, lassen sich weitere Möglichkeiten unterscheiden (vgl. Benz et al., 2014). Wird mindestens eine Teilanzahl (simultan) erfasst, kann die Gesamtzahl durch *Weiterzählen* bestimmt werden. Werden alle Teilmengen einer Gesamtmenge (simultan) erfasst, kann auswendig gelerntes Faktenwissen herangezogen werden. Wird die Anzahl auf diese Art sofort – wie im Sinne des Subitzing – bestimmt, schlagen Schöner und Benz (2016) hierfür den Begriff *Structural Subitzing* vor, der demnach eine Teilmenge der Quasi-Simultanerfassung bzw. des Conceptual Subitzing definiert.

Sind in einer Menge Teilanzahlen bestimmt, können auch *nicht-zählende Strategien* angewandt werden. Schöner (2017) fasst darunter beispielsweise ein Verdoppeln/Halbieren, Ergänzen oder ein Zusammenfügen/Zerlegen. Benz (2018) verwendet in diesem Zusammenhang auch die Begriffe operative oder heuristische Strategien. Darüber hinaus sind Kombinationen der genannten Strategien denkbar. Eine denkbare Kombination bei der Bestimmung von 8 Punkten in einem Zehnerfeld wäre folgende:

- Figurenkenntnis über die Fünferreihen (Faktenwissen)
- Wissen, dass 5 und 5 in der Summe 10 ergeben (5+5=10; Faktenwissen)
- Rückwärtszählen (10, 9, 8; Zählstrategie).

Das dargestellte Modell kann als theoriebasierte Grundlage bei Untersuchungen zur (strukturierten) Anzahlerfassung nützlich sein. Jedoch ist zu beachten, dass nicht immer beide Prozesse beobachtbar und damit erfassbar sind. Stehen, wie auch in der vorliegenden Studie, bei Untersuchungen zur Anzahlerfassung keine besonderen Daten zur Wahrnehmung zur Verfügung (z. B. durch Eye-Tracking), kann – wenn überhaupt – der Prozess der Anzahlbestimmung beobachtet werden. Dieser wird beispielsweise durch ein hörbares oder sichtbares Ab- oder Weiterzählen, ein spontanes Nennen der Anzahl bei einem Würfelbild oder erklärende Aussagen sichtbar. Nicht immer lässt sich daraus der Prozess der Mengenwahrnehmung eindeutig schließen. Ungeachtet des beobachteten Anzahlbestimmungsprozesses wird davon ausgegangen, dass jede Art (beziehungsweise mehrere Arten) der Wahrnehmung vorausgegangen sein können. Um Entwicklungsprozesse nachvollziehen zu können, ist es deshalb sinnvoll, die Relationen der Prozesse auch in die entgegengesetzte Richtung zu betrachten, um zu ermitteln, welche Art der Wahrnehmung *mindestens* angenommen werden kann. Ein einzelnes Abzählen und die (reine) Wahrnehmung als einzelne Elemente setzen die wenigsten mathematischen Kompetenzen voraus. Strukturen in einer Menge wahrzunehmen, ist dagegen die elaborierteste der drei beschriebenen Arten, denn sie ist die Voraussetzung für die Weiterentwicklung eines Teile-Ganzes-Verständnisses (vgl. 4.3 und 4.4)

> Eine strukturierte Mengenwahrnehmung kann zu verschiedenen Möglichkeiten der Anzahlbestimmung führen, die wiederum ein wichtiges Fundament für die Zahlbegriffsentwicklung und das Rechnen-Lernen sind. Das sich daraus entwickelnde Verständnis der Teile-Ganzes-Beziehung von Zahlen ist wichtig für den Aufbau einer flexiblen, mentalen Zahlvorstellung. (Schöner, 2016, o.S.)

Die folgende Abbildung 4.10 zeigt, welche Art der Mengenwahrnehmung mindestens angenommen werden kann, wenn ein bestimmter Anzahlbestimmungsprozess beobachtet wird.

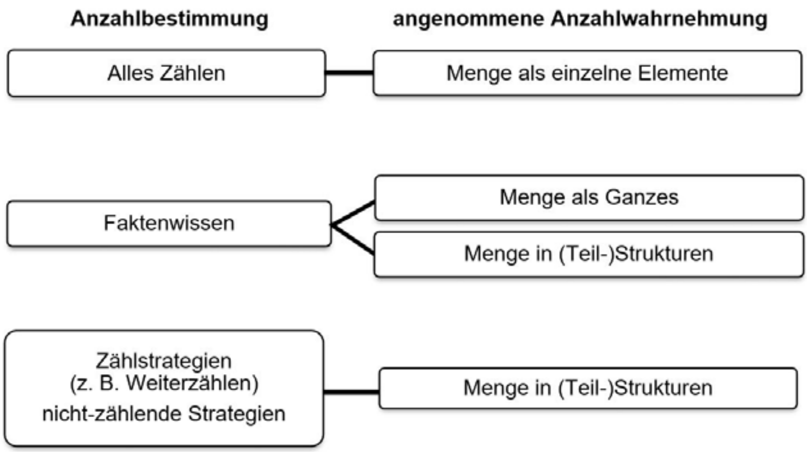


Abb. 4.10 Folgerungen aus den Prozessen der Anzahlbestimmung

Im Gegensatz zum obigen Modell (vgl. Abb. 4.10) werden Zählstrategien (Weiterzählen, Rückwärtszählen, etc.) explizit von einem einzelnen Abzählen aller Elemente (Alles Zählen) abgrenzt. Einer Anzahlbestimmung durch demensprechende *Zählstrategien* oder *nicht-zählende Strategien* muss immer eine Wahrnehmung in Teilstrukturen vorausgehen.

Wird die Menge durch *Alles Zählen* bestimmt, ist es dagegen möglich, dass tatsächlich (nur) die einzelnen Elemente einer Menge wahrgenommen wurden.

Um *Faktenwissen* zur Anzahlbestimmung heranzuziehen, muss die Menge entweder (mindestens) als Ganzes oder in (Teil-)Strukturen wahrgenommen werden. Bei Simultanerfassung kleiner Anzahlen oder Figurenkenntnis wird die Menge mutmaßlich als Ganzes wahrgenommen. *Faktenwissen* kann sich ebenso auf bereits zuvor (simultan) erfasste Teilanzahlen beziehen, die zusammengefügt werden und somit eine Wahrnehmung in Strukturen voraussetzen. Letzteres kann jedoch nur angenommen werden, wenn zusätzliche Indizien, wie demensprechende Erklärungen des Kindes, darauf hinweisen.

Bei der Interpretation von beobachteten Strategien bei der Anzahlbestimmung ist grundsätzlich die Unterscheidung zwischen Performanz und Kompetenz zu berücksichtigen, denn gezeigte Verfahren stimmen nicht unbedingt mit den verfügbaren Kompetenzen überein (Hess, 2012). Nicht auszuschließen ist, dass trotz einer Anzahlbestimmung durch *Alles Zählen* in der Menge dennoch eine Struktur oder eine Figur im Sinne der Gestaltpsychologie erkannt wurde. Diese Struktur bzw. dieses Wissen wird lediglich nicht zur Anzahlbestimmung genutzt. Ergebnisse aus der Studie von Sprenger (2018) zeigen, dass tatsächlich „bei der Mengenwahrnehmung die Struktur häufiger eine Rolle spielt, als bei der Anzahlbestimmung“ (S. 1722).

> Das bedeutete, dass das Anwenden einer strukturnutzenden Strategie zur Anzahlbestimmung eine Strukturwahrnehmung voraussetzt, umgekehrt aber eine Strukturwahrnehmung nicht zwingend eine strukturnutzende Bestimmungsstrategie zur Folge haben muss. (ebd., S. 1722)

Ob Strategien tatsächlich eingesetzt werden, kann unterschiedliche Gründe haben. Haben vertraute Zählstrategien bisher verlässlich zum richtigen Ergebnis geführt, kann es sein, dass diese verwendet werden, obwohl auch andere Methoden verfügbar wären, die dem Kind in diesem Augenblick aber gegebenenfalls noch zu unsicher scheinen. Zudem können Erklärungen, insbesondere bei jüngeren Kindern, von der tatsächlichen Art der Anzahlbestimmung abweichen. Zählen ist für Kinder ein routiniertes Verfahren und eine schlüssige Antwort auf die Frage „Wie viele?“. Wahrgenommene Teilstrukturen oder komplexerer Strategien werden womöglich zwar angewandt, aber in der verbalen Erklärung im Nachhinein nicht reproduziert.

Die Besonderheit des aufgezeigten Modells von Benz und Schöner ist die theoriebasierte Trennung der Prozesse Anzahlwahrnehmung und Anzahlbestimmung. Weitere Forschungsbefunde und Gliederungen von mathematischen Lösungsstrategien legen den Fokus meist auf die Rechenoperationen Addition und Subtraktion und auf die Lösung entsprechender Aufgaben, sind für die Anzahlerfassung aber gleichermaßen relevant. Wartha et al. (2019) thematisieren in ihrem Buch „Grundvorstellungen aufbauen – Rechenprobleme überwinden“ zunächst Zahlzerlegungen im Zahlenraum bis 10, bevor sie über das Stellenwertsystem zu ersten Rechenstrategien übergehen. Immer wieder machen sie deutlich, „dass durch Strukturnutzung (Zehner, Fünfer, Einer) die Teil-Ganzes-Beziehung von Zahlen ausgebaut und Zählprozesse überwunden werden sollen“ (ebd., S. 54). So zeigt sich bei Veröffentlichungen, die hauptsächlich auf den Anfangsunterricht ausgerichtet sind, der enge Zusammenhang und die inhaltliche Nähe von strukturierter Anzahlerfassung bzw. quasi-simultaner Zahlauffassung und dem Aufbau erster Rechenstrategien.

Je nachdem welcher Fokus gesetzt wird, werden in der mathematikdidaktischen Literatur zur Beschreibung von Lösungsverfahren unterschiedliche Begriffe verwendet. Bei Benz (2005) ist eine ‚Rechenstrategie‘ das Zerlegen „einer Additions- oder Subtraktionsaufgabe in einfachere Teilaufgaben“ (S. 60). Für Rathgeb-Schnierer (2006) sind ‚Strategien‘ übergeordnete, bewusste Prinzipien, während sie bei der Lösung von Additions- und Subtraktionsaufgaben von ‚strategischen Werkzeugen‘ spricht. Gaidoschik (2010) spricht allgemeiner von ‚Lösungsstrategien‘ als „die Gesamtheit der beobachtbaren Handlungen und erschließbaren geistigen Akte [...], die ein Kind als Mittel anwendet für den Zweck, eine bestimme Aufgabe zu bewältigen.“ (S. 21). ‚Rechenstrategien‘ sind es für ihn dann, wenn diese Vorgehensweisen zur Lösung einer Rechenaufgabe zum Einsatz kommen. Auch bei Selter (2000), Padberg und Benz (2011) oder Radatz, Schipper, Dröge und Ebeling (2010) ist von ‚Rechenstrategien‘ die Rede, während Abele und Kalmbach (1994) von ‚Lösungsstrategien‘ sprechen. In der vorliegenden Arbeit wird bei der Ergebnispräsentation der weiter gefasste Begriff ‚Lösungsstrategie‘ verwendet. Bei der Lösung der betreffenden Aufgaben zur Anzahlerfassung geht es noch nicht (immer) um Rechnen, sie können beispielsweise auch durch ein einzelnes Abzählen oder durch reines Probieren (‚Trial & Error') bewältigt werden.

Die genannten Autoren subsumieren unter den verschiedenen ‚Strategie'-Begriffen jeweils nahezu Identisches. Für den Zahlenraum bis 10 (bzw. 20) wird meist zwischen Zählstrategien, Faktenwissen und Ableitungsstrategien unterschieden (Christensen & Cooper, 1992; Gerster, 1994; Gray, 1991; Padberg & Benz, 2011; Radatz et al., 2010). Diese Dreiteilung zeigt die Ähnlichkeit zu den Prozessen bei der Anzahlbestimmung von Benz und Schöner (vgl. Abb. 4.9). Bei den Zählstrategien wird zuweilen differenziert zwischen einem vollständigen Auszählen und anderen Zählstrategien, wie dem Weiter- oder Rückwärtszählen (wie auch in Abb. 4.10).

Für die Mathematikdidaktik stellt sich mitunter die Frage, welche Strategien tragfähig für ein weiteres (Mathematik-)Lernen sind und welche Strategien wesentliche Schritte bei der Entwicklung eines umfassenden Zahlbegriffs sein können. Nach einer Analyse von Gray (1991) lösen leistungsstarke Schüler, durch zwischenzeitlichen Rückgriff auf Ableitungsstrategien, Aufgaben zunehmend durch Faktenwissen. Leistungsschwächere Kinder zeigen im Verlauf zwar auch zunehmend Faktenwissen, greifen aber deutlich häufiger auf Zählstrategien zurück.

> We believe that this bifurcation of strategy – between flexible use of number as object or process and fixation on procedural counting – is one of the most significant factors in the difference between success and failure. (Gray & Tall, 1994, S. 132)

Deshalb bezeichnen Gray und Tall (1994) das Faktenwissen und das Ableiten von neuen Fakten aus bekannten Fakten als ‚higher-order strategies'. Zu ähnlichen Ergebnissen kommen auch Christensen und Cooper (1992), die in ihrer Studie zwischen ‚strategy users' und ‚non-users' unterscheiden. Auch hier zeigt sich in letztgenannter Gruppe der häufige Rückgriff auf zählende Vorgehensweisen. Leistungsstärkere Kinder greifen häufiger auf Ableitungsstrategien und Faktenwissen zurück. Baroody und Rosu (2006, S. 3) fassen den allgemeinen Konsens in drei Phasen zusammen:

Phase 1: Counting strategies – using object or verbal counting to determine answers

Phase 2: Reasoning strategies – using known facts and relations to deduce the answer of an unknown combination

Phase 3: Retrieval – efficiently producing answers from a memory network

Das Entdecken und Festigen von effektiveren Zählstrategien (in Phase 1) ist bedeutend, um Phase 2 zu erreichen. Die Phase 3 führt dann zu effizienteren Lösungen durch flexibles Anwenden und sicheres Abrufen der ersten beiden Strategien (vgl. ebd.).

Die in diesem Abschnitt aufgezeigten Modelle und Gliederungsvorschläge zu Lösungsprozessen und Strategien bei der Anzahlerfassung zeigen deren Bedeutung bei der Entwicklung eines umfassenden Zahlbegriffs.

4.6 Fazit

Im Kontext der frühen mathematischen Bildung wird die besondere Bedeutung von Zahlen und Operationen im Allgemeinen und der (strukturierten) Anzahlerfassung im Speziellen sowohl in Literatur und Forschung als auch bei genauerer Betrachtung verbreiteter Fördermaßnahmen deutlich. Clements und Sarama (2007) stellen fest:

> For early childhood, number and operations is arguably the most important area of mathematics learning. In addition, learning in this area may be one of the best developed domains in mathematics research. (S. 466)

Sie sprechen die Vielfalt empirischer Untersuchungen im Bereich der Zahlbegriffsentwicklung an, die die Relevanz für den Aufbau eines ersten Operationsverständnisses aber auch für das weitere mathematische Lernen im Allgemeinen belegen.

Aktivitäten im vorschulischen Bereich können das Verständnis verschiedener Zahlaspekte (Kapitel 4.1) anregen. Insbesondere der ordinale Zahlaspekt (Kapitel 4.2) und der kardinale Zahlaspekt (Kapitel 4.3) spielen für die mathematische Entwicklung der Kinder in diesem Alter eine große Rolle. Das Zusammenspiel zeigt sich in den Modellen zur Zahlbegriffsentwicklung (Kapitel 4.4), die unterschiedliche Schwerpunktsetzungen aufweisen. Bis heute werden Materialien und Aktivitäten für die frühe mathematische Bildung empfohlen, die auf die bei Piaget beschriebenen Konzepte abzielen. Ein Einüben der Zahlwortreihe durch (verbales) Zählen wurde von seinen Anhängern lange Zeit als unwesentlich angesehen. Heute gilt es als wesentliche Komponente der Zahlbegriffsentwicklung.

Das Abzählen kleinerer Mengen findet im Vorschulalter oft ganz natürlich im Alltag Anwendung. Durch den bewussten Einsatz strukturierter Mengendarstellungen (Punktedarstellungen, Fingerbilder, Würfelbilder, etc.) kann darüber hinaus eine strukturierte Anzahlerfassung im Sinne einer Quasi-Simultanerfassung angeregt werden (vgl. Kapitel 4.5). Dementsprechende Aktivitäten bieten gute Möglichkeiten, die kardinale Vorstellung einer Zahl zu unterstützen und durch Zerlegungen in und Zusammensetzen von Teilmengen das Verständnis von Teil-Ganzes-Beziehungen zu fördern (Benz, 2010b). Das Modell von Benz und Schöner unterscheidet theoriebasiert zwischen den Prozessen bei der Mengenwahrnehmung und der Anzahlbestimmung. Weitere Kategorisierungen von Lösungsstrategien legen den Fokus hauptsächlich auf den Primarbereich und erste Rechenoperationen, dienen durch die inhaltliche Nähe und die (Entwicklungs-)Zusammenhänge jedoch als zusätzliche theoretische Basis.

Im empirischen Teil dieser Arbeit werden digitale Aufgabenformate zur strukturierten Anzahlerfassung näher analysiert. Bewährte Darstellungen (z. B. Punktefelder, Eierkartons oder Fingerbilder) werden in digitaler Form präsentiert und in unterschiedlichen Aufgabenformaten dargeboten (vgl. 6.3.6). Die Überlegungen dieses Kapitels bilden die wesentliche Grundlage bei der Entwicklung des eigenen Kategoriensystems (vgl. 6.3.7) und der darauffolgenden Analyse von Lösungsstrategien und individuellen Lernprozessen der Kinder (vgl. Kapitel 7.3). Dabei werden zusätzlich Besonderheiten und spezielle digitale Funktionen der Aufgabenformate (z. B. Animationen) in den Blick genommen. Solche Spezifika digitaler Medien, inwiefern multimediale Angebote beim Lehren und Lernen unterstützen können und welche Besonderheiten mobile Endgeräte dabei aufweisen, wird im folgenden Kapitel ausgeführt und anhand ausgewählter Forschungsergebnisse belegt.

> *Dass die aktive Auseinandersetzung mit Medienerziehung bei Kleinkindern – sei es im privaten oder institutionellen Kontext – notwendig ist, ergibt sich allein daraus, dass Kleinkinder längst Mediennutzer sind. Die Vorstellung einer medienfreien Kindheit ist utopisch.*
>
> miniKIM-Studie, 2014, S. 3

5 Lehren und Lernen mit digitalen Medien

Ergänzend zu analogen Lernumgebungen, Spielideen und Vorschlägen für die Förderung mathematischer Basiskompetenzen wurden in den letzten Jahren immer häufiger Angebote für digitale Medien entwickelt, eingesetzt und evaluiert (Attard, 2016; Clements & Sarama, 2007, 2011; Ladel & Dimartino, 2014; Lange & Meaney, 2013; Lembrér & Meaney, 2016; Moyer-Packenham, Litster, Bullock & Shumway, 2018; Papadakis, Kalogiannakis & Zaranis, 2018; Sarama & Clements, 2004; Walter, 2018; Wittmann & Müller, 2014; Zaranis, 2017; Zaranis, Kalogiannakis & Papadakis, 2013; Zaranis & Valla, 2017). Seit der explosionsartigen Verbreitung mobiler Endgeräte werden diese auch für den vorschulischen Bereich entdeckt und nehmen insbesondere in diesem Kontext häufig bereits einen höheren Stellenwert ein als der traditionelle Desktop-Computer (vgl. miniKIM-Studie, 2014).

Im Folgenden werden relevante Begriffe geklärt (Kapitel 5.1), bevor Studien zur Verbreitung und Nutzung digitaler Medien in Familie und Kindergarten die Bedeutung des aktuellen Diskurses hervorheben (Kapitel 5.2). Normative Positionen in der Diskussion um das Lehren und Lernen mit digitalen Medien geben einen Orientierungsrahmen (Kapitel 5.3), bevor der Fokus auf Lernsoftware (Kapitel 5.4) und insbesondere auf mobile Endgeräte und Apps gelegt wird (Kapitel 5.5). Empirische Befunde zu Design, Wirkung und Nutzung solcher digitalen Lernumgebungen aus verschiedenen Bezugsdisziplinen liefern fächerübergreifend relevante Informationen zum Einsatz in Lehr- und Lernkontexten und für die weitere Forschungs- und Entwicklungsarbeit; Forschungsansätze aus der Mathematikdidaktik nehmen eine fachspezifischere Perspektive ein (Kapitel 5.6). Zuletzt werden zwei ausgewählte Apps zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen dargestellt und diskutiert (Kapitel 5.7).

5.1 Begriffsklärung

Definitionen der Begriffe Medien und Medium (lat.: medium = Mitte, Mittelpunkt) sind, auch im Bereich der Bildung, durch die Interdisziplinarität sehr unterschiedlich und von verschiedenen Sichtweisen geprägt. Häufig werden Medien als Träger oder Verfahren zur Verbreitung von Informationen bzw. als Mittel zur Kommunikation hervorgehoben (Brandstädt, Kerner & Horn, 2001; Hickethier, 2007; Kittler, 2003; Luhmann, 2009; Rückriem, 2004; Sandbothe, 2003). Vor dem Hintergrund der vorliegenden, fachdidaktischen Arbeit werden insbesondere Definitionen mit Fokus auf Lehr- und Lernprozesse relevant. In der Variante von Tulodziecki und Herzig (2002) werden Medien verstanden „als Mittler, durch die in kommunikativen Zusammenhängen potenzielle Zeichen mit technischer Unterstützung übertragen, gespeichert, wiedergegeben oder verarbeitet und in abbildhafter oder symbolischer Form präsentiert werden" (S. 64). Sie umfassen damit „sowohl Geräte, bzw. Einrichtungen zur Übertragung, Speicherung, Wiedergabe oder Verarbeitung von Zeichen als auch die dazugehörigen Materialien bzw. die Software sowie deren technisches und funktionales Zusammenwirken bei der Kommunikation“ (ebd. S. 64). Lehr- und Lernprozesse sind, auch nach dieser Definition, eng verbunden mit Medien und deren Nutzung „und werden von ihnen unterstützt, aufrechterhalten, vertieft, aber auch verändert“ (Pätzold & Lermen, 2010, S. 209). Etwas konkreter formulieren Elschenbroich, Heintz, Körber, Schwarz und Wetterau (2007):

> Im didaktischen Sinne können Medien Lehr- und Lernprozesse vielfältig unterstützen. Sie dienen der Effektivierung der Informationsvermittlung zwischen der Lehrkraft und den Lernenden und als Werkzeug in Schülerhand dem Prozess des eigenständigen Wissens- und Kompetenzerwerbs. (S. 11)

Diese Auffassungen von Medien umfassen traditionelle und analoge Medien genauso wie sogenannte neue und digitale Medien, wobei der Fokus im Folgenden auf letztgenannten liegt.

„Mit Neuen Medien sind Medien gemeint, deren technische Basis auf Digitalisierung, Vernetzung, Konvergenz, Datenkompression und Miniaturisierung beruht" (Paschen, 2002, S. 43). Diese Beschreibung weist schon darauf hin, dass die Begriffe digitale Medien und neue Medien häufig, aber nicht immer gleichbedeutend verwendet werden. Bereits seit den 70er Jahren wird der Ausdruck neue Medien verwendet, wobei sich der Begriffsumfang und die Bedeutung im Laufe der Zeit verschoben haben (vgl. Voß, Boehnke & Holly, 2000). Bis heute liegt keine eindeutige Definition für neue Medien vor, was auch nicht verwundert, da Neues nicht immer neu bleiben kann und es sich, so bemerkt auch Schmitz (1995), um eine „sachlich wenig aussagekräftige Redeweise" (S. 13) handelt. Unter anderem aufgrund der schnell voranschreitenden technischen Entwicklungen wird Begriffen in der Digitalisierungsdiskussion in Anlehnung an die Kennzeichnung der Weiterentwicklung von Computerprogrammen gern ein 2.0 angefügt, um Ausprägungen im Kontext einer sozialen Nutzung deutlich zu machen (Peschel & Irion, 2016) und mittlerweile auch ein 3.0 oder sogar 4.0, was meist bereits Entwicklungen, Konzepte und Innovationen für die nähere Zukunft beschreiben soll (Peschel, 2016). Was genau unter die genannten Begreiffe und Bezeichnungen gefasst wird, ist nicht einheitlich und bleibt häufig unscharf. Im Folgenden werden *neue* und *digitale Medien* als computerbasierte Angebote verstanden und gleichbedeutend genutzt. In vielen, insbesondere in internationalen Publikationen, findet sich die Abkürzung *ICT* für *Information- and Communication-Technologies*. Für die Abgrenzung zu nicht-digitalen Medien werden pauschal die Begriffe *analog* und *traditionell* beibehalten. Geht es konkreter um einen Vergleich von Material (beispielsweise um die Gegenüberstellung von normalen Spielwürfeln und einer digitalen

Darstellung von Würfeln auf einem Bildschirm), werden auch die Begriffe *haptisch* und *phyisch* genutzt.

Der Hauptakteur unter den neuen bzw. digitalen Medien dürfte für die meisten Menschen der Computer sein. Der Begriff Computer umfasst sehr viele Varianten von Hardware, wobei Grenzen mitunter fließend sein können. Ist im weiteren Verlauf dieser Arbeit von Computer oder von PC (personal computer) die Rede, ist ein Desktop-Gerät mit externem Monitor, Tastatur und Maus gemeint. Laptops oder Notebooks sind kleinere Bauformen, bei denen Bildschirm, Tastatur und Maus im Gerät integriert sind. Zusammenklappbar werden sie vereinzelt schon zu den Mobilgeräten gezählt. Unter *mobile Endgeräte* werden hier alle noch kleineren Varianten – hauptsächlich Smartphones und Tablets gefasst. Die Spezifika mobiler Endgeräte werden im Kapitel 5.5 ausführlicher dargelegt. Aus diesem Begriff leiten sich zudem Ausdrücke wie mobiles Lernen oder mobiles Spielen ab.

Für diese Arbeit ist der Tablet-PC, Tablet-Computer oder einfacher: das Tablet von größerer Bedeutung. Spätestens in diesem Zusammenhang wird auch der Begriff *App* relevant, der deshalb einer groben Bestimmung und Abgrenzung bedarf. Ursprünglich leitet sich der Begriff vom englischen Wort Application ab, was mit Anwendung übersetzt werden kann. Während im englischsprachigen Raum eine App auch als Anwendungssoftware in allgemeinerem Sinne gesehen wird, ist im alltäglichen, deutschen Sprachgebrauch lediglich Software für mobile Endgeräte gemeint. Diesem Verständnis wird in der vorliegenden Ausführung gefolgt. Für den Lehr- und Lernkontext entwickelte mobile Angebote werden auch als *Educational Apps* oder *Learning Apps* bezeichnet (vgl. auch Kapitel 5.5). Ist es im Kontext unwesentlich, ob die Lernumgebung flexibel auf einem mobilen Endgerät zur Verfügung steht, werden in Abgrenzung zu analogem Material für computergestützte Lernmedien auch die Begriffe digitale Spiel- und Lernumgebung, Lernsoftware oder computergestützte bzw. multimediale Lernumgebung verwendet. All diese Formen digitaler Lernmedien haben insbesondere zwei Merkmale gemeinsam. Zum einen die Multicodalität und die Multimodalität, d. h. die Einbindung und Kombination unterschiedlicher Symbolsysteme (Codes), wie Text, Ton, Bild oder Animationen, die verschiedene Sinneskanäle (Modi) ansprechen.

Zum anderen die Interaktivität, d. h. verschiedene Formen von Interaktion zwischen Lernmedium und Nutzung. Gemeint ist damit, dass die Lernumgebung beispielsweise auf Eingaben des Nutzers reagiert (vgl. Mayer, 2001; Neo & Neo, 2001).

5.2 Verbreitung und Nutzung digitaler Medien

Die sich rasant ausbreitende Ausstattung an medialen Geräten in Haushalten und Institutionen verstärkt die immer noch kontrovers geführte Auseinandersetzung, wie Kinder in ein solches Lebensumfeld optimalerweise hineinwachsen können. Erwartungen auf der einen Seite und Skepsis und Befürchtungen auf der anderen Seite prägen die Diskussion (vgl. Kapitel 5.3). Nationale als auch internationale Studien (Common Sense Media, 2013; Feil, 2016; Hugger, Tillmann, Bader, Cwielong & Kratzer, 2013; Institut für Demoskopie Allensbach, 2014; JIM-Studie, 2016; KIM-Studie, 2016; miniKIM-Studie, 2012; Rideout, 2014) beschäftigen sich intensiv mit der Frage der Verfügbarkeit und der Nutzung digitaler Medien in Familien und Haushalten, bei Kindern und in Schulen und zeigen die Relevanz im Alltag der heutigen Gesellschaft auf.

Besonders umfassende Informationen bieten die Langzeitprojekte des Medienpädagogischen Forschungsverbunds Südwest, der bereits seit 1998 Basisuntersuchungen zur Mediennutzung von Kindern und Jugendlichen durchführt. Die JIM-Studie erscheint im jährlichen Turnus und liefert Informationen über Verfügbarkeit von und den Umgang mit digitalen Medien bei Jugendlichen im Alter von 12 bis 19 Jahren (JIM-Studie, 2016). Die KIM-Studie nimmt Kinder im Alter von 6 bis 13 in den Blick (KIM-Studie, 2016). Beide Untersuchungen berücksichtigen neben familiären Gegebenheiten auch den schulischen Kontext. Zusätzlich zur KIM-Studie ist im Kontext der vorschulischen Bildung insbesondere die miniKIM-Studie relevant, welche die Untersuchung des Medienumgangs 2- bis 5-Jähriger zum Gegenstand hat (miniKIM-Studie, 2012, 2014). Aus den Daten wird eine Entwicklung sichtbar, die Kinder als Mediennutzer in immer jüngerem Alter zeigt, denn „unumstritten dürfte sein, dass Medien eine große Rolle beim Aufwachsen von Kindern spielen“ (miniKIM-Studie, 2014, S. 3). MiniKIM thematisiert neben der familiären Situation, wenn auch nur knapp, die frühkindliche Bildung und die Medienausstattung in Kindertagesstätten. Ausgewählte Ergebnisse geben einen Einblick in die Verbreitung und Nutzung digitaler Medien im Vorschulalter mit dem Fokus auf Computer und Tablets.

„Die Haushalte, in denen Zwei- bis Fünfjährige leben, sind mit einem großen Repertoire an Mediengeräten ausgestattet“ (miniKIM-Studie, 2012, S. 5). Mit diesem Satz beginnt das Kapitel über Medienausstattung und Medienbesitz in der miniKIM-Studie des Jahres 2012. Mittlerweile liegen Daten zu einem weiteren Zeitpunkt vor (miniKIM-Studie, 2014), sodass an den im Folgenden dargestellten Ergebnissen auch eine Entwicklung ersichtlich wird.

Zum Erhebungszeitraum 2012 waren Tablets noch relativ neu auf dem Markt. Die Ausstattungsrate der Haushalte (mit Kindern zwischen zwei und fünf Jahren) lag bei 15%. Bis ins Jahr 2014 erhöhte sich dieser Wert auf 23%. Ein eigenes Tablet für die Kinder ist 2014 in 3% aller Familien vorhanden. Gerade bei Smartphones und Tablets zeigt sich die größte Dynamik im Vergleich zur ersten Erhebung. Smartphones sind 2014 in 97% der Familien mit kleinen Kindern vorhanden. Mittlerweile kann man davon ausgehen, dass nahezu alle Familien mindestens ein mobiles Endgerät in Verwendung haben. Die Nutzung der Geräte durch die Kinder variiert in den Familien und nimmt mit steigendem Alter zu. Im Jahr 2014 benutzen 10% der 4 bis 5-Jährigen den Tablet-PC ein- oder mehrmals die Woche. Der Wert für das Smartphone liegt mit 12% knapp darüber. Ist ein Tablet im Haushalt vorhanden, nutzen ein Viertel der 4- bis 5-Jährigen das Gerät auch alleine.

> Auf der inhaltlichen Ebene überwiegt das Spielen bei der Tablet-Nutzung. Von den zwei bis fünfjährigen Tablet-Nutzern (n=62) beschäftigen sich 61 Prozent regelmäßig mit digitalen Spielen, 41 Prozent schauen mindestens wöchentlich Fotos oder Videos an und 31 Prozent malen auf dem Tablet. (miniKIM-Studie, 2014, S. 24)

Auch bei der Einstellung der Eltern ist eine Entwicklung festzustellen. Während im Jahr 2012 zum ersten Erhebungszeitpunkt 57% der Meinung waren, Tablets seien nichts für Kinder, sind es zwei Jahre später nur noch 50%. Von 35% auf 42% (61% bei Tablet-Besitzern) stieg die Zahl derer an, die dem Tablet die Eignung für spielerisches Lernen zuschreiben.

Zu institutionellen Einrichtungen liegen nur vereinzelt und unzureichend Daten vor. In 66% der Kindergärten wird das Thema „Kinder und Medien“ explizit angesprochen. Die Computerausstattung liegt bei 13%; Tablets sind in 4% aller Fälle vorhanden (miniKIM-Studie, 2014).

Zum aktuellen Zeitpunkt liegen keine Daten zu weiteren Erhebungszeitpunkten vor. Es ist davon auszugehen, dass sich seit 2014 die Ausstattungs- und Nutzungsraten weiter erhöht haben. Darauf weist beispielsweise die KIM-Studie (2016) hin, die auch Kindergartenkinder erfasst, sofern sie zum Befragungszeitraum mindestens sechs Jahre alt waren. Die höheren Werte im Vergleich zur miniKIM-Studie zeigen zudem, dass mit zunehmendem Alter mehr Mediengeräte zur eigenen Verfügung stehen. Circa die Hälfte der 6- bis 13-Jährigen besitzt ein eigenes Smartphone, 5% ein Tablet. 54% der 6- bis 7-Jährigen, die ein Tablet in der Familie haben, spielen ein- oder mehrmals pro Woche digitale Spiele. Weitere, auch internationale Studien, zeigen ähnliche Tendenzen und Entwicklungen (z. B. Common Sense Media, 2013; Hugger et al., 2013; Institut für Demoskopie Allensbach, 2014).

Für den deutschen Raum geht Feil (2016) dem Umgang von zwei bis sechsjährigen Kindern mit Tablets und Smartphones konkreter in einer qualitativen Beobachtungsstudie nach. Den Ergebnissen zufolge sind die beiden Hauptbeschäftigungen der untersuchten Kinder am Tablet das Spielen mit Apps und das Konsumieren von YouTube-Videos. Eltern geben unterschiedliche Intentionen an, warum sie den Kindern mobile Endgeräte bekannt machen:

> Sie reichen von der Präsenz der Medien im Familienalltag, die das Interesse des Kindes weckt, über das spielerische Lernpotenzial, das genutzt werden kann, bis hin zum Fügen in eine scheinbare Notwendigkeit, die die moderne digitalisierte Gesellschaft fordert. (ebd., S. 43)

Während die Ausstattung mit mobilen Endgeräten in Kindergärten noch kaum wahrnehmbar ist, zeigt sich im häuslichen Umfeld eine breite Verfügbarkeit. Kinder kommen spätestens im Kindergartenalter mit den Geräten in Kontakt und nutzen diese abhängig von Vorhandensein und Alter in unterschiedlichem Ausmaß. Das mobile Spielen ist bei jüngeren Kindern die vorwiegende Nutzungsform. Lernspiele stehen in Form von Apps mittlerweile in unzähligen Varianten zur Verfügung (vgl. Kapitel 5.5). Die schnellen technischen Entwicklungen und der damit einhergehende boomende Markt für digitale Lehr- und Lernmedien führen aber auch zu überstürzt entwickelten und somit wenig fundierten Konzepten, kommerziell vermarkteten Angeboten und unprofessionellen Ratschlägen. Dieser Zustand trägt oft zur Unübersichtlichkeit und Orientierungslosigkeit in der Diskussion bei und fördert sowohl Euphorien als auch rigorose Ablehnungshaltungen.

5.3 Normative Positionen

Zur Beschreibung idealtypischer Grundhaltungen, die in dem Diskurs um ein Lehren und Lernen mit digitalen Medien identifiziert werden können, eignen sich die in der Mediensozialisationstheorie und der Medienpädagogik unterschiedenen drei normativen Positionen (vgl. Süss, 2004; Süss, Lampert & Wijnen, 2013). In prototypischer Form werden der Kulturpessimismus, der kritische Optimismus und die Medieneuphorie voneinander abgegrenzt. Sie lassen sich nicht nur in Diskussionen um das Lehren und Lernen mit digitalen Medien, sondern in allen Auseinandersetzungen, welche die wechselseitige Abhängigkeit von Sozialisationsprozessen und Medien betreffen, identifizieren.

Eine *kulturpessimistische Haltung* ist keine neue Erscheinung des digitalen Zeitalters. Bereits viel früher waren abwertende Begriffe wie ‚Schundfilme' oder die ‚Lesesucht' von kritischen Stimmen zu neuen medialen Entwicklungen zu hören. Als Vertreter dieser Position können beispielsweise Postman (1985), Winn (1977), Spitzer (2014) oder Steinmann und Groner (2008) genannt werden. Sie gehen davon aus, „dass Medien die psychosoziale Entwicklung der Heranwachsenden vor allem gefährden und kaum etwas Positives dazu beitragen könnten" (Süss et al., 2013, S. 34). Heutzutage definiert sich diese Haltung hauptsächlich durch eine entschiedene Ablehnung digitaler Medien, wobei Video- und Computerspiele im Allgemeinen aber auch der Einsatz in Schulen und das E-Learning immer neue Angriffspunkte bieten (Stoll, 2001). Kinder und Jugendliche stehen meist besonders im Fokus. Bei „den meisten frühkindlichen Erziehungskonzepten, bezogen auf Medienerziehung, [herrscht] eine bewahrpädagogische Position. Deutlich lässt sich eine Angst vor den Medien diagnostizieren" (Röll, 2007, S. 342). Aber auch Erwachsene werden als potentielle Medienopfer angesehen. Für Süss et al. (2013) kennzeichnet diese Perspektive, „dass empirische Befunde der Medienwirkungsforschung nur sehr selektiv berücksichtigt werden" (S. 35). Eine Differenzierung zwischen verschiedenen Medien und, was noch wesentlicher erscheint, eine Berücksichtigung der Inhalte, die durch diese Medien transportiert werden, wird oft nicht vorgenommen. Plädoyers an die ‚guten alten Zeiten' und verklärte Beschreibungen der zurückliegenden Idylle entbehren häufig jeglicher wissenschaftlicher Grundlage und verteufeln im Laufe der Zeit und der medialen Entwicklungen lediglich das gerade Neue als das vermeintlich Gefährliche. Den Verfechtern einer eher gemäßigten kulturpessimistischen Position ist zu verdanken, berechtigte Kritikpunkte in den Diskurs einzubringen. Dass die Digitalisierung und ein unreflektierter Einsatz neuer Medien auch Risiken und Gefahren bergen, ist selbstverständlich unbedingt zu berücksichtigen. An dieser Stelle stehenzubleiben und Potentiale und Chancen für ein Lehren und Lernen mit und durch digitale Medien völlig außer Acht zu lassen, dürfte allerdings zu kurz gegriffen sein.

Die Einstellung von idealtypischen Vertretern der *medieneuphorischen Position* verhält sich ebenso eindimensional. Am gegengesetzten Pol der Diskussion werden mögliche Probleme zu Gunsten idealisierter Hoffnungen ausgeblendet. „Euphorische Medien-Promoter" nennt Süss (2004, S. 15) die Fürsprecher neuer medialer Entwicklungen, welche in erster Linie die Potentiale preisen, die sich für Gesellschaft, Chancengleichheit und auch das Lehren und Lernen mit digitalen Medien ergäben. Beck und Wade (2006) legen beispielsweise den positiven Einfluss von Computerspielen dar, der sich in verstärktem Teamgeist, Flexibilität, kreativer Problemlösung und Fähigkeiten des Multitasking äußere. Immer und überall verfügbares Wissen, Zugang zu Bildungsangeboten für Alle oder E-Learning als Ersatz für Lehrende in Präsenzveranstaltungen sind Argumente, die ohne reflektierte Abwägung sehr einseitig scheinen.

Zu euphemistischen Darstellungen lassen sich häufig Personen hinreisen, die durch kommerzielle, wirtschaftliche oder politische Interessen geleitet sind (vgl. Süss, 2004).

Zwischen den beiden extremen Haltungen lässt sich der *kritische Optimismus* einordnen, dem ein leitender Gedanke zu Grunde liegt, den Knauf (2011) treffend formuliert: „Mediennutzung ist also etwas, das zusätzlich und ergänzend geschehen soll, nicht etwas, das bisherige Erfahrungswege ersetzen soll“ (S. 41). Medien werden als Bestandteil des Alltags und der heutigen Lebenswelt betrachtet. Manchmal werden Begriffe zur Abgrenzung gewählt, wie Sekundär- und Primärerfahrungen oder die von Millner (1996) geprägten Ausdrücke Alpha- und Betawelt. Dabei werden aber auch gegenseitige Wechselwirkungen verdeutlicht. Barthelmes und Sander (2001) gehen einen Schritt weiter und sehen Medienerfahrungen als „Alltagserfahrungen und somit Realerfahrungen, denn die Medienerfahrungen der Jugendlichen sind nicht abgehoben von ihrem Alltag und ihrer Identität; sie sind keine ‚Sekundärerfahrungen‘, denn das Medien-Erleben findet unmittelbar im Alltagsleben statt“ (S. 289). Dieser Gedanke scheint tragender als eine konsequente Trennung einer digitalen von einer analogen Welt.

Unabhängig von einer begrifflichen Trennung besteht Einigkeit darin, dass Potentiale (digitaler) Medien nur unter bestimmten Bedingungen zum Tragen kommen können. Ein „Es kommt darauf an“ könnte ein charakteristischer Satz unter Vertretern der kritisch-optimistischen Position sein. Neuß (2013) bringt seine Sichtweise in Bezug auf den Einsatz von Computern in Lehr-Lern-Situationen wie folgt auf den Punkt:

> Ein Allheilmittel ist der Computer aber nicht. Seine Multimedialität unterstützt zwar die kindliche Motivation, sich mit Themen intensiv auseinander zu setzen, ob sein Einsatz aber lernförderlich ist, hängt von der Qualität der Software, der pädagogischen Einbindung und der individuellen Begleitung der Erzieher/-innen ab. (S. 229)

Er nennt hier Faktoren, die wesentlich für einen gewinnbringenden Medieneinsatz sein können. Insbesondere Inhalt und didaktisches Konzept der Software sowie die Implementation im vorhandenen Lehr- und Lernkontext gelten als Bedingungsfaktoren für die Lernwirkung. Nicht zu unterschätzen ist auch bei Einsatz digitaler Lernumgebungen der Einfluss des pädagogischen Fachpersonals (vgl. auch 3.3.3). Grundsätzlich wird in diesem Zusammenhang eine Förderung von „Medienkompetenz gefordert [...], um eine optimale Nutzung der Medien als Konsument und Produzent zu gewährleisten" (Süss, 2004, S. 16). Bei der Vielzahl an nicht immer unbedenklichen Medieninhalten ist nicht nur bei Horrorszenarien aus Filmen oder gewaltverherrlichenden Computerspielen eine kritische Sichtweise unverzichtbar. Auch bei der Entwicklung oder der Auswahl von Lehr- und Lernmedien ist ein fachlicher und fachdidaktischer Blick auf die Inhalte nötig, um geeignete Angebote zu konzipieren oder zu erkennen.

Die folgenden Kapitel beschäftigen sich konkreter mit Lernsoftware (Kapitel 5.4) und mit Spezifika von mobilen Endgeräten und Apps, die neue Potenziale evozieren aber auch Schwierigkeiten mit sich bringen können (Kapitel 5.5); womit sich die normativen Positionen nach Süss (2004) in dieser Debatte in unterschiedlich extremen Ausprägungen oder in Mischformen wiederfinden. Es werden ganz konkret Vorteile, Chancen und Erwartungen benannt, die nicht zwingend in einer Medieneuphorie gipfeln. Genauso sollten Bedenken und mögliche Probleme ernstgenommen werden, ohne sie direkt als kulturpessimistisch einzustufen und abzustempeln. Wünschenswert sind differenziertere Sichtweisen und die Berücksichtigung von Forschungsergebnissen und Praxiserfahrungen. Die relevanten Aspekte der Diskussion werden deshalb, soweit möglich, durch empirische Ergebnisse aus verschiedenen Bezugsdisziplinen und speziell aus der Mathematikdidaktik gestützt (Kapitel 5.6).

5.4 Typen von Lernsoftware

Zusätzlich zu Indizien, die aus aktuellen Forschungsarbeiten gewonnen werden, sollten bei der Beurteilung von digitalen Lernangeboten etablierte Kriterien, lerntheoretische Überlegungen und didaktisch fundierte Grundsätze nicht vorschnell über Bord geworfen werden. Für einen ersten Überblick kann es sinnvoll sein, sich bei der Einordnung unterschiedlich gearteter Lernsoftware an verschiedenen Kategorien zu orientieren.

Einige Autoren typisieren digitale Lernumgebungen in Verbindung zu Lerntheorien (Baumgartner & Payr, 1999; Issing, 2002; Schulmeister, 2009). Es ist anzunehmen, dass lerntheoretische Überlegungen und empirische Ergebnisse über Lernwirksamkeit beim Einsatz von Lernsoftware nicht außer Kraft gesetzt werden. Die Mediendidaktik orientiert sich seit langer Zeit auch an lerntheoretischen Strömungen, was in den 60er Jahren zunächst eine Orientierung am behavioristischen Ansatz zur Gestaltung von Lernangeboten zur Folge hatte (Kerres & Witt, 2002). Behavioristische Lerntheorien werden häufig mit dem Reiz-Reaktions-Schema in Verbindung gebracht. Übungsprogramme im Drill-and-Practice-Stil orientieren sich am Verlauf ‚Aufgabe – Eingabe einer Antwort – Rückmeldung' (Urff, 2014). Das kann für Übungsformate und das (automatisierte) Aneignen von Wissen sinnvoll sein, wird für komplexere und verknüpfte Wissensgebiete jedoch meist kritisch beurteilt, insbesondere, wenn lediglich bunte Gestaltungselemente oder Rahmenhandlungen als extrinsische Motivationsfaktoren eingesetzt werden (vgl. Urff, 2014; Wittmann, 2017).

Komplexere, problemorientierte Lernprogramme, wie intelligente tutorielle Systeme, Simulationen oder Mikrowelten, orientieren sich eher an konstruktivistischen Lernannahmen. Im Sinne eines (gemäßigten) Konstruktivismus wird Lernen als aktiver, konstruktiver, selbstgesteuerter, situativer und sozialer Prozess aufgefasst (Reinmann-Rothmeier & Mandl, 1996). Die Annahmen einer konstruktivistischen Sichtweise können auch für computergestützte Lernangebote grundgelegt werden, wobei sich die Frage stellt, inwiefern sich digitale Angebote eignen, einen dementsprechenden Lernprozess anzuregen und zu unterstützen (vgl. Urff, 2014).

Die Zuordnung von Lernsoftware zu einer Lerntheorie ist meist nicht eindeutig möglich und auch wenig zielführend. „Zudem ist eine monokausale Bewertung allein aufgrund der vermuteten lerntheoretischen Zuordnung wenig aussagekräftig" (Urff, 2014, S. 113). Zu konstatieren, Simulationen sind Trainingsprogrammen generell überlegen, wäre beispielsweise kaum ausreichend. Zu beachten sind neben den Eigenschaften der Lernumgebung die soziale Situation, Rahmenbedingungen und die verschiedenen Stufen des Kompetenzerwerbs (Baumgartner, 2002). Außerdem sind lerntheoretische Überlegungen für die Mediendidaktik kein hinreichender Rahmen, „um die zentrale Frage der Zielproblematik, des

Mehrwertes und des Nutzens ebenso wie der Implikationen des Medieneinsatzes für Bildung und Gesellschaft zu diskutieren“ (Kerres & Witt, 2002, S. 14). Die vielfältigen Konstellationen eines Lehrens und Lernens mit digitalen Medien können unter Rückbezug auf bekannte Ansätze aus lerntheoretischen Überlegungen, wie authentische Rahmung, Kooperation oder Selbststeuerung stattfinden; diese Prinzipien sind allerdings nicht zwingend immer und uneingeschränkt vorteilhaft (vgl. ebd., S. 13). Auch Mandl und Reinmann-Rothmeier (2000) sprechen sich im Kontext digitaler Medien für eine integrative Lehr-Lernphilosophie aus, die „traditionelle mit konstruktivistischen Elementen bei der Gestaltung von Lernumgebungen verbindet“ (o.S.). Von besonderem Interesse ist es dabei beispielsweise, wie sich Interaktionsprozesse zwischen computergestützter Instruktion und kindlicher Konstruktion gestalten (Urff, 2014).

Bei einer Verbindung von Spielen und Lernen, was im Besonderen den Elementar- und Primarbereich betrifft, werden Softwareangebote häufig mit dem Label *Edutainment* versehen. Zumindest versprechen Werbetexte oft eine Mischung aus Bildung und Lernen (*edu*cation) einerseits und Spaß und Unterhaltung (enter*tainment*) andererseits. Andere Begriffe, die sich in der Diskussion um digitale Spiele in Lehr- und Lernkontexten auch im deutschsprachigen Raum zunehmend durchsetzen, sind *Digital Game-Based Learning, EduGames* oder *Serious Games* (vgl. Prensky & Gee, 2006). Eine eindeutige Abgrenzung dieser Bezeichnungen lässt sich nicht immer feststellen.

Die folgenden Ausführungen und die dargestellten Forschungsbefunde sind selten einem speziellen Typ von Software zuzuordnen. Um Lernsoftware für den PC von mobilen Anwendungen abzugrenzen, wird der Begriff *App* (oder spezieller: Educational App oder Lern-App bzw. Learning App) verwendet. Diese Art von Software stellt „bezüglich der Nutzerzahlen derzeit eines der am schnellsten expandierenden Marktsegmente im Bereich der Angebote für mobile Endgeräte dar“ (Schmidt, 2016, S. 200). Das folgende Kapitel hebt die Besonderheiten von mobilen Endgeräten und Apps nochmal speziell hervor.

5.5 Besonderheiten von mobilen Endgeräten und Apps

> Die gegenwärtigen mobilen Endgeräte eröffnen Kindern vor allem durch ihre Portabilität und erweiterte multimediale Konvergenz ein Spielen am integrierten Bildschirm, das prinzipiell raum- und situationsübergreifend, ubiquitär, sozial konnektiert als auch personalisiert stattfinden kann. (Hugger et al., 2013, S. 206)

Hugger et al. (2013) sprechen in diesem Zitat einige Besonderheiten mobiler Endgeräte an, die nicht nur in Bezug auf Spielen von Belang sind, sondern insbesondere auch veränderte Lerngelegenheiten bieten. Sie heben die Multimedialität, die vielseitigen orts- und situationsunabhängigen sowie sozialen und individualisierten Nutzungsoptionen hervor. Tillmann, Fleischer & Hugger (2014) weisen auf die besondere Bedeutung dieser Eigenschaften für jüngere Kinder hin: „Anders als der Computer wird das Tablet [...] von den Eltern sogar schon den ganz Kleinen in die Hand gegeben“ (S.105). Das zeigt sich unter anderem durch den starken Anstieg bei Verfügbarkeit und Nutzung durch Kinder im Vor- und Grundschulalter (vgl. Kapitel 5.2).

Gerade kleineren Kindern kommt die Gestenkommunikation der Touchscreen-Technologie entgegen (Aufenanger & Bastian, 2017). Dworschak (2011) drückt dies in seinen Worten aus: „Das kreatürlich simple Patschpäd senkt das Einstiegsalter mit einem Schlag auf sieben, acht Monate“ (S. 124). Während am PC eine indirekte Steuerung über Maus und Tastatur notwendig ist, bieten Tablets eine intuitive und fast natürlich wirkende Handhabung. „Interactive gestures allow users to interact naturally with digital objects, in a physical way“ (Segal, 2011, S. 7). Diese von Sarama und Clements (2016, S. 86) als „direct manipulation“ bezeichnete Bedienungsart gewinnt durch Multitouch-Displays eine erweiterte Funktionsvariante, indem mehrere Eingaben gleichzeitig getätigt werden können. Der neuen und schnellen technischen Entwicklung geschuldet, weiß man allerdings noch wenig darüber, „wie sich die typischen Touch-Pad-Erfahrungen im Verhältnis zu Erfahrungen in der >richtigen Welt< auf die Entwicklung von Kindern v.a. im sehr jungen Alter auswirken“ (Krauthausen, 2012, S. 153).

In Kombination mit weiteren Eigenschaften ergeben sich neue Möglichkeiten für den Bildungsbereich. Eine platzsparende Aufbewahrung, immer längere Akkulaufzeiten und robuste Hardware ermöglichen einen flexiblen, spontanen, vielseitigen und situationsorientierten Einsatz. Ein Gerät vereint zudem vielfältige Nutzungsoptionen. „Schafft sich die Kita ein Tablet an, so hat sie in einem einzigen Gerät einen Fotoapparat, eine Videokamera, ein Mikrofon, einen PC, Internetzugang und eine Fülle von kreativen Werkzeugen und Anwendungsmöglichkeiten“ (Tillmann, Fleischer & Hugger, 2014, S. 508). Dieses breite Spektrum an verschiedenen Möglichkeiten, wie Filmen und Fotografieren, mobiler Internetzugang, Datenspeicherung und -vernetzung, digitale Malereien, das Erstellen von Bildergeschichten oder Fotocollagen, um nur einige zu nennen, wird in dieser Arbeit nicht vertieft. Stattdessen stehen die für mobile Endgeräte entwickelten Anwendungen – Apps – im Mittelpunkt, die durch intuitive Steuerung speziell für Kinder nutzbar gemacht werden und neue Spiel- und Lernpotenziale bieten können.

Der Kauf von Apps erfolgt, im Gegensatz zu herkömmlicher PC-Software, typischerweise über sogenannte App Stores, die als Vermittler zwischen Anwendungsentwicklern und Konsumenten agieren. Die zwei größten Marktplätze sind der *Google Play Store* mit 2,85 Millionen und Apples *App Store* mit 1,96 Millionen angebotenen Apps ([*Statistiken über Google Play Store und iOS App Store*], 2018). Das Herunterladen auf das jeweilige Endgerät funktioniert in der Regel einfach und schnell. Die Bezahlung erfolgt meist auch auf elektronischem Wege. Grundsätzlich ist diese unkomplizierte Abwicklung ein großer Vorteil, sofern die Risiken, die Onlinekäufe und dementsprechend Bezahlvorgänge mit sich bringen können, beachtet und minimiert werden. Bei der Installation von Apps sollte zudem auf Zugriffsrechte geachtet werden, die teilweise gewährt werden müssen. Steinhauer (2018) warnt:

> Diese kompakten und leicht zu installierenden Programme können bei entsprechender Konfiguration eine große Zahl personenbezogener Daten sammeln und verarbeiten. Neben konkreten Eingaben, welche die Nutzer und Nutzerinnen von Mobile Learning-Angeboten selbst eingeben, sind gerade bei Smartphones noch Standortdaten und dergleichen zu nennen. (S. 226)

Auf diese Situation hat der europäische Datenschutz durch die ab Mai 2018 in Kraft getretene Datenschutz-Grundverordnung (DS-GVO) reagiert. Es gelten nun strengere Anforderungen in Bezug auf die Verarbeitung personenbezogener Daten. Apps müssen demnach beispielsweise möglichst datensparsam voreinstellt sein (vgl. Art. 25 DS-GVO). Darüber hinaus werden an Apps, die sich an Minderjährige richten, strengere Richtlinien in Bezug auf Einwilligungen gestellt (vgl. Art. 8, DS-GVO).

Das Preissegment liegt meist weit unter dem handelsüblicher Lernsoftware. Selten übersteigen die Kosten für eine App die 5 €; vereinzelt sind Angebote oder zumindest Demoversionen kostenlos verfügbar. Indem man Apps mit kostenpflichtigen Zusatzleistungen meidet, kann auch der Risikofaktor ‚In-App-Käufe' vermieden werden. Die meisten mobilen Endgeräte bieten eine Deaktivierungsfunktion, die einen ‚In-App-Kauf' nicht (oder nur passwortgeschützt) möglich macht, sodass er nicht versehentlich durch Kinder getätigt werden kann. Niedrige Kosten werden allerdings häufig durch Werbefinanzierung kompensiert.

Die genannten Aspekte in Bezug auf Technik, Distribution und Bedienung fördern die Verbreitung von Wissen weltweit, die durch digitale Ressourcen wesentlich ansteigt und sich von Zeit, Ort, Personen, Bibliothek-Öffnungszeiten und anderen Bedingungen löst. Ein Überfluss an Informationen und Software birgt allerdings auch Probleme. „Die *Gefahr* ist gross, *sich* in der Vielfalt der Programme und Utilities, der Websites, Plug-ins, Fonts und Accessories zu verlieren (Zopfi, 2007, S. 43). Wenn Apps mit ihren vielfältigen digitalen Funktionen eine Bereicherung für das Bildungswesen darstellen sollen, sind didaktisch fundierte und erprobte Anwendungen, die sich als Ergänzung in die vorhandenen Spiel- und Lernumgebung und den Alltag implementieren lassen, die erste Voraussetzung. Denn leider zeigen sich bei Weitem nicht alle angepriesene Programme auch tatsächlich als didaktisch wertvoll. Das Angebot an Apps für Tablets und Smartphones, vor allem im Bereich Spielen und Lernen, wächst zwar ständig, aber wie „bei PC-Software sollte man auch bei den Apps die Quantität des Angebotes nicht mit Qualität verwechseln" (Krauthausen, 2012, S. 156).

5.6 Empirische Befunde zu Design, Wirkung und Nutzung digitaler Lernumgebungen

> Wenngleich manche Digitaleuphoriker*innen die Notwendigkeit empirischer Forschung oder fachdidaktischer Expertise ablehnen, muss sich allerdings auch der Einsatz mobiler Technologien auf den Prüfstand stellen lassen, sollen didaktische Potenziale entfaltet werden. (Irion & Scheiter, 2018, S. 8)

Um die Erkenntnisbasis bezüglich digitaler Lern- und Spielumgebungen zu erweitern, entstehen immer mehr Forschungsarbeiten zu Design, Wirkung und Nutzung dergleichen. Digitale Angebote zur Unterstützung von Lehr- und Lernprozessen werden aus Sicht verschiedener Bezugsdisziplinen betrachtet und untersucht (5.6.1). Befunde, die spezifische mediale Aspekte, beispielsweise Feedbackarten oder Gestaltungselemente digitaler Umgebungen in den Blick nehmen, können zum Teil auch fachunabhängig betrachtet werden. Metastudien, die Untersuchungen zur Wirksamkeit digitaler Lernangebote zusammenfassen, tun dies oft auch fächerübergreifend.

Mathematikdidaktische Befunde zeigen dann konkreter, ob und unter welchen Voraussetzungen mathematische Kompetenzen durch digitale Angebote gefördert werden können (5.6.2).

5.6.1 Fächerübergreifende und fachunabhängige Befunde

Trotz der neuen technischen Möglichkeiten ging der Einzug digitaler Medien in Vor- und Grundschulen zunächst mit spontanem, kulturpessimistisch geprägtem Widerstand einher (vgl. Kapitel 5.3). Forschungsergebnisse zu Risiken für die kindliche Entwicklung durch (Bildschirm-)Medien sind zu berücksichtigen, aber auch differenziert zu beurteilen. Meist werden rein quantitativ Bildschirmzeiten erfasst, wobei die medialen Inhalte, eine Begleitung durch Erwachsene und weitere Aspekte ausgeklammert werden. Dass Kinder in den ersten Lebensjahren vielfältige Sinneserfahrungen und ganzheitliche Erlebnisse machen sollten, steht im Folgenden außer Frage. Auch eine kritische Beurteilung eines übermäßigen Medienkonsums ist in diesem Zusammenhang immer zu beachten.

Jedoch „macht sich nach und nach die Erkenntnis breit, dass wir die multimedialen Lern- und Spielpotenziale nicht einfach ignorieren können und dürfen" (Palme, 2007, S. 359). Denn dass ein Lehren und Lernen durch und mit digitalen Medien auch gelingen kann, zeigen Untersuchungen verschiedener Bezugsdisziplinen.

In *Wirkungsstudien* wird typischerweise ein Vergleich von computergestütztem Unterricht zu traditionellen Lehrmethoden vorgenommen, um einen Unterschied im Lernerfolg nachzuweisen (vgl. Abb. 5.1):

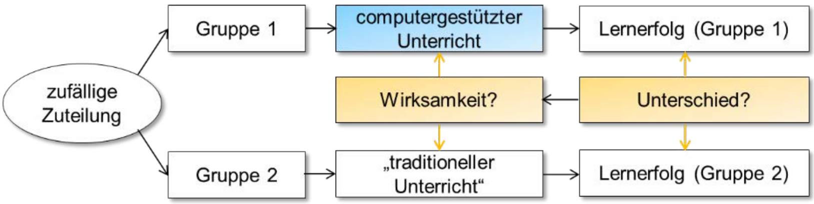


Abb. 5.1 Untersuchungsdesign bei Effektivitätsstudien zum computergestützten Lernen in Anlehnung an Urff (2014, S. 116)

Eine Metastudie demensprechender Untersuchungen von Kulik und Kulik (1991) kommt auf eine durchschnittliche Effektstärke von 0,46 bei der Förderung von Grundschülern mit computergestütztem Material. Vogel et al. (2006) fassen in ihrer amerikanischen Meta-Analyse die Ergebnisse von 32 solcher vergleichenden Untersuchungen zusammen. Das Alter der Zielgruppe und der fachliche Inhalt waren dabei nicht eingeschränkt. Insgesamt zeigt sich auch hier ein höherer Lernzuwachs bei der Nutzung von digitalen Lernspielen als nach einer traditionell durchgeführten Lerneinheit.

Ähnliche Resultate zeigt die Meta-Analyse von Wouters, van Nimwegen, van Oostendorp und van der Spek (2013), die in einem deutschsprachigen Kurzreview des Clearing House zusammengefasst ist (Knogler, Mok & CHU Research Group, 2017) und der Frage nachgeht, ob digitale Spiele lernförderlicher und motivierender sind als reguläre Lernangebote. Die Analyse von 39 Primärstudien, die Grundschulkinder bis Studierende untersuchen und hauptsächlich in den Fachbereichen Mathematik und Biologie verortet sind, belegt einen signifikant besseren Lernerfolg beim Einsatz digitaler Spiele.

Betrachtet man die eingeflossenen Studien genauer, stellt man fest, dass die Effektstärken je nach Gestaltung und Implementation der Software variieren. Beispielsweise wirkt sich die Möglichkeit einer selbstständigen Navigation durch die Nutzer oder eine einfache schematische Gestaltung im Gegensatz zu (inhaltlich irrelevanten) aufwändigen Darstellungen positiv aus. Bei Vogel et al. (2006) zeigt sich eine verbesserte Grundhaltung gegenüber dem Lernen bei Verwendung des Computers, während Wouters et al. (2013) ähnliche Tendenzen in Bezug auf Motivationseffekte feststellen, diese jedoch keine signifikanten Werte erreichen. Motivationseffekte, die den neuen Medien an sich nachgesagt werden, gelten nach Schulmeister (2009) nicht allgemeingültig und voraussetzungslos. Ein lediglich vom Medium ausgehender Neuigkeitseffekt nimmt mit der Zeit wieder ab. Außerdem ist der Einfluss der Lehrpersonen meist sogar höher als der des Mediums, sodass Effekte teilweise relativiert werden müssten (Kulik & Kulik, 1991).

> Das Dilemma dabei ist, dass sich aus Effektivitätsstudien keine detaillierten Folgerungen über die Wirkungsweise didaktischer Gestaltungselemente ableiten lassen, die für die Weiterentwicklung didaktisch hochwertiger Lernsoftware in bestimmten Inhaltsbereichen genutzt werden könnten. (Urff, 2014, S. 118)

Vor dem Hintergrund, dass multimediale Lernumgebungen keinen Ersatz traditioneller Methoden, sondern eine Erweiterung darstellen sollten, sind Vergleiche der Wirksamkeit zwischen herkömmlicher und digitaler Form zudem oft wenig sinnvoll (Eichler & Wittmann, 2004). Mayer (2009) bestätigt, dass sich eine reine Fokussierung auf das Medium und die Frage nach einer Über- bzw. Unterlegenheit gegenüber traditionellem Material als kaum gewinnbringend herausgestellt hat. Weitere methodische Schwierigkeiten solcher Effektivitätsstudien, wie Generalisierbarkeit, Probleme in Experimentalsituationen oder nicht kontrollierbare Variablen, sind von Schulmeister (2009) genauer beschrieben.

Eine andere Herangehensweise als die in typischen Effektivitätsstudien ist die Betrachtung einzelner *Gestaltungselemente* von Software und deren *Einfluss auf das Lernen*. Theoretische Modelle aus der Kognitionspsychologie geben Hinweise, wie digitale Lernangebote besonders lernförderlich gestaltet werden können. Eine zentrale Rolle spielt dabei die Informationsverarbeitung und Besonderheiten der Gedächtnissysteme bei Rezeption multimedialer Lernangebote. Häufig zitiert und als empirisch fundiert gelten insbesondere die Cognitive Load-Theorie (Sweller, 1988, 1993, 2004, 2005) und die kognitive Theorie multimedialen Lernens (Mayer, 2001). Die Folgerungen aus derartigen Modellen sind meist Design- und Gestaltungsempfehlungen. Weitere relevante Faktoren, wie Motivation, Aufmerksamkeit oder Kontextbedingungen, werden eher vernachlässigt. Auf eine genaue Darlegung der Modelle wird an dieser Stelle verzichtet, da die Zielgruppe jüngerer Kinder bei Gestaltung und Design von digitalen Lernumgebungen einer spezielleren Betrachtung mancher Faktoren bedarf, während andere keine Rolle spielen. Ein umfassenderer Überblick über medien- und kognitionspsychologische Forschungen zur Lernwirksamkeit unterschiedlicher Repräsentationsformen (mit besonderem Fokus auf mathematische Inhalte) findet sich beispielsweise bei Hartmann (2006). Im Folgenden werden hauptsächlich die Aspekte aufgezeigt, die insbesondere für den Elementar- und Primarbereich wesentlich sind.

Wenig relevant für den Elementarbereich sind Kombinationen bzw. die räumliche und zeitliche Anordnung von Texten und Bildern (Multimediaprinzip oder Zusammengehörigkeitsprinzip), da Kinder im Vorschulalter kaum über ausreichend Lesekompetenz verfügen. Gerade deshalb sollte aber der Einsatz von Sprache in besonderer Weise berücksichtigt werden. „Die meisten Computerspiele für die Kleinsten nutzen nämlich die deutsche Sprache, um den Spielaufbau und die kniffeligen Aufgaben zu erläutern“ (Palme, 2007, S. 363). Das stellt, zumindest wenn es sich um geschriebenen Text handelt, eine ungünstige Voraussetzung dar. Akustisch abgespielte Anweisungen sind eine Möglichkeit dieser Situation zu begegnen (vgl. auch Kapitel 5.7).

Aus dem Kohärenzprinzip kann abgeleitet werden, dass zusätzliche Grafiken, Musik oder inhaltlich irrelevante Zusatzinformationen als eher lernhinderlich gelten. Empirische Studien belegen diese Vermutung (Mayer, 2001; Mayer, Bove, Bryman, Mars & Tapangco, 1996). Inhaltsbezogene virtuelle Darstellungen gelten im Vergleich mit physischem Material oft als abstrakter. Inwiefern das eine Rolle spielt, bleibt umstritten.

> An old concern is that children must reach the stage of concrete operations before they are ready to work with computers. [...] A related concern is that computer use demands symbolic competence; that is, *computers* are not concrete. This ignores, however, that much of the activity in which young children engage *is* symbolic. (Clements, 2002, S. 160)

Ein Umgang und Gebrauch von symbolischen Darstellungen wird nicht immer als negativ beschrieben, denn genau so lernt man „die Welt zu erkunden, zu verstehen und letztlich über sie zu verfügen“ (Röll, 2007, S. 347). Sinclair und Baccaglini-Frank (2015) bemerken in ihrem Überblicksartikel ‚Digital Technologies in the Early Primary School Classroom‘, dass immer mehr Forschende die Argumente für und die Vorteile von ‚virtual manipulatives‘ sehen und somit die Annahme, physische Materialien seien grundsätzlich geeigneter, in Frage stellen (vgl. auch Bolyard et al. 2010; Moyer-Packenham & Suh 2012; Tucker et al. 2017). In welcher Beziehung echt-enaktive Handlungen an realen Materialien zu einem Handeln an virtuellen Repräsentanten stehen, bleibt jedoch weitgehend ungeklärt (Ladel, 2009). Konsens herrscht meist darüber, dass digitale Medien eine Ergänzung zu Handlungen an materiellen Objekten und Gegenständen sein sollten und kein Ersatz dieser, da „ohne echt-enaktive Primärerfahrungen Hürden im Zuge der Deutung virtueller Objekte entstehen können“ (Walter, 2018, S. 35).

Gestaltungselemente, wie dynamische Visualisierungen, digitales Feedback oder multilineare Strukturen (Ryan, 2008) eröffnen neue Facetten für Educational Apps, die noch einiger Forschungsarbeit bedürfen. Empirische Ergebnisse zum Einsatz von Animationen widersprechen sich teilweise. Einerseits wird davon ausgegangen, dass sich das Lernen mit Animationen nicht von einem Lernen mit statischen Bildern unterscheidet, da bei der Rezeption statischer und dynamischer Bilder die gleichen Verarbeitungsprozesse stattfinden (Lowe & Schnotz, 2008). Nach dem Supplanationsprinzip von Salomon (2012) unterstützen animierte Bilder aber bei mentalen Simulationsprozessen. Insbesondere in mathematisch-naturwissenschaftlichen Studien profitieren Lernende von Animationen, wenn diese inhaltsbezogen und nicht nur dekorativ eingesetzt werden (Betrancourt, 2005). Vereinfachte und weniger realitätsnahe Darstellungen führen nicht zu schlechteren Lernergebnissen. Positiven Einfluss auf das Verständnis hat zudem eine Nutzerkontrolle, die zum Beispiel eine Unterbrechung oder Wiederholung der Animation erlaubt (Mayer & Chandler, 2001).

Studien zu weiteren Formen der *Interaktivität,* also der Wechselwirkung zwischen dem digitalen Medium und dem Nutzer in Form von *Steuerungsmöglichkeiten* oder *Feedback,* zeigen ein sehr uneinheitliches Bild. Das dürfte hauptsächlich an der weiten Bandbreite verschiedener Möglichkeiten interaktiver Optionen liegen. Es ist „dabei weniger entscheidend, ob möglichst viele Aktivitäten getätigt werden, sondern ob lernrelevante kognitive Prozesse angeregt werden“ (Urff, 2014, S. 146). Eine Rolle spielen unter anderem das Vorwissen des Lernenden, die Komplexität des Lernangebots und Persönlichkeitsmerkmale des Lernenden während der Nutzung (vgl. Niegemann, 2008). In diesem Bereich besteht weiterer Forschungsbedarf. Über die Gestaltung von Rückmeldungen existieren einige Untersuchungen, die Azevedo und Bernard (1995) in ihrer Metastudie zusammenfassen. Die Ergebnisse weisen auf große Lerneffekte bei Einsatz von Rückmeldungen hin, geben aber keine Hinweise auf Vor- oder Nachteile bestimmter Formen von Feedback. In der Literatur werden verschiedene Arten von Feedback in multimedialen Lernangeboten unterschieden, die sich weitgehend decken (Dempsey & Sales, 1993; Mason & Bruning, 2001; Narciss, 2006; Spector, Merrill, Elen & Bishop, 2014):

- knowledge-of-response (KOR): gibt Auskunft darüber, ob die Eingabe korrekt oder inkorrekt war
- answer-until-correct (AUC): gibt so lange Rückmeldung im Sinne eines KOR, bis eine korrekte Eingabe erfolgt
- knowledge-of-correct-response (KCR): gibt Feedback im Sinne eines KOR mit zusätzlicher Angabe der korrekten Lösung

Bei elaborierteren Rückmeldungen stimmen die Klassifikationen nicht mehr überein. Das liegt an den zahlreichen Möglichkeiten, elaboriertes Feedback zu gestalten. Varianten sind Bearbeitungsregeln für die Aufgabe, Informationen über Aufgabenanforderungen, Gliederung in Teilaufgaben, fehlerbezogenes Feedback, Hilfestellungen zu strategischem Wissen, u. v. m. (vgl. z. B. Narciss, 2006).

Der Forschungsstand lässt darauf schließen, dass es kein allgemeingültig bestes Feedback für alle Fälle gibt. „Bei weniger komplexen Aufgaben kann [...] der Einsatz von AUC sinnvoll sein. Gegenüber KCR hat AUC den Vorteil, dass sich Lernende nach einer falschen Antwort weiterhin mit der Aufgabe befassen, sofern sie die Antwort nicht einfach raten" (Narciss, 2006, S. 56; vgl. auch Clariana, Ross & Morrison, 1991). Diese und weitere Ergebnisse (Mason & Bruning, 2001; Musch, 1999) sind immer in Abhängigkeit von anderen Faktoren, wie Vorwissen, Art der Aufgabenstellung oder Komplexität des Wissensgebietes zu betrachten.

In engem Zusammenhang zur Interaktivität steht die *Adaptivität* einer Lernumgebung. Grundsätzlich ist auch hier darauf hinzuweisen, dass individuelle Unterschiede der Lernenden wesentliche Bedingungen für das Lernen mit digitalen Medien darstellen. Lernende mit mehr Vorwissen bedürfen anderer Anregungen als schwächere Lerner, die beispielsweise eher von einer strukturierteren Situation profitieren (Mayer, 2009). Eine Anpassung von Lernsoftware durch externe Einstellungen (z. B. Bearbeitungsgeschwindigkeit oder Präsentationsformen) wird meist mit dem Begriff Adaptierbarkeit umschrieben. Von Adaptivität wird (erst) gesprochen, wenn sich die Lernumgebung automatisch an den Lernenden anpasst, indem Eingaben oder Klickpfade des Nutzenden dazu führen, dass die Lernsequenz auf seine individuellen Voraussetzungen abgestimmt wird. Eine solche Anpassung kann verschiedene Elemente betreffen, wie Aufgabenschwierigkeit, Rückmeldungen, Informationszugriff oder Lernzeit. Adaptive Elemente in einer Lernumgebung führen nach dem derzeitigen Forschungsstand meistens zu einem höheren Lernerfolg (Azevedo, Cromley, Winters, Moos & Greene, 2005; Wilson et al., 2006), sind allerdings sowohl technisch als auch didaktisch sehr aufwendig zu programmieren bzw. umzusetzen.

Die meisten Resultate empirischer Wirkungsforschung machen deutlich, dass „Wirkungen neuer Medien nicht durch die Medien selbst ausgehen, sondern von dem didaktischen Konzept, das dem Einsatz neuer Medien zugrunde gelegt wird" (Kerres 2003, S. 37). Quantitative Effektstudien sollten ergänzt werden durch qualitative Ansätze, denn es ist sinnvoll, „Lernsoftware nicht im Ganzen zu typisieren und zu bewerten, sondern einzelne Gestaltungsmerkmale [...] auf Grundlage der damit initiierten

Lernprozesse zu analysieren“ (Urff, 2014, S. 114). Wie die bisherigen Forschungsergebnisse zu Gestaltungsprinzipien digitaler Lernumgebungen gezeigt haben, sind diese nur selten völlig unabhängig der Zielgruppe und des Faches bzw. des Wissensgebietes zu betrachten. Auch deshalb sind in Bezug auf eine Förderung spezifischer Kompetenzen die jeweiligen Fachdidaktiken gefordert, Beiträge zu leisten und den Forschungsstand weiter auszubauen.

5.6.2 Mathematikdidaktische Befunde

Die Ergebnisse verschiedener Bezugsdisziplinen zeigen, dass (übermäßiger) Medienkonsum der kindlichen Entwicklung schaden kann; aber insbesondere auch, dass Lernprozesse durch digitale Medien unterstützt werden können und dass dies abhängig von Gestaltung und Design der Lernsoftware unterschiedlich gut gelingen kann (5.6.1).

Für die Mathematikdidaktik stellt sich die Frage, ob und wie digitale Medien die Entwicklung mathematischer Kompetenzen positiv beeinflussen können. Erkenntnisse über die Förderung mathematischer Basiskompetenzen im vorschulischen Bereich (vgl. Kapitel 3 und 4) werden nun in Verbindung mit einem Lehren und Lernen mit digitalen Medien gebracht.

Vorteile bei der Nutzung und Handhabung von Touchscreen-Devices werden, insbesondere für Kinder, vielfach hervorgehoben (vgl. 5.5). Konkrete Potenziale und Bedingungen für einen lernförderlichen Einsatz von Tablets sind noch weniger untersucht (Schacter & Booil, 2016). Wirkungsstudien aus verschiedenen Bezugsdisziplinen und Meta-Studien über verschiedene Schulstufen und –fächer hinweg, weisen computergestütztem Unterricht jedoch häufig einen höheren Lernerfolg nach als dem traditionellen Unterricht (vgl. 5.6.1). Im Weiteren werden speziell die Untersuchungen dargestellt, die der Frage nachgehen, ob digitale Lernumgebungen die Entwicklung mathematischer (Basis-)Kompetenzen unterstützen können. Die Perspektive, die sich folgerichtig anschließt, fragt nach Bedingungen für die Gestaltung und nach konkreten Potenzialen und Lernprozessen, die sich beim Einsatz digitaler Lernangebote zur Förderung mathematischer Kompetenzen ergeben.

Wie auch in den *Wirkungsstudien* aus anderen Bezugsdisziplinen werden in der Mathematikdidaktik hauptsächlich quantitative Ansätze gewählt, um Effekte digitaler Medien auf den Lernzuwachs zu untersuchen: "The majority of studies have used traditional quantitative designs in which the 'computer' was the 'treatment'" (Sarama & Clements, 2002, S. 95). In seiner Metastudie fasst Clements (2002) die empirischen Untersuchungen zusammen, die sich mit dem Einsatz von Computern in der frühen mathematischen Bildung (von der Geburt bis Klasse 3) beschäftigen. Sein Ergebnis unterstützt das Fazit, das auch aus mediendidaktischer Perspektive konstatiert wird: „Educational research indicates that there is no single ‚effect' of the computer on mathematics achievement" (ebd., S. 174). Dagegen zeigen sich starke Belege, dass bestimmte Kriterien der digitalen Lernumgebungen, die Einbettung in das Curriculum und der Einfluss der Lehrenden wesentliche Elemente sind, um technische Potentiale voll ausschöpfen zu können (vgl. Clements, 2002).

Eine Wirkungsstudie aus den USA stammt von Schacter und Booil (2016) und weist einen signifikanten Einfluss eigens entwickelter Tablet-basierter Aktivitäten (‚Math Shelf') auf die Zahlbegriffsentwicklung von Kindergartenkindern nach. Untersucht wurden Kinder, die aus einkommensschwachen Familien stammen. Der Kontrollgruppe wurde für den gleichen Zeitraum die Apps zur Verfügung gestellt0Fj, die im Jahr 2014 am häufigsten bei iTunes heruntergeladen und am besten bewertet wurden. Gespielt wurde über sechs Wochen unter Aufsicht von Studierenden; dreimal in der Woche für 10 Minuten. Die eingesetzte App ‚Math Shelf' „first teach the quantities 1 to 5, focusing on subitizing, ordering quantities, one-to-one counting, and matching different quantity representations" (Schacter et al., 2016, S. 77). Die Darstellungen sind an Montessori Materialen angelehnt und zeigen beispielsweise Perlen in einer Reihe, Fingerbilder, Würfelbilder oder Ziffern. Haben die Kinder 48 Aktivitäten im Zahlenraum von 1 bis 5 mit einer Lösungsquote von 80% gemeistert oder bereits im Vortest gut genug abgeschnitten, wurden die selben Inhalte im Zahlenraum von 1 bis 9 bereitgestellt. Schacter et al. (2016) folgern aus dem Ergebnis ihrer Studie, dass die mathematischen Kompetenzen von Kindern aus einkommensschwachen Familien in einer relativ kurzen Zeit durch geeignete Tablet-Aktivitäten verbessert werden können. Jedoch profitieren Kinder mit niedrigem bis keinem Vorwissen weniger:

> Although all Math Shelf children made greater number sense progress than control students, some intervention children learned more than others. Exploratory analyses suggested that preschoolers with little to no number sense knowledge learned less than children who began the intervention with some number sense understanding. (Schacter et al., 2016)

Aufgrund der kleinen Stichprobe (45 Kinder in der Interventionsgruppe) haben diese Resultate der Studie relativ geringe Aussagekraft, können jedoch als Indizien und Anschlusspunkt für Folgeuntersuchungen dienen.

Auch die griechische Forschergruppe um Zaranis kombiniert die wissenschaftlich fundierte Entwicklung eigener Apps mit quantitativen Evaluationsstudien. Diese ausführlicheren Arbeiten setzen unterschiedliche Schwerpunkte. Im Jahr 2013 veröffentlichen Zaranis et al. (2013) die Ergebnisse einer Untersuchung, die einen Vergleich mit traditionellen Lehr- und Lernmedien vorsah. Die digitalen Aufgabenformate zur Förderung mathematischer Kompetenzen wurden für den Einsatz in Kindergärten konzipiert und beinhalten zähl- und zahlbezogene Aktivitäten, die in verschiedenen Stufen vom kontextgebundenen Zählen und Rechnen bis hin zum Zählen und Rechnen mit Symbolen und fehlenden Variablen dargeboten sind. Das Design der digitalen Umgebung ist an die Zielgruppe angepasst und sollte grundsätzlich folgenden Ansprüchen genügen:

> 1) It should be user-friendly so that children can easily handle it without any special assistance from an adult; 2) It should not require any reading and writing knowledge for its use so that it is suitable for the preschool age; 3) It should combine animation and sound. (Zaranis et al., 2013, S. 8)

Die Evaluationsergebnisse weisen auf größere Erfolge der Kinder hin, deren Lernen durch die Tablets unterstützt wurde (ebd., 2013). In einer weiteren Untersuchung zeigt sich ebenso ein Vorteil bei Einsatz digitaler ‚game-based‘ Software zur Unterstützung der Zahlbegriffsentwicklung im Vergleich zur Kontrollgruppe, die dem traditionellen mathematischen Unterricht folgte (Papadakis et al., 2018). Die Experimentalgruppe wurde zusätzlich aufgeteilt, um die Nutzung von Tablets mit dem Desktop-Computer zu vergleichen. Die Kinder, die das Tablet nutzten, zeigten eine signifikant höhere Entwicklung mathematischer Kompetenzen als die Kinder, die den PC zur Verfügung hatten. Diese Ergebnisse lassen Papadakis et al. (2018) annehmen, dass die Besonderheiten eines Tablets, wie Mobilität, intuitive Handhabung durch ‚touching' oder ‚swiping' oder die zeit- und ortsungebundene Verfügbarkeit (vgl. auch Kapitel 5.5), einen positiven Einfluss auf mathematische Lern- und Entwicklungsprozesse haben können. Damit stützen sie die Erkenntnisse aus weiteren Forschungsarbeiten, die sich mit der Affordanz von Tablets und Apps beschäftigt haben (vgl. z. B. Calder, 2015; Milman, Carlson-Bancroft & Boogart, 2014; Moyer-Packenham et al., 2016). Zwei weitere empirische Studien der griechischen Forschergruppe fokussieren auf Addition und Subtraktion einerseits (Zaranis, 2017) und auf Zählen und Rechnen andererseits (Zaranis & Valla, 2017) und stellen jeweils positive Korrelationen zwischen der mathematischen Kompetenzentwicklung und der Integration der eingesetzten digitalen Aufgabenformate fest.

Im amerikanischen Forschungsprojekt ‚Building Blocks' werden analoge, papierbasierte Materialien und computerbasierte Materialien entwickelt und kombiniert eingesetzt (Sarama & Clements, 2004). Die Aktivitäten sind für den Kindergarten bis in Klasse 2 geeignet und orientieren sich an den Standards des National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2002/updated 2010). Neben fachdidaktischen Grundsätzen wurden Erkenntnisse über motivierende und effektive Gestaltung von Software für jüngere Kinder berücksichtigt (Clements & Swaminathan, 1995; Clements, Swaminathan & Nastasi, 1993; Haugland, 2000). Zwischen einem Pretest zu Beginn und einem Posttest zum Ende des Schuljahres wurden die entwickelten Materialien in der Experimentalgruppe eingeführt und verwendet. „Results of this study indicate strong positive effects of the *Building Bloc*ks materials" (Clements & Sarama, 2007, 157f). Angenommen wird, dass auch die digitalen Materialien einen Lernfortschritt unterstützen. Ob und wie sie dies tun, wird aus den quantitativen Ergebnissen jedoch nicht ersichtlich.

Um *Bedingungen einer lernförderlichen Gestaltung*, Potenziale digitaler Angebote oder Lernprozesse genauer zu untersuchen, werden hauptsächlich qualitative Herangehensweisen gewählt. So liefern ergänzende Arbeiten von Sarama (2011) zum Projekt ‚Building Blocks' Hinweise darauf, welche Vorteile die digitalen Materialien haben, um mathematisches Denken anzuregen. Sie nennt ein konkretes Beispiel, das den Vorteil dynamischer Visualisierungen beim Aufbau geometrischer Vorstellungen zeigt: „The software encourages explicit awareness of the geometric motions used in creating a design. Specific tools can allow children to dynamically explore composition and decomposition of shapes" (ebd., S. 365). Nicht nur auf spezifisch mathematische Aktivitäten trifft der Vorteil zu, dass der Arbeitsstand jederzeit gespeichert und zu einem späteren Zeitpunkt wieder aufgerufen werden kann, um ihn zu reflektieren, zu verändern oder fortzusetzen (vgl. ebd.).

Sarama und Clements (2009) arbeiten auf Grundlage ihrer Erfahrungen und Untersuchungen sieben Aspekte heraus, welche im Umgang mit ‚computer manipulatives' förderlich sein könnten. Den Begriff ‚computer manipulatives' verwenden sie, um Darstellungen auf einem Bildschirm von physischem Material (‚physical manipulatives') abzugrenzen. Im Kontext weisen sie auf andere Forschungen hin, welche die Vorteile digitaler Repräsentanten gegenüber physischen Pendants stützen (Brown, McNeil & Glenberg, 2009; Char, 1989; Kaminski, Sloutsky & Heckler, 2009; Uttal, O'Doherty, Newland, Hand & DeLoache, 2009). Da es dennoch wenig Evidenz gibt, ob die identifizierten Potentiale das frühe Mathematiklernen tatsächlich unterstützen, knüpfen Lembrér und Meaney (2016) mit einer qualitativen Untersuchung an, um die spärlich vorliegenden Belege empirisch weiter zu untermauern. Sie analysierten die Handlungen von Vorschulkindern an einer Tablet-App, um herauszufinden, ob die von Sarama und Clements (2009) genannten Aspekte zu identifizieren sind und wie diese das mathematische Denken der Kinder anregen. Die qualitative Interpretation ergab, dass die folgenden vier Potentiale von Sarama und Clements (2009) mathematisches Denken unterstützt haben:

Bringing mathematical ideas and processes to conscious awareness. Durch Verwendung der ‚computer manipulatives' können den Kindern mathematische Ideen und Prozesse bewusster gemacht werden als durch physisches Material.

Encouraging and facilitating complete, precise explanations. Genaue mathematische Erklärungen können durch eine Lernbegleitung während der Beschäftigung mit dem digitalen Material angeregt werden. Lamberty (2007) entwickelte eine Software mit Feedbackfunktion, die – auch ohne Lehrperson – präzise Erklärungen unterstützen soll. Hier bleibt jedoch weiterer Forschungsbedarf, um herauszufinden, wie Educational Apps gestaltet sein sollten, um zu mathematisch exakten Formulierungen anzuregen.

Supporting mental "Actions on Objects". Computergestützte Darstellungen können helfen, mentale Handlungen aufzubauen. So können beispielsweise Zehnerfelder in digitaler Version exakter und frei von ablenkenden und störenden Eigenschaften präsentiert werden. Kinder erkennen bei physischen Zehnerblöcken häufig die einzelnen Elemente und keine Struktur, welche zum Aufbau von Stellenwertvorstellung wesentlich wäre. Mit dem digitalen Material gelänge es besser, Teile zu einem Ganzen zusammenzufügen oder einen ganzen Zehnerblock in einzelne Elemente aufzuteilen.

Recording and replaying student' actions. Sind Aktivitäten an physischem Material beendet, können diese schwer noch einmal nachvollzogen und somit auch weniger gut reflektiert, geändert oder fortgeführt werden.

Anzunehmen ist laut dieser Studie, dass sich grundgelegte Definitionen mathematischen Denkens[3] einerseits und verwendete Apps[4] andererseits auf die Ergebnisse und deren Interpretation auswirkt.

Im Gegensatz zu den bisher genannten Studien nutzen Lange und Meaney (2013) keine speziell konzipierten Educational Apps, sondern untersuchen frei erhältliche Apps für das iPad, die nicht mit einer Lernabsicht entwickelt wurden. In einer qualitativen Analyse untersuchen sie die Beschäftigung von Kindern im Vorschulalter mit verschiedenen Angeboten. Sie zeigen, dass alle gewählten Apps mindestens eine von Bishops (1988)

3 Lembrér und Meaney (2016) stützen sich auf Henningsen und Stein (1997) und Bishop (1988); vgl. Kapitel 2.2

4 Lembrér und Meaney (2016) nutzen eine virtuelle Waage: 'balance game on an interactive table'

sechs mathematischen Kategorien beinhalten (vgl. Kapitel 3.2). Die mathematischen Potenziale werden von den Kindern allerdings nicht immer genutzt, sodass diese meist nur durch eine gemeinsame Beschäftigung und Interaktion mit einer erwachsenen Person zum Tragen kommen. „It cannot be assumed that because a researcher considers an app to use mathematical concepts that children can build on the concepts or make connections to other concepts" (Lange & Meaney, 2013a, S. 2146). Wie auch bei physischem Material, Alltagsgegenständen oder Spielformen, die in ihrer ursprünglichen Form nicht darauf ausgerichtet sind, mathematische Kompetenzen zu fördern, zeigen sich Lernpotenziale hauptsächlich durch Impulse in der Interaktion mit einer erwachsenen Lernbegleitung (vgl. 3.3.3).

Auch in den meisten anderen (genannten) Forschungsarbeiten zeigt sich ein *Einfluss der Lernbegleitung*. Es stellt sich demnach immer die Frage, inwieweit Unterstützungsmaßnahmen und Impulse erwachsener Personen notwendig und sinnvoll sind. Abgesehen von Erklärungen zur technischen Handhabung und der Funktionsweise eines Programms, ist anzunehmen, dass eine Lernbegleitung zum Verständnis der mathematischen Inhalte beitragen kann. Das bestätigt Clements (2002), der einen größeren Nutzen bei Kindern feststellt, wenn die Lehrperson die Aktivitäten am Computer aktiv begleitet. „They are constantly encouraging, questioning, prompting, and demonstrating. Such scaffolding leads children to reflect on their own thinking behaviors and brings higher-order thinking processes to the fore" (Clements, 2002, S. 172). Dieses Ergebnis wird im selben Zuge bis zu einem gewissen Grad relativiert. Eine Balance aus Unterstützung und eigenständigem Handeln der Kinder wird für den Lernprozess als wichtig erachtet. Eine differenzierte Betrachtung je nach Lernstand und Fähigkeiten der Kinder ist angebracht.

> There was some indication, however, that instruction by a teacher was more effective for children just beginning to recognize numerals, but the opposite was true for more able children. Children might best work with such programs once they have understood the concepts; then, practice may be of real benefit. (ebd., S. 162)

Demzufolge kann bei Kindern, die bereits ein grundlegendes Mengen-Zahlen-Verständnis besitzen, zu viel Einfluss durch eine Lernbegleitung sogar hinderlich sein. Bei Lernschwierigkeiten bringt ein rein selbstständiges Nutzen von digitalen, spielerischen Übungsformaten das Lernen weniger voran (Christensen & Gerber, 1990; Sarama & Clements, 2001). Es scheint einsichtig, dass dann erwachsene Unterstützung durch Erklärungen, gegebenenfalls an zusätzlichem Anschauungsmaterial, und verständnisfördernde Nachfragen hilfreich sein können, bis eine eigenständige Nutzung des digitalen Materials möglich und sinnvoll ist.

Die Frage nach der Lernbegleitung lässt sich nicht allgemeingültig beantworten. Auch die Konzeption der Lernumgebung hat Einfluss darauf, ob und inwiefern eine erwachsene Lehrperson unterstützen sollte. Bei einfach und intuitiv bedienbaren Apps sind Erklärungen einer erwachsenen Person grundsätzlich nicht zwingend notwendig. Virtuelle Arbeitsmittel (z. B. virtuelle Stellenwerttafeln oder virtuelles 100er-Feld) oder Lernmedien mit explizitem Werkzeugcharakter (z. B. Mittel zur Speicherung oder Kommunikation) unterscheiden sich wesentlich von intuitiven und von Kindern (grundsätzlich) selbstständig nutzbaren Educational Apps. Solche digitalen Angebote sind weniger für den üblichen Kindergarten- bzw. Familienalltag konzipiert und werden meist in schulisch bzw. unterrichtlich organisierten Settings durch eine Lehrperson eingesetzt (vgl. z. B Etzold, 2015; Lindemann, Kortenkamp & Etzold, 2018; Schulz & Walter, o. J.; Walter, 2018; Wittmann & Müller, 2014). Weitere Forschungsansätze, die spezielle technische Besonderheiten (z. B. die Multitouch-Technologie) in den Blick nehmen (vgl. Ladel & Dimartino, 2014; Ladel & Kortenkamp, 2014; Sinclair & Heyd-Metzuyanim, 2014), werden im vorliegenden Zusammenhang nicht ausführlicher thematisiert.

Möchte man Lernsoftware einsetzen und beurteilen, ist zu beachten, dass die Vielfalt an unterschiedlichen digitalen Anwendungen und Möglichkeiten kaum anhand gleicher Kriterien und Methoden untersucht werden kann. So liegt auch kein einheitlicher Kriterienkatalog zur Evaluation von Apps zur vorschulischen mathematischen Bildung vor. Meist wird bei dementsprechenden Vorschlägen ein schulischer Bezugsrahmen grundgelegt. Niegemann und Niegemann (2018) stellen beispielsweise ein umfassendes „Inventar zur Evaluation von Learning Apps (IzELA)“ vor, das „sich als flexibles Werkzeug zur Befragung der Entwickler oder Anbieter von Experten unterschiedlicher Kompetenzbereiche und „Stakeholder“

(Anspruchsberechtigten) einer Learning App“ (S. 162) versteht. Die dort identifizierten Grobkategorien und Leitfragen können eine Orientierung darstellen, um Educational Apps zu beurteilen. Ergänzend gibt es eine Kategorie ‚Weitere fachdidaktische Kriterien‘, die individuell und nur in Bezug zum jeweiligen Inhalt der App eigenständig befüllt werden sollte. An dieser Stelle können fachdidaktische Studien und Erkenntnisse zu bewährten Förderungskonzeptionen Hinweise auf zu ergänzende Qualitätskriterien geben.

Im folgenden Abschnitt werden zwei ausgewählte digitale Spiel- bzw. Lernumgebungen zur vorschulischen mathematischen Bildung vorgestellt und aus fachdidaktischer Perspektive analysiert.

5.7 Darstellung zweier ausgewählter Apps zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen

„Mobile devices have new attractive features and provide considerable advantages in the teaching of mathematics in kindergarten education“ (Zaranis et al., 2013, S. 1). Dieses Zitat weist auf Besonderheiten mobiler Endgeräte hin, die für die frühe mathematische Bildung nutzbar gemacht werden können. Dargelegt wurden diese bereits ausführlicher im Kapitel 5.5.

Auf dieser Grundlage geben unzählige Apps und Programme das Versprechen, mathematische Lernprozesse anzuregen und zu unterstützen. Bei einer Suche nach den Stichworten ‚Mathe Vorschule‘ erhält man im *Google Play Store* aktuell über 250 Ergebnisse. Dort gelangt man zu einer Auswahl zwischen ‚Mathematik für Kleinkinder‘, ‚Kinder Mathematik‘, ‚Kids Math – Kindergarten‘ und vielen anderen Varianten, die mit ähnlichen Titeln und kindgerechter grafischer Aufmachung der Icons locken. Eine Analyse deutsch- und englischsprachiger Angebote zur mathematischen Frühförderung zeigt jedoch, dass die meisten der untersuchten Apps sowohl aus medien- als auch aus mathematikdidaktischer Sicht ungeeignet erscheinen (Weth, 2014). Auch deshalb fordert Krauthausen (2012) die Expertinnen und Experten aus der Fachdidaktik auf, „mit einer klaren Positionierung gegenüber dem didaktisch fragwürdigen Marktangebot als auch im Hinblick auf die professionelle Entwicklung alternativer, fachdidaktisch zeitgemäßer Modelle und Best-Practice Beispiele“ (S. 50) tätig zu werden. In den letzten Jahren wurde in der Mathematikdidaktik vermehrt Forschungs- und Entwicklungsarbeit in diesem Feld geleistet (vgl. 5.6.2).

Im Folgenden werden zwei Konzeptionen vorgestellt, die aus fachdidaktischer Expertise entstanden sind und die Förderung mathematischer Basiskompetenzen – auch über den Bereich Mengen, Zählen und Zahlen hinaus – vorsehen.

Die Darstellung gliedert sich grob in folgende Abschnitte[5]:

- Die *Allgemeinen Informationen* enthalten Angaben zu Entwicklern, Kosten, Distribution und allgemeiner Konzeption der Software.
- Unter *Aufbau/Navigation* wird die Struktur und die Zusammensetzung der einzelnen App-Bausteine beschrieben und dargelegt, inwiefern die Nutzenden durch die Lernumgebung gelenkt werden.
- Danach werden die *Inhalte* der Konzeptionen (die den Elementarbereich betreffen) im Überblick aufgezeigt.
- Das *Aufgabendesign* innerhalb der digitalen Umgebung wird beschrieben und auf Grundlage aktueller Forschungsergebnisse und bezüglich Eignung für die angesprochene Zielgruppe eingeordnet (vgl. auch Kapitel 5.6).
- Einer genaueren Analyse werden zuletzt *Aufgabenformate zur Anzahlerfassung* unterzogen, da die vorliegende empirische Arbeit diesen Inhaltsbereich fokussiert (vgl. Kapitel 8.3). Formate, die rein auf den ordinalen Zahlaspekt und ein (einzelnes) Abzählen von Elementen abzielen, werden nicht unter diesen Aspekt gefasst.

In einer abschließenden Reflexion werden die beiden Konzepte vergleichend diskutiert (5.7.3).

[5] Die verwendeten Abbildungen sind der App *MaiKe* (Sw-Soft, 2015), der App *Matific* (Slate Science, 2019a) bzw. der entsprechenden Webversion von *Matific* (Slate Science, 2019b) in Form von Screenshots entnommen.

5.7.1 Matific

Allgemeine Informationen

Auf ein umfangreiches Konzept bauen die Apps der *Matific Series* aus dem israelischen Projekt *Slate Math for Kids* auf (Slate Science, 2019a). Das daraus erwachsene Unternehmen hat mittlerweile Sitze in New York, Sydney und Tel Aviv. Entwickelt von einem Team aus Mathematikern, Mathematikdidaktikern und Informatikern, bietet die Software Unterstützung bei mathematischen Entwicklungen und Entdeckungen vom Kindergartenalter ab vier Jahren bis in Klasse 6. Ursprünglich für *Apple* Endgeräte entwickelt, ist mittlerweile auch eine Android-Version im *Google Play Store* erhältlich. Um die App nutzen zu können, muss ein Lehrer-Account unter Angabe von Kontaktinformationen angelegt werden. Dieser kostet nach Ablauf des 30-tägigen Testzugangs 7 € für 12 Monate. In einem zweiten Schritt können Schüler hinzugefügt werden, die sich dann über ihr mobiles Endgerät anmelden und spielen können. Die einzelnen Episoden der App sind zudem unentgeltlich auf der zugehörigen Internetseite verfügbar und können am PC getestet und gespielt werden (Slate Science, 2019b). Allerdings fehlen hier die narrative Struktur und die Navigation, wie sie durch die App erfolgt. *Matific* ist in 26 Sprachen erhältlich, darunter auch eine deutsche Version. Spielbar sind sowohl App als auch Web-Version nur mit Internetverbindung.

Kupferman und Schocken (2013) beschreiben in ihrem Artikel den grundlegenden Ansatz und das Konzept von *Matific*.

> This elaborate body of instructional materials, and the pedagogy behind it, constitute an approach to early-age math education that can be described as *non-nonsense, versatile, object-based, bite-sized, customized,* and *spiral.* (S. 5)

Diese Beschreibung soll auf alle Episoden der App zutreffen, die gegliedert für den Kindergarten und für die Klassen 1 bis 6 zur Verfügung stehen. Die Vorteile eines ‚Object-based learning' werden in diesem Zusammenhang berücksichtigt. Die Entwickler betonen, dass eine haptische Auseinandersetzung mit physischen Gegenständen grundlegend für ein erfolgreiches Begreifen von Mathematik ist und betrachten die digitale

Lernumgebung daher als Ergänzung mit spezifischen Potentialen (ebd., 2013).

Aufbau/Navigation

Die virtuelle Lernumgebung besteht aus einzelnen Episoden bzw. (Mini-)Spielen, die in einer spielerischen und interaktiven Form angeboten werden. Jede Episode ist auf eine Zeitdauer von ca. 5 bis 15 Minuten ausgelegt und besteht aus einem kleinen, inhaltlich abgegrenzten (Lern-)Bereich. Der modulare Aufbau der App macht es möglich, Einzelinhalte durch individuelle Zusammenstellung an Curricula oder Standards anzupassen und in einer Art Bausteinprinzip auf die jeweilige Lernsituation zuzuschneiden (Kupferman & Schocken, 2013). Bei der Entwicklung der Episoden spielt das Spiralprinzip eine entscheidende Rolle. Die mathematischen Inhalte als auch die gestalteten Settings bauen aufeinander auf und kehren mehrmals in ähnlicher Form wieder.

Abb. 5.2 Screenshot: Übersicht in der App Matific

Rufen die Lernenden die App auf ihrem mobilen Endgerät auf, startet zunächst ein Intro mit Bildern und einer Textunterschrift, die von ‚außergewöhnlichen Monstern' und einem ‚Mathemagiker' erzählt (Slate Science, 2019a). Das Ziel des Spiels soll es sein, die Monster durch Lösen von Matherätseln aus verschlossenen Truhen zu erlösen. Zur Auswahl stehen ‚Schulaufgaben', die vorher aus dem Pool von Episoden von der Lehrperson ausgewählt und freigeschaltet werden müssen, und zusätzliche ‚Bonusaufgaben'. Angeordnet sind sie jeweils durchnummeriert auf einem Weg in einer Landkarte (vgl. Abb. 5.2).

Ob die Spiele in dieser vorgegebenen oder in beliebiger Reihenfolge zu spielen sind, kann ebenso im Lehrer-Account voreingestellt werden.

Da die vorliegende Arbeit insbesondere die frühe mathematische Bildung in den Blick nimmt, bezieht sich die folgende Beschreibung und Analyse auf die Episoden für den Kindergarten der aktuellen Web-Version (Slate Science, 2019b).

Inhalte

Die Auswahl der grundlegenden Inhalte orientiert sich nach eigenen Angaben an den Common Core State Standards for Mathematics (NCTM, 2002/updated 2010). Da inhaltlich große Überschneidungen festzustellen sind, ist auch der Bezug zu weiteren Klassifikationsvorschlägen mathematischer Basiskompetenzen erkennbar (vgl. Kapitel 3.2).

Es wird ein deutlicher Schwerpunkt auf ‚Zahlen und Operationen' gesetzt, der durch die große Anzahl an Episoden in diesem Bereich auffällt. Die Überschrift ‚Zahlensystem' beinhaltet über 45 Minispiele zu den Themen Zählen, Zahlen, Anzahl und Zahlenstrahl, Stellenwert und Zahlensequenzen. Die Kategorie ‚Arithmetik' enthält knapp 40 Teilspiele zu Addition, Subtraktion und Sachaufgaben. Die anderen Inhaltsbereiche komplettieren das Spektrum an mathematischen Basiskompetenzen. Unter ‚Größen' finden sich Spiele zu Längen, Zeit, Geld und Masse. Die Episoden zum Thema ‚Brüche' scheinen mit Aufgabenstellungen wie ‚Bedecke $\frac{5}{6}$ von jedem Brot mit Käse von dem Stapel links' für das angegebene Alter sehr anspruchsvoll und sind in dieser Form in den Vorschlägen zur vorschulischen mathematischen Bildung nicht zu finden. Der Bereich ‚Geometrie' wird mit nur zwei Spielen relativ knapp abgebildet. Eines zielt auf die Identifikation von Körpern (Würfel, Zylinder, usw.) und eines auf ‚Lage und Ausrichtung'. Ebene geometrische Figuren finden keine Berücksichtigung, obwohl sie in den CCSS sowie in fast allen anderen

Curricula und Themenlisten enthalten sind. Unter dem Bereich ‚Knobelaufgaben' sind drei weitere Spiele zu Lagebeziehungen ergänzt (vgl. Abb. 5.4). In drei Spielen können Muster ergänzt werden, indem beispielsweise Girlanden vervollständigt werden (vgl. Abb. 5.3). Aufgabenformate zum Themenfeld Daten und Zufall unter dem Begriff ‚Datenanalyse' sind erst ab Klasse 1 vorgesehen.

Aufgabendesign

Ein grundlegendes Prinzip ist die Gestaltung der Minispiele ohne beschönigende Fantasieelemente, die weder mit dem mathematischen Inhalt noch mit der Realität in Zusammenhang stehen. Es werden gebräuchliche Settings, wie ‚Tiere zählen', ‚Perlenketten gestalten' oder ‚Partydekoration', gewählt. Die für die mathematische Aufgabenstellung wesentlichen Abbildungen sind meist durch ein Hintergrundbild hinterlegt (vgl. Abb. 5.3ff). Das setzt vermehrt die Fähigkeiten einer Figur-Grund-Diskriminierung voraus und erschwert Kindern gegebenenfalls die Fokussierung auf die (für die mathematische Aufgabenstellung) wesentlichen Elemente.

Außerhalb der einzelnen Minispiele ist die Rahmenhandlung durch motivierende Elemente ergänzt (eigener Avatar, Abzeichen, die man im Laufe des Spiels erwerben kann, u.Ä.).

Das Design der Aufgaben ist sehr abwechslungsreich. Während einige Aufgabenstellungen intuitiv gestaltet sind, erfordern andere Sprache, um das Ziel des Spiels zu erklären. Erklärungen sind in geschriebener Form zu lesen und sind meistens zusätzlich als Tonaufnahme zum Abspielen hinterlegt.

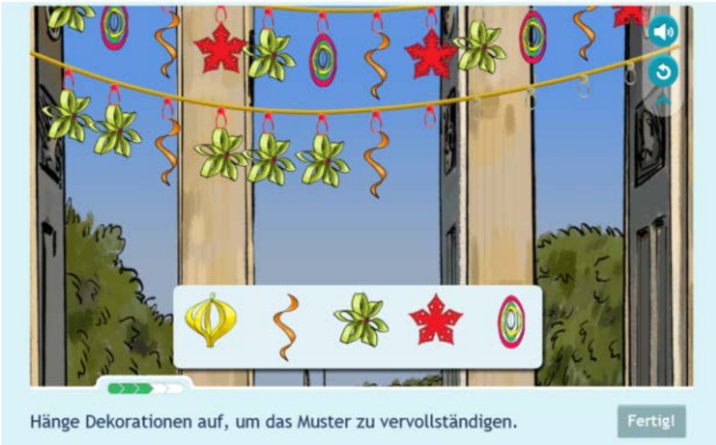


Abb. 5.3 Screenshot: Minispiel Partydekoration

Das Spiel *Partydekoration* (vgl. Abb. 5.3) ist ein gelungenes Beispiel für eine intuitiv verständliche Aufgabenstellung. Die ersten Elemente der Girlande werden durch Animation aufgehängt und weitere Elemente stehen bereit, um die Girlande fertigzustellen. Die geschriebene Anweisung ‚Hänge Dekorationen auf, um das Muster zu vervollständigen' steht ergänzend unter dem Bild, ist aber nicht zwingend notwendig. Solche selbsterklärenden Arbeitsanweisungen sind nicht durchgängig gelungen.

Abb. 5.4 Screenshot: Minispiel Spielzeug in das Regal stellen

Im Spiel *Spielzeug in das Regal stellen* ist es ohne Lesekompetenzen unmöglich, die schriftlichen Anweisungen zu verstehen und umzusetzen (vgl. Abb. 5.4). Die Textlastigkeit zeigt sich über die meisten Spiele hinweg. Buttons wie ‚Fertig!' oder ‚Erneut ansehen' sind beschriftet und vermutlich erst nach mehrmaliger Beschäftigung mit der App intuitiv bedienbar. Arbeitsanweisungen sind in Textform angegeben, schriftliche Rückmeldungen zumindest mit Bildchen, Animationen und Sounds unterstützt. Die Möglichkeit der auditiven Wiedergabe von Aufgabenstellungen wurde teilweise, aber nicht durchgängig, umgesetzt.

Bei sehr vielen Spielen ist die Kenntnis geschriebener Ziffern grundlegende Voraussetzung (s. unten). Darüber hinaus sind Gleichungen in Symbolschreibweise gegeben bzw. zu ergänzen. Diese Spiele sind hauptsächlich auf das Üben erster Rechenfertigkeiten ausgerichtet.

Abb. 5.5 Screenshot: Rückmeldung Matific

Am Ende jeder Miniepisode erhält man eine Rückmeldung in Form von 0 bis 5 Sternen, einer geschriebenen Botschaft (z. B. ‚Mach weiter', ‚Gut' oder ‚Superfantastisch') und einer Feuerwerks-Animation mit Sound (vgl. Abb. 5.5). Außerdem gibt es die Möglichkeit das Spiel zu wiederholen.

Aufgabenformate zur Anzahlerfassung

Der Bereich *Zahlensystem* beinhaltet Aufgaben zum Ziffernschreiben, zu Eins-zu-Eins-Zuordnungen oder zu ersten Additions- oder Subtraktionsaufgaben am Zahlenstrahl. Der Teilbereich ‚Zählen' beinhaltet 21 Minispiele. Davon werden vier Aufgabenformate vorgestellt, die eine quasi-simultane bzw. strukturierte Anzahlerfassung anregen könnten. Die übrigen Spiele sind meist (nur) durch ein einzelnes Abzählen der Objekte zu lösen und fokussieren damit rein auf den ordinalen Zahlaspekt, Zählen und die Zahlwortreihe.

Im Minispiel *Entdecke die Erdmännchen* ist zu Beginn eine leere Landschaft mit Play-Button zu sehen. Wird dieser gedrückt, erscheinen ca. eine Sekunde lang bis zu sechs Erdmännchen (vgl. Abb. 5.6), die dann sofort wieder verschwinden.

Abb. 5.6 Screenshot: Minispiel *Entdecke die Erdmännchen*

Am unteren Bildschirmrand sind die Ziffern 1 bis 13 und die Frage: ‚Wie viele Erdmännchen hast Du gesehen?' eingeblendet. Die Aufgabenstellung wird zusätzlich akustisch wiedergegeben.

Nun gibt es die Möglichkeit, sich die Animation wiederholen zu lassen oder eine Ziffer zu wählen. Wird die korrekte Anzahl angeklickt, erscheint eine Sternchen-Animation mit Sound und es kann mit der nächsten Aufgabe fortgefahren werden. Wählt man die falsche Anzahl, ertönt ein anderer Sound, die Zahlenreihe schwankt hin und her, bevor der gleiche Bildschirm auf eine nächste Reaktion wartet. Nach dem dritten Fehlversuch erscheinen die Erdmännchen erneut und werden automatisch mit Ziffern durchnummeriert. Die korrekte Lösung erscheint in der Reihe unten vergrößert. Mit einem Pfeil in der unteren rechten Ecke des Bildes gelangt man zur folgenden Aufgabe; insgesamt stehen fünf Aufgaben dieser Art zur Verfügung.

In der Aufgabenbeschreibung ist die Fähigkeit, die mit diesem Spiel gefördert werden soll mit ‚bis 6 schnell zählen' beschrieben. Da die Erdmännchen gleichzeitig und in zufälliger und unstrukturierter Form erscheinen, ist ein schneller Zählvorgang tatsächlich die naheliegende Lösungsstrategie. Animationen, die eine kurze Präsentationsdauer der zu bestimmenden Menge vorsehen, können jedoch auch dazu anregen, Objekte zu strukturieren und die Anzahl quasi-simultan zu erfassen (vgl. auch Kapitel 4). Die unstrukturierte Darbietung ist jedoch nicht darauf ausgelegt, bestimmte Strukturen (z. B. Kraft der 5) explizit auszunutzen.

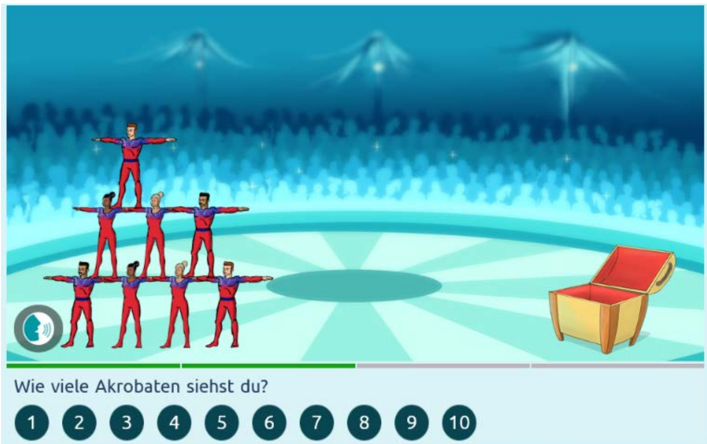


Abb. 5.7 Screenshot: Minispiel *Saltos*

Das Minispiel *Saltos* beschäftigt sich mit ‚Zahlen bis 10'. Bis zu zehn Akrobaten springen nacheinander aus einer Kiste und formieren sich in vorgegebener Form 4 – 3 – 2 – 1, d. h. in der ersten Reihe stehen vier Akrobaten, in der zweiten drei, usw. (vgl. Abb. 5.7). Die Aufforderung an die Kinder lautet: ‚Wie viele Akrobaten siehst du?'. Nach drei Fehlversuchen werden die Personen, ähnlich wie bei den Erdmännchen, durchnummeriert und die korrekte Anzahl wird in der Reihe unten angezeigt. Im Gegensatz zu *Entdecke die Erdmännchen* haben die Kinder unbegrenzt Zeit, sich die Formation anzusehen, die Akrobaten zu zählen oder eine Struktur in der Darstellung zu finden, um diese zur Anzahlbestimmung zu nutzen. Jedoch wird auch hier die eher unkonventionelle Struktur der Zehn als Dreieckszahl genutzt, die keinen Bezug zu einer 5er- oder 10er-Struktur aufweist.

Die beiden Minispiele *Frei wie ein Vogel* sind die einzigen Aufgabenformate, in denen ein Zehnerfeld zur Strukturierung zum Einsatz kommt.

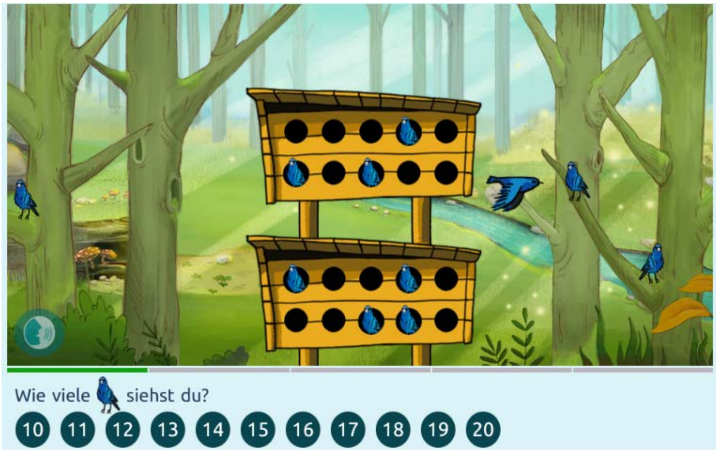


Abb. 5.8 Screenshot: Minispiel *Frei wie ein Vogel 1.1*

In der ersten Version des Spiels ist das Ziel wie folgt angegeben: ‚Bilde eine zehn' (vgl. Abb. 5.8). Zwei Vogelhäuser in 10er-Struktur sind vorgegeben. Die Vögel, deren Anzahl bestimmt werden soll, sind teilweise (und unstrukturiert) in dem Vogelhaus sowie außerhalb in der umgebenden Landschaft dargestellt. In unregelmäßigen Abständen fliegen einzelne Vögel von einem Ast zu einem anderen, was das einzelne Abzählen aller Vögel erschwert. Alle Vögel können durch Drag and Drop umhergeschoben und in den Vogelhäusern eingeordnet werden. Ob und wie strukturiert wird, bleibt zunächst dem Nutzer überlassen. Wird dreimal die falsche Anzahl ausgewählt, fliegen alle Vögel in freie Lücken des Vogelhauses und die korrekte Anzahl wird eingeblendet. Nicht immer wird dabei in – für die Arbeit mit didaktischem Material – üblicher Art und Weise strukturiert (vgl. Abb. 5.9).

Abb. 5.9 Screenshot: Minispiel *Frei wie ein Vogel 1.2*

In der zweiten Version von *Frei wie ein Vogel* geht es laut Entwickler um ein ‚Zählen von 10 bis 20' (vgl. Abb. 5.10). Ein Vogelhaus ist komplett, also mit zehn Vögeln, besetzt. Die zusätzlichen Vögel sind in unstrukturierter Form im zweiten Vogelhaus angeordnet und können in diesem Fall auch nicht bewegt bzw. umgeordnet werden.

Ziel ist es, die genaue Anzahl der Vögel zu bestimmen. Nach drei Fehlversuchen ist diesmal zusätzlich zur korrekten Lösung die Anzahl (10) zum voll besetzten Vogelhaus angegeben. Die darüber hinaus im zweiten Vogelhaus sitzenden Vögel sind durch die Zahlen 11, 12, usw. fortlaufend durchnummeriert (vgl. Abb. 5.11).

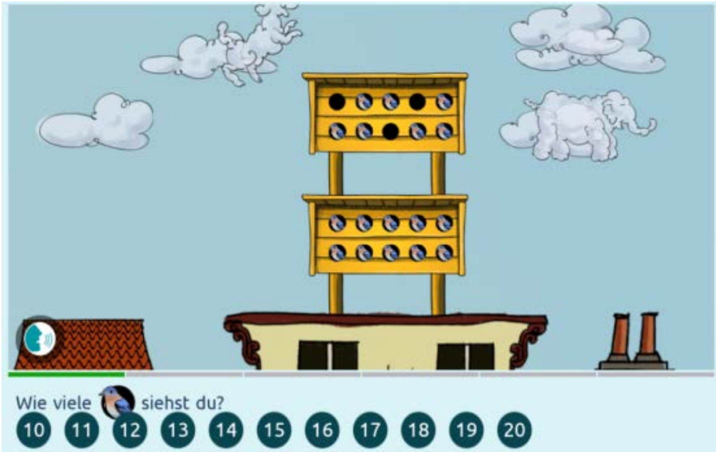


Abb. 5.10 Screenshot: Minispiel *Frei wie ein Vogel 2.1*

Abb. 5.11 Screenshot: Minispiel *Frei wie ein Vogel 2.2*

Mehr noch als in der ersten Version wird so auf die 10er-Struktur fokussiert. Die beschriebene Rückmeldung legt die Strategie nahe, das 10er-Feld als Ausgangspunkt für ein Weiterzählen zu nutzen, weniger jedoch, die Anzahl der Vögel im zweiten 10er-Feld durch andere Arten der Quasi-Simultanerfassung zu bestimmen.

5.7.2 MaiKe

Allgemeine Informationen

Während die Aufgabenformate für Kindergartenkinder im Gesamtkonzept *Matific* nur einen verhältnismäßig kleinen Teil ausmachen, wurde *MaiKe* (*Ma*thematik *i*m *K*indergarten *e*ntdecken) gezielt zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen im vorschulischen Bereich entwickelt. Die Konzeption der App orientiert sich an „anschlussfähigen, mathematischen Grundideen und wesentlichen (prädikativen) Kompetenzen“ (Steinweg & Weth, 2014, S. 1168). Im *Google Play Store* sind eine kostenlose Testversion und eine Vollversion zum Download für 2,78 € verfügbar, die nach Installation (auf einem mobilen Endgerät) auch ohne Internetverbindung genutzt werden können. Werbung sowie Folgekosten treten nicht auf.

Auf der zugehörigen Webseite als auch in ersten Veröffentlichungen (Steinweg, 2016; Steinweg & Weth, 2014; Sw-soft, 2018; Weth, 2014) sind fachdidaktische Grundsätze zur Gestaltung sowie Struktur und Konzeption der App nachzulesen. Unter Design-Prinzipien werden dabei vier Leitlinien gefasst, welche mathematikdidaktische und entwicklungspsychologische Standards berücksichtigen:

- voraussetzungsfreier Zugang
- fundamentale mathematische Inhalte
- mathematisch sinnvolle Abbildungen
- mathematische Korrektheit

Die folgende Beschreibung mit Screenshots bezieht sich auf die aktuelle Vollversion der App (Sw-soft, 2015). Die Analyse zeigt, inwiefern die genannten Design-Prinzipien beachtet und umgesetzt wurden.

Aufbau/Navigation

Ein voraussetzungsfreier Zugang wird durch kindgerechte und intuitive Bedienung, die ohne (gesprochene oder geschriebene) Sprache auskommt, umgesetzt. Das beginnt mit einer einfachen und intuitiven Navigation durch die App. Als Folge von sechs ‚Welten‘ gelangen die Kinder im Spiralprinzip von der ersten ‚Strand-Welt' bis hin zu den ‚Dinosauriern' in der letzten Welt (vgl. Abb. 5.12).

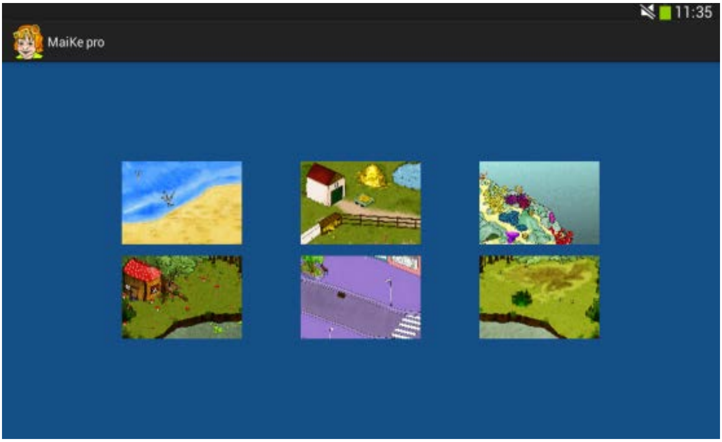


Abb. 5.12 Screenshot: *MaiKe* Weltenansicht

Jede der sechs Welten besteht aus zehn Spielen, die wiederum sechs bis zehn Aufgaben gleichen Inhalts beinhalten. Die komplette Lernumgebung besteht demnach aus 60 Spielen und 480 Einzelaufgaben. Eine Komplettübersicht der App-Struktur mit Screenshots der einzelnen Spiele ist im Anhang zu finden (vgl. Anhang A). Während innerhalb der Aufgaben auf zusätzliche Illustrationen verzichtet wird, werden die Bilder auf Weltenebene als extrinsischer Motivationsfaktor genutzt. Jedem Spiel ist ein Mosaikbaustein des gesamten Weltenbildes zugeordnet, der nach Ende des Spiels – je nach Lösungsquote – nicht, teilweise oder ganz bunt erscheint.

In der folgenden Abstufung der Lösungsquoten werden die Bilder der Weltenebene eingefärbt:

- über 85% bunt
- 85%-65% 1/3 grau; 2/3 bunt
- 64%-45% 2/3 grau; 1/3 bunt
- unter 45% grau

Die Abbildung 5.13 zeigt die 2. Welt, in der bereits vier Spiele gespielt wurden.

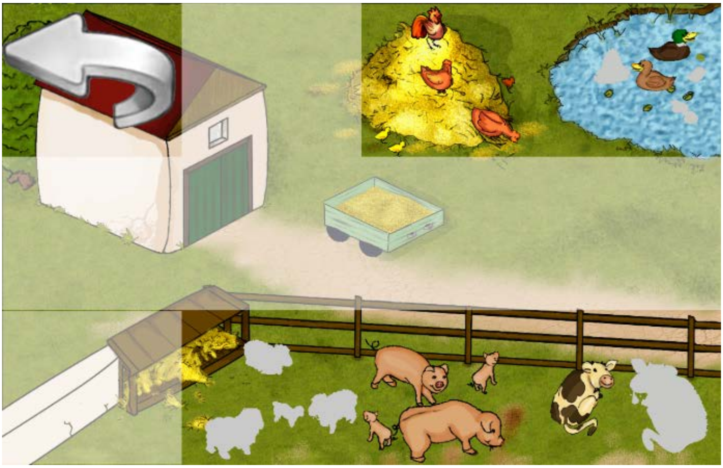


Abb. 5.13 Screenshot: Welt 2 *Bauernhof*

Die dazugehörigen Bildteile sind Hühner, Enten, Kühe und Schweine. Je nach Einfärbung wird visuell deutlich, wie ‚gut' die Aufgaben des Spiels bereits gelöst wurden. Der Ausschnitt des folgenden Spiels ist noch komplett grau hinterlegt. Die lineare Navigation durch die einzelnen Welten und Spiele leitet die Kinder intuitiv durch die digitale Umgebung. Ein Überspringen einzelner Teile ist zunächst nicht möglich. Bereits gespielte Spiele können jederzeit wiederholt werden, wobei die (teilweise) noch grauen Bilder Anreiz zur wiederholten Beschäftigung der entsprechenden Spiele geben. Dieses motivierende Feedback soll die Kinder dazu anregen, Spiele zu wiederholen, die sie im ersten Durchlauf noch nicht hinreichend gut gelöst haben.

Inhalte

Die Aufgaben der App bilden fundamentale mathematische Inhalte ab, die nachgewiesen prädiktiv für Leistungen in den ersten Schuljahren sind (vgl. auch Kapitel 2.1). Aus entwicklungspsychologischer Sicht zeigt Dornheim (2008), welche Kompetenzen Einfluss auf spätere Schulleistungen haben. Im Wesentlichen zählen dazu die Bereiche ‚Vorwissen über Zahlen und Zahlsymbole', ein ‚konzeptuelles Mengenverständni's und ‚räumliche Intelligenz', die in der App durch geeignete Aufgabenstellungen repräsentiert werden (vgl. Weth, 2014). Grob lassen sich die Spiele den inhaltlichen Bereichen ‚Zahlen und Operationen', ‚Geometrie', ‚Größen' und ‚Muster und Strukturen' zuordnen.

Aufgabendesign

Auf Spielebene werden durchweg mathematisch sinnvolle Abbildungen genutzt, die den Aufbau mentaler Vorstellungen stützen. Damit einher geht der bewusste Verzicht auf verzierende, vom Inhalt ablenkende Elemente. Die Hintergründe sind bewusst einfarbig gehalten, um den Fokus auf die Abbildungen zu lenken, die für die mathematische Aufgabenstellung wesentlich sind. Der Spielaufbau wiederholt sich in vielen Spielen und variiert, je nach Aufgabenstellung, nur leicht.

Abb. 5.14 Screenshot: Welt 3 Spiel 6

Das in Abbildung 5.14 dargestellte Spiel ist das sechste Spiel der dritten Welt. Die Zuordnung der jeweiligen Welt wird innerhalb des Spiels an der Bildleiste am oberen Rand des Screens deutlich. Dort wird auch ersichtlich, in welchem der zehn Spiele man sich befindet. Die Fortschrittsleiste darunter zeigt den Spielfortschritt während des Spiels an. Zu Beginn noch rot gefärbt, ändert sich die Länge des Balkens und die Farbe wird orange, gelb und letztendlich grün.

Der Aufbau der meisten Spiele ist – wie auch in diesem Beispiel – durch eine Dreiteilung des Bildschirmes vordefiniert. Auf der rechten Seite ist eine Darstellung, in diesem Fall die Hälfte eines Schmetterlings, gegeben. In der Mitte werden Lösungsmöglichkeiten präsentiert, die mit Wischbewegungen über den ganzen Bildschirm bewegt werden können. Für nicht-passende Lösungen steht auf der linken Seite des Bildschirms ein Mülleimer bereit. Passende Lösungen (in dem Fall die Schmetterlingshälfte(n), die den Schmetterling zu einer symmetrischen Figur ergänzen) verschwinden, wenn sie auf die rechte Seite geschoben und losgelassen werden.

Wird eine passende Lösung zum Mülleimer bzw. eine nicht-passende nach rechts verschoben und losgelassen, springt diese an ihren Ursprungsort in der Mitte zurück. Sind alle Lösungsmöglichkeiten korrekt zugeordnet worden, erscheint die nächste Aufgabe. Das beschriebene Feedback informiert im Sinne eines KOR (knowledge-of-response) darüber, ob der Versuch bzw. die Antwort ‚richtig' oder ‚falsch' ist (vgl. 5.6.1). Es sind unbegrenzt viele Fehlversuche möglich bis die korrekten Lösungen gefunden sind (AUC-Feedback; answer-until-correct).

Die Anzahl der Fehlversuche bestimmt, inwieweit das zugehörige Bild in der Weltenübersicht bunt eingefärbt wird bzw. grau belassen bleibt (vgl. Abb. 5.13).

Beispielhaft illustriert die folgende Abbildung (Abb. 5.15) des Spiels zum Fortsetzen von Mustern einen anderen Aufbau als die gewohnte, beschriebene Dreiteilung. Die Objekte können in diesem Fall in vorgegebene Lücken eingepasst werden. Dieser Aufbau wird z. B. genutzt, um Objekte der Größe nach zu ordnen oder Zahlenreihen zu vervollständigen.

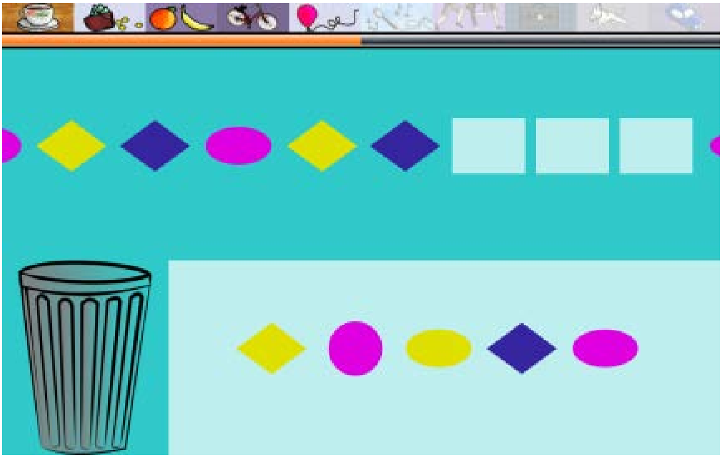


Abb. 5.15 Screenshot: Welt 5 Spiel 5

Vereinzelt gibt es noch weitere Varianten (vgl. z. B. Abb. 5.16). Der Grundsatz der intuitiven und ohne Sprache auskommenden Aufgabenstellung wird jedoch durchweg eingehalten.

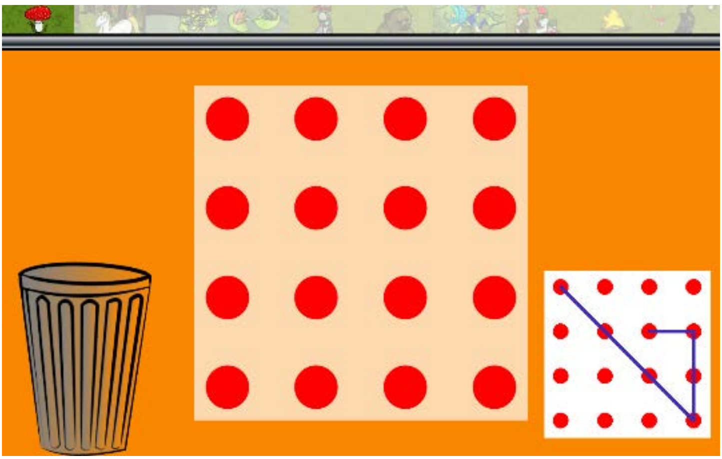


Abb. 5.16 Screenshot: Welt 4 Spiel 1

Im Spiel *Muster nachzeichnen* wird eine Animation eingesetzt, die ein Linienmuster in einer kleinen 4x4-Matrix vorzeichnet und somit die Aufgabenstellung vorgibt (vgl. Abb. 5.16).

Die Kinder können dieses Muster in der vorgegebenen größeren Matrix nachzeichnen.

Die grundlegenden Spielideen der App kehren mehrmals in steigendem Schwierigkeitsgrad wieder. Ist beispielsweise der Zahlenraum anfangs auf Mengen mit bis zu 5 Elementen beschränkt, wird er ab der zweiten Welt auf Mengen mit bis zu 10 Elementen erweitert. Musterfolgen werden im Spielverlauf abstrakter, geometrische Formen vielseitiger und Größenvergleiche zunehmend präzise.

Zusätzliche dynamische Elemente werden nicht nur als erklärende Elemente genutzt, sondern können zur Aufgabenvariation eingesetzt werden oder die Anforderungen zusätzlich steigern (vgl. auch *Aufgabenstellungen zur Anzahlerfassung*).

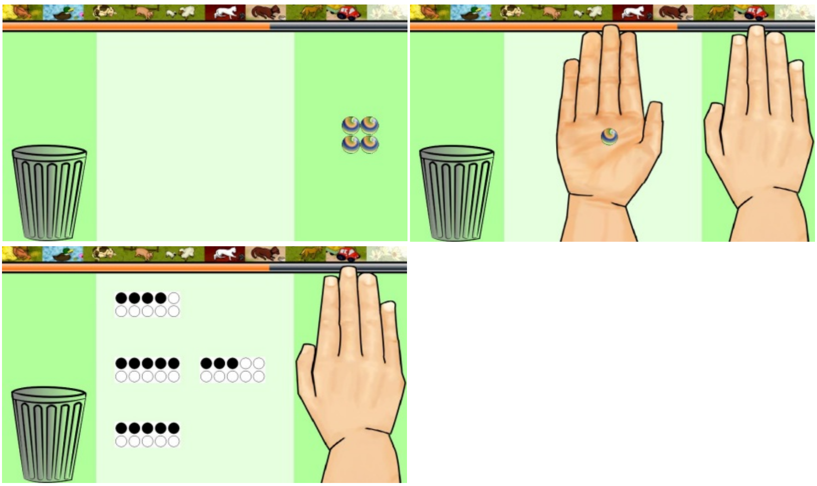


Abb. 5.17 Screenshot: Welt 2 Spiel 9

In den Spielen zur verdeckten Addition bzw. Subtraktion wird beispielsweise eine Anzahl an Murmeln von einer Hand verdeckt (vgl. Abb. 5.17, Bild oben links).

Eine zweite Hand bringt weitere Murmeln dazu oder nimmt Murmeln wieder weg (vgl. Abb. 5.17, Bild oben rechts). Lösungsmöglichkeiten werden im Anschluss, wie gewohnt, in der Mitte präsentiert (vgl. Abb. 5.17, Bild unten).

Ohne Ziffern oder symbolische Schreibweisen entdecken die Kinder spielerisch erste Additions- und Subtraktionsaufgaben. Auf Symbolsprache wird bei Rechenaufgaben komplett verzichtet. Eine Beschäftigung mit Ziffern wird in einem Spiel der Welt 3 erstmals in Verbindung mit Mengen bis 5 Elementen, später (ab Welt 4) mit bis zu 10 Elementen und zuletzt (ab Welt 5) auch in reiner Form (z. B. Ziffernfolge fortsetzen und ergänzen) angeregt.

Aufgabenformate zur Anzahlerfassung

Das ordinale Zahlverständnis wird bei Spielen zur Ergänzung von Zahlenfolgen aus Würfelzahlen, Zehnerfeldern oder zuletzt auch Ziffern, berücksichtigt. Diese Aufgabenformate können auch unter den Aspekt ‚Muster' gefasst werden. Aufgrund des Forschungsschwerpunktes stehen nun wieder Spiele im Fokus, die zur strukturierten bzw. quasi-simultanen Anzahlerfassung anregen.

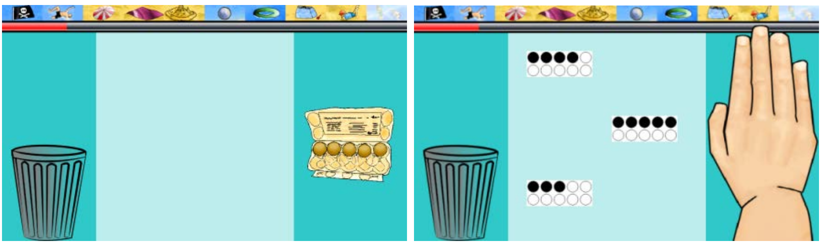


Abb. 5.18 Screenshot: Welt 1 Spiel 9

Die insgesamt 18 Spiele in diesem Bereich variieren durch unterschiedliche Darstellungsformen (10er-Feld und 10er-Eierschachtel, Finger- oder Würfelbild). Ab der dritten Welt werden Mengendarstellungen auch mit Ziffern kombiniert. Die Elemente in den Zehnerfelddarstellungen sind meist in üblicher Form strukturiert (vgl. Abb. 5.18), vereinzelt aber auch unstrukturiert bzw. nicht in standardisierter Weise strukturiert dargestellt (vgl. Abb. 5.19, Eierschachtel).

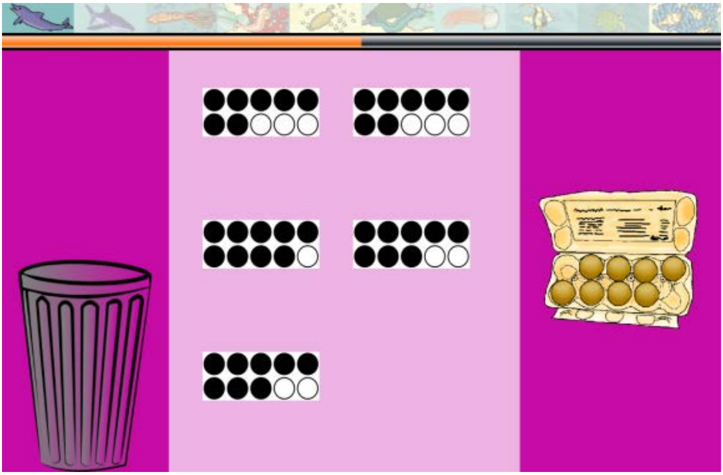


Abb. 5.19 Screenshot: Welt 3 Spiel 1

Aufgabenformate mit dynamischer Handanimation legen den Fokus auf das schnelle Erfassen strukturierter Mengen. Die Mengendarstellung auf der rechten Seite ist in diesen Fällen immer in standardisiert strukturierter Form vorgegeben und ca. zwei Sekunden zu sehen, bevor sie durch eine Hand verdeckt wird.

Im Falle des neunten Spiels in der ersten Welt wird ein Eierkarton mit einer strukturierten Anzahl an Eiern bis 5 verdeckt (vgl. Abb. 5.18, Bild 1). Die anschließend erscheinenden Lösungsmöglichkeiten in der Mitte müssen nun zur verdeckten Hand geschoben werden (vgl. Abb. 5.18, Bild 2). Eine Wiederholung der Animation ist durch Tippen auf die Hand, so oft wie gewünscht, möglich.

Ab der zweiten Welt wird der Zahlenraum auf 10 erweitert. Das erste Spiel der dritten Welt sieht einen Vergleich einer unstrukturierten Darstellung im Eierkarton rechts mit strukturierten Darstellungen in Zehnerfeldern vor (vgl. Abb. 5.19).

Das Spiel 8 derselben Welt fordert die Kinder auf, die passende(n) Fingerbilddarstellung(en) zu einem strukturierten Zehnerfeld zu finden (vgl. Abb. 5.20).

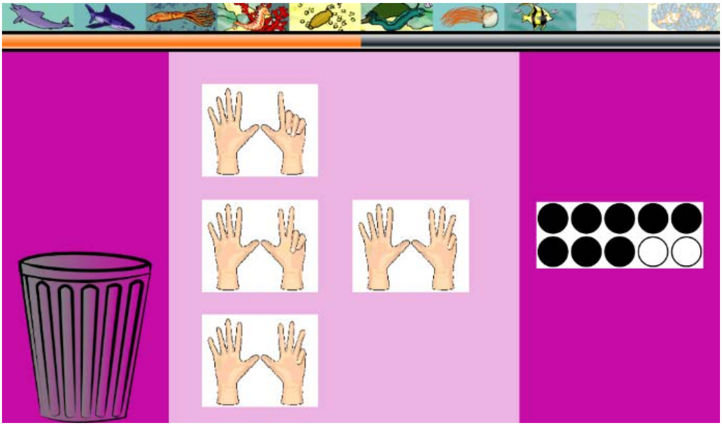


Abb. 5.20 Screenshot: Welt 3 Spiel 8

Die Gesamtzahl der Punkte bzw. Finger muss nicht zwingend exakt bestimmt werden. Wenn beispielsweise eine Hand (mit fünf Fingern) mit der vollen 5er-Reihe in Verbindung gebracht werden kann, genügt es, die übrigen Punkte (in diesem Fall 3) der unteren Reihe zu bestimmen (z. B. simultan oder durch ein einzelnes Abzählen), um so das passende Fingerbild zu finden. Die Spiele, die einen Vergleich von Mengendarstellungen vorsehen, machen auch Lösungsstrategien im Sinne eines Gestaltvergleichs möglich.

Spätestens bei der Zuordnung von Ziffern ist eine exakte Anzahlbestimmung notwendig (vgl. Abb. 5.21), die wiederum durch unterschiedliche Strategien (z. B. quasi-simultan oder durch Abzählen) erfolgen kann.

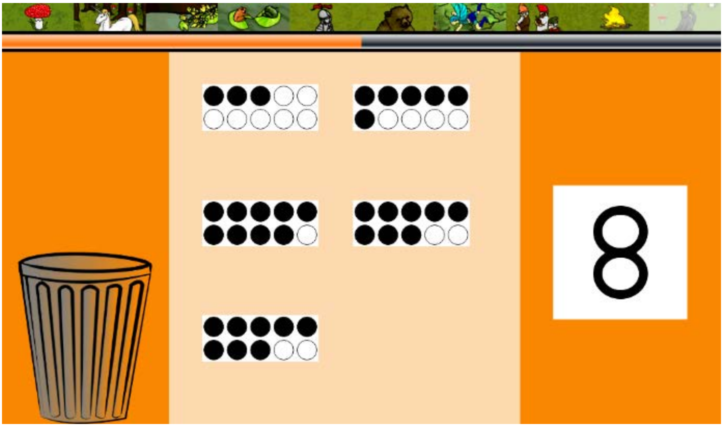


Abb. 5.21 Screenshot: Welt 4 Spiel 9

5.7.3 Vergleichende Diskussion der Apps

In der folgenden Zusammenfassung werden Unterschiede und Gemeinsamkeiten der digitalen Lernumgebungen *Matific* und *MaiKe* gesondert hervorgehoben und vergleichend diskutiert.

Allgemeine Informationen

Matific ist auf beiden gängigen Plattformen von *Google* und *Apple* verfügbar, während *MaiKe* nur auf Android Geräten spielbar ist. Die Installation von *Matific* gestaltet sich weitaus komplexer, da zunächst Benutzerkonten angelegt und eingerichtet werden müssen. Die Kosten sind höher und jährlich zu entrichten. Die einzelnen Miniepisoden aus *Matific* sind jedoch auch im Internet zugänglich und können am PC kostenfrei getestet werden.

Aufbau, Navigation

Umso komplexer die Navigationsstrukturen durch eine Lernumgebung, desto schwieriger wird die Umsetzung ohne sprachliche Elemente. Bereits die Anmeldung bei *Matific* stellt Kindergartenkinder durch das erforderliche Eintippen von Benutzernamen und Passwort vor Schwierigkeiten. Auch die Navigation durch die App ist textlastig, formal und anspruchsvoll und kaum für eine selbstständige Beschäftigung geeignet.

Aufgabenanweisungen sind nicht immer intuitiv, wodurch eine Unterstützung durch Text notwendig wird, der jedoch meistens als Tonaufnahme abgespielt werden kann. Dennoch scheint dieser Zugang in Anbetracht der Zielgruppe an einigen Stellen komplex und ungeeignet. Ein voraussetzungsloser Zugang, der in *MaiKe* unter anderem durch eine lineare Navigationsstruktur umgesetzt ist, scheint vorteilhafter. Die Kinder werden – auch bei einer selbstständigen Nutzung – im Sinne des Spiralprinzips automatisch zuerst mit den leichteren und dann mit immer anspruchsvolleren Aufgaben konfrontiert. Bereits erfolgreich gespielte Spiele können jederzeit wiederholt werden. Die modularisierte Struktur von *Matific* hat den Vorteil, dass einzelne Bausteine nach Lernstand oder Situation adaptiv zusammengestellt werden können. Um diese Funktionalität voll auszunutzen, ist eine enge Begleitung des Lern- und Spielprozesses durch Lehrkräfte bzw. Erziehende erforderlich. Diese sollten diagnostisches und fachdidaktisches Wissen mitbringen, um die Kinder begleiten und um auf den Lernstand abgestimmte Episoden vorgeben zu können.

Feedback geben beide Konzeptionen auf unterschiedliche Art. Motivierende Feedback-Arten „beziehen sich vor allem auf die Bewertung des Lernergebnisses [...] und dienen nicht primär dazu, Informationen über die Richtigkeit der Lösung einzelner Aufgaben oder Aufgabenschritte zu liefern“ (Narciss, 2006, S. 19). Diese Funktion übernimmt das Feedback auf *MaiKes* Weltenebene, das durch die partielle Einfärbung der Bilder dazu anregt, Spiele zu wiederholen, die zunächst mit mehr Fehlversuchen absolviert wurden. *Matific* realisiert eine extrinsische Motivation durch Sterne, Botschaften und Animationen am Ende jeder Episode. Die Rückmeldung in Form von Sternen kann zum wiederholten Spielen anregen, um die volle Sternenanzahl zu erreichen. Dieses Feedback ist jedoch im weiteren Spielverlauf weniger präsent als die Weltenübersicht in *MaiKe*. Die schriftlichen Mitteilungen sind für Kindergartenkinder kaum sinnvoll.

Inhalte

Inhaltlich orientieren sich beide Ansätze an grundlegenden mathematischen Inhalten. Die Entwickler von *Matific* beziehen sich hauptsächlich auf die Common Core State Standards of Mathematics (NAEYC & NCTM, 2002/updated 2010), die auch Steinweg und Weth (2014) bei der Konzeption von *MaiKe* berücksichtigen. *MaiKe* fokussiert in den Aufgabenformaten insgesamt stärker auf nachgewiesene prädikative Kompetenzen. Beide Lernumgebungen setzen einen Schwerpunkt im Bereich ‚Zahlen und Operationen', der bei *Matific* noch stärker ausgeprägt ist. Von den zahlreichen Miniepisoden zu ‚Zahlensystem' und ‚Arithmetik' heben die meisten das Zählen und den ordinalen Zahlaspekt hervor. In *MaiKe* zeigt sich wesentlich deutlicher die Berücksichtigung strukturierter Mengendarstellungen in Fünfer- und Zehnerstruktur, die zum Aufbau eines kardinalen Verständnisses und zur Förderung eines Teile-Ganzes-Konzepts beitragen können (vgl. Kapitel 4). Der Umgang mit Ziffern ist ein entscheidender Unterschied zwischen den beiden Konzeptionen. Während die Kenntnis von Ziffern und formalen Schreibweisen in *Matific* grundlegende Voraussetzung ist, werden in *MaiKe* Ziffern Schritt für Schritt und zunächst nur in Verbindung mit Mengendarstellungen eingeführt. Diese sukzessive Einführung von Ziffern, zunächst im Zahlenraum bis 5 und in Verbindung mit strukturierten Mengendarstellungen, ist für die Zielgruppe von Kindergartenkindern geeigneter. Nahezu alle Aufgabenvarianten von *Matific* in den Bereichen ‚Zahlensystem' und ‚Arithmetik' setzen gesicherte Ziffernkenntnis voraus. Kinder, die diese (noch) nicht besitzen, scheitern hier. Zudem gibt es – im Gegensatz zu *MaiKe* – dann auch kaum Aufgabenformate, die die strukturierte Anzahlerfassung, beispielsweise durch einen Vergleich von Mengendarstellungen, fördern könnten.

Die Berücksichtigung weiterer Inhaltsbereiche fällt in *Matific* verhältnismäßig gering aus. Zwei Spiele im Bereich ‚Geometrie' bilden die Facette für die vorschulische mathematische Bildung nicht vollständig ab. Auch ‚Muster und Strukturen' sind im Vergleich unterrepräsentiert. *MaiKe* enthält dagegen Spiele zu geometrischen Formen der Ebene, zu Symmetrie, Tangrams und Körperbauten sowie zum Muster fortsetzen und nachzeichnen. Lagebeziehungen werden in *Matific* stärker hervorgehoben, erfordern in den betreffenden Spielen allerdings text- bzw. sprachlastige Anweisungen. *Matific* integriert die Größenbereiche Zeit, Geld und Masse vereinzelt, während diese in *Maike* nicht zu finden sind. Aufgabenformate zu Daten, Wahrscheinlichkeit und Zufall sind in beiden Konzeptionen nicht enthalten.

Aufgabendesign

Die oben dargestellten Spiele geben einen Einblick in das Aufgabendesign der Apps. In beiden Konzeptionen wurden die mathematischen Inhalte korrekt und unterstützt durch verschiedene technische Möglichkeiten aufbereitet. Die virtuellen Darstellungen sind laut Entwickler beider Apps auf Elemente begrenzt, die dem Verständnis des mathematischen Inhalts und der Aufgabenstellung dienen. *MaiKe* setzt dieses Gestaltungsprinzip konsequenter um, indem beispielsweise der Hintergrund auf Aufgabenebene farbig einheitlicher gestaltet ist. *Matific* setzt auf eine realitätsnähere Darstellung, die aber, bis auf teilweise detailreiche Hintergrundbilder soweit reduziert ist, um die Ablenkung vom wesentlichen Inhalt möglichst gering zu halten – dafür ggf. abwechslungsreicher und damit motivierender wirken kann.

Einige *Matific*-Episoden sind für das angegebene Einstiegsalter von 4 Jahren passend konzipiert und durch geeignetes Design intuitiv spielbar. Die vielseitigen Spielvarianten sind jedoch auch häufig mit komplexeren Aufgabenstellungen, die Text bzw. Sprache erfordern, verbunden. *MaiKe* bietet einen voraussetzungslosen Zugang und eine selbstständige Beschäftigung für Kinder im Vorschulalter durch einfachere und intuitive Gestaltung der Aufgabenstrukturen. Weder geschriebene noch gesprochene Sprache ist Voraussetzung zur selbstständigen Navigation durch die App. Die Gestaltung ist einfach und intuitiv, sodass selbst die auditive Wiedergabe von Arbeitsanweisungen nicht notwendig wird. Auch im vorschulischen Kontext und für Kinder, die der deutschen Sprache noch nicht ausreichend mächtig sind, ist *MaiKe* eigenständig nutzbar. Alle Spielideen sind ebenso als Anregung für den Alltag und zum Nachstellen außerhalb der virtuellen Welt geeignet.

Auf Ebene der Aufgaben wird in beiden Apps im Sinne eines KOR-Feedbacks (knowledge-of-response) darüber informiert, ob die Eingabe bzw. die Antwort ‚richtig' oder ‚falsch' war (vgl. 5.6.1). Ein solches informative Feedback hat das „Ziel, eine korrekte Lösung dieser Aufgaben in der aktuellen oder auch in künftigen Lernsituationen zu ermöglichen" (Narciss, 2006, S. 19). In *MaiKe* sind unbegrenzt viele Fehlversuche möglich, bis die korrekten Lösungen gefunden sind (AUC-Feedback, answer-unitl-correct). In *Matific* wird nach einer festgelegten Anzahl an Fehlversuchen (meist drei) die korrekte Antwort vorgegeben (KCR-Feedback, knowledge-of-correct-response). „Bei weniger komplexen Aufgaben kann [...] der Einsatz von AUC sinnvoll sein. Gegenüber KCR hat AUC den Vorteil, dass sich Lernende nach einer falschen Antwort weiterhin mit der Aufgabe befassen, sofern sie die Antwort nicht einfach raten“ (Narciss, 2006, S. 56; vgl. auch Clariana et al., 1991). Ist das mathematische Vorwissen zur Lösung einer Aufgabe noch nicht ausreichend, können durch Versuch und Irrtum die passenden Zuordnungen ausfindig gemacht werden. Im bestmöglichen Fall wird so auch durch eigenständige Nutzung Verständnis aufgebaut. Insbesondere noch ungesichertes Wissen kann gefestigt, Vermutungen oder Schätzungen überprüft werden. Bei offenen Aufgabenstellungen oder mehreren Lösungsmöglichkeiten ist ein (endloses) Probieren dagegen weniger sinnvoll. So scheint es meistens angebracht, dass in den Formaten von *Matific* die Lösung vorgegeben wird. Vereinzelt ist zusätzlich elaboratives Feedback implementiert, das zum Verständnis der Aufgabe beitragen kann, aber teilweise womöglich alternative Lösungsstrategien unterdrückt (vgl. z. B. Minispiel *Frei wie ein Vogel*, Abb. 5.10).

Aufgaben zur strukturierten Anzahlerfassung

Während in *Matific* weit mehr Spiele zum ordinalen Zahlaspekt vorhanden sind, die ein einzelnes Abzählen nahelegen, gibt es in *MaiKe* überwiegend Spiele, die den kardinalen Zahlaspekt ansprechen, um die strukturierte Mengenwahrnehmung und Anzahlerfassung anzuregen.

In beiden Konzeptionen werden dynamische Animationen eingesetzt, um ein schnelles Erfassen von Anzahlen anzuregen. Diese können auch wiederholt werden. In *Matific* tauchen die Objekte (z. B. Erdmännchen, vgl. Abb. 5.6) unstrukturiert in der Landschaft auf, sodass die Kinder ‚schnell bis 6 zählen‘ müssen. In *MaiKe* werden strukturierte Mengendarstellungen von einer Handanimation verdeckt. Diese Aufgabenformate können dazu anregen, zählende Strategien durch effektivere Methoden der Anzahlbestimmung zu ersetzen, die später auch auf größere Zahlenräume übertragen werden können (vgl. Kapitel 4.5). Darstellungen, die einen Bezug zu den Teilmengen 5 und 10 verdeutlichen (z. B. Zehnerfeld oder Fingerbild), unterstützen zudem dekadische Strukturen und fördern die strukturierte Erfassung größerer Mengen. *MaiKe* orientiert sich, auch deshalb, stark an strukturierten Mengendarstellungen und an bewährten didaktischen Materialien.

Matific nutzt in den beiden Spielen *Frei wie ein Vogel* ebenfalls Darstellungen in Form von Zehnerfeldern. In der ersten Variante erscheint es sinnvoll, dass die Vögel durch Verschieben in diese eingeordnet werden können. So kann eine individuelle Struktur hergestellt werden, die zur Anzahlbestimmung herangezogen werden kann. In der zweiten Variante ist dies nicht möglich. Zu einem vollen (Zehner-)Vogelhaus sind die zusätzlichen Vögel im zweiten Vogelhaus in unstrukturierter Form eingeordnet und können nicht händisch sortiert werden. Das Feedback nach drei Fehlversuchen nummeriert ab dem elften Vogel einzeln durch (vgl. Abb. 5.10), was die Strategie Weiterzählen (ab 10) nahelegt. Diese Form der Rückmeldung lenkt das Denken der Kinder relativ stark. So wäre es durch Kenntnis der 10er-Struktur beispielsweise möglich, die leeren Plätze des unteren Vogelhauses zu nutzen, um die Anzahl (z. B. durch Rückwärtszählen oder Subtraktion) zu bestimmen. Solche alternativen Strategien werden durch die vorgegebene Durchnummerierung womöglich unterdrückt.

Fazit

Beide Apps sind gelungene Versuche, digitale Spielumgebungen zu schaffen, um mathematische Lernprozesse anzuregen. Mathematische Korrektheit ist durchgängiges Leitprinzip beider Angebote.

Sowohl Aufbau und Navigation als auch das Aufgabendesign von *Matific* scheint eher auf einen Einsatz in schulischen, oder zumindest institutionalisierten, Settings abgestimmt und bedarf einer engen Begleitung durch Lehrende bzw. Erziehende. Kupferman und Schocken (2013) bestätigen: „In particular, the teacher’s role in staging and guiding the learning process is indispensible“ (S. 10). Die Webseite untermauert den Eindruck und spricht mit den Slogans ‚Matheunterricht leicht gemacht‘ und ‚Mehr als 1500 interaktive Aktivitäten für Schüler‘ hauptsächlich Akteure der Schulpraxis bzw. der ‚Preschool‘ an. Das ist vermutlich auch dem andersartigen Konzept der ‚Preschool‘ und des Kindergartens in den USA oder in Israel geschuldet, in dem Kinder früher als in Deutschland in institutionalisierten Organisations- und Lernformen unterrichtet werden.

Die rund hundert verschiedenen Minispiele *Matifics*, die speziell für den Elementarbereich angeboten werden, sind ein vergleichsweise kleiner Teil des Konzepts, bilden das Spektrum mathematischer Basiskompetenzen aber breit ab und bieten eine gute Grundlage zur gezielten Auswahl. Nachteilig ist die Sprach- bzw. Textlastigkeit und die vorausgesetzte Ziffernkenntnis für nahezu alle Spiele des arithmetischen Bereichs. Zudem steht meist der ordinale Zahlaspekt im Fokus, während der – mindestens ebenso wesentliche – kardinale Zahlaspekt und die (strukturierte) Anzahlerfassung kaum berücksichtigt wird. Der modulare Aufbau der App ist sinnvoll, um einzelne Inhalte an Curricula anzupassen oder für individuelle Unterrichtseinheiten bedarfsgerecht zusammenzustellen. Diagnoseseiten und auf den Lehrplan abgestimmte Echtzeitberichte geben Einblicke in das Fortschreiten eines Kindes oder ganzer Gruppen bzw. Klassen.

Die App *MaiKe* bildet das Spektrum mathematischer Grundideen ebenfalls umfassend ab, legt den Schwerpunkt zudem stärker auf prädiktive Basiskompetenzen. *Maike* orientiert sich vermehrt an didaktischen Materialien und bewährten Darstellungsformen, um stimmige Vorstellungsbilder aufzubauen. Durch das durchweg intuitiv verständliche Aufgabendesign kommt die Konzeption komplett ohne Sprache bzw. Text aus. Auf formale Schreibweisen wird verzichtet und Ziffernkenntnis wird nicht vorausgesetzt, sondern sukzessive im Spielverlauf angebahnt. Die App ist durch diesen voraussetzungsfreieren Zugang für Kinder im Vorschulalter selbstständig spielbar. Durch den zunehmenden Schwierigkeitsgrad und vermehrt abstraktere Darstellungen wird das Spiralprinzip unterstützt. Die lineare Navigation durch die virtuelle Umgebung lässt wenig Spielraum für adaptive Einsatzszenarien, ist dafür intuitiv und auf die Nutzung von Kindern im Vorschulalter abgestimmt. Zusätzliche Unterstützung und Impulse einer erwachsenen Lernbegleitung sind nicht zwingend notwendig.

Der von den *MaiKe*-Entwicklern beabsichtige selbstbestimmte Einsatz im vorschulischen Kontext ist gelungen umgesetzt. *Matific* ist eine umfangreichere Konzeption, die in Unterrichtssettings mit enger Begleitung einer Lehrperson individueller einsetzbar ist. Für den Einsatz im Kontext eines deutschen Kindergartens und für einen eigenständigen Einsatz im familiären Kontext, ist die App weniger geeignet.

5.8 Fazit

Der Stellenwert digitaler Medien in der Gesellschaft im Allgemeinen und damit einhergehend auch im Bildungsbereich spiegelt sich in der mittlerweile weit verbreiteten Verfügbarkeit wider, was die Zahlen einiger Studien und Untersuchungen belegen (vgl. Kapitel 5.2). Mitzlaff und Speck-Hamdan konstatieren bereits 1998, dass wohl bald nicht mehr so sehr die Verfügbarkeit, also das ‚ob', diskutiert wird, sondern vielmehr das ‚wie'. In der Diskussion um Potentiale und Gefahren gibt es bis heute von kulturpessimistischen Stimmen bis zu euphorischen Befürwortern alle möglichen Ausprägungen (vgl. Kapitel 5.3). Wünschenswert – und auch Grundlage dieser Arbeit – ist eine kritisch-optimistische Einstellung, in der sowohl Möglichkeiten als auch etwaige Gefahren berücksichtigt und evidenzbasierte Kriterien zur Bewertung und Evaluation von Software und Apps herangezogen werden.

Zur Unterstützung des Lehrens und Lernens wurden und werden unzählige digitale Angebote entwickelt, die von unterschiedlichen Grundannahmen über das Lernen ausgehen, individuelle fachliche Einstellungen widerspiegeln oder unterschiedliche Zielsetzungen verfolgen (vgl. Kapitel 5.4). Mit den mobilen Endgeräten gewinnt eine neuere Sparte der digitalen Medien immer mehr an Bedeutung (vgl. Kapitel 5.5). „Die Technik wird kleiner, mobiler, vielseitiger, wie z. B. das Tablet, das bereits in jedem vierten Haushalt mit Kindern vorhanden ist" (Tillmann et al. 2014, S. 508). So sind es mittlerweile zentrale Fragen, wie ein sinnvoller Einsatz digitaler Medien aussehen kann, was mobile Geräte und Apps gerade für kleinere Kinder interessant macht und welche Potentiale und Probleme in Lehr- und Lernkontexten identifiziert werden können. Solche Aspekte werden aus der Sicht verschiedener Bezugsdisziplinen aufgegriffen, sodass vielfältige Forschungsansätze zum Lehren und Lernen mit digitalen Medien vorliegen, die Hinweise liefern und dazu beitragen können, intuitive Argumente und Erfahrungswerte aus der Praxis zu stützen oder zu widerlegen, weiterzuentwickeln oder zu verändern (vgl. 5.6.1). Publikationen entstehen aus der Medienpädagogik und -didaktik, der (Allgemeinen) Pädagogik und Didaktik, der Psychologie oder aus Bereichen der IT (Krauthausen, 2012). Auch Computerfachleute, Lehrkräfte sowie Personen aus der Medienpraxis veröffentlichen Texte, kreieren neue und bewerten bestehende Angebote. Software und insbesondere Apps können mittlerweile problemlos mit grundlegenden Programmierkenntnissen entwickelt werden.

In dieser relativ unübersichtlichen und vielschichtigen Diskussion macht die didaktische bzw. in diesem Fall die mathematikdidaktische Sichtweise oft nur einen geringen Anteil aus. „In manchen, kommerziell verfügbaren Lernspielen ist das didaktische Konzept eher nachrangig; die Lernspiele sind nicht expliziert oder nicht auf spezifische Kompetenzen ausgerichtet" (Kerres 2013, S. 392). Auch Krauthausen und Scherer (2007) plädieren dafür, „der primär zuständigen Wissenschaft vom Lernen fachlicher Inhalte, der Fachdidaktik, eine prominentere Rolle und Beachtung als bisher einzuräumen" (S. 274). Die Zahl der fachdidaktischen Untersuchungen nimmt in den letzten Jahren stetig zu und trägt zur Erweiterung der Erkenntnisbasis bei (vgl. 5.6.2). Die meisten Wirkungsstudien weisen dem jeweils eingesetzten, digitalen Material lernförderliche Effekte nach und verbleiben oft mit dem Hinweis, dass diese nicht allein vom Medium ausgehen, sondern abhängig sind von Gestaltung der Software, Lernbegleitung und weiteren Rahmenbedingungen bei der Nutzung. Hier setzen qualitative Studien an, die beispielsweise Apps mit oder ohne implizierter Lernabsicht untersuchen oder einen Vergleich mit physischen Materialien oder dem Desktop-Computer fokussieren. Aus diesen Studien ergeben sich konkretere Hinweise zur Wirkungsweise digitaler Lernumgebungen auf die Kompetenzentwicklung, Vorzüge von Tablets und Apps im Vergleich zum Desktop Computer oder Bedingungen für einen lernförderlichen Einsatz.

Die Erkenntnisse zeigen, dass der Einsatz von Apps zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen – unter gewissen Bedingungen – sinnvoll sein kann. Wirft man nun einen Blick auf die populärsten Angebote in den App Stores, ist eine differenzierte Betrachtung notwendig. Man entdeckt dort etliche bunt gestaltete Programme, deren vielversprechenden Werbesprüche eine Förderung mathematischer Basiskompetenzen versprechen. Auf den zweiten Blick fallen oft überflüssige Illustrationen und Gestaltungselemente auf, die vom eigentlichen Inhalt ablenken.

Noch kritischer sind mathematisch inkorrekte Darstellungen zu beurteilen, die fehlerhafte Vorstellungen fördern können. Fast alle Suchergebnisse in den gängigen App Stores implizieren außerdem ein Verständnis von (früher) Mathematik, das ausschließlich aus Zählen, Zahlen und Mengen besteht. Die meisten Apps stellen das Einüben von Rechenfertigkeiten ins Zentrum. Erforderliche Lese- und Ziffernkenntnis und symbolische Schreibweisen erschweren den direkten Zugang für Kindergartenkinder zusätzlich. In der Masse an Apps gibt es bisher kaum fachdidaktisch fundierte Konzeptionen für den vorschulischen Bereich, die das Spektrum mathematischer Basiskompetenzen abbilden und spielerisch in den Alltag von Vorschulkindern, sei es im familiären oder im institutionellen Kontext, integriert werden können. Und das, obwohl „in kindergarten education, properly designed digital educational activities can become a very powerful educational tool for efficient and effective learning“ (Zaranis et al., 2013, S. 1).

Die Projekte *MaiKe* und *Matific* sind zwei Beispiele, die wesentliche mathematische Grundideen in einer digitalen Umgebung abbilden. Dies wird in den beiden Konzeptionen unterschiedlich umgesetzt (vgl. Kapitel 5.7). *Matific* wurde in einer Studie von Attard (2016) evaluiert, um herauszufinden „whether and how the use of Matific resources, used within a range of Australian primary school classrooms, can improve student engagement with mathematics and assist students in learning and understanding challenging mathematical concepts“ (S. xi). An dem Projekt beteiligt waren die Jahrgangsstufen 1 bis 6. Der vorschulische Teil wurde dementsprechend ausgeklammert. Lehrkräfte wurden an einem ersten Tag in die Arbeit mit der digitalen Umgebung eingeführt, bevor sie in schulischen Settings (oder auch als Hausaufgabe) eingesetzt werden konnte. Die Schülerinnen und Schüler nahmen an einem Pre- und Posttest teil. Die Ergebnisse zeigen einen deutlichen Lernzuwachs: „The quantitative data gathered from pre- and post-tests indicate that the overall Improvement Index for all schools is 34%“ (Attard, 2016, S. xiv). Durch das Fehlen einer Kontrollgruppe ist allerdings keine zuverlässige Aussage möglich, ob und in welchem Ausmaß die App für diesen Lernzuwachs verantwortlich ist. Ergänzende Fallstudien und durchgeführte Interviews liefern vertiefte Einsichten in Nutzungsweisen und Einstellungen der beteiligten Lehrenden und Lernenden. Attard (2016) kommt unter anderem zu dem Ergebnis, dass die Art und Weise der Integration durch die Lehrenden sehr unterschiedlich war und einen großen Einfluss auf den Unterricht und auf die Nutzungsweise durch die Schülerinnen und Schüler hatte. Die Lernenden machten in den Interviews fast durchweg positive Angaben bezüglich des beschriebenen adaptiven Feedbacks, des Spaßfaktors und der Unterstützung ihres (Mathematik-)Lernens. Für aussagekräftigere (quantitative) Ergebnisse werden abschließend weitere Längsschnittstudien mit integrierter Kontrollgruppe empfohlen.

Diese Ergebnisse liefern Indizien und tragen zum Ausbau des Forschungsbereichs – mit dem Schwerpunkt auf einen schulischen Einsatzkontext – bei. Insbesondere für den vorschulischen Rahmen liegen immer noch ungenügend Evidenzen und Erfahrungen zu konkreten Konzepten vor:

> Die Konzeptentwicklung sollte begleitet werden durch gezielte Modellversuche mit umfassenden Evaluationen. In diesem Kontext sollten Forschungsanstrengungen zum Potential digitaler Medien vermehrt werden. (Vereinigung der Bayerischen Wirtschaft, 2018, S. 108)

Die vorliegende Arbeit hat zum Ziel, die App *MaiKe* zu evaluieren. Bei der im Projekt eingesetzten Version der App ist zu Forschungszwecken ein Anmeldesystem ergänzt, um Daten zu den teilnehmenden Kindern in Logfiles sichern zu können. Dieses ist in der Version, wie sie im Google Play Store erhältlich und hier beschrieben wurde, nicht enthalten. Um in die Weltenübersicht zu gelangen (vgl. Abb. 5.12), meldet sich jedes Kind mit einem individuell zugeordneten Symbol (z. B. Hund, Auto, etc.) und dem Klick auf eine aus sechs zur Verfügung stehenden Farben an.

Im folgenden Kapitel werden der Aufbau (6.1), die Methoden (6.2) und das Design (6.3) der Untersuchung dargelegt.

Die frühkindliche Bildung in einer digitalisierten Welt ist bislang weder national noch international Gegenstand umfassender empirischer Forschung. Dies zu ändern, wird in den kommenden Jahren eine zentrale Aufgabe all jener Wissenschaftsdisziplinen sein, die sich aus ihrer spezifischen Perspektive heraus dem Thema nähern können.

Enquete-Kommission des Deutschen Bundestages, 2013, S. 10

6 Evaluation einer App zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen

Dem von der Enquete-Kommission des Deutschen Bundestages im Eingangszitat identifizierten Forschungsdesiderat, das durchaus bis heute Gültigkeit besitzt, möchte das vorliegende Projekt – aus mathematikdidaktischer Perspektive – begegnen. Die vorangehenden Kapitel beinhalten die theoretische Rahmung zur eigenen empirischen Studie, die im Folgenden dargelegt wird. Aus den Kapiteln 2 bis 4 wird deutlich, dass Kinder im vorschulischen Alter bereits wesentliche mathematische Kompetenzen entwickeln können, die bedeutende Grundlage für das weitere Lernen und einen guten Schulstart sind. Zudem sind digitale Medien (und insbesondere auch mobile Endgeräte) integraler Bestandteil im alltäglichen Leben von Kindern und eröffnen neue Lern- und Spielpotenziale (vgl. Kapitel 2 und 5).

In der Verbindung dieser beiden Aspekte bleiben trotz verstärkter Forschungsanstrengungen in den letzten Jahren immer noch einige Fragen offen. Der Einsatz digitaler Medien in (vorschulischen) Lehr- und Lernkontexten ist komplex und umfasst verschiedenste materialinhärente aber auch kontextbezogene Kriterien. So ergibt sich die Notwendigkeit weiterer Forschungen in diesem Bereich.

Das Ziel der Untersuchung ist die Evaluation einer App zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen mit folgender leitender Fragestellung:

Zeigen sich durch Einsatz einer App zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen Effekte auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen der Kinder?

Um sich dieser Frage zu nähern, wird die App auf zwei unterschiedliche Arten in übliche (deutsche) Kindergartensettings implementiert. Um die beiden Einsatzszenarien möglichst umfassend abzubilden, werden verschiedene Daten erhoben und ausgewertet. Nach Darlegung des groben Aufbaus der empirischen Studie und der differenzierteren Forschungsfragen (Kapitel 6.1), werden die Grundlagen der gewählten Methoden zur Datenerhebung, -auswertung und –analyse aufgezeigt (Kapitel 6.2). Im Kapitel 6.3 sind das Design und die Durchführung der eigenen Studie und die konkreten Erhebungsinstrumente sowie deren Anwendung veranschaulicht (Kapitel 6.4).

6.1 Aufbau der Untersuchung und Forschungsfragen

Der Einsatz einer App in einem Kindergartensetting ist auf verschiedene Weisen denkbar (vgl. auch Kapitel 5.6). In der vorliegenden Untersuchung wird die App *MaiKe* (vgl. Kapitel 5.7) einerseits in zwei Interventionsgruppen unterschiedlich implementiert (vgl. 6.3.1). Andererseits wird durch den Einbezug zweier Alterskohorten, die sich auch bezüglich des Interventionszeitraums unterscheiden, eine weitere Variation geschaffen.

Die Untersuchung gliedert sich in drei Schwerpunkte, die aufeinander aufbauen bzw. sich gegenseitig ergänzen und deren Erforschung jeweils unterschiedliche Methoden erfordert.

Der erste Forschungsschwerpunkt befasst sich mit der Nutzung der App in den beiden Settings A und B (vgl. 6.3.1) und im Vergleich der Alterskohorten.

Forschungsschwerpunkt 1: Einsatz und Nutzung der App

Welche Unterschiede zeigen sich bei der Nutzung des Tablets und der App unter den gegebenen Rahmenbedingungen der beiden Interventionssettings?

Die leitende Fragestellung wird durch Formulierung der folgenden drei Forschungsfragen ausgeschärft:

FF 1.1: *Inwiefern werden das Tablet und die App unter den Voraussetzungen der freien Verfügbarkeit (im Setting A) genutzt?*

FF 1.2: *Welche Unterschiede zeigen sich bezüglich Nutzungszeiten und Spielfortschritt zwischen den beiden Interventionssettings?*

FF 1.3: *Welche Spiele der App zeigen – bezogen auf die Interventionssettings – Auffälligkeiten bei den Nutzungsdaten?*

Die Beantwortung dieser Fragen erlaubt einerseits Erkenntnisse über die Nutzung der App durch die Kinder und den Einfluss des jeweiligen Einsatzszenarios. Andererseits stehen die Ergebnisse als Datengrundlage und Interpretationsbasis für den zweiten Forschungsschwerpunkt zur Verfügung, der die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen der teilnehmenden Kinder untersucht. Um Effekte des App-Einsatzes nicht nur im Vergleich der beiden Interventionsgruppen zu erheben, wird zusätzlich eine Kontrollgruppe hinzugezogen, in der die digitale Lernumgebung nicht zur Verfügung steht.

Forschungsschwerpunkt 2: Entwicklung mathematischer Kompetenzen

Zeigen sich kontrollierte Effekte der beiden Interventionssettings auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen?

Die leitende Fragestellung wird durch folgende Forschungsfragen konkretisiert:

FF 2.1: *Zeigen sich in der Entwicklung mathematischer Kompetenzen Effekte zwischen den Interventionssettings?*

FF 2.2: *Zeigen sich in der Entwicklung mathematischer Kompetenzen Effekte zwischen den Interventionssettings und der Kontrollgruppe?*

Um diese Fragen zu beantworten, werden die mathematischen Basiskompetenzen zu verschiedenen Zeitpunkten durch eine Lernausgangslagenuntersuchung erhoben und verglichen (vgl. 6.3.2). Die Auswertung erfolgt auf Grundlage einer explorativen Datenanalyse. Über die deskriptive Statistik hinaus, hat dieses Vorgehen das Ziel, möglichst begründet Hypothesen zu formulieren.

Zur Interpretation der Ergebnisse werden auch die Ergebnisse aus dem ersten Forschungsschwerpunkt berücksichtigt.

Der dritte Forschungsschwerpunkt erlaubt dann eine vertiefte Einsicht in ein ausgewähltes mathematisches Inhaltsgebiet und in individuelle Lern- und Entwicklungsprozesse:

<u>Forschungsschwerpunkt 3: Lern- und Entwicklungsprozesse im Bereich Anzahlerfassung</u>

Welche Lern- und Entwicklungsprozesse lassen sich exemplarisch bezüglich der digitalen Aufgabenformate zur Anzahlerfassung nachvollziehen?

Diese leitende Fragestellung konkretisiert sich in den folgenden drei Forschungsfragen:

FF 3.1: *Inwiefern beeinflussen die Aufgabentypen der App die Wahl von Lösungsstrategien bei der Anzahlerfassung?*

FF 3.2: *Inwiefern zeigen sich im Interventionszeitraum Strategiewechsel, die auf Lern- und Entwicklungsprozesse bei der Anzahlerfassung hindeuten?*

FF 3.3: *Welche individuellen Lern- und Entwicklungsprozesse lassen sich bezüglich der Anzahlerfassung nachvollziehen?*

Zur Beantwortung dieser Fragen wird im begleiteten Interventionssetting durch Aufnahme der Spielsitzungen umfangreiches Videomaterial erstellt. Ein Analyseverfahren im Mixed-Method-Design, das quantitative Übersichten durch interpretative und ausführliche qualitative Fallstudien ergänzt, ist das methodische Instrument dieses Schwerpunktes (vgl. 6.2.2.3).

Im Kapitel 6.2 erfolgt eine grobe Einordnung in die Forschungsmethodologie, bevor genauere Informationen über die gewählten Methoden gegeben werden. Im darauffolgenden Kapitel 6.3 sind das Untersuchungsdesign und konkrete Informationen über den Ablauf der Studie dargelegt.

6.2 Forschungsmethodologie

Bereits die Überschrift des sechsten Kapitels „Evaluation einer App zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen" weist auf die grobe Einordnung der Arbeit als Evaluationsforschung hin. Der folgende Abschnitt gibt einen Überblick über dieses Teilgebiet der empirischen Forschung und ordnet das vorliegende Vorhaben ein.

Evaluationsforschung hat grundsätzlich die Bewertung (des Erfolges) eines Evaluationsobjektes unter systematischer Anwendung empirischer Methoden zum Ziel (vgl. Bortz & Döring, 2009). Evaluationsobjekte können unter anderem Konzepte, Personen, Produkte, Methoden oder Programme sein. Grob werden zwei Untersuchungsarten unterschieden:

> Die summative Evaluation beurteilt zusammenfassend die Wirksamkeit einer vorgegebenen Intervention, während die formative Evaluation regelmäßig Zwischenergebnisse erstellt mit dem Ziel, die laufende Intervention zu modifizieren oder zu verbessern. (Bortz & Döring, 2009, S. 107)

In der vorliegenden Untersuchung findet Auswertung und Beurteilung nach Abschluss der Intervention statt. Die Folgen der Einsatzszenarien und die Wirkungen des Programms liegen als Ergebnisse vor und werden nicht herangezogen, um Einsatzformen zu modifizieren, die Lernumgebung zu verändern oder anderweitig Anpassungen vorzunehmen. Dementsprechend gleicht das Vorgehen einer summativen – und keiner formativen – Evaluation.

Döring (2019) unterscheidet weiter zwischen Konzept-, Prozess- und Ergebnisevaluation. Die hier dargelegte Studie ist zum Teil einer Ergebnisevaluation oder genauer einer Wirksamkeitsevaluation zuzuordnen:

> Bei einer Wirksamkeitsevaluation geht es darum, ob und wie stark eine Maßnahme ihre intendierten Wirkungen tatsächlich erzeugt (Effektivität). Wichtig ist dabei, dass die gemessenen Wirkungen wirklich kausal auf das

> Evaluationsobjekt zurückgeführt werden können, was methodisch am eindeutigsten mit experimentellen oder quasiexperimentellen Kontrollgruppenstudien gelingt. (ebd., S. 182)

Im vorliegenden Fall wird ein quasiexperimentelles Untersuchungsdesign mit Kontrollgruppe genutzt. Ein experimentelles Design kann in diesem Zusammenhang nicht durchgeführt werden, da durch die Zugehörigkeit zu einem Kindergarten keine vollständige Randomisierung der Versuchsteilnehmenden möglich ist.

Sowohl dem summativen als auch dem ergebnisorientierten Evaluationsansatz liegt meist eine Wirkhypothese zugrunde. Verbunden wird diese Art der Evaluation in erster Linie mit quantitativen, hypothesenprüfenden Untersuchungen. Allerdings sollten „die Themen der Evaluationsforschung [...] genügend elaboriert sein, um spezifische Hypothesen mit Effektgrößen formulieren zu können" (Bortz & Döring, 2009, S. 111). Einem noch wenig beforschten Gebiet kann sich auch durch erkundende Untersuchungen genähert werden. Dazu tragen insbesondere qualitative Methoden, wie Inhaltsanalysen oder Fallstudien bei. Diese sind zudem sinnvoll, „wo man sich im Detail für Veränderungsprozesse interessiert und nicht nur für den ‚Output'" (Bortz & Döring, 2009, S. 106). Da dies im vorliegenden Fall zutrifft, kann die Studie dem systemischen Evaluationsansatz zugeordnet werden, der nach Döring (2019), „den Evaluationsgegenstand also nicht nur hinsichtlich seiner Wirkungen, sondern auch im Hinblick auf Prozesse [...] sowie im Hinblick auf die Bedingungen des Umfeldes" (S. 182) untersucht. Dieses Modell wird als ganzheitlicher als die rein ergebnisorientierten Ansätze charakterisiert.

In der Forschungspraxis kann es dabei sinnvoll sein, standardisierte, quantitative Methoden mit interpretativen, qualitativen Verfahren zu kombinieren. Im dargelegten Forschungsprojekt wird eine – häufig unter dem Begriff *Triangulation* gefasste – Kombination der beiden Perspektiven gewählt, um eine „umfassendere Erfassung, Beschreibung und Erklärung eines Gegenstandsbereichs ermöglichen" zu können (Kelle & Erzberger, 2015, S. 304).

Triangulation bezeichnet im weiteren Sinne „das Einnehmen unterschiedlicher Perspektiven auf denselben Forschungsgegenstand" (Hussy, Echterhoff & Schreier, 2013, S. 287). Dieser sehr weite Begriffsumfang wurde von Denzin (1970) in Varianten unterteilt. In der vorliegenden Untersuchung kommt eine Methodentriangulation in der *Between-Methods-Variante* zum Einsatz. Es werden unterschiedliche Methoden eingesetzt, um den Untersuchungsgegenstand möglichst umfassend abzubilden und „die Begrenztheit der Einzelmethoden methodologisch durch ihre Kombination zu überwinden“ (Flick, 2013, S. 15).

An einer der grundlegenden Ideen der Triangulation – der gegenseitigen Validierung unterschiedlicher Methoden – wird auch Kritik geübt. „Angesichts der gegenstandskonstituierenden Kraft von Methoden kann es sogar durchaus plausibel sein, dass die Ergebnisse nicht genau übereinstimmen“ (Hussy et al., 2013, S. 289). Unterschiedliche Perspektiven sind dennoch sinnvoll, um verschiedene Facetten eines Gegenstandbereiches zu erfassen, die „untereinander komplementär sind und sich gemeinsam zu einem vollständigeren Bild des Gegenstandes ergänzen“ (Hussy et al., 2013, S. 289). Immer unter der Voraussetzung, die Methodenauswahl ist angemessen für das Einsatzgebiet.

Die vorliegende Triangulationsstudie ist zudem als *Mixed-Methods-Studie* angelegt, da auf quantitative als auch auf qualitative Elemente zurückgegriffen wird. In der vorliegenden Untersuchung werden sowohl bei der Datenerhebung als auch bei der Datenauswertung qualitative und quantitative Methoden eingesetzt. Durch einen Lernausgangslagentest werden die mathematischen Kompetenzen der Kinder erhoben und als quantitative Datensätze weiterverarbeitet. Logfiles der App halten Daten zum Spielverhalten in Zahlen – und somit quantifiziert – fest. Videos ermöglichen dagegen einen vertieften und qualitativen Zugang zum Spielverhalten der aufgezeichneten Kinder. Eine Kombination verschiedener Perspektiven aus sich ergänzendem Datenmaterial soll den Untersuchungsgegenstand möglichst breit fassen.

Auch in der Datenauswertung werden Formen der Triangulation angewandt. Durch *deskriptive Datenanalyse* werden empirische Daten durch Kennwerte, Grafiken und Tabellen zusammenfassend dargestellt und beschrieben (Schäfer, 2016). Die darüberhinausgehende *explorative Analyse* hat die Hypothesengenerierung zum Ziel und kann als wissenschaftlicher Theoriebildungsprozess verstanden werden (Bortz & Döring, 2009).

Hypothesengenerierende Untersuchungen sind sinnvoll, wenn der Forschungsstand noch wenig differenziert und eindeutig ist, um sich auf eine konkrete Hypothese festzulegen. Dies ist für das vorliegende Forschungsfeld zutreffend, wenn man neben den wenigen Studien zur Wirksamkeit digitaler Medien in der mathematischen Frühförderung zudem die Ergebnisse berücksichtigt, die besagen, dass digitale Medien sich auch negativ auf Lernergebnisse, Konzentrationsfähigkeit und Leistung auswirken können (vgl. Kapitel 5). Abgesehen davon zeigt sich, dass Effekte vom didaktischen Konzept und nicht nur vom Medium und der eingesetzten Software abhängig sind. Zu einem Vergleich unterschiedlicher Organisationsformen im Elementarbereich (wie hier durch die beiden Interventionssettings A und B realisiert, vgl. 6.3.1) liegen kaum Indizien vor, die es möglich machen, begründete a-priori Hypothesen zu formulieren. Durch ein hypothesengenerierendes Vorgehen werden Hypothesen zwar zunächst offengelassen, relevante Konzepte, Empirien und Theorien aber dennoch miteinbezogen (vgl. Hussy et al., 2013).

Die Konstruktion von Konfidenzintervallen liefert mehr Informationen als ein reiner Mittelwertsvergleich. Solche Vertrauensintervalle können herangezogen werden, um zu überprüfen, ob ein Effekt von statistischer Bedeutung ist, also als signifikant gilt. In der vorliegenden Untersuchung wird die Auswertung der Intervalle im Rahmen der explorativen Statistik vorgenommen, um begründet Hypothesen zu formulieren und darüber hinaus einen Hinweis auf mögliche Zusammenhänge und statistisch auffällige Ergebnisse zu erhalten (vgl. 6.2.2.2).

Im sich anschließenden Forschungsschwerpunkt 3 werden digitale Aufgabenformate zu einem ausgewählten Themengebiet herausgegriffen, um Denkwege, Lern- und Entwicklungsprozesse der Kinder genauer nachvollziehen zu können. Bei dieser Art der Kombination quantitativer und qualitativer Forschungsergebnissen „kann der qualitative Untersuchungsteil Erklärungen für schwer verständliche quantitative Ergebnisse liefern“ (Kelle, 2019, S. 169). Das gewählte Analyseverfahren kombiniert wiederum quantitative mit qualitativen Elementen (vgl. 6.2.2.3). Aspekte aus den Videodaten werden durch Kategorisierung zunächst quantifiziert, um einen Überblick zu erhalten und Muster oder Typen im Datenmaterial feststellen zu können. Diese Mixed-Method-Variante steuert außerdem die Fallauswahl für die folgenden qualitativen Analysen, indem die quantitative Vorarbeit „die Forschenden über die Verteilung von für die qualitative Fallauswahl relevanten Merkmalen im Forschungsfeld informiert" (Kelle, 2019, S. 169). Die begründet ausgewählten Einzelfallstudien erlauben abschließend einen vertieften Einblick in ausgewählte Ausschnitte durch ausführliche qualitative Interpretation.

Im Folgenden werden die methodischen Grundlagen zu den im Einzelnen gewählten Erhebungsinstrumenten (6.2.1) und Auswertungs- und Analyseverfahren (6.2.2) dargelegt.

6.2.1 Datenerhebung

Im Rahmen der Untersuchung werden verschiedene Daten erhoben. Zu mehreren Messzeitpunkten wird mit einem Testinstrument die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen nachvollzogen (6.2.1.1). Zusätzlich kommen verschiedene Arten der Beobachtung (6.2.1.2) zur Anwendung, durch die sowohl typische quantitative Daten (z. B. durch Logfiles) als auch qualitative Daten (z. B. durch Videobeobachtung) gesammelt werden.

6.2.1.1 Testinstrument zur Erhebung mathematischer Basiskompetenzen

Zu mehreren Zeitpunkten wird ein Testinstrument zur Erhebung der mathematischen (Basis-) Kompetenzen eingesetzt, um die Entwicklung derer nachvollziehen zu können. Die Studie ist im Pre- und Posttest-Design konzipiert, das neben den zwei Interventionsgruppen eine Kontrollgruppe vorsieht (vgl. 6.3.1). Ein solcher Kontrollgruppenplan mit Vor- und Nachtest lässt zuverlässige Interpretationen zu, da sonst unklar wäre, ob ein Unterschied zwischen zwei Messzeitpunkten „für einen Treatmenteffekt spricht oder ob andere Ursachen für die Differenz verantwortlich sind, was zuträfe, wenn die gleiche Veränderung auch in der Kontrollgruppe registriert wird" (Bortz et al. 2009, S. 56). Insbesondere im entsprechenden Kindesalter ist von einer mathematischen Kompetenzentwicklung auszugehen:

> Üblicherweise findet bei Kindern auch ohne zusätzliche Förderung eine natürliche Kompetenzzunahme statt, sodass allein der (signifikante) Kompetenzzuwachs einer Fördergruppe von einem ersten zu einem zweiten Untersuchungszeitpunkt niemals als Beleg für die Wirksamkeit eines Trainings gelten kann. (Krajewski & Simanowski, 2017, S. 97)

Zur Messung mathematischer Kompetenzen von Kindern im vorschulischen Alter und zum Schulstart werden unterschiedliche Testverfahren und Instrumente genutzt. Auf die Variante der Standortbestimmung durch eher informelle Beobachtung wird an dieser Stelle nicht weiter eingegangen. Eine weitere Möglichkeit bieten normierte Tests. Diese sind häufig nicht nur zur Erhebung eines Ist-Stands oder zur Überprüfung der Wirksamkeit einer Fördermaßnahme, sondern zudem zur „Früherkennung von Kindern mit spezifischen, für das mathematische lernen bedeutsamen Schwierigkeiten" (Gasteiger, 2010, S. 112) geeignet. Beispiele sind der Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung (OTZ; van Luit, van de Rijt & Hasemann, 2001) oder der TEDI-MATH (Kaufmann et al., 2009). Beide Tests werden in Einzelsituationen durchgeführt. Die Aufgabenstellungen erfolgen mündlich und werden bei der Durchführung mit Lege- und Bildmaterial unterstützt. Dies ist beim Einsatz im entsprechenden Alter eine wesentliche Hilfe, da die Kinder meist weder ausreichend lesen noch schreiben können. Die meisten Tests dieser Art fokussieren hauptsächlich auf arithmetische Kompetenzen. So auch die beiden genannten Versionen. Der TEDI-MATH beinhaltet Items zu Zahlen, Ziffern und Mengen. Der OTZ enthält zusätzlich pränumerische Aufgabenstellungen, beispielsweise zur Seriation oder Invarianz, die Dornheim (2008) als unspezifisches Vorwissen führt. Beide Testbatterien enthalten jedoch kaum Aufgaben zur Simultan- und Quasisimultanerfassung, die als wesentlicher Bestandteil des prädiktiven Zahlen-Vorwissens gelten. Bei Gasteiger (2010) findet sich eine ausführlichere Schilderung und eine kritische Reflexion der beiden genannten Testinstrumente. Lorenz (2016) analysiert neben den beiden bisher aufgeführten weitere gebräuchliche diagnostische Verfahren. Bereits ab dem Kindergartenalter einsetzbar sind davon der Hamburger Rechentest (HaReT; Lorenz, 2011), die Kindergartenversion der Neurologischen Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern (ZAREKI-K; Aster, Bzufka & Horn) oder Elementar – Erste Grundlagen in Mathematik (Kaufmann & Lorenz, 2009). Letztgenannte Standortbestimmung ist verknüpft mit einer Förderbox, die Materialien zu allen mathematischen Inhaltsbereichen (vgl. auch Kapitel 3) und Beobachtungsbögen bereithält, um die Entwicklung der Kinder differenzierter zu erfassen. „Mit diesem Rahmen zur systematischen und strukturierten Beobachtung ist die Box „Elementar“ gleichzeitig auch dem Bereich der diagnostischen Verfahren zuzuordnen“ (Benz, Peter-Koop & Grüßing, 2014, S. 100). Jedoch ist diese Standortbestimmung nicht als standardisierter Test angelegt.

Modelle zur Entwicklung des Zahlbegriffs (vgl. Kapitel 4.4) können Grundlage zur Konzeption von Testverfahren sein. So entwickelt Krajewski (2018) auf Basis ihres Entwicklungsmodells früher mathematischer Kompetenzen (vgl. 4.4.2) den Test mathematischer Basiskompetenzen im Kindergartenalter (MBK 0). Ricken, Fritz-Stratmann und Balzer (2013) legen mit dem MARKO-D ein Instrument zur Erfassung von Mathematik- und Rechenkonzepten im Vorschulalter vor, das eine Diagnose auf fünf Entwicklungsniveaus erlaubt, die sich an ihrem Modell zur mathematischen Kompetenzentwicklung orientieren (vgl. 4.4.3). Nicht immer überzeugt dabei „das Konzept der fünf Niveaus der Entwicklung mathematischer Konzepte und die Zuordnung der Items zu den Niveaus“ (Bruckner-Feld, Kastner-Koller & Deimann, 2015, S. 223). Beide der genannten Tests sind normiert und Ergebnisse zur Prüfung der Gütekriterien liegen vor. Abgebildet werden – wie auch in den zugehörigen Modellen – wiederum lediglich Kompetenzen im Bereich der Zahlbegriffsentwicklung.

Mit den beschriebenen Testinstrumenten können verschiedene Ziele und Fragestellungen verfolgt werden. Für die vorliegende Untersuchung sind zum einen die Standardisierung, die Durchführung nach genauen Vorgaben und exakte Auswertungsbestimmungen wesentlich. Als zuverlässiges Instrument der quantitativen Forschung sind verlässliche Daten zur Erfüllung der Testgütekriterien unabdingbar. Zum anderen soll die breite Erfassung mathematischer Kompetenzen über den arithmetischen Bereich hinaus unter besonderer Beachtung der prädiktiven Funktion in Bezug auf einen erfolgreichen Schulstart möglich sein. Alle aufgeführten Voraussetzungen erfüllt der mathematische Teil der Lernausgangslage Berlin (LauBe, 2015).

Er ist konzipiert, um die mathematischen Kompetenzen von Kindern zum Schulstart zu erheben und ist in erster Linie darauf ausgelegt, Fähigkeiten mit einer möglichst hohen prädiktiven Funktion zu erfassen.

> Kriterien der Aufgabenauswahl betrafen die Ökonomie und Praktikabilität in Durchführung und Auswertung sowie die wissenschaftliche Absicherung durch die Standardisierung der Durchführung, die Möglichkeit zur Normierung und die Einhaltung und Überprüfung psychometrischer Testgütekriterien. (Brunner, Gönder & Magister, 2015, S. 3)

Außerdem berücksichtigt der Test zusätzlich zum normierten Grundmodul mit den typischen Aufgabenstellungen zur Zahlbegriffsentwicklung Items zu Raumvorstellung, geometrischen Figuren, Muster und Größenvorstellungen. Eine genauere Beschreibung und die Anwendung und Auswertung des Tests in der eigenen Studie erfolgt im Abschnitt 6.3.2.

6.2.1.2 Beobachtungen

Um zusätzlich zur Wirksamkeit der Intervention nähere Informationen über das Spielverhalten der Kinder, Daten zum Spielprozess und Einblicke in Lösungsstrategien und individuelle Entwicklungsverläufe zu erhalten, werden neben dem quantitativen Testinstrument zur Erfassung der mathematischen Kompetenzen (vgl. 6.2.1.1) weitere Erhebungsmethoden eingesetzt, um den Untersuchungsgegenstand möglichst breit fassen und darstellen zu können. Alle im Folgenden beschriebenen Varianten können als Formen der Beobachtung charakterisiert werden.

Beobachtungsbögen

Steht eine App im alltäglichen Geschehen eines Kindergartens zur freien Nutzung zur Verfügung, stellt diese Situation besondere Anforderungen, möchte man Daten zum Spielverhalten der Kinder erheben. Videoaufzeichnungen sind kaum realisierbar, ohne die gesamten Räumlichkeiten der Kindertagesstätten ständig und lückenlos mit Kameras zu erfassen und aufzuzeichnen. Eine teilnehmende Beobachtung bei zeit- und ortsungebundenem Einsatz in der natürlichen Umgebung erfordert die ständige Anwesenheit des Beobachters. Dies ist bei einer längerfristig angelegten Intervention, die gleichzeitig in mehreren Kindergärten stattfindet, durch die Forscherin nicht zu leisten. Beobachtungsbögen sind eine geeignete Methode, um im Vorfeld festgelegte Aspekte zum Spielverhalten der Kinder, durch die Erziehenden vor Ort, möglichst standardisiert zu erheben. Die pädagogischen Fachkräfte sind jederzeit anwesend und haben die teilnehmenden Kinder im Blick. Durch Beobachtungsbögen, die ähnlich konzipiert sind wie standardisierte Fragebögen, können sie eine Einschätzung über das individuelle Spielverhalten der einzelnen Kinder abgeben.

Diese Form der quantitativen Beobachtung macht intensive Vorüberlegungen notwendig:

> Zu Beginn einer Datenerhebung ist zu überlegen, welcher Art der interessierende Gegenstand (Merkmal oder Ereignis) ist und welcher quantitative Parameter (mathematische Kenngröße für ein bestimmtes Merkmal) erfasst werden soll: *ob* ein Merkmal vorliegt, *wie häufig* es vorliegt bzw. *in welchem Ausmaß* es vorliegt. (Hussy et al., 2013, S. 65)

Der Beobachtungsbogen sollte nicht zu viele Items enthalten, um die Beobachtenden nicht zu überfordern. Auch die Anordnung der Kategorien und die Ratingskalen sind vorab zu durchdenken, um Urteilsfehler weitgehend zu reduzieren. „Neben der eindeutigen Formulierung der Merkmale und ihrer Ausprägungen ist zu beachten, dass diese in der Beobachtungssituation leicht visuell erfassbar sein müssen“ (Thierbach & Petschick, 2019, S. 1176).

Die Messung erfolgt dann durch ein geeignetes Skalenniveau. Hier sind die gleichen Grundsätze wie bei der Konstruktion standardisierter Fragebögen zu berücksichtigen. Für Dimensionen wie Häufigkeit, bei denen keine Gegensätzlichkeit vorliegt (wie bei unglücklich – glücklich), schlagen Menold und Bogner (2015) eine unipolare Ratingskala vor, in der beispielsweise zwischen einem „nie“ und einem „immer“ unterschieden wird. Weitere Entscheidungen betreffen die Skalenorientierung und die Skalenmitte. Zu erstgenanntem kann aufgrund unterschiedlicher Forschungsergebnisse keine einheitliche Empfehlung abgeleitet werden. Ob eine mittlere Kategorie angeboten werden soll oder nicht, ist ebenso im Einzelfall zu entscheiden. Einerseits kann die Tendenz zur Mitte vermieden werden, die in verschiedenen Studien nachgewiesen wurde (Krosnick, Narayan & Smith, 1996; Saris & Gallhofer, 2007), andererseits können bei Fehlen dieser Option die Daten systematisch verzerrt werden. Detailliertere Aspekte und Forschungsergebnisse zur Konstruktion von Antwortskalen können beispielsweise bei Schnell (2019), Menold und Bogner (2015) oder Franzen (2019) nachgelesen werden. Der aus diesen Grundlagen entstandene Beobachtungsbogen und dessen Einsatz in der vorliegenden Untersuchung ist im Abschnitt 6.3.3 dargestellt.

Durch Beobachtungsbögen werden quantitative Daten produziert, die durch Eingabe zunächst als unübersichtlicher Datensatz vorliegen. „Mit Hilfe der deskriptiven Statistik (oder beschreibenden Statistik) können die Informationen im Datensatz so komprimiert werden, dass man mit ihnen schon erste Forschungsfragen beantworten kann“ (Blasius & Baur, 2019, S. 1380). Diese Art der Auswertung wird (unter anderen) in der vorliegenden Studie gewählt, um die Informationen in Grafiken und aussagekräftigen Maßzahlen zu veranschaulichen (vgl. 6.2.2.1).

Elektronische Beobachtung durch Logfiles

Logfiles sind automatisch generierte digitale Dateien, die bestimmte Ereignisse elektronisch dokumentieren. Schmitz und Yanenko (2019) definieren: „Logfiles sind ein digitales, automatisiert aufgezeichnetes, chronologisches Protokoll von zuvor als relevant definierten Ereignissen in einem computerbasierten System“ (S. 991). Datenstruktur, Format und Inhalte werden vom Administrator bzw. den Forschenden vorab festgelegt und beeinflussen die weitere Datenaufbereitung. Diese Art der Datenerhebung kann der indirekten, standardisierten Beobachtung zugeschrieben werden und wird auch als „elektronische Beobachtung“ (Schmitz & Yanenko, 2019, S. 997) oder „automatische Beobachtung“ (Bortz & Döring, 2009, S. 268) bezeichnet.

Solche automatisch protokollierten Ereignisse ergänzen in der vorliegenden Studie die anderen beschriebenen Arten der Datenerhebung in den unterschiedlichen Kindergartensettings, um das Nutzungsverhalten der Kinder im Umgang mit der App möglichst breit zu erfassen. Welche Ereignisse in welcher Form gespeichert und unter welchen Forschungsperspektiven weiter aufbereitet werden, ist im Abschnitt 6.3.4 dargelegt. Die Auswertug erfolgt durch Methoden der deskriptiven Statistik (vgl. 6.2.2.1).

Videobeobachtung in Kombination mit klinischen Interviews

Der Forschungsansatz der (teilnehmenden) Beobachtung ist „in der Erhebung nur analytisch von den diversen Formen des Interviews [...] zu trennen“ (Lamnek & Krell, 2016, S. 515). In der vorliegenden Studie ist die Forscherin als Spielbegleitung, Beobachterin und Interviewerin an der Situation beteiligt, wobei der Partizipationsgrad variiert. Während die (passive) Beobachtung eingesetzt wird, um Verhaltensweisen und Interaktionsmuster am Tablet zu ermitteln, können die ergänzenden Leitfragen Intentionen und Denkweisen der Kinder offenlegen. So ergänzen sich die beiden Erhebungsmethoden, die durch Videoaufzeichnung dokumentiert und einer wissenschaftlichen Auswertung und vertieften Analyse zugänglich gemacht werden. Im Folgenden wird zunächst die Erhebungsmethode des klinischen Interviews beschrieben. Anschließend wird die Methode der Beobachtung unter Einsatz von Videotechnik dargestellt.

Die Methode des *klinischen Interviews* wird von Selter und Spiegel (1997) beschrieben und für mathematikdidaktische Erkundungsprojekte empfohlen. Auch Krauthausen (1994) bezeichnet die klinische Methode als adäquates Forschungsinstrument zur Erforschung der Zahlbegriffsentwicklung bei Kindern. Ursprünglich auf Piaget zurückgehend, verweisen mehrere Autoren auf diese Methode und heben Grundmerkmale hervor (z. B. Ginsburg, Kossan, Schwartz & Swanson, 1983; Hunting, 1997; Wittmann, 1985).

Als eine Form qualitativer Interviews sind die Gespräche stärker durch die Interviewten beeinflusst und gesteuert, um die individuellen Denkwege der Kinder zu ergründen. Beim klinischen Interview geht es „nicht darum, die Kinder durch geschicktes Fragen möglichst schnell zur richtigen Lösung zu führen. Die Hauptintention besteht vielmehr darin, mehr darüber zu erfahren, wie Kinder denken“ (Selter & Spiegel, 1997, S. 101).

Als halbstandardisiertes Verfahren sind auf der einen Seite spontane und situationsadäquate Impulse zugelassen; auf der anderen Seite wird durch festgelegte Leitfragen bzw. Aufgaben die Vergleichbarkeit weitestgehend erhalten. Dabei sind einige weitere Kriterien zu beachten, die aus Selter und Spiegel (1997) hier zusammenfassend darstellt sind:

- Fragen sollten in flexibler Weise auf die Situation, das Handeln und die Antworten des Kindes angepasst werden.
- Das Nachfragen und das Einfordern von Begründungen oder Erklärungen sollte sowohl bei falschen auch als bei richtigen Antworten erfolgen.
- Negative Rückmeldungen sollten vermieden werden; positive Rückmeldungen und Interessensbekundungen können zum Erhalt einer angenehmen Atmosphäre beitragen und die Kinder zu Offenheit anregen.
- Die Interviewerin sollte sensibel auf die unterschiedlichen Charaktere und Stimmungen der Kinder eingehen.
- Wichtig ist es, eine Balance zwischen Zurückhalten und Eingreifen zu finden. Ergeben sich aus der Handlung oder spontanem lauten Denken der Kinder bereits genügend Hinweise, können sich Nachfragen erübrigen.

Bei der Formulierung der Leitfragen und der Durchführung qualitativer Interviews sind häufig Fehler zu beobachten. Laut Hopf (2015) gilt es einige Aspekte zu vermeiden bzw. folgenden Schwierigkeiten zu begegnen:

- dominierender Kommunikationsstil
- viele suggestive Fragen oder bewertende Aussagen
- fehlende Geduld beim Zuhören
- Schwierigkeiten, Anhaltspunkte für Nachfragen zu nutzen
- zu enge Orientierung an den vorformulierten Leitfragen

Auch wenn von Seiten des Interviewers alle Kriterien eingehalten und die typischen Fehler vermieden werden, bleibt es für Kinder eine Herausforderung, ihr Handeln oder ihr Denken zu verbalisieren. Spätestens bei der Interpretation ist zu beachten, dass Erklärungen der Kinder nicht zwingend mit ihrem tatsächlichen Denk- bzw. Rechenweg übereinstimmen (vgl. Selter & Spiegel, 1997). Deshalb ist es bei der klinischen Methode erlaubt und oft sinnvoll, die Kinder auch an Material handeln zu lassen.

Die Spielsitzungen und die Interaktion im Rahmen des klinischen Interviews werden durch *Videobeobachtung* dokumentiert. Einige Aspekte könnten mit einer Echtzeitaufzeichnung des Tablet-Screens ebenso nachvollzogen werden. Mathematische Lern- und Entwicklungsprozesse der Kinder während der App-Nutzung äußern sich allerdings auch in Mimik oder Gestik. Diese Charakteristika der Situation müssen beim Einsatz der Videobeobachtung besonders beachtet werden. Tuma, Schnettler und Knoblauch (2013, 37f) unterscheiden drei Dimensionen der Datensorten von Videodaten, anhand derer die vorliegenden Aufzeichnungen eingeordnet werden:

Dimension Forschungssituation: Die aufgezeichneten Situationen bewegen sich zwischen Alltagssituation und Laborarrangement. Die Spielsitzungen finden im Kindergarten statt, allerdings nicht im alltäglichen Geschehen der Gruppe, sondern in abgegrenzten Räumlichkeiten, sodass störende Faktoren (z. B. Lautstärke durch Spielen der anderen Kinder) weitgehend ausgeschlossen werden können. Die Videobeobachtung erfolgt offen. Die Kinder sind in einem Alter, in dem diese Begebenheit meist als weniger störend oder hemmend wahrgenommen wird als das bei Jugendlichen oder Erwachsenen der Fall wäre.

Dimension Kamerahandlung: Die Kamera fokussiert statisch die Spielsituation, wobei darauf geachtet wird, dass das Kind und der Bildschirm des Tablets im Fokus stehen. Die Forscherin ist nicht zwingend visuell erfasst; verbale Äußerungen sind aber in jedem Fall zu hören. Schwierigkeiten können entstehen, wenn durch Änderungen im Lichteinfall störende Reflexionen auf der Bildschirmoberfläche entstehen oder ein Kind durch natürliche Bewegungen oder ändernde Armhaltung den Screen zeitweise verdeckt.

Dimension Nachbearbeitung: Da die Videos im Rahmen der Untersuchung selbst produziert werden, liegen diese in ihrem Rohzustand ohne Schnitte, Hervorhebungen durch Zoom oder weitere Gestaltungselemente vor.

Die in den Dimensionen beschriebenen Begebenheiten der videografierten Situation werden bei der Analyse und Interpretation (vgl. 6.2.2.3) berücksichtigt.

6.2.2 Datenauswertung und –analyse

Aus den erhobenen Daten (vgl. 6.2.1) wird eine auf das Erkenntnisinteresse abgestimmte Auswahl getroffen. Es folgt eine übersichtliche Aufbereitung und die Auswertung, Analyse und Interpretation. Wie zu Beginn des Kapitels 6.2 dargelegt, werden im Sinne einer Triangulation sowohl quantitative als auch qualitative Methoden der Datenanalyse herangezogen.

Die quantitativen Daten aus den Tests zur Erhebung der mathematischen Basiskompetenzen (vgl. 6.2.1.1), den Beobachtungsbögen und den Logfiles (vgl. 6.2.1.2) werden deskriptiv ausgewertet und übersichtlich aufbereitet (vgl. 6.2.2.1). Die Berechnung von Konfidenzintervallen geben zusätzliche Hinweise zur Bedeutsamkeit der Testergebnisse (vgl. 6.2.2.2). Die für den Forschungsschwerpunkt 3 relevanten Daten aus der Videobeobachtung (vgl. 6.2.1.2) werden zunächst transkribiert und einer weiterführenden Analysemethode unterzogen, die sowohl quantitative als auch qualitative Elemente enthält (vgl. 6.2.2.3).

6.2.2.1 Deskriptive Statistik

In der deskriptiven Statistik werden empirische Daten durch Kennwerte, Grafiken und Tabellen zusammenfassend beschrieben (Schäfer 2016). Zur Darstellung der Ergebnisse können sowohl numerische als auch grafische Methoden herangezogen werden. Als wesentliche Kennwerte werden das arithmetische Mittel $\bar{x}$ und die Standardabweichung SD als Wurzel aus der Varianz s^2 berechnet und angegeben.

Grafische Methoden unterstützen die übersichtliche Aufbereitung der Daten. Entwicklungen und Vergleiche der mathematischen Kompetenzen werden in Liniendiagrammen visualisiert (vgl. 6.3.2), Ergebnisse aus den Beobachtungsbögen in Säulendiagrammen (vgl. 6.3.3) und Logfiledaten in Tabellen (vgl. 6.3.4).

6.2.2.2 Berechnung von Konfidenzintervallen

Konfidenzintervalle geben an, in wievielen Fällen die Berechnung eines Intervalls (bei wiederholter Durchführung der Untersuchung) den wahren Wert der Grundgesamtheit tatsächlich beinhaltet. Eine korrekte Interpretation lautet: „Würde man aus einer Population unendlich häufig Stichproben vom Umfang n ziehen, dann liegt der Populationsparameter in 95% der Fälle in dem so konstruierten 95% Konfidenzintervall“ (Jancyk & Pfister, S. 68).

Diese Methode wird, im Gegensatz zu den häufig verwendeten Signifikanztests, als relativ neu beschrieben (vgl. Schäfer, 2016). Brandstätter argumentiert jedoch bereits im Jahr 1999, statistische Signifikanztests vermehrt durch Konfidenzintervalle zu ersetzen:

> Konfidenzintervalle vermeiden die Probleme klassischer Signifikanztests. Sie benötigen weder a-priori Hypothesen und prüfen keine trivialen Hypothesen. Konfidenzintervalle beinhalten die Informationen eines Signifikanztests und sind wesentlich leichter zu verstehen als diese, woraus sich deren didaktische Überlegenheit herleitet. (ebd., S. 1)

Konfidenzintervalle können anstelle von Signifikanztests genutzt werden, um Hypothesen zu prüfen, müssen es aber nicht (vgl. ebd., 1999). Abgesehen davon besagt die Berechnung eines Signifikanztests „keineswegs automatisch, dass es sich auch um einen Hypothesentest handelt, denn dieser liegt nur dann vor, wenn die getesteten Hypothesen vor der Datenerhebung formuliert wurden“ (Bortz & Döring, 2009, S. 379). Auch in explorativen Studien kann die augenscheinliche Bedeutsamkeit eines Effekts durch derartige Berechnungen ergänzt werden, um im Weiteren ggf. a-priori-Hypothesen für folgende Untersuchungen ableiten zu können (vgl. ebd.).

Die im Rahmen dieser Studie berechneten Konfidenzintervalle dienen in beschriebener Art und Weise der Hypothesengenerierung und nicht der Hypothesenprüfung, weshalb bei der Interpretation nicht von Signifikanzen gesprochen wird. Aus diesem Grund wurde auch eine Adjustierung für multiples Testen (beispielsweise durch eine Bonferroni-Korrektur, vgl. z. B. Jancyk & Pfister) nicht vorgenommen. „Bei rein explorativen Studien, die eher der Hypothesengenerierung dienen, kann [...] auf die

Korrektur für multiples Testen verzichtet werden. Im letzteren Fall darf nicht von signifikanten Ergebnissen gesprochen werden“ (vgl. Victor, Elsäßer, Hommel & Blettner, 2010, S. 55).

Vor der Berechnung von Konfidenzintervallen wird die Vertrauenswahrscheinlichkeit festgelegt, die Einfluss auf die Breite und damit die Aussagekraft der Wertebereiche hat. Dabei sollte berücksichtigt werden, dass zu breite Wertebereiche gleichzeitig wenig informativ sind. Gebräuchliche Wahrscheinlichkeiten liegen bei 90, 95 und seltener bei 99 Prozent (Schäfer, 2016). Gewählt wird für die Berechnungen in dieser Studie ein (übliches) Vertrauensniveau von 95%. Die Berechnungen erfolgen demnach auf einem Signifikanznivau von 5 % (zweiseitig). Aufgrund des explorativen Charakters der Untersuchung wird zweiseitig getestet, da im Vorfeld keine gerichteten bzw. einseitigen Hypothesen aufgestellt worden sind. Das Vorgehen entspricht im Grunde dem von Bortz & Döring (2009) formulierten Vorschlag:

> Wenn theoretisch oder aufgrund früherer Studien keine klare Effektrichtung vorhergesagt werden kann, [...] sollte dann in der Regel anstelle einer hypothesen- und theorieprüfend angelegten explanativen Studie eher eine explorative Studie durchgeführt werden, auf deren Basis dann wohlbegründete gerichtete Hypothesen formuliert werden können. (S.666)

Zur Berechnung der Konfidenzintervalle wird, je nach Stichprobengröße, die Standardnormalverteilung oder die t-Verteilung herangezogen. Bei kleineren Stichproben (<30 Personen) hat sich gezeigt, dass die z-Werte der Standardnormalverteilung weniger geeignet sind. Stattdessen wird, auch in der hier durchgeführten Berechnung, die sogenannte t-Verteilung genutzt. Der geeignete t-Wert zur Berechnung ergibt sich aus der Anzahl der sogenannten Freiheitsgrade df ($df = n-1$; wobei n die Stichprobengröße ist) und der gewählten Vertrauenswahrscheinlichkeit. Die t-Werte können in entsprechenden Tabellen abgelesen werden (z. B. Andreß, 2003).

Im Folgenden wird die Berechnung von Konfidenzintervallen für Mittelwertsunterschiede in der vorliegenden Studie dargelegt, wie sie beispielsweise auch in Schäfer (2016) beschrieben ist. Dabei ist darauf zu achten, ob es sich um abhängige oder unabhängige Stichproben handelt. Einerseits können Veränderungen innerhalb einer Gruppe im Längsschnitt betrachtet werden, also von einem ersten zu einem zweiten Messzeitpunkt (MZP). In diesem Fall handelt es sich um abhängige Stichproben. Andererseits werden Unterschiede zwischen Gruppen zu einem Messzeitpunkt auf statistische Auffälligkeiten überprüft. Hier werden zwei unabhängige Stichproben miteinander verglichen.

Im Falle *abhängiger Stichproben*, auch gepaarte Stichproben genannt, ist es sinnvoll, nicht beide Datensätze getrennt zu betrachten. Deshalb werden die Mittelwerte jeder Stichprobe gepaart betrachtet. Es wird zunächst die Differenz für jedes Paar separat gebildet, wobei im Normalfall der kleinere vom größeren Wert abgezogen wird (vgl. Schäfer, 2016). Deshalb wird der erreichte Punktewert jedes Kindes zum Messzeitpunkt 1 ($\overline{x_2}$) vom zugehörigen Wert des gleichen Kindes zum Messzeitpunkt 2 ($\overline{x_1}$) abgezogen, um die Paardifferenzen d_i zu erhalten:

$$d_i = \overline{x_1}_i - \overline{x_2}_i,$$

wobei $\overline{x_1}$ = Wert MZP 2; $\overline{x_2}$ = Wert MZP 1 und $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

In einem zweiten Schritt wird daraus der Mittelwert der Paardifferenzen gebildet:

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} d_i$$

Wenn es keinen bedeutsamen Unterschied in den Beobachtungspaaren gibt, ist zu erwarten, dass der Wert $\bar{d}$ nahe bei 0 liegt. Um nun zu ermitteln, ob die Abweichungen zufallsbedingt sind, wird ein Konfidenzintervall berechnet. Für ein Vertrauensniveau von 0,95 und dem entsprechenden Freiheitsgrad (df = n-1; wobei n die Stichprobengröße ist) werden die Quantile der t-Verteilung mit $t_{df;0,975}$ bezeichnet.

Neben dem Mittelwert (der Differenzen), der Stichprobengröße und dem Vertrauensniveau, fließt der sogenannte Standardfehler in die Berechnung mit ein. Im Gegensatz zur Standardabweichung SD, die als Streuungswert in der deskriptiven Datenanalyse angegeben ist, gibt der Standardfehler $\hat{\sigma}$ „die theoretische Streubreite der Gruppenmittelwerte an, die sich ergeben würde, wenn theoretisch unendlich viele Stichproben [...] aus der sogenannten Grundgesamtheit gezogen werden würden“ (Koschak, 2008, S. 258).

Der Standardfehler $\hat{\sigma}$ berechnet sich aus der Standardabweichung SD wie folgt: $\hat{\sigma} = \frac{SD}{\sqrt{n}}$.

Die Formel zur Berechnung des 95%-Konfidenzintervalls lautet dann:

$\bar{d} \pm t_{n-1;0,975} \cdot \frac{SD_d}{\sqrt{n}}$;

SD_d bezeichnet die Standardabweichung der Paardifferenzen d_i:

$$SD_d = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(d_i - \bar{d})^2}$$

Bei der Interpretation ist es nun entscheidend, ob das Intervall den Wert 0 beinhaltet (vgl. Schäfer, 2016).

Wenn das Intervall $[\bar{d} - t_{df;0,975} \cdot \frac{SD_d}{\sqrt{n}} ; \bar{d} + t_{df;0,975} \cdot \frac{SD_d}{\sqrt{n}}]$ die Null nicht einschließt, wird das als statistisch auffälliges Ergebnis gewertet. Von signifikanten Ergebnissen wird im Rahmen dieser explorativen Studie nicht gesprochen, da es sich nicht um ein hypothesenprüfendes Vorgehen handelt. Das Ergebnis wird als Indiz interpretiert, das vermuten lässt, dass der gemessene Unterschied in den Mittelwerten nicht zufällig entstanden und damit von statistischer Bedeutsamkeit ist. Die Verallgemeinerbarkeit auf eine Gesamtpopulation wäre mit einer explanativen, also einer hypothesenprüfenden, Studie zu überprüfen.

Bei einem Vergleich *unabhängiger bzw. ungepaarter Stichproben* können keine Paardifferenzen gebildet werden. In diesem Fall wird die Differenz der Mittelwerte der beiden Gruppen $\bar{x}_1$ und $\bar{x}_2$ berechnet:

$\bar{x}_1 - \bar{x}_2$, wobei $\bar{x}_1 = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1} x_{1i}$ und $\bar{x}_2 = \frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2} x_{2i}$.

Unterschiedliche Stichprobenumfänge ($n_1 \neq n_2$) sind dabei ausdrücklich zugelassen (Meinhardt, o.D.). Im Falle zweier unabhängiger Stichproben (Zwei-Stichprobenfall) kann je die einzelne Varianz zur Berechnung des Konfidenzintervalls herangezogen werden. „Die gepoolte Varianz nimmt hingegeben Bezug auf beide Stichproben und kombiniert in geeigneter Weise die beiden Schätzungen“ (ebd., S. 254).

Die gepoolte Varianz wird wie folgt berechnet:

$$s^2_{gepoolt} = \frac{(n_1-1)\cdot s^2{}_1 + (n_2-1)\cdot s^2{}_2}{n_1-1+n_2-1}, \text{ wobei}$$

$$s^2{}_1 = \frac{1}{n_1-1}\sum_{i=1}^{n_1}(x_{1i}-\bar{x}_1)^2 \text{ und } s^2{}_2 = \frac{1}{n_2-1}\sum_{i=1}^{n_2}(x_{2i}-\bar{x}_2)^2$$

Wie auch bei abhängigen Stichproben wird aufgrund der ungenügend großen Stichproben ($n<30$) statt des z-Wertes der t-Wert (t-Verteilung mit den Freiheitsgraden $df = n_1+n_2-2$) zur Berechnung herangezogen. Für das Konfidenzintervall ergeben sich die Intervallgrenzen:

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t \cdot s_{gepoolt} \cdot \sqrt{\frac{n_1+n_2}{n_1\cdot n_2}}$$

Bei der Interpretation ändert sich gegenüber abhängigen Stichproben nichts. Beinhaltet das Intervall

$$[(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t \cdot s_{gepoolt} \cdot \sqrt{\frac{n_1+n_2}{n_1\cdot n_2}}\,;\,(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t \cdot s_{gepoolt} \cdot \sqrt{\frac{n_1+n_2}{n_1\cdot n_2}}]$$

die Null nicht, gilt das Ergebnis als statistisch auffällig; der Unterschied scheint demnach nicht zufallsbedingt entstanden zu sein.

Im Abschnitt 7.2.4 werden auf Grundlage dieser Überlegungen und Formeln die konkreten Berechnungen vorgenommen, um die mathematischen Kompetenzen zwischen den Gruppen bzw. zwischen den Messzeitpunkten auf statistische Auffälligkeiten zu überprüfen und um so die Ergebnisse der deskriptiven Analyse zu stützen.

6.2.2.3 Aufbereitung und Analyse der Videodaten

„Bevor es um die Auswertung und Verwendung von [...] Videodaten geht, muss die Frage gestellt werden, welche Gegenstände und Fragen der videografierende Forscher behandelt“ (Tuma et al., 2013, S. 13). Aus den Forschungsfragen ergeben sich in dieser Untersuchung die Videoabschnitte, die einer genaueren Aufbereitung und Analyse unterzogen werden.

Um audiovisuelles Material für die weitere Auswertung zugänglich zu machen, müssen die Daten zunächst zugänglich gemacht werden. Die

Transkription ist dafür ein übliches Verfahren. Darüber hinaus nennt Moritz (2014, S. 24) weitere Möglichkeiten, wie das Transformieren, Verschlagworten, Annotieren, Kodieren und Archivieren.

> Bereits dieser Prozess der Identifikation der für die eigene Forschungsarbeit zweckdienlichen Konstituenten […] und seine Entscheidung für eine der Formen der Verschriftung ist ein qualitativ-heuristischer, das heißt: Er wird nicht (immer) nach einem vorgegebenen (etwa standardisierten) Verfahren gesetzt, sondern (in vielen Fällen) aus dem Material selbst, also „grounded“, entwickelt. (ebd., S. 25)

Eine Aufbereitung von Videomaterial kann im Forschungsprozess mehrere Funktionen haben. Die Transkription soll das flüchtige Videomaterial fixieren, das personengebundene Videomaterial anonymisieren, die Komplexität des Videomaterials auf den Fokus der Forschungsfrage hin reduzieren und ermöglichen, das Videomaterial mit anderen erhobenen Daten zu kombinieren und gebündelt darzustellen. Bereits während des Schreibprozesses können relevante Bedeutungsinhalte identifiziert und systematisiert werden oder noch nicht bekannte bzw. noch nicht bewusste Inhalte offengelegt werden (vgl. Moritz, 2014). Nach dem Schreibprozess liegt ein empirischer Beleg für weitere analysierende und interpretative Schritte vor.

Grundlage der Datenanalyse können sowohl verbale als auch visuelle Daten sein. Das führt zu Überlegungen, welche Aufbereitungsform der Situation und dem Erkenntnisinteresse angemessen ist.

Zusätzlich zur Verschriftlichung audiovisueller Daten können die Bilddaten eines Videos zusätzlich in bildlicher Form dargestellt werden. Die Kombination aus beiden Formen der Aufbereitung ergibt eine Mischform aus Wort- und Bildtranskript.

Einen Überblick über mögliche Darstellungsarten gibt Dinkelaker (2009):

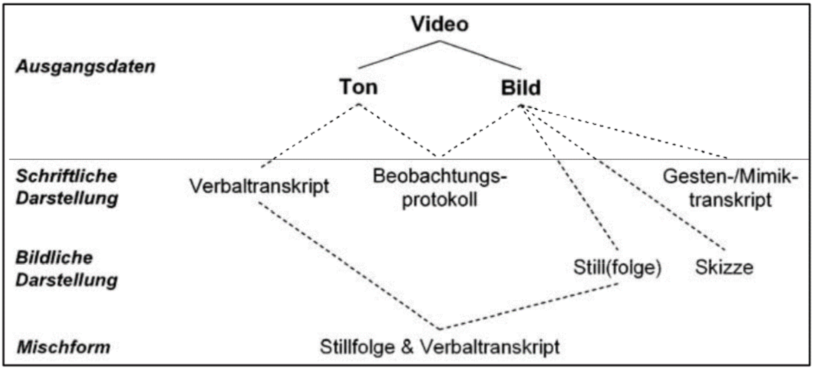


Abb. 6.1 Aufbereitungsformen (Quelle: Dinkelaker, 2009, S. 32; vgl. auch Herrle, Kade & Nolda, 2013, S. 605)

Die Entscheidung für eine bestimmte Aufbereitungsform und – im nächsten Schritt – für ein mehr oder weniger komplexes Transkriptionssystem, stellt eine interpretative Transformation der ursprünglichen Daten dar, da in jedem Fall nur ein Ausschnitt bzw. bestimmte Aspekte der Originaldatei abgebildet werden. Ein Video enthält visuelle Elemente, wie Mimik, Gestik und Handlungen, Geräusche, Raumkonstellationen und auditive Elemente, wie Sprache, Rhythmus, Sprechgeschwindigkeit, Pausen, oder Überlappungen. „Was wie intensiv von den Bildern in Sprache gefasst werden soll, hängt [...] ganz wesentlich von der Fragestellung ab" (Reichertz & Englert, 2011, S. 36).

Neben dem Erkenntnisinteresse und den spezifischen Forschungsfragen sind an der vorliegenden Studie insbesondere zwei Charakteristika kennzeichnend, die die Entscheidung für eine Form der Aufbereitung leiten. Einerseits handelt es sich um mathematische Spielsituationen im Kindergarten. Schuler (2014) beschreibt Herausforderungen der Datenaufbereitung im Umgang mit Videodaten, die in diesem Kontext erhoben wurden. Sie weist darauf hin, „dass sich Kinder im Kindergartenalter wenig verbal äußern, und daher Handlungen an den Spielmaterialien die Spielsituation entscheidend mitbestimmen" (S. 495). Andererseits ist das verwendete Material speziell, da die Kinder am Tablet und mit virtuellen Objekten der App interagieren. Die App ‚reagiert' auf Eingaben der Kinder und kann deshalb – zusätzlich zu Spielbegleiterin und Kind – als dritter Interakteur in der Situation aufgefasst werden. Für die Interaktion mit digitalen Medien ist die Multimedialität kennzeichnend und wird so „auch eine prägnante Eigenschaft der Daten und Transkripte, die entstehen, wenn Multimodalität untersucht wird" (Stertkamp & Schüler, 2014, S. 311).

> Multimodales Verstehen als Interaktion zu begreifen, wirft eine entscheidende Frage für die Präsentation von entsprechenden Forschungsdaten auf: (Wie) kann multimodale Interaktion so dargestellt werden, dass die Erschließungs- und Nutzungspfade der Interagierenden nachvollziehbar gemacht werden können? (ebd., S. 313)

Ist es notwendig, zusätzlich zur Interaktion zwischen den beteiligten Personen, die Interaktion zwischen Kind und App in geeigneter Weise zu fixieren, ist das bei der Transkription zu beachten. Deshalb muss in den videografierten Situationen darauf geachtet werden, dass die Kamera einerseits Gesten und Mimik der Personen und deren Interaktion untereinander in Bild und Ton aufzeichnet. Andererseits sollten die Handlungen am Touch-Screen des Tablets abgebildet werden, was durch geeignete Positionierung der Kamera möglich wird.

Ergänzend zur (gewöhnlichen) Videoaufzeichnung gibt es weitere Möglichkeiten die Interaktion mit dem digitalen Medium aufzuzeichnen. Unter einem *Screenshot* versteht man eine statische Bildschirmkopie, die einen Teil oder den gesamten Bildschirminhalt zu einem Zeitpunkt abbildet. Sogenannte Screen-Capture-Software kann eingesetzt werden, um das Bildschirmgeschehen als Video aufzuzeichnen. Logfiles oder Logdateien protokollieren (ausgewählte) Computerprozesse und können so ebenso zur Untersuchung von Nutzerverhalten herangezogen werden (vgl. Kapitel 6.2.1.2). Aus diesen Formen der Aufzeichnung werden keine Handlungen, Gesten oder Interaktionen außerhalb des virtuellen Geschehens ersichtlich. Werden sie in Kombination oder als Ergänzung zur (gewöhnlichen) Videoaufzeichnung herangezogen, ergibt sich die Notwendigkeit, die Formate im Nachhinein gleichzeitig zu sichten und in der Auswertung zusammenzuführen und zu synchronisieren.

Um die erhobenen Videodaten in der vorliegenden Untersuchung zugänglich zu machen, wird angelehnt an ein vorgeschlagenes Regelsystem zur Transkription von Dresing und Pehl (2015), die die Vorschläge von Kuckartz, Dresing, Rädiker und Stefer (2008) überarbeitet und erweitert haben, ein Transkriptionssystem entwickelt. Die Vorgaben werden an das Erkenntnisinteresse angepasst und an einigen Stellen spezifiziert. Zusätzlich werden Screenshots eingesetzt, um die Handlungen der Kinder mit den Objekten der App in dem Transkript nachvollziehbar darlegen zu können. Daraus entsteht eine Mischung aus Worttranskript, nonverbalen Äußerungen, Deskription von Spielhandlungen und Screenshots des Tablet-Bildschirms. Die genaue Ausgestaltung, Umsetzung und die Transkriptionsregeln sind im Abschnitt 6.3.5 dargestellt.

Auf die Transkription folgt die weitere *Analyse der (Video-)Daten*. Methodologisch betrachtet gibt es einen grundlegenden Unterschied zwischen „den *standardisierten* und den verstehenden bzw. *interpretativen* Methoden der Videoanalyse“ (Tuma et al., 2013, S. 44). Erstgenannte zielen meist auf eine Reduktion des Materials durch Kategorisierung oder Zusammenfassung und auf eine statistische Weiterverarbeitung der Daten im Sinne einer quantitativen Forschungstradition. Bei einer interpretativen Analyse sind Kategorien „erst im Verlauf der Beobachtung und auf der Basis der Handlungen der Akteure und deren Relevanz zu bilden, sie also aus dem Material heraus zu entwickeln“ (Tuma et al., 2013, S. 46). Zudem kann eine systematisch-extentionale Interpretation zu einer Erweiterung des Datenmaterials führen, beispielsweise durch Kontextualisierung und Interpretation. Nach Flick (2016) schließen sich diese Verfahren nicht aus, sondern können sich gegenseitig ergänzen.

Die Analyse der vorliegenden (Video-)Daten orientiert sich an einem Interpretationsverfahren im Mixed-Method-Design (vgl. Kapitel 6.2), beschrieben von Schmidt (2015), das beide Vorgehensweisen kombiniert. Eine vorübergehende Datenreduktion durch Kategorisierung liefert quantifizierende Übersichten, die Muster oder Auffälligkeiten im Datenmaterial offenlegen können und anschließend für eine begründete Auswahl der qualitativen Einzelfallstudien zur Verfügung stehen. Diese Herangehensweise eignet sich für Forschungsansätze, „die einen offenen Charakter des theoretischen Vorverständnisses postulieren, jedoch nicht auf explizite Vorannahmen und den Bezug auf Theorietraditionen verzichten" (Schmidt, 2015, 447f). Der Ansatz „bewegt sich zwischen der qualitativen Inhaltsanalyse (Mayring) und der Grounded Theory (Glaser/Strauss)" (Pohl-Patalong, Woyke, Boll, Dittrich & Lüdtke, 2016, S. 22). Besonders geeignet erscheint das Verfahren durch das für das vorliegende Forschungsinteresse passende Verhältnis zwischen der freien und theorieungebundenen Vorgehensweise von Glaser, Strauss und Paul (2008) und der starren Systematik der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2010). Zum einen werden Vorannahmen und bestehende Theorien berücksichtigt, zum anderen wird eine explorativ-interpretative Erschließung des Datenmaterials möglich.

In fünf Schritte gliedert Schmidt (2015, 447ff) ihre Auswertungsstrategie, die verschiedene Techniken beinhaltet, welche individuell an den forschungspraktischen Ablauf angepasst werden können. Die ersten drei Schritte haben die Reduktion und Zusammenfassung des Datenmaterials zum Ziel. Bei der materialorientierten Kategorienbildung (Schritt 1) werden theoretische Vorannahmen und die Fragestellung im Blick behalten. In offen geführten Leitfrageninterviews ist zu beachten, dass bedeutende Aspekte nicht zwingend im direkten Kontext der untersuchten Passage zu finden sind. So sollten kontextbezogene Abschnitte zwar miteinbezogen werden, aber immer unter der Prämisse, nicht nur den theoretischen Vorannahmen entsprechende Belege, sondern auch widersprüchliche Funde im Material zu berücksichtigen. Während des Durcharbeitens wird mit der Ausformulierung der Kategorien begonnen. Das Ergebnis wird mit dem bereits vorher, hauptsächlich aus Theorie und eigenen Erfahrungen im Feld, entstandenen Kategorienverständnis verglichen. Eine Gegenüberstellung führt zu den endgültigen Auswertungskategorien.

Dem folgt die Bildung eines Auswertungsleitfadens (Schritt 2), der genaue Beschreibungen und Ausprägungen der entwickelten Kategorien beinhaltet. Der Leitfaden wird abschließend an einigen Materialteilen erprobt und, wenn möglich, im Forschungsteam diskutiert und überarbeitet.

Nun kann das gesamte Material codiert werden (Schritt 3). Das führt, je nach Differenzierungsgrad der Kategorien, zu einer wesentlichen Reduktion der Information. Finden sich in der zu codierenden Passage keine oder zu wenige Hinweise, um eine eindeutige Zuordnung zu ermöglichen, wird das in einer entsprechenden Kategorie (z. B. „nicht klassifizierbar") gefasst.

Im Anschluss erfolgt eine quantifizierende Zusammenfassung der Daten (Schritt 4), welche die Identifikation von Mustern im Material, einen Vergleich von Materialteilen und eine übersichtlichere Darstellung der erhobenen Daten ermöglicht. Dieser Schritt ist bei Mayring (2010, S. 59) unter dem Begriff *Strukturierung* vorgesehen. Tabellen mit Häufigkeitsangaben dienen in diesem Auswertungsverfahren zudem auch der Vorbereitung weiterer Analyseschritte. Mögliche Auffälligkeiten oder Zusammenhänge können identifiziert und durch weitere qualitative Analysen intensiver untersucht werden. Darüber hinaus verbessern die quantifizierten Daten die Transparenz und Überprüfbarkeit der schwerpunktmäßig qualitativen Untersuchung.

Um der Komplexität der qualitativen Daten gerecht zu werden, bilden vertiefende Fallinterpretationen den Abschluss (Schritt 5). Gegebenenfalls identifizierte Muster, typische oder atypische Phänomene werden unter Zuhilfenahme ausgewählter Transkriptausschnitte beschrieben und zur umfassenden systematisch-extensional Interpretation herausgegriffen. Eine solche Interpretation zielt auf „eher lokale oder strukturelle Einblicke in Bedeutungs- und Sinnzuschreibungen der handelten Personen" und „auf eine qualitative Charakterisierung einzelner Phänomene und Strukturen" (Beck und Maier 1994, 54f). Bei der Auswahl sollte darauf geachtet werden, nicht nur zu vorab bestehenden Annahmen stimmige Zitate und Ausschnitte auszuwählen, sondern auch widersprüchliche und kontrastierende Fälle miteinzubeziehen. Die in den vorherigen Schritten entstandenen quantifizierten Daten lassen in diesem Fall eine gut begründete Auswahl zu.

Die beschriebene Auswertungsmethode wird in der eigenen Studie angewandt, um Lernprozesse und Lösungswege der Kinder bei Beschäftigung der App genauer nachvollziehen zu können (vgl. auch 6.3.5 - 6.3.7).

6.3 Design und Durchführung der Studie

In einer kleiner angelegten Pilotstudie wurde der Ablauf in den Interventionssettings unter Einsatz aller vorgesehenen Erhebungsinstrumente drei Monate lang in zwei Kindergärten getestet. Nach methodischen Anpassungen und organisatorischen Optimierungen wird im Anschluss die Hauptuntersuchung konzipiert, deren Ablauf im Folgenden beschrieben wird.

6.3.1 Konzeption der Untersuchung

Der Untersuchungszeitraum erstreckt sich über eineinhalb Jahre von Februar 2016 bis Juli 2017. Insgesamt nehmen sechs Kindergärten aus einer mittelgroßen Stadt in Bayern und aus Teilen des Landkreises an dem Projekt teil. Diese zeichnen sich durch die Bereitschaft zur Projektteilnahme aus. Die Entscheidung über Zugehörigkeit zu einer der drei (im Folgenden näher charakterisierten) Gruppen wird vor Kontaktaufnahme zufällig getroffen.

In den Interventionsgruppen A und B wird die App auf unterschiedliche Art und Weise implementiert. Im Setting A steht den Kindern das Tablet mit der App zum freien Spiel zur Verfügung, während im Setting B regelmäßige Spielsitzungen mit Begleitung stattfinden. Die Kontrollgruppe erhält keine gezielte Maßnahme abgesehen vom normalen Kindergartenalltag und den üblicherweise stattfindenden Vorschulaktivitäten.

Im *Setting A* stehen für jeden Kindergarten zwei Tablets zur Verfügung, die in der Freispielzeit für die Kinder zugänglich sind, sodass sie jederzeit eigeninitiativ darauf zugreifen können. Über die Verwendung des Tablets und der App und über die gewünschten Bedingungen des Einsatzes werden die verantwortlichen Erziehenden zu Beginn informiert. In einem Informationsblatt sind wesentliche Punkte festgehalten. Zu Beginn wird die Zielvorstellung an die Erzieherinnen und Erzieher kommuniziert, die vorsieht, dass die Kinder im Laufe des Projektzeitraums mindestens einmal alle Spiele der App durchgespielt haben sollten. Die Erreichung dieses Ziels soll in diesem freien Setting jedoch nicht durch Vorgaben oder regelmäßige Spielzeiten durchgesetzt werden. Zu einer Begrenzung der Spielzeit auf maximal 20 Minuten am Tag wird geraten; weitere (zeitliche)

Einschränkungen werden nicht vorgenommen. Vorgeschlagen wird ein erstes gemeinsames Spielen mit den Kindern, um den Anmeldevorgang zu demonstrieren und die Aufmerksamkeit für das neue Angebot zu wecken. Im weiteren Verlauf soll Hilfe und Unterstützung seitens der Erziehenden nur auf direkten Wunsch bzw. Nachfragen des Kindes gegeben werden.

Um weitere Informationen über den Einsatz der App im Setting A zu bekommen, werden die Erziehenden gebeten, Beobachtungsbögen auszufüllen, die eine grobe Einschätzung des Spielverhaltens der Kinder zulassen (vgl. 6.3.3). Zudem liefern (in beiden Settings) generierte Logfiles nähere Auskunft über den Umgang der Kinder mit der App (vgl. 6.3.4).

Im *Setting B* finden regelmäßig organisierte Spielsitzungen in Begleitung der Untersuchungsleitung statt. Videoaufnahmen ermöglichen einen genaueren Einblick in das Denken und Handeln der Kinder während des Spielens (vgl. 6.3.5). Das Intervall der stattfindenden Spielsitzungen unterscheidet sich zwischen den beiden Alterskohorten (s. unten *Stichprobe*). Mit den Vorschulkindern der Kohorte 1 finden die begleiteten Spielsitzungen von Beginn an wöchentlich statt, während die jüngeren Kinder der Kohorte 2 alle drei Wochen an einer Spielsitzung teilnehmen, bevor im letzten halben Jahr das Intervall ebenfalls auf wöchentliche Treffen verkürzt wird (vgl. Abb. 6.2).

Die *Kontrollgruppe* erhält keine gezielte Intervention. Dort finden der übliche Kindergartenalltag und die vorgesehenen Vorschulaktivitäten statt.

Die *Stichprobe* ist nach Alter und Geschlecht geschichtet, um Interventionssettings und Kontrollgruppe weitgehend parallelisieren zu können. Die gesamte Stichprobe (n=66) setzt sich aus elf Kindern pro Einrichtung zusammen. Unter Berücksichtigung der genannten Bedingungen wird eine zufällige Auswahl getroffen, wobei eine Einverständniserklärung der Eltern Voraussetzung für eine potentielle Teilnahme ist.

Die Stichprobe teilt sich in zwei Kohorten unterschiedlicher Altersgruppen. Knapp die Hälfte der Kinder (Kohorte 1, n=30) befinden sich zum ersten Testzeitpunkt in ihrem letzten Kindergartenjahr. Im Durchschnitt ist ein Kind dieser Alterskohorte zum Beginn des Interventionszeitraums sechs Jahre und einen Monat alt. Die Intervention erstreckt sich für diese

Kinder über ein halbes Jahr, bevor unmittelbar vor geplantem Schuleintritt der Posttest stattfindet. Die Kinder der Kohorte 2 (n=36) sind zu Beginn der Untersuchung jünger. Im Schnitt liegt deren Alter zu diesem Zeitpunkt bei fünf Jahren und einem Monat. Sie werden über eineinhalb Jahre begleitet, bevor der Nachtest im Juli 2017 stattfindet. Um die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen über den längeren Zeitraum differenzierter zu erfassen, wird im Februar 2017 ein weiterer Testzeitpunkt zwischengeschaltet (vgl. Abb. 6.2).

Die Teilnahme von Mädchen und Jungen ist in der Kohorte 1 genau hälftig realisiert. In der Kohorte 2 beträgt der Anteil der Mädchen 53%. Die Teilnahmezahlen der Kohorte 2 sind zu Beginn planmäßig höher angesetzt, da über den längeren Zeitraum mit einer höheren Ausfallquote gerechnet wird. Der einkalkulierte Ausfall tritt jedoch nur in der Kontrollgruppe ein. Zum letzten Messzeitpunkt können zwei Kinder durch Umzug nicht mehr teilnehmen. Alle Kinder der Kohorte 1 nehmen durchgängig an beiden Messzeitpunkten teil.

Die folgende Abbildung visualisiert den Ablauf der Untersuchung unter Angabe aller Erhebungsinstrumente an einer Zeitleiste.

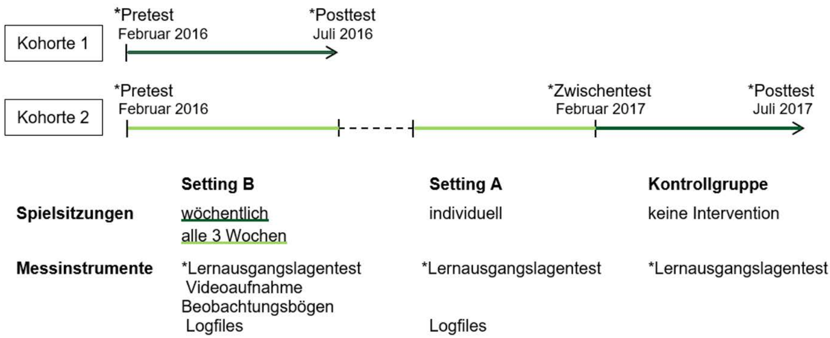


Abb. 6.2 Zeitleiste der Untersuchung mit allen Messinstrumenten

Die methodischen Grundlagen zu allen genannten Messinstrumenten sind im Kapitel 6.2 dargestellt. Zusätzlich wird in allen Gruppen zu Beginn und zum Ende des Untersuchungszeitraums ein kurzes mündliches Interview mit den verantwortlichen pädagogischen Fachkräften geführt.

Dabei wird erhoben, inwiefern digitale Medien und mathematische Aktivitäten im Alltag oder in einem Vorschul- oder Förderprogramm integriert sind bzw. waren.

Die konkrete Anwendung der Erhebungsinstrumente in der vorliegenden Studie wird in den folgenden Abschnitten beschrieben.

6.3.2 Testinstrument zur Erhebung mathematischer Basiskompetenzen

Zu den oben angegebenen Zeitpunkten kommt in allen Gruppen (Setting A, Setting B und Kontrollgruppe KG) ein Testinstrument zur Erfassung der mathematischen Basiskompetenzen zum Einsatz. Im Kapitel 6.2 finden sich grundlegende methodische Überlegungen zur Messung mathematischer Basiskompetenzen (6.2.1.1) und zur Auswertung mittels deskriptiver (6.2.2.1) und inferenzstatistischer Analysen (6.2.2.2). Im Weiteren wird das konkret eingesetzte Testinstrument und die Erhebung und Auswertung, wie sie in der vorliegenden Studie umgesetzt wird, vorgestellt.

Um die Entwicklung mathematischer Kompetenzen in den beiden Interventionssettings und der Kontrollgruppe zu erheben, wird der mathematische Teil der Lernausgangslage Berlin (LauBe, 2015) herangezogen. Dieser besteht aus aus einem Grund- und einem Ergänzungsmodul (Steinweg, Sommerlatte, Gönder, Magister & Brunner, 2015). Das Instrument ist hinsichtlich der drei Hauptgütekriterien überprüft (vgl. Brunner et al., 2015). Durchführungsobjektivität ist durch ein umfangreiches Begleitheft für die Anwendung bestmöglich sichergestellt. Die Auswertungsobjektivität wurde durch Interrater-Analysen überprüft, die für die entsprechenden Mathematikaufgaben eine hervorragende Übereinstimmung liefern. Interpretationsobjektivität wird durch die Bereitstellung von Normwerten verfolgt, die in der vorliegenden Untersuchung jedoch nur als durchschnittlicher Richtwert herangezogen werden. Berechnungen der internen Konsistenz und der mittleren Trennschärfe zeigen eine überwiegend gute Reliabilität. Außerdem sind zur wissenschaftlichen Absicherung der Validität erfolgreich Korrelations- und Regressionsanalysen durchgeführt worden.

Die Lernausgangslagenuntersuchung ist konzipiert, um die mathematischen Kompetenzen von Kindern vor bzw. zum Schulstart zu erheben. Sie beinhaltet Aufgaben zur Erfassung von Fähigkeiten, „die eine möglichst hohe prädikative Funktion in Bezug auf den Schulerfolg der Kinder aufweisen“ (Brunner et al., 2015, S. 3). Für die mathematischen Skalen des Grundmoduls wird insbesondere auf Dornheim (2008) Bezug genommen, die dementsprechende ‚Vorläuferfähigkeiten‘ identifiziert hat (Tab. 6.1).

Das Testinstrument eignet sich für die vorliegende Studie, da die eingesetzte App anschlussfähige mathematische Grundideen beinhaltet, die für einen erfolgreichen Schulstart wesentlich sind. Zudem ist der material- und paper-pencil-gestützte Test für Kinder konzipiert, die in der Regel weder lesen und schreiben können.

Die in der Tabelle (vgl. Tab. 6.1) benannten Skalen werden im Test von insgesamt 15 Items repräsentiert.

Vorläuferfähigkeit	**Skala in LauBe**	**Items**	**Höchst-punktzahl**
Dem Zahlbegriff zugrundeliegende Denkleistungen	Mengenkorrespondenz Seriation	1 2	3 4
Kenntnis der Zahlwortreihe / Ordinalzahlkonzept / Kardinalzahlkonzept	Zählen / Abzählen	3	5
Schnelle Zuordnung von Anzahl und Zählzahl	Schnelles Erfassen strukturierter Mengen	1	6
Anwendungen auf der Basis des Kardinal-/ Ordinalzahlkonzepts	Flexibles Zählen	3	6
Anwendung auf Basis des Teile-Ganzes-Konzepts	Rechenoperationen	2	8
Zahlsymbolvorwissen	Zahlsymbole	3	17

Tab. 6.1 Vorläuferfähigkeiten der Mathematikentwicklung nach Dornheim (2008) mit dazugehörigen LauBe-Skalen in Anlehnung an Brunner et al. (2015, 6f)

Das Aufgabenmaterial dazu ist standardisiert, normiert und hinsichtlich psychometrischer Testgütekriterien überprüft (s. oben). Da mathematische Basiskompetenzen über den im Grundmodul abgebildeten arithmetischen Bereich hinausgehen, enthält ein Ergänzungsmodul Aufgaben zu Raumvorstellung, geometrischen Figuren, Muster und Größenvorstellungen. Diese werden, ausgenommen die drei Items zu Geldwerten, Zeit und Messinstrumenten, ebenso miteinbezogen. Um den Forschungsschwerpunkt der Untersuchung – Mengenwahrnehmung und Anzahlbestimmung – differenzierter abzubilden, wird ein Item zur Skala Rechenoperationen und ein Item zur Verknüpfung von Mengen und Zahlsymbolen ergänzt. In der Skala Raumvorstellung des Ergänzungsmoduls wird eine Teilaufgabe zu Spiegelbildern durch eine Aufgabe zur Symmetrie ersetzt. Die genauen Aufgabenstellungen befinden sich im Anhang (vgl. Anhang B).

Wie in den Hinweisen zu LauBe vorgesehen, wird der Test in zwei Teilen durchgeführt. Der erste paper-pencil-gestützte Teil wird mit je zwei Kindern gleichzeitig durchgeführt. Die Testleitung liest die Aufgabenstellungen vor, die von den Kindern beispielsweise durch Verbinden, Ankreuzen oder Zeichnen bearbeitet werden. Für diesen Teil ist eine Dauer von 25 bis 30 Minuten vorgesehen. Der zweite Teil findet an einem anderen Tag als materialgestütztes Einzelgespräch pro Kind in circa 15 bis 20 Minuten statt. Zum Einsatz kommen beispielsweise kleine Holzwürfel, Ziffernkärtchen oder unterschiedliche Mengenbilder. Bei der Durchführung und der Bewertung werden die allgemeinen Hinweise der Lernausgangslage verbindlich verfolgt (vgl. Steinweg et al., 2015, 6f).

Für das Grundmodul ist eine Auswertung in einer Prozentrangtabelle vorgesehen, die eine Einordnung in die Leistungsbereiche *unauffällig, auffällig* und *stark auffällig* ermöglicht. Diese Art der Auswertung wird in der vorliegenden Untersuchung in angepasster Form genutzt. Eine unauffällige Leistung lässt auf Basis der Normstichprobe erwarten, dass das Kind grundlegende mathematische Fähigkeiten besitzt und keiner zusätzlichen Förderung bedarf. Im unteren Leistungsbereich der Normstichprobe angesiedelte Ergebnisse werden als (stark) auffällig eingestuft. Die betreffenden Teilkompetenzen sollten gezielt beobachtet und bewusst angeregt und unterstützt werden.

Hat ein Kind 100% erreicht, also alle Items des Grundmoduls vollständig und korrekt bearbeitet, entspricht das einem Punktewert von 53. Durch die Berechnung des arithmetischen Mittels ergeben sich die durchschnittlichen (Prozent-)Werte für die beiden Interventionsgruppen und für die Kontrollgruppe. Die Daten werden zudem für Kohorte 1 und Kohorte 2 der Untersuchung getrennt aufbereitet. Erreicht ein Kind in den einzelnen Skalen den kleinsten Wert, der noch als unauffällig eingestuft wird, hat es insgesamt 66,7% des Grundmoduls erfolgreich gemeistert. Diese Analyse erlaubt eine erste Orientierung und Einschätzung der Testergebnisse der Kinder auf Basis der Normstichprobe.

Der Wert dient in der vorliegenden Untersuchung als Richtwert. Die vorgeschlagene Prozentrangtabelle für die einzelnen Testkonstrukte wird nicht genutzt.

Die weitere Aufbereitung und Analyse erfolgt für die gesamten Testergebnisse, die sich aus dem Grund- als auch dem Ergänzungsmodul ergeben. Die Ergebnisse werden wiederum für die Gruppen und Kohorten getrennt berechnet. Für Pre- und Posttest werden arithmetisches Mittel $\bar{x}$ und Standardabweichung SD berichtet. Um den Fokus auf die Veränderung der mathematischen Kompetenzen zu legen, wird die Differenz aus dem Durchschnittswert des Nachtests $\bar{x}_2$ und dem des Vortests $\bar{x}_1$ gebildet. Die sich ergebenden Werte lassen auf einen Blick einen Vergleich zwischen den Gruppen zu.

Je eine Grafik für Kohorte 1 und Kohorte 2 veranschaulicht die Entwicklung von Pre- zu Posttest für die beiden Interventionssettings und die Kontrollgruppe. Ob ein aus diesen Grafiken sichtbarer Effekt signifikant ist, lässt sich durch inferenzstatistische Methoden beurteilen. Für die vorliegende Untersuchung eignet sich die Angabe von Konfidenzintervallen mit einem (üblichen) Vertrauensniveau von 95% (vgl. 6.2.2.2).

6.3.3 Beobachtungsbögen

Im Interventionssetting A werden von den Erziehenden Beobachtungsbögen über die teilnehmenden Kinder ausgefüllt, um genauere Daten zum Einsatz der App und zum Spielverhalten zu erhalten. Die grundlegenden methodischen Überlegungen sind im Abschnitt 6.2.1.2 nachzulesen.

Im Setting A findet der Einsatz der App ohne Begleitung der Forscherin statt (vgl. 6.3.1). Nach einer Einführung für die zuständigen Erziehenden stehen die Tablets mit der App im Kindergarten zum freien Spiel zur Verfügung. Wesentliche Daten über den Spielprozess der teilnehmenden Kinder werden aus den generierten Logfiles ersichtlich (vgl. 6.3.4). Um darüberhinausgehend Informationen zum Spielverhalten zu erheben, auf die die Untersuchungsleitung selbst sonst keinen direkten Zugriff hätte, werden Beobachtungsbögen entwickelt.

In acht Fragen kann das Spielverhalten jedes einzelnen Kindes auf einer vierstufigen Likert-Skala beurteilt werden. Die Ausprägungen sind mit numerischen Markern von 1 bis 4 angegeben, wobei die Endkategorien 1 mit „trifft *nie* zu" und 4 mit „trifft *immer* zu" verbalisiert sind. Die gerade Anzahl von Antwortoptionen hat eine fehlende mittlere Kategorie zur Folge. Diese Entscheidung wurde getroffen, um die aus verschiedenen Studien bekannte Tendenz zur Mitte zu vermeiden (z. B. Krosnick et al., 1996; Saris & Gallhofer, 2007). Die Items sind inhaltlich so formuliert, dass eine exakte mittlere Einstufung selten zutreffen dürfte. In der Annahme, die Erziehenden müssten sich genauere Gedanken machen welche Tendenz zutrifft, sollen sogenannte ‚Don't know'-Antworten vermieden und zu einer gründlicheren Bearbeitung angeregt werden. Die Angabe weiterer Anmerkungen, Auffälligkeiten oder Besonderheiten ist in Freitextfeldern möglich.

Der Beobachtungsbogen enthält folgende Items bezogen auf das Kind mit der beschriebenen Ordinalskala zum Ankreuzen:

... spielt (nach einer Einführung) selbstständig mit der App.

... spielt die App nur mit erwachsener Begleitung.

... spielt die App mit einem Kind oder mehreren Kindern zusammen.

... nutzt das Angebot nur, wenn er/sie dazu aufgefordert wird.

... kommuniziert über die Inhalte der App mit ErzieherInnen.

... kommuniziert über die Inhalte der App mit anderen Kindern.

... benötigt Hilfe bei der Bedienung des Tablets und der App.

... benötigt Hilfe bei den mathematischen Inhalten der App.

Der vollständige Beobachtungsbogen befindet sich im Anhang (vgl. Anhang C).

Die Ergebnisse aus dieser Erhebung geben wesentliche Hinweise, inwiefern die App in einem solchen (Freispiel-)Setting genutzt wird und werden im Ergebniskapitel 7.1.2 berichtet. Dieser Teil der Forschung dient der explorativen Orientierung, da im Vorfeld kaum begründete Vermutungen aufgestellt werden können, inwiefern die frei zugängliche App im Setting A genutzt wird. Die Auswertung der Ergebnisse ist beschreibender Art und erfolgt mit Hilfe deskriptiver Analysen (vgl. 6.2.2.1). Die Daten werden für Kohorte 1 und Kohorte 2 getrennt aufbereitet, sodass ein Vergleich der unterschiedlichen Altersgruppen möglich ist.

Zur übersichtlichen Darstellung werden Häufigkeitsdiagramme erstellt. Wie in folgendem Beispiel werden die relativen Häufigkeiten der Verteilung in Säulendiagrammen visualisiert (vgl. Abb. 6.3).

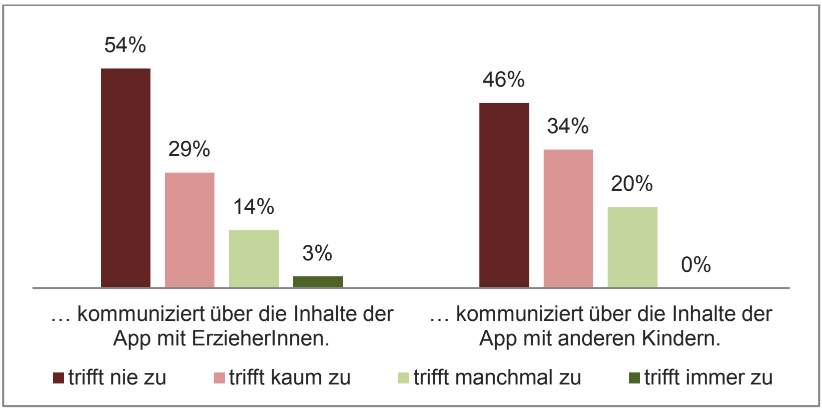


Abb. 6.3 Beispiel Säulendiagramm

Die Ergebnisse dienen im weiteren Verlauf der Forschungsarbeit einerseits dazu, Unterschiede zwischen den beiden Alterskohorten bei der Nutzung des Tablets und der App offenzulegen. Andererseits wird es möglich, die Ergebnisse zur Entwicklung der mathematischen Kompetenzen – gerade im Vergleich der beiden Interventionssettings – zuverlässiger zu interpretieren.

6.3.4 Logfiles

Zum Vergleich beider Settings liegen zusätzlich die Daten aus den Logfiles vor, die durch die App generiert und gespeichert werden. Methodisch wird diese Form der Erhebung auch als automatische oder elektronische Form der Beobachtung durch technisch vermittelte Daten bezeichnet (vgl. 6.2.1.2).

Die protokollierten Ereignisse stehen zunächst als einfache Textdateien zur weiteren Aufbereitung zur Verfügung. Jedes Kind erhält zu Beginn der Untersuchung Anmeldedaten (vgl. Kapitel 5.8), sodass separate Dateien generiert und personenbezogen zugeordnet werden können. Diese werden im Verlauf der Studie regelmäßig von den Tablets kopiert und gesichert und unter Beachtung der Vorgaben zum Datenschutz pseudonymisiert. In einem ersten Aufbereitungsschritt entsteht aus den Rohdaten der Textdatei eine Tabelle, aus der verschiedene Daten ersichtlich werden (vgl. Tab. 6.2).

	Tag	Datum	Uhrzeit	Welt	Spiel	Fehler-anzahl	Lösungs-quote	Prozent gelöst
1	Fr.	24.03.2017	09:21:43	5	7			
2	Fr.	24.03.2017	09:23:48	5	7	8	87.0	100.0
3	…	…	…	…	…	…	…	…
4	Fr.	24.03.2017	09:38:40	6	1			
5	Fr.	24.03.2017	09:40:50	6	1	9	82.0	100.0
6	Fr.	24.03.2017	09:41:01	6	1			
7	Fr.	24.03.2017	09:42:55	6	1	4	92.0	100.0

Tab. 6.2 Ausschnitt aus einem Logfile

Der dargestellte Ausschnitt repräsentiert einen Teil der Logfiledaten eines Kindes für eine Spielsitzung am Freitag, den 24. März 2017. Das Datum und die Uhrzeit geben an, wann und wie lange gespielt wird. Die exemplarisch gezeigte Spielsitzung beginnt um 09:21 Uhr (#1) und endet um 09:42 Uhr (#7). Die gesamte Spielsitzung dauert demnach insgesamt 21 Minuten.

Die Zeitmarker zeigen zusätzlich auf, wie lange ein Kind in jedem Spiel verbracht hat. Im vorliegenden Beispiel startet das Kind das Spiel 1 in der sechsten Welt um 09:38:40 (#4) und beendet es um 09:40:50 (#5). Es benötigt demnach 2 Minuten und 10 Sekunden, um alle Objekte des Spiels korrekt zuzuordnen. Ist dies passiert, springt die App automatisch in die Weltenübersicht zurück. Dort verweilt das Kind 11 Sekunden, bevor es dasselbe Spiel wiederholt startet (#6). Wird im Folgenden die Zeit für eine Spielsitzung angegeben, entspricht dies der Zeit, in der sich das Kind tatsächlich aktiv mit den mathematischen Inhalten in den Spielen der App beschäftigt hat. Die dazwischenliegende Zeit, in der sich die Kinder mit der Anmeldung oder den Bildern der Weltenübersicht auseinandersetzen, ist nicht miteingerechnet. Bei der dargestellten Spielsitzung am 24.03.2017 entspräche die aktive Zeit einem Wert von etwas über 16 Minuten. Circa 5 Minuten, was ungefähr einem Viertel der Gesamtzeit von 21 Minuten entspricht, ist das Kind zwar in der App eingeloggt, hält sich aber zum Beispiel auf Ebene einer Welt oder in der Weltenübersicht auf.

Aus den Logfiles herauszulesen ist so auch die Anzahl der Spielsitzungen pro Kind. Eine Spielsitzung stellt eine zusammenhängende Zeitspanne dar, wobei sich die Kinder maximal einmal am Tag mit dem Tablet beschäftigt haben. Die Angabe entspricht also der Anzahl an Tagen, an denen ein Kind während des Interventionszeitraums mit der App gespielt hat.

Erhoben wird, welche Spiele der App in welcher Reihenfolge, wann und wie lange aufgerufen werden. Daraus kann beispielsweise die Anzahl an Wiederholungen einzelner Spiele berechnet werden. Die Fehleranzahl und die Lösungsquote pro Spiel geben zusätzliche Hinweise. Das erste Spiel der sechsten Welt wird im Beispiel im ersten Durchgang mit 9 Fehlern absolviert, was in diesem Fall einer Lösungsquote von 82% entspricht (#5). Ab 85% wird das Bild des entsprechenden Spiels komplett bunt (vgl.

5.7.2). Das lässt die Vermutung zu, dass das Kind das Spiel wiederholt, da das Bild teilweise noch grau eingefärbt war. Im zweiten Durchgang werden 92% erreicht (#7).

Die erhobenen Daten stehen nun zur weiteren Aufbereitung und Auswertung zur Verfügung. Aus dieser Datenbasis entstehen Übersichten, die dem Erkenntnisinteresse im Forschungsschwerpunkt 1 dienen. Hier stehen der Einsatz und die Nutzung des Tablets und der App, unter den gegebenen Rahmenbedingungen der beiden Interventionssettings, im Mittelpunkt.

Die generierten Daten werden weiter in Kreuztabellen aufbereitet, die sowohl aus der Perspektive der Kinder als auch aus der Perspektive der App-Spiele zu lesen sind (vgl. Tab. 6.3). Insgesamt beinhaltet die App 6 Welten mit je 10 Spielen. Für die Angabe *Spieldurchgänge* ergibt sich beispielsweise folgendes Bild (mit konstruierten Werten):

Kind/Spiel	1.1	1.2	1.3	…	6.9	6.10	**Randhäufigkeit Kind**
Kind 1	4	1	1		3	1	**82**
Kind 2	1	1	2		0	0	**48**
…							
Kind 44	2	1	3		1	2	**77**
Randhäufigkeit Spiel	**110**	**55**	**87**	**…**	**45**	**39**	**3500**

Tab. 6.3 Beispiel für Logfileauswertung: Kreuztabelle

Die einzelnen Zellen der Kreuztabelle geben in diesem Fall an, welches Kind welches Spiel wie oft spielt. Aus den Randhäufigkeiten ist einerseits herauszulesen, wie viele Spiele (inklusive Spielwiederholungen) ein Kind über den Interventionszeitraum hinweg spielt. Kind 1 meistert beispielsweise 82 Spiele erfolgreich. Da das Kind das letzte Spiel 6.10 erreicht hat, hat es 60 verschiedene Spiele gespielt, wobei es 22 Spielwiederholungen durchgeführte. Andererseits zeigt sich, wie oft ein Spiel über alle Kinder hinweg gespielt wird. Das Spiel 1.1 wird in diesem Beispiel 110 Mal absolviert. Von allen Kindern werden insgesamt 3500 Spiele durchgespielt.

Entsprechende Kreuztabellen entstehen darüber hinaus für Fehleranzahlen, Lösungsquoten und Zeit und werden für die Kohorten und Settings separat angefertigt. Die Daten werden unter Einnahme von zwei Perspektiven betrachtet. Einerseits findet eine Ausertung mit Blick auf die Kinder und deren Spiel- und Nutzungsverhalten statt, um der Frage nachzugehen, inwiefern sich Unterschiede bezüglich Nutzungszeiten und Spielfortschritt zwischen den beiden Interventionssettings zeigen. Andererseits werden die Daten spielbezogen aufbereitet, um zu eruieren, welche Spiele Auffälligkeiten bei den Nutzungsdaten zeigen.

Um die Perspektive auf die Kinder und deren Nutzungsverhalten einzunehmen, werden für jede Kohorte und jedes Setting Durchschnittswerte berechnet und folgenden Angaben berichtet:

- *Spielfortschritt* (z. B. gespielt bis Spiel 6.4 der App)
- *Anzahl der Spiele* (gespielt bis 6.4 bedeutet: 54 unterschiedliche Spiele der App erfolgreich gemeistert)
- *Anzahl der Spiele mit Wiederholungen* (z. B. 76,7 Spiele insgesamt erfolgreich gemeistert)
- *Zeit insgesamt* (z. B. 03:40:22; 3 Stunden, 40 Minuten und 22 Sekunden in den Spielen der App verbracht)
- *Anzahl der Spielsitzungen* (z. B. 16,5 Spielsitzungen im Verlauf der Intervention)
- *Dauer der Spielsitzungen* (z. B. 00:14:40; 14 Minuten und 40 Sekunden pro Sitzung in den Spielen der App verbracht)

Nicht ganzzahlige Werte, beispielsweise bei der Anzahl der Spielsitzungen, resultieren aus der Berechnung des arithmetischen Mittels für eine Gruppe. Die beiden letztgenannten Angaben (Anzahl und Dauer der Spielsitzungen) können aus den oben beschriebenen Kreuztabellen nicht abgelesen werden. Um zu diesen Ergebnissen zu gelangen, entstehen zusätzlich Tabellen für jedes Kind, in denen alle Spielsitzungen mit Datum sowie die Spiele pro Sitzung mit der jeweiligen Zeit eingetragen sind.

Die zweite Auswertungsperspektive lenkt den Blick auf die Nutzungsdaten zu den einzelnen Spielen der App. So lässt sich beispielsweise feststellen, welches Aufgabenformat niedrige Lösungsquoten aufweist oder welche Spiele besonders häufig wiederholt wurden. Berichtet werden zunächst die Werte zu den Spielen, bei denen sich Auffälligkeiten zeigen (vgl. 7.1.2). Gewählt werden in diesem Fall die je zwei extremsten Werte; also beispielsweise gelten die vier Spiele als auffällig, bei denen sich die beiden höchsten und die beiden niedrigsten Lösungsquoten (über alle Kinder hinweg) zeigen.

Folgende Angaben werden berechnet und liegen für alle 60 Spiele der App *MaiKe* – unter Angabe der Stichprobengröße *n* – vor:

- *Wiederholungen* gibt an, wie oft ein Spiel *im Durchschnitt* gespielt wurde.
- Die *Lösungsquote* gibt den Anteil korrekter Verschiebeaktionen in einem Spiel im Verhältnis zu möglichen Verschiebeaktionen an. Die *absolute Fehleranzahl* zu den Spielen liegt ebenfalls vor, wird jedoch nicht berichtet, da sie weniger aussagekräftig ist.
- Die *Zeit* gibt die Dauer vom Start eines Spiels bis zur letzten erfolgreichen Verschiebeaktion an.

Aufbereitet sind die Daten separat für die beiden Interventionssettings, um mögliche Abweichungen aufzuspüren.

6.3.5 Videobeobachtung in Kombination mit klinischen Interviews

Im Setting B werden die Kinder während des Spielens begleitet und in leitfadengestützten Interviews befragt. Dokumentiert werden diese Sitzungen per Videoaufzeichnung. Die grundsätzlichen methodischen Überlegungen zur Erhebung sind im Abschnitt 6.2.1.2 und zur Auswertung in Abschnitt 6.2.2.3 dargelegt.

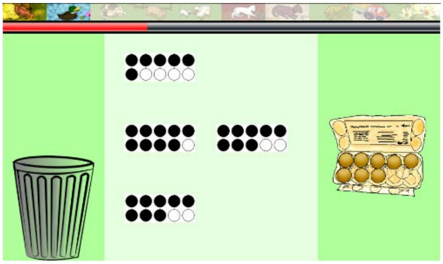
In der vorliegenden Untersuchung ist durch das Arbeiten mit dem Tablet und der App eine besondere Situation gegeben. In den *klinischen Interviews* gibt nicht die Interviewerin, sondern die App zunächst Impulse bzw. Aufgabenstellungen vor. Die Kinder agieren mit virtuellen Objekten. Die Fragen der Interviewerin beziehen sich auf diese Handlungen. Auch die App selbst reagiert auf Verschiebeaktionen der Kinder, sodass sie gewissermaßen als dritter Interakteur in der Situation gesehen werden kann. Während der Spielsitzungen werden zunächst die Reaktionen und die Interaktion der Kinder mit der App beobachtet. Die vorformulierten Leitfragen werden im weiteren Verlauf des Spiels individuell angepasst platziert, um einen vertieften Einblick in die Denkweisen, Lernprozesse und Lösungsstrategien der Kinder zu gewinnen. Das spezifische Erkenntnisinteresse richtet sich auf den Bereich der Anzahlerfassung, weshalb speziell zu den entsprechenden Spielen der App Leitfragen entwickelt werden. Je nach individueller Situation bleibt die Spielbegleiterin auch während der anderen Spiele und Aufgaben mit den Kindern in Kontakt. Das Eingehen auf Erklärungen oder Nachfragen der Kinder und ein natürlicher Gesprächsverlauf tragen zu einer offenen Atmosphäre bei, in der sich die Kinder wohlfühlen und zu initiativen Äußerungen angeregt werden.

Im Folgenden werden exemplarisch drei Aufgabenvarianten mit den entsprechenden Leitfragen dargestellt (vgl. Tab. 6.4). Diese Fragen wiederholen sich bei den weiteren fünf Spielen zur Anzahlerfassung in (fast) identischer Weise. Der komplette Interviewleitfaden, der im Sinne des beschriebenen klinischen Interviews in der jeweiligen Situation flexibel angepasst wurde, ist im Anhang zu finden (vgl. Anhang D).

Die Leitfragen sind auf das Forschungsinteresse ausgerichtet, indem sie die Kinder anregen, die Prozesse bei Mengenwahrnehmung und Anzahlbestimmung offenzulegen. Je nach Aufgabenvariante variieren die Leitfragen leicht, da verschiedene Lösungsstrategien denkbar sind.

Spiel [6] und Screenshot [7] mit Leitfaden

Welt 2, Spiel 2 (2.2)

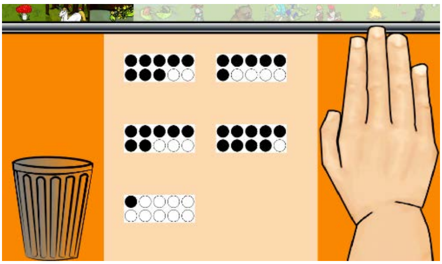


Im Spielverlauf; frühestens bei Aufgabe 2 (von 6):

„Wie kann man denn schnell erkennen, was hier passt?“

Bezieht sich das Kind bei seiner Antwort auf Zählen, mögliche Nachfrage: „Kann man auch ohne Zählen erkennen, wie viele das sind?“

Welt 4, Spiel 3 (4.3)



Im Spielverlauf; frühestens bei Aufgabe 2 (von 8) nach richtiger Zuordnung:

„Wie konntest du denn so schnell erkennen, was hier passt?“

Oder (falls das Kind die Anzahl x schon spontan genannt hat): „Wie konntest du denn so schnell sehen, dass das x sind?“

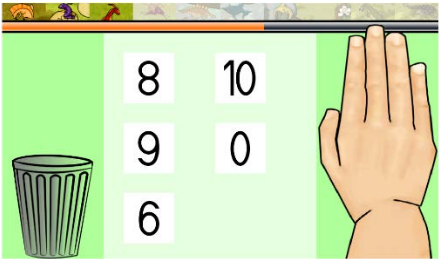
Bezieht sich das Kind bei seiner Antwort auf Zählen, mögliche Nachfrage: „Kann man auch ohne Zählen erkennen, wie viele das sind?“

---

6 Im Folgenden bezeichnet x.y das y. Spiel der x. Welt.
[Beispiel: Das dritte Spiel der fünften Welt wird demnach mit 5.3 bezeichnet]

7 Alle folgenden Screenshots sind aus der für diese Forschung zur Verfügung gestellten Version der App *MaiKe* entstanden.

Welt 6, Spiel 3 (6.3)



Im Spielverlauf; frühestens bei Aufgabe 2 (von 10) nach richtiger Zuordnung:

„Wie konntest du denn so schnell sehen, wie viele das sind?“

Falls das Kind das Zahlwort noch nicht genannt hat, mögliche Nachfrage: „Wie viele waren es denn?“

Tab. 6.4 Exemplarischer Ausschnitt aus dem Interviewleitfaden

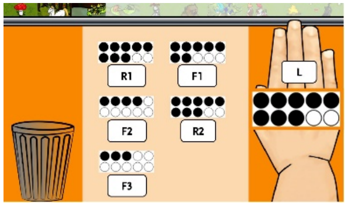
Bei Spiel 2.2 ist eine Lösung durch Vergleich der Gestalt des Eierkartons und der Punktefelder möglich, auch ohne die Anzahl exakt zu bestimmen. Deshalb wird hier nicht nach der konkreten Anzahl gefragt. Spiele mit Ziffern (z. B. Spiel 6.3) erfordern eine exakte Anzahlbestimmung, weshalb nach dem „Wie viel“ gefragt werden kann. Alle ausgewählten Aufgabenformate für die qualitative Analyse sind vollständig im Abschnitt 6.3.6 und das Kategoriensystem mit den jeweils möglichen Lösungsstrategien ist im Abschnitt 6.3.7 dargestellt.

Die vorgegebenen Leitfragen werden je an die individuelle Spielsituation mit dem Kind angepasst, gestellt oder nicht gestellt, je nachdem, ob das Kind bereits von sich aus eine Erklärung abgibt, die Anzahl nennt oder eine Handlung am Tablet ausführt, die auf den Prozess der Anzahlbestimmung schließen lässt.

Die Antworten der Kinder als auch alle sichtbaren Aktivitäten werden durch die *Methode der Videobeobachtung* (vgl. 6.2.1.2) erfasst. Die Spielsituationen umfassen verschiedene Elemente, die im Forschungsinteresse stehen: Zum einen die Interaktion zwischen Kind und Spielbegleitung, die gleichzeitig auch Interviewerin ist; zum anderen die Interaktion zwischen Kind und Tablet bzw. App. Neben Mimik und Gestik spielen insbesondere die Handlungen der Kinder an und mit dem Tablet und den virtuellen Objekten eine Rolle. Die Logfiles geben nur bedingt Auskunft über spezifische Eckdaten des Spielprozesses (vgl. 6.3.4). Die verbale Kommunikation könnte durch eine Audioaufnahme fixiert werden. Das Handeln der Kinder am Tablet wäre so jedoch nicht erfassbar. Durch Videoaufzeichnung wird zusätzlich festgehalten, ob ein Kind beispielsweise mit dem Finger über einzelne Elemente auf dem Bildschirm tippt, um diese abzuzählen oder ob es die Finger verwendet, um eine Additionsaufgabe zu lösen. Deshalb muss auch der Bildschirm des Tablets bei der Aufnahme vollständig erfasst werden. Um dies zu gewährleisten, ist insbesondere darauf zu achten, dass spiegelnde Lichtreflexe vermieden werden und dass die Hand- bzw. Armhaltung des Kindes die Objekte des Screens nicht verdeckt.

Aus den entstandenen Videodaten werden zur weiteren Aufbereitung und Analyse die Abschnitte gewählt, die zur Beantwortung der Forschungsfragen relevant sind. Diese werden zunächst anhand eines *Transkriptionssystems* verschriftlicht. Die methodischen Grundlagen sind im Abschnitt 6.2.2.3 nachzulesen. Das entwickelte Transkriptionssystem besteht aus einer Mischung aus Worttranskript, nonverbalen Äußerungen, Deskription von Spielhandlungen und Screenshots des Tablet-Bildschirms (vgl. Tab. 6.5). Die App (A) wird, neben den Gesprächspartnern Kind (jeweils mit dem Anfangsbuchstaben des Vornamens abgekürzt) und Interviewerin (I) als weiterer Interakteur des Geschehens aufgenommen. Die Kinder werden unter fiktiven Namen geführt, um die erforderliche Anonymität zu wahren.

Eine Transkriptionseinheit entspricht einer Aufgabe des jeweiligen Spiels. Sie beginnt bei Erscheinen des betreffenden Screens und endet, sobald alle Lösungsmöglichkeiten korrekt zugeordnet wurden.

Nr.	Zeit		Transkript	Screenshot
1	12:13	K	*Tippt mit dem Pen auf die Punkte von L.* *(flüstert)* 1,2,3,4,5,6/	
2		K	*Tippt auf die Hand.*	
3		A	*Die Animation wiederholt sich.*	
4		K	*Tippt mit dem Pen auf die Punkte von L.* *(flüstert)* 1,2,3,4,5,6	
5		A	*Die Animation ist beendet.*	
6		K	7, 8. *Versucht F1 zu L zu schieben.* *Schiebt F1 in den Müll.* *Versucht R1 in den Müll zu schieben.* *Schiebt F2 in den Müll.*	
7		I	Schauen wir mal, ob wir die 8 auch finden.	
8		K	*Schiebt R1 zu L.* *Schiebt R2 zu L.* *Schiebt F3 in den Müll.*	
9	12:44	I	Genau, sehr gut.	

Tab. 6.5 Beispiel für eine Transkriptionseinheit

Bei Spielen mit Animation werden die Screenshots modifiziert, um die Aufgabenstellung bestmöglich abzubilden. So wird die Handanimation, die in diesem Fall das Punktefeld auf der rechten Seite verdeckt, als statische Abbildung (hinter dem Punktefeld) repräsentiert (vgl. Tab. 6.5). In der ersten Zeile neben dem jeweiligen Screenshot sind diejenigen Vorkommnisse notiert, die während der Animation geschehen. Sobald die Animation beendet ist, wird in Zeile 2 fortgeschrieben.

Zur effizienteren Paraphrasierung der Kinderhandlungen mit den digitalen Objekten der App, werden diese im Screenshot mit Bezeichnungen versehen. Die vorgegebene *Lösung* auf der rechten Seite des Bildschirms wird mit dem Kürzel *L* versehen. Die beweglichen Objekte in der Mitte werden je nach Passung mit *R1, R2, etc.* für *richtige Lösungsoptionen* bzw. *F1, F2, etc.* für *falsche Lösungsoptionen* bezeichnet.

Zeilenwechsel werden bei Wechsel des Akteurs der Interaktion vorgenommen. Bei Beschreibungen und Analysen in denen Bezug auf Teile des Transkripts genommen wird, wird an der betreffenden Stelle die Zeilennummer notiert (z. B. #4). Zu Beginn und Ende einer Transkriptionseinheit wird die Zeit im Video ergänzt und gibt somit die betreffende Zeitspanne der Spielsitzung an.

Es wird wörtlich transkribiert, wobei Sprache geglättet und Interpunktion dem Sprechrhythmus und der Intonation angepasst wird. Die Notation von Pausen ist für die anschließende Kategorisierung einzelner Abschnitte wesentlich (vgl. 6.3.7).

(lacht)	(emotionale) nonverbale Äußerungen
schiebt R1 zu L	Handlungen, Bildschirmgeschehen der App
(.); (..); (...)	Pausen bis 3 Sekunden
(Zahl)	Pausen ab 4 Sekunden
( )	unverständliche Äußerung
(Reihe?)	Unsicherheit, schwer verständliche Äußerungen
1, 2, 3, ...	Zahlen (in ihrer mathematischen Eigenschaft)
mhm/mm	bejahend/verneinend
dann habe ich fün/	Abbruch eines Satzes

Tab. 6.6 Transkriptionsregeln

Die anhand der dargestellten Regeln (vgl. Tab. 6.6) entstandenen Transkripte stellen den Spielverlauf grundsätzlich ohne Kenntnis der Videoaufzeichnung nachvollziehbar dar. Die Videoaufnahmen können bei Unsicherheiten zur exakten Rekonstruktion von Details (z. B. Blickdauer auf einzelne Objekte) jederzeit hinzugezogen werden.

Alle für die Forschungsfrage relevanten Ausschnitte werden in der beschriebenen Weise transkribiert. Für die qualitative Analyse liegen dann 225 Transkriptionseinheiten mit einer gesamten Videodauer von 75 Minuten vor.

Diese Daten werden einer weiteren Auswertung unterzogen, die sich an einem Analyseverfahren im Mixed-Method-Design orientiert (vgl. 6.2.2.3). In den folgenden Abschnitten werden die dafür ausgewählten Aufgabenformate zur Anzahlerfassung beschrieben (6.3.6) und das Kategoriensystem dargelegt (6.3.7).

6.3.6 Ausgewählte Aufgabentypen

„Limitierte Selektionen, die etwa bei der teilnehmenden Beobachtung schon vorab getroffen werden, drängen sich bei der Videographie im Rahmen des Analyseprozesses als Entscheidungsmöglichkeiten und -notwendigkeiten auf." (Dingelaker & Herrle 2009, S. 42). Auch in der vorliegenden Studie ist die Untersuchung des sehr umfangreichen, kompletten Videomaterials (>100 Stunden) aufgrund begrenzter Ressourcen nicht möglich. Deshalb wird in einem ersten Schritt eine sinnvolle und zielführende Auswahl der zu analysierenden Ausschnitte getroffen.

Die App *MaiKe* umfasst (die Spiele zum ordinalen Zahlaspekt ausgeschlossen) 18 Spiele zum ausgewählten Inhaltsbereich *Anzahlerfassung*. In insgesamt 134 Aufgaben ist der Zahlenraum bis 10 in unterschiedliche Darstellungsvarianten (Würfel- und Fingerbilder, Zehnerfelder oder auch Ziffern) abgebildet. Eine vollständige Analyse aller betreffenden Videoausschnitte würde die Transkription und Auswertung von knapp 3000 Aufgaben erfordern. Das ist im Rahmen der vorliegenden Forschungsarbeit nicht umzusetzen. Zur Beantwortung der Fragestellung eignen sich außerdem nicht alle Anzahlen von 0 bis 10 gleichermaßen. Bei Anzahlen bis 4 erfolgt eine Bestimmung häufig durch Simultanerfassung oder durch einen schnellen Zählprozess, der durch die vorliegenden Videodaten kaum nachzuvollziehen ist. Bei den Anzahlen 5 und 10 kommt der Aspekt der Figurenkenntnis bzw. des Gestaltvergleichs vermehrt zum Tragen, indem abgespeichertes Wissen über Fingerbilder, die Fünferreihe oder das Zehnerfeld zur Anzahlbestimmung herangezogen werden kann. Das Nutzen von Strukturen durch Wahrnehmung von Teilmengen wird vermehrt bei Anzahlen zwischen 6 und 9 relevant. Deshalb wird eine exemplarische Eingrenzung auf die Aufgaben der App vorgenommen, in denen die Anzahl 8 repräsentiert ist. Diese sind geeignet, um Mengenwahrnehmungs- und Anzahlbestimmungsprozesse (vgl. Kapitel 4.5) der Kinder umfassend zu erfassen und vergleichend zu analysieren.

Insgesamt beinhalten neun Aufgaben (in acht unterschiedlichen App-Spielen) die Anzahl 8. In Kapitel 5.7.2 ist die allgemeine Konzeption, Designideen und der grundlegende Aufbau der App *MaiKe* dargestellt. Dort sind das Aufgabendesign sowie einige Spiele genauer beschrieben. Im Folgenden sind alle betreffenden Spiele zur Anzahlerfassung, welche zur qualitativen Analyse herausgegriffen werden, aufgezeigt. Die Darstellung erfolgt zusammengefasst in vier Aufgabentypen. Diese Typen werden auch in der Auswertung genutzt (vgl. 7.3.1).

Während im Verlauf der ersten Welt die dargestellten Mengen auf bis zu 5 Elemente begrenzt sind, wird der Zahlenraum ab der zweiten Welt auf 10 erweitert. 8 Elemente treten das erste Mal im zweiten Spiel der zweiten Welt auf (Spiel 2.2). Der grundlegende Aufbau, die typischen Aufgabenformate und die unterschiedlichen Darstellungsformen (z. B. Eierkarton oder Fingerbild) sind den Kindern an dieser Stelle bereits bekannt. Ziffern bis 5 treten erstmals in der zweiten Welt auf. Die Ziffer 8 erstmals in einem Spiel der vierten Welt (s. unten).

Unter dem ersten *Aufgabentyp A: direkter Gestaltvergleich* werden zwei Spiele zusammengefasst.

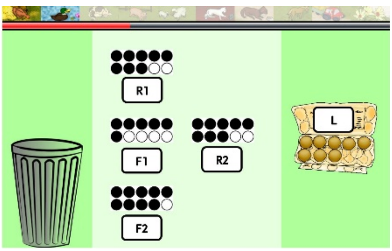


Abb. 6.4 Screenshot: Spiel 2.2[8]

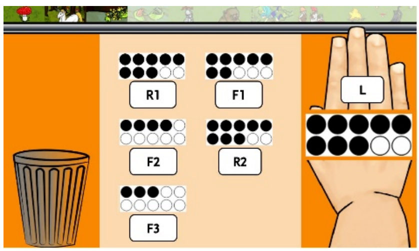


Abb. 6.5 Screenshot: Spiel 4.3

[8] Die Objekte in den folgenden Screenshots sind mit den üblichen Bezeichnungen (L, F1, ..., R1, ...) versehen (vgl. 6.3.5).

Im Spiel 2.2 tritt die Anzahl 8 im Spielverlauf das erste Mal auf (vgl. Abb. 6.4). Das Aufgabenformat sieht einen Vergleich von Punktefeldern mit Eiern in einem Eierkarton vor. Wenn im Folgenden von derartigen Darstellungsarten die Rede ist, ist davon auszugehen, dass es sich jeweils um Zehnerfelder bzw. um ebenso strukturierte Eierkartons handelt. In diesem Fall ist die Anzahl 8 jeweils in üblich strukturierter Form (5+3) dargeboten. Zwei der Punktefelder (R1 und R2) sind dem Eierkarton, die anderen beiden (F1 und F2) dem Mülleimer zuzuordnen.

Im Spiel 4.3 ist ein Vergleich von strukturierten Punktefeldern vorgesehen (vgl. Abb. 6.5). Ein Spezifikum ist die zusätzliche Animation, welche das rechts vorgegebene Punktefeld nach ca. zwei bis drei Sekunden durch eine Hand verdeckt. Erst dann erscheinen die fünf Lösungsmöglichkeiten (F1-F3; R1, R2) in der Mitte des Screens und können zugeordnet werden. In beiden Spielen ist die 8 je in standardisiert strukturierter Form in einer Zehnerdarstellung dargeboten. Damit ist die Möglichkeit eines *direkten Gestaltvergleichs* gegeben. Es ist keine mentale Umstrukturierung oder Übertragung von (Teil-)Mengen in andere Darstellungsarten (z. B. Fingerbild) notwendig.

Zum zweiten *Aufgabentyp B: Ziffer vs. Zehnerfeld* zählen drei Spiele:

Abb. 6.6 Screenshot: Spiel 4.7

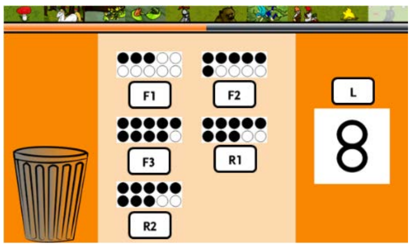


Abb. 6.7 Screenshot: Spiel 4.9

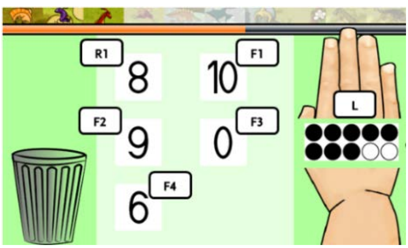


Abb. 6.8 Screenshot: Spiel 6.3

In der vierten Welt tauchen erstmals die Ziffern bis 10 in Verbindung mit Mengendarstellungen auf. Der strukturiert vorgegebenen Anzahl an Punkten ist im Spiel 4.7 die Ziffer 8 zuzuordnen (vgl. Abb. 6.6). In einem ähnlichen Aufgabenformat (Spiel 4.9) ist die Ziffer rechts vorgegeben und fünf strukturierten Punktefeldern gegenübergestellt, wobei zwei davon tatsächlich 8 Punkte aufweisen (vgl. Abb. 6.7). Im dritten Spiel der letzten Welt (Spiel 6.3) stellt die Hand-Animation wieder eine besondere Herausforderung dar. Ein strukturiertes Punktefeld wird verdeckt, bevor die Lösungsmöglichkeiten in der Mitte als Ziffern erscheinen und zugeordnet werden können (vgl. Abb. 6.8).

Bei diesem Aufgabentyp ist je die Zuordnung von Mengenbildern zu einer bzw. mehreren Ziffern gefordert. Damit ist kein Gestaltvergleich mehr möglich. Um die passenden Lösungsmöglichkeiten zuverlässig zu finden, muss die Anzahl der Punkte exakt bestimmt werden. Darüber hinaus ist Ziffernkenntnis notwendig.

Unter den *Aufgabentyp C: Fingerbild vs. Zehnerfeld* fallen ebenfalls drei Spiele.

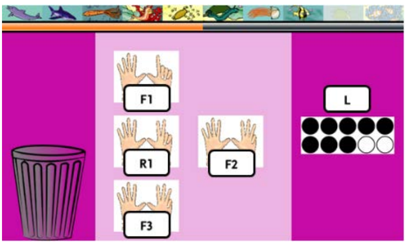


Abb. 6.9 Screenshot: Spiel 3.8 (A5)

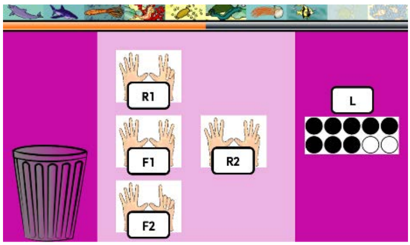


Abb. 6.10 Screenshot: Spiel 3.8 (A8)

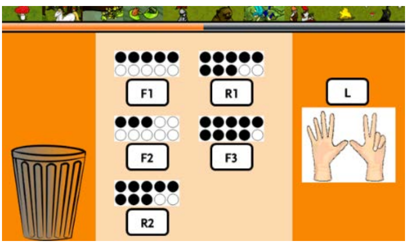


Abb. 6.11 Screenshot: Spiel 4.10

Das Spiel 3.8 beinhaltet zwei Aufgaben mit 8er-Darstellung. Die vier Lösungsmöglichkeiten sind in Form von Fingerbildern gegeben (vgl. Abb. 6.9 und Abb. 6.10), die im kompletten Spielverlauf standardisiert strukturiert dargestellt sind. Die 8 wird durch 5 Finger an einer und 3 Finger an der anderen Hand repräsentiert. Zuzuordnen ist das passende Fingerbild zum statisch vorgegebenen strukturierten Punktefeld rechts. Im Spiel 4.10 tauchen die Darstellungsarten des Spiels 3.8 erneut auf. Diesmal ist ein Fingerbild vorgegeben, während die fünf Lösungsmöglichkeiten in Form strukturierter Punktefelder dargestellt sind (vgl. Abb. 6.11).

Die Besonderheit des Aufgabentyps C liegt in der Fingerbilddarstellung, die jeweils einer bzw. mehreren strukturierten Punktedarstellungen im Zehnerfeld gegenübersteht. Indem zwei unterschiedliche Mengendarstellungen in Einklang gebracht werden müssen, ist ein Gestaltvergleich zwar möglich, im Gegensatz zum Aufgabentyp A allerdings wesentlich erschwert, da Analogien der Strukturen in beiden Darstellungsarten erkannt werden müssen.

Der *Aufgabentyp D: strukturiert vs. unstrukturiert* tritt im Spielverlauf nur einmal auf.

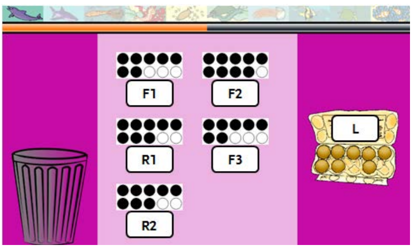


Abb. 6.12 Screenshot: Spiel 3.1

Im Spiel 3.1 ist den strukturierten Punktefeldern eine unstrukturierte Darstellung von Eiern in einem, ebenfalls in Zehnerstruktur vorgegebenen, Eierkarton gegenübergestellt (vgl. Abb. 6.12). Die Anordnung der Eier variiert dabei zufällig. Um die beiden Darstellungsarten einander zuzuordnen, können zwar Strukturen genutzt werden – im Gegensatz zum Aufgabentyp A – ist jedoch eine mentale Umstrukturierung notwendig. Ein einzelnes Abzählen ist sowohl bei strukturierter als auch bei unstrukturierter Darbietung möglich, um die Anzahl zu bestimmen.

Die beschriebenen neun Aufgaben werden für alle Kinder des Settings B anhand des oben dargestellten Transkriptionssystems verschriftlicht (vgl. 6.3.5). Unter Berücksichtigung des Spielfortschritts und wiederholten Spielen liegen für die qualitative Analyse 225 Transkriptionseinheiten vor. Im Durchschnitt benötigt ein Kind 20 Sekunden zur Lösung einer Aufgabe, woraus sich insgesamt 75 Minuten Videomaterial ergeben, die verschriftlicht werden.

Um zunächst eine Übersicht über die Lösungsstrategien der Kinder und somit auch über die Prozesse bei der Mengenwahrnehmung und Anzahlbestimmung (vgl. Kapitel 4.5) zu erhalten, wird im Rahmen der gewählten Mixed-Method-Analysemethode ein Kategoriensystem entwickelt. Dieses ermöglicht eine quantifizierte Aufbereitung der Daten. Durch kategoriengeleitete Auswertung wird darüber hinaus die Auswahl einzelner Fallbeispiele für die folgende qualitative Interpretation begründet.

6.3.7 Kategoriensystem

Das Kategoriensystem wird, wie im Auswertungs- und Interpretationsverfahren von Schmidt (2015) vorgesehen, entwickelt (vgl. 6.2.2.3). In einem ersten Schritt entstehen vorläufige Kategorien theoriegeleitet und gestützt durch Praxiserfahrungen mit der App. Die theoretische Fundierung mit Blick auf die Besonderheiten einer strukturierten Anzahlerfassung ist im Kapitel 4 dargelegt. Um die Prozesse der Mengenwahrnehmung und Anzahlbestimmung korrekt und vollständig abzubilden, gibt insbesondere das Modell von Benz und Schöner wesentliche Impulse (vgl. Benz et al., 2014; Benz & Schöner, 2018; vgl. 4.5.2). Die dort vollzogene theoretische Trennung der beiden Prozesse Mengenwahrnehmung und Anzahlbestimmung kann durch einen Versuchsaufbau mit technischen Hilfsmitteln, wie Eye-Tracking, nachgewiesen werden. In den vorliegenden (Video-)Daten werden Verbaläußerungen und Interaktionen mit der App untersucht. Diese besondere Situation und die daraus hervorgehende Datenlage erfordert eine angepasste Formulierung der Kategorien. Im entsprechenden Theoriekapitel ist deshalb zudem dargelegt, inwiefern aus beobachteten Arten der Anzahlbestimmung auf die Anzahlwahrnehmung geschlossen werden kann (vgl. 4.5.2). Im zweiten

Schritt der materialorientierten Kategorienbildung beginnt die Konkretisierung und Überarbeitung der deduktiv entworfenen Kategorien anhand des Videomaterials. Dabei wird tendenziell eine Vergröberung der Kategorien vorgenommen, da eine zu feine Untergliederung in mögliche Ausprägungen für das vorliegende Datenmaterial und für die weiteren Analyseschritte nicht zweckmäßig erscheint. Ein Auswertungsleitfaden mit genauen Beschreibungen und Ankerbeispielen für die entwickelten Kategorien wird erarbeitet. Einer Diskussion des Leitfadens im Forschungsteam folgt die Erprobung anhand einiger Datenausschnitte. Letzte Anpassungen werden vorgenommen, bevor im dritten Schritt das Kategoriensystem zur Codierung des gesamten Materials herangezogen wird.

Insgesamt entstehen fünf Kategorien 0-4, die in Tabelle 6.7 mit einer kurzen Definition und je einem Beispiel aufgeführt sind. Der vollständige Auswertungsleitfaden mit ausführlicheren Beschreibungen, Ausprägungen und Ankerbeispielen findet sich im Anhang (vgl. Anhang F).

Code	Kategorie	Kurzbeschreibung	Ankerbeispiele
4	**Struktur-nutzung**	Die Gesamtzahl 8 wird bestimmt.	„Oben sind es 5. 8!“
3	**Gestalt-vergleich**	Die Gesamtzahl 8 wird nicht (nachweislich) bestimmt.	„Also das kenne ich nicht, aber eine Reihe und dann noch 3 dazu.“
2	**Alles Zählen**	Die einzelnen Elemente der Menge werden abgezählt.	*Tippt mit dem Pen auf die Punkte des 8er-Feldes.* 1,2,3,4,5,6,7,8.
1	**Trial & Error**	Probierendes Vorgehen.	„Habe ich einfach geraten.“
0	**Keine Zuordnung**	Keine Zuordnung zu einer anderen Kategorie (1-4) möglich.	(>3 Sek.) *Ordnet das 8er-Feld der Ziffer 8 zu.*

Tab. 6.7 Kategorienübersicht

Die folgende Beschreibung und Abgrenzung der Kategorien im Hinblick auf den Untersuchungsgegenstand definiert und veranschaulicht die Einteilung. Die genauen theoretischen Grundlagen zur Zahlbegriffsentwicklung und speziell zu Prozessen bei der Mengenwahrnehmung und Anzahlbestimmung sind im Kapitel 4 dargelegt.

0 Ist aus einer Analyseeinheit keinerlei Rückschluss auf die verwendete Lösungsstrategie bzw. auf Anzahlbestimmungsprozesse möglich, der eine zuverlässige Zuordnung zu einer der anderen Kategorien 1-4 erlaubt, wird *Keine Zuordnung* codiert.

1 Ein Spezifikum der App ist die Möglichkeit, Lösungen durch Versuch und Irrtum zu finden. Ohne Mengen wahrzunehmen oder Anzahlen zu bestimmen, können die beweglichen Objekte durch reines Probieren zugeordnet werden. Wird diese Vorgehensweise aus Erklärungen des Kindes deutlich oder werden mindestens drei Fehlversuche identifiziert, wird der Code *Trial & Error* zugeordnet.

2 Indizien, wie lautes oder sichtbares Zählen durch Fingertippen und/oder Mundbewegungen, welche eine Anzahlbestimmung durch *Alles Zählen* nahelegen, werden unter der betreffenden Kategorie gefasst.

3 Ein *Gestaltvergleich* kommt beim Vergleich von Mengendarstellungen zum Tragen. Er ist demnach bei Spielen mit Ziffern nicht relevant. Entsprechend codiert wird, wenn die Gesamtanzahl 8 nicht (nachweislich) bestimmt wurde, die Wahrnehmung der Menge als Gestalt aber dennoch angenommen werden kann. Dies ist entweder durch Erklärungen des Kindes, die sich beispielsweise auf Strukturen oder Teilanzahlen beziehen nachzuweisen, oder durch eine genügend schnelle Zuordnung (<3 Sek.), die ein einzelnes Abzählen ausschließt. Damit wird dem Vorschlag von Siegler und Shrager (1984) gefolgt, die früher üblichen (rein) chronometrischen Studien durch Videoaufzeichnungen mit Beobachtungen und Erklärungen der Kinder zu verbinden (vgl. Kapitel 4.5). Die Indizien aus derartigen Untersuchungen (vgl. z. B. auch Mandler & Shebo, 1982) lassen den Schluss zu, dass sich bei einer Reaktionszeit von bis zu drei Sekunden eine alleszählende Anzahlbestimmung zuverlässig ausschließen lässt.

Wird die Gesamtanzahl 8 nicht nachweislich bestimmt, wird davon ausgegangen, dass die korrekte Zuordnung durch die Wahrnehmung und Bestimmung von Teilmengen geschieht. Beispielsweise genügt es, beim Vergleich zweier Zehnerfelder mit 8 Punkten eine ‚volle Reihe oben' wahrzunehmen und die ‚drei Punkte unten' durch Simultanerfassung oder einen Zählprozess zu bestimmen. Dass diese beiden Teilmengen insgesamt 8 ergeben, ist nicht zwingend zu ermitteln.

4 Liegen dieselben Indizien wie bei Kategorie 3 vor, die Anzahl ist aber bekannt bzw. nachweislich bestimmt worden, so wird von einer *Strukturnutzung* zur Anzahlbestimmung ausgegangen. Aufgrund der genannten Hinweise wird ein einzelnes Abzählen ausgeschlossen, wenn das Kind die Anzahl 8 in bis zu drei Sekunden nennt oder in dieser Zeit korrekt zuordnet. Das lässt den Schluss zu, dass Strukturen wahrgenommen und für die Anzahlbestimmung genutzt wurden.

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, die Gesamtzahl 8 durch geschicktes Ausnutzen von Strukturen zu bestimmen. Bei der Zuordnung zu Kategorie 4 wird zwischen diesen Varianten nicht differenziert. Der ausführliche Auswertungsleitfaden beinhaltet zur besseren Orientierung bei der Auswertung einzelne Ausprägungen. Denkbar ist beispielsweise eine Anzahlbestimmung durch Faktenwissen, indem vorher bestimmte Teilanzahlen addiert werden (z. B. 5+3). Zudem werden Zählstrategien, die kein *Alles Zählen* beinhalten (Weiterzählen ausgehend von der Fünferreihe oder Rückwärtszählen von 10) in dieser Kategorie gefasst. Auch Fuson (1988) grenzt die flexible Zahlwortreihe in ihrem Modell als erste Additionsstrategie von einem reinen Abzählen – beginnend bei der 1 – ab (vgl. Kapitel 4.2). Das flexible Zählen im Vorschulalter gilt als Meilenstein der mathematischen Entwicklung (Benz, 2010b). Eine Hinzunahme einer gesonderten Kategorie zu derartigen Zählstrategien liefert bei vorliegender Datengrundlage keine zusätzlichen Hinweise. Die Strategien der Kinder zeigen keine offensichtlichen Zählprozesse dieser Art. Bei Codierung aufgrund schneller Reaktion (<3 Sek) kann eine solche Vorgehensweise, im Gegensatz zu *Alles Zählen*, nicht ausgeschlossen werden und fällt damit ebenfalls unter Kategorie 4.

Ein Vorgehen durch *Trial & Error (1)* lässt keinerlei Schluss auf mathematische Kompetenzen zu. Ein *Alles Zählen (2)* fordert dagegen bereits (erste) Zählfertigkeiten. Mindestens die ersten drei Zählprinzipien von Gelman und Gallistel (1986) bzw. die ersten beiden Niveaustufen von Fuson (1988) sind erforderlich. Der *Gestaltvergleich (3)* wird über einer alleszählenden Strategie verortet, da die Ablösung vom zählenden Rechnen als entscheidender Schritt bei der mathematischen Kompetenzentwicklung gilt. Andererseits impliziert der Gestaltvergleich bereits eine Strukturwahrnehmung (z. B. „eine volle Reihe und 3 Punkte unten"), die aber womöglich noch nicht zur Anzahlbestimmung genutzt werden kann oder nicht genutzt wird, da die Aufgabe auch ohne Bestimmung der Gesamtzahl 8 korrekt und zuverlässig gelöst werden kann. Teilstrukturen letztendlich auch zur Anzahlbestimmung der Gesamtzahl 8 zu nutzen, erfordert wiederum umfangreichere mathematische Kompetenzen, die wünschenswert in Bezug auf die Entwicklung eines umfassenden Teile-Ganzes-Verständnisses und erster Rechenstrategien sind. Aufgrund dieser Intention wird die Kategorie *Strukturnutzung (4)* an höchster Stelle des Kategoriensystems aufgeführt.

Um Aussagen zu Lern- und Entwicklungsprozessen treffen zu können, genügt eine rein deskriptive Betrachtung der verwendeten Lösungsstrategien nicht aus. Über die Bedeutung einer strukturierten Anzahlwahrnehmung und eines Teile-Ganzes-Konzepts herrscht in der Fachdidaktik weitgehend Einigkeit. „Kurz gesagt ist das zentrale Ziel beim Aufbau von (kardinalen) Zahlvorstellungen, dass Zählprozesse minimiert werden durch das Nutzen von Strukturen" (Wartha, Hörhold, Kaltenbach & Schu, 2019, S. 54; vgl. Kapitel 4). Folglich wird durch die beschriebene Anordnung der Kategorien ein Entwicklungsprozess weg von einer alleszählenden Strategie über eine strukturierte Anzahlwahrnehmung bis hin zu einer konkreten Anzahlbestimmung durch das Nutzen wahrgenommener Strukturen abgebildet.

Zu beachten ist, dass die Einordnung jeweils nur anhand vorliegender Indizien aus dem relevanten Transkriptausschnitt erfolgt und sich auf die jeweils gezeigte Performanz bezieht. Die interpretative Zuordnung der gezeigten Interaktion schließt nicht aus, dass das Kind Kompetenzen für eine elaboriertere Kategorie besitzt. Findet ein Kind beispielsweise durch Versuch und Irrtum die richtige Lösung, ist nicht ausgeschlossen, dass es dennoch zählen könnte. Ein Rückgriff auf eine alleszählende Anzahlbestimmung bedeutet wiederum nicht, dass keine Strukturen wahrgenommen werden; sie werden lediglich in diesem konkreten Fall nicht zur Anzahlbestimmung genutzt. Eine Fehlinterpretation in diesem Sinne kann verschiedene Gründe haben (vgl. Kapitel 4.5).

Bei der Codierung des vollständigen Datenmaterials und bei der Interpretation der daraus resultierenden Übersicht über die Lösungsstrategien ist zu beachten, auf welche Mengendarstellungen sich die Zuordnungen beziehen. Eine Transkriptionseinheit (eine Aufgabe) kann unterschiedlich viele Darstellungen der Menge 8 enthalten. Grundsätzlich gibt es eine vorgegebene Lösung auf der rechten Seite des Bildschirms (L) und mindestens ein passendes Objekt, das der Lösung zugeordnet werden kann (R1). Das zweite passende Objekt (R2), das in manchen Aufgaben existiert sowie die nicht-passenden Objekte (F1, F2, etc.), werden nicht in die quantifizierten Übersichten miteinbezogen. In Konsequenz ergeben sich pro Aufgabe höchstens zwei Kodiereinheiten, welche je die Interaktion bezüglich der 8er-Mengendarstellungen (L und R1) betrachten. Ziffern können nicht in das Kategoriensystem eingeordnet werden, weshalb betreffende Aufgaben nur eine Kodiereinheit erhalten.

Im Ergebniskapitel 7.3.1 werden die quantifizierten Übersichten präsentiert, in denen für jedes Kind die erste Konfrontation mit der jeweiligen Aufgabe miteinbezogen ist. Teilweise von Kindern (später) wiederholte Spiele und eine detaillierte Analyse zu allen Interaktionsprozessen finden in den vertieften Einzelfallstudien Berücksichtigung (vgl. 7.3.2).

In meinem Kopf – nein – in meinem ganzen Körper, da habe ich so ein Ding, das mir sagt, wie viele das sind.

Tim erklärt seine Strategie
bei der Anzahlbestimmung,
Mitte seines letzten Kindergartenjahres

7 Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse, bezogen auf die drei Forschungsschwerpunkte der Studie (vgl. Kapitel 6.1), dargelegt. Zunächst wird berichtet, inwiefern in den teilnehmenden Kindergärten digitale Medien im Allgemeinen und die App *MaiKe* im Speziellen integriert und genutzt wurden und welchen Einfluss die verschiedenen Interventionssettings dabei hatten (7.1). Diese Informationen sind zudem Interpretationsbasis für den Vergleich der mathematischen Kompetenzen der Gruppen (7.2). Anschließend wird der Fokus auf digitale Aufgabenformate und individuelle Lern- und Entwicklungsprozesse im Bereich Anzahlerfassung gelegt (7.3).

7.1 Digitale Medien und die App *MaiKe* im Kindergarten

Der Forschungsschwerpunkt 1 der Studie bezieht sich auf Einsatz und Nutzung digitaler Medien und der App *MaiKe* in den teilnehmenden Kindergärten. Die leitende Fragestellung lautet:

Welche Unterschiede zeigen sich bei der Nutzung des Tablets und der App unter den gegebenen Rahmenbedingungen der beiden Interventionssettings?

Um zunächst offenzulegen, ob und in welcher Form digitale Medien im Alltag der teilnehmenden Einrichtungen eine Rolle spielen, werden kurze leitfadengestützte Interviews mit den Leitenden der Kindergärten geführt (7.1.1). Inwiefern die App *MaiKe* im Vergleich der beiden Settings eingesetzt und genutzt wird, ist im Abschnitt 7.1.2 dargelegt. Beobachtungsbögen liefern zusätzliche Informationen über Nutzung und Spielverhalten der Kinder im unbegleiteten Setting A (vgl. 6.2.1.2 und 6.3.3). In beiden Interventionssettings stehen zusätzlich die von der App generierten Logfiles zur Verfügung, die Nutzungsdaten der Kinder für alle Spiele der App während des Untersuchungszeitraums dokumentieren (vgl. 6.2.1.2 und 6.3.4).

7.1.1 Einsatz und Nutzung digitaler Medien

Sowohl vor als auch wiederholt nach Ende des Interventionszeitraums werden Informationen zum Medieneinsatz in den teilnehmenden Kindergärten erhoben. Die Leitenden der Institutionen bzw. die verantwortlichen pädagogischen Fachkräfte werden in einer persönlich-mündlichen Befragung oder „face-to-face“-Befragung (Stocké, 2014, S. 619) gebeten, auf vorformulierte Fragen zu antworten.

In zwei Fragen wird erhoben, inwiefern digitale Medien für die Kinder während des Besuchs der Institution eine Rolle spielen:

- Wurde mit den Kindern bereits anderweitig mit Tablets gearbeitet?
- Wurden bereits andere digitale Medien (z. B. Computer) zur Förderung der Kinder eingesetzt?

Die folgenden Ergebnisse dienen als Anhaltspunkt, um den Einsatz digitaler Medien in den teilnehmenden Kindergärten und die Erfahrungen der Kinder diesbezüglich einschätzen zu können.

Vom ersten zum zweiten Befragungszeitpunkt ergeben sich in keinem der Kindergärten veränderte Angaben. In keiner der teilnehmenden Einrichtungen haben die Kinder Zugang zu Tablets. In einem Kindergarten des Settings B steht für jede Gruppe ein Tablet zur Verfügung; dieses wird jedoch lediglich von den Erziehenden zur Dokumentation, zur Erstellung von Portfolios über die Kinder oder zum Fotografieren eingesetzt. In einem Kindergarten des Settings B wird angegeben, dass ein Computer in der Lernwerkstatt von den Vorschulkindern zum Schreiben erster Wörter bzw. Texte genutzt wird. In allen anderen Fällen beschränkt sich der Einsatz digitaler Medien auf Geräte zur auditiven Wiedergabe (z. B. CD-Player), die zum Abspielen von Hörbüchern oder Musik genutzt werden.

Der Einsatz digitaler Medien in den Projekt-Kindergärten ist demnach kaum nennenswert. Insbesondere zu Tablets hat keines der Kinder dort Zugang. Diese Ergebnisse waren aufgrund aktueller Studien zur Nutzung und Verbreitung digitaler Medien in Kindertagesstätten zu erwarten (vgl. Kapitel 5.2). Während in Schulen die Ausstattung rapide zunimmt, ist eine solche Entwicklung für vorschulische Einrichtungen noch kaum wahrnehmbar. Daraus darf jedoch keinesfalls gefolgert werden, dass die Kinder in diesem Alter noch keine Erfahrungen mit Computern, Tablets oder Smartphones gesammelt hätten. Im familiären Umfeld kommen – den aktuellen Zahlen zufolge – nahezu alle Kinder bereits mit einem oder mehreren der genannten Medien in Kontakt und nutzen diese in unterschiedlichem Umfang auch eigenständig. Hinweise von Erziehenden und Berichte der Kinder im Verlauf der eigenen Studie bestätigen diese Daten. Fast alle der teilnehmenden Kinder kennen grundlegende Funktionsweisen der Tablets und die Touch-Technologie. Der häusliche Mediengebrauch wird darüber hinaus nicht systematisch erfasst.

7.1.2 Einsatz und Nutzung der App *MaiKe*

Die ersten Informationen über die Kindergärten und die Voraussetzungen, mit welchen die Kinder in das Projekt starten (vgl. 7.1.1), dienen einer ersten groben Einschätzung, bevor die folgenden Ergebnisse spezifischere Daten zum Einsatz und zur Nutzung des Tablets und der App *MaiKe* während des Interventionszeitraums liefern.

Während im Setting B regelmäßig begleitete Spielsitzungen stattfinden, steht das Tablet mit der App *MaiKe* im Setting A jederzeit zum freien Spiel zur Verfügung (vgl. 6.3.1). Beobachtungsbögen über die Kinder liefern Hinweise, inwieweit das Tablet und die App unter den Voraussetzungen der Wahlfreiheit und der eigenverantwortlichen Nutzung eingesetzt werden (vgl. 6.3.3). Logfiles werden in beiden Interventionssettings generiert und lassen Aussagen im Vergleich der unterschiedlichen Implementationsformen zu (vgl. 6.3.4).

Die Forschungsfrage 1.1 fragt zunächst nach dem App-Einsatz im Setting A, wo die Tablets während der Freispielzeit für die Kinder jederzeit zugänglich zur Verfügung standen:

Inwiefern werden das Tablet und die App MaiKe unter den Voraussetzungen der freien Verfügbarkeit (im Setting A) genutzt?

Der Einsatz der Tablets findet grundsätzlich unbegleitet (es sei denn die Kinder fordern Unterstützung von den Erziehenden aktiv ein) und in Abwesenheit der Forscherin statt. Um Informationen zum Spielverhalten zu erheben, werden die zuständigen pädagogischen Fachkräfte gebeten, halbjährlich Beobachtungsbögen über die teilnehmenden Kinder auszufüllen (vgl. Kapitel 6.3.3). Insgesamt liegen 45 von 46 Bögen vor und fließen in die folgende Auswertung mit ein. Die wesentlichen Ergebnisse bezüglich des Medieneinsatzes werden im Vergleich der Kohorten dargestellt, um zusätzlich einen möglichen Einfluss des Alters feststellen zu können. Die Kinder der Kohorte 1 sind zu Beginn der Studie im Schnitt sechs Jahre und einen Monat alt; die Kinder der Kohorte 2 genau ein Jahr jünger (5 Jahre und 1 Monat).

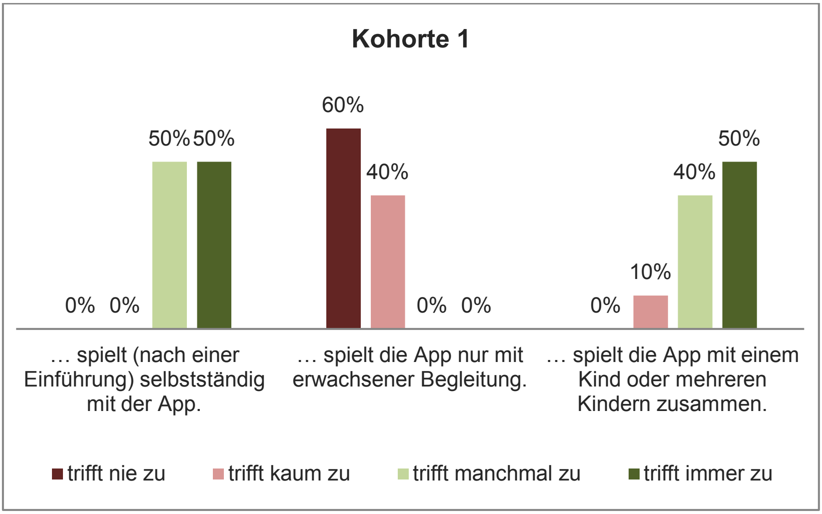


Abb. 7.1 Beobachtungsbogen Kohorte 1: Frage 1-3

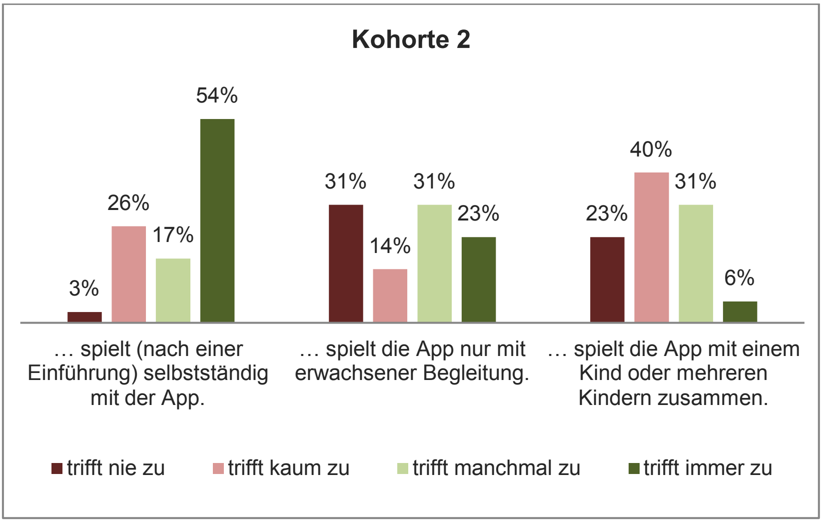


Abb. 7.2 Beobachtungsbogen Kohorte 2: Frage 1-3

Alle Kinder der (älteren) Kohorte 1 spielen nach einer Einführung meist selbstständig mit der App (Abb. 7.1). Bei den jüngeren Kindern trifft dies für 29% nicht zu; sie spielen kaum bzw. gar nicht selbstständig (Abb. 7.2). Diese Ergebnisse bestätigen sich zusätzlich, wenn man bedenkt, dass angegeben wird, dass alle Kinder der Kohorte 1 kaum erwachsene Begleitung benötigen (Abb. 7.1), während 54% der Kohorte 2 zumindest manchmal die Erziehenden zu ihrem Spiel hinzuziehen (Abb. 7.2). Auch bezüglich des gemeinsamen Spielens mit anderen Kindern zeigt sich ein gegensätzliches Bild. 90 % der älteren Kinder spielen häufiger auch gemeinsam (Abb. 7.1). Über die Hälfte der Kohorte 2 spielt dagegen nicht bzw. kaum mit anderen Kindern zusammen. 37% tun dies zumindest manchmal (Abb. 7.2).

Im Vergleich der Kohorten zeigt sich die eindeutige Tendenz, dass die älteren Kinder die App nicht nur selbstständiger, sondern auch vermehrt aus eigener Initiative heraus spielen (Abb. 7.3). Die jüngeren Kinder nutzen das Angebot häufig erst nach Aufforderung, obwohl das Tablet in der Freispielzeit jederzeit zur Verfügung steht (Abb. 7.4).

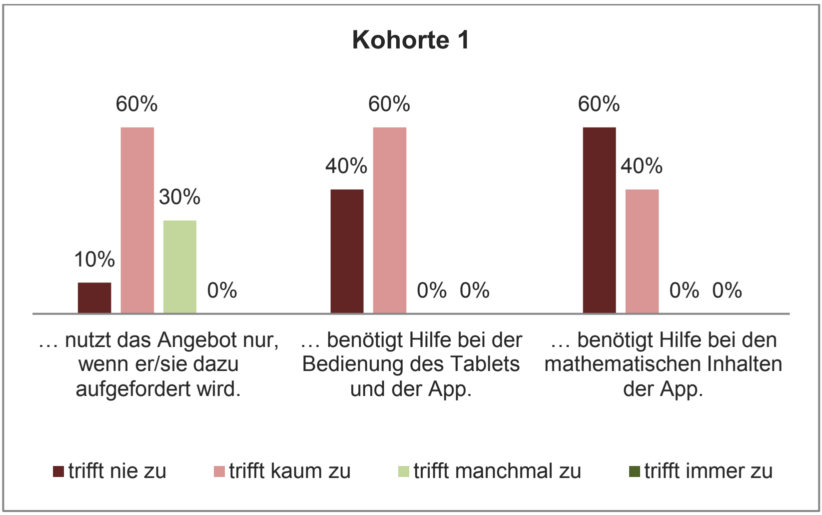


Abb. 7.3 Beobachtungsbogen Kohorte 1: Frage 4-6

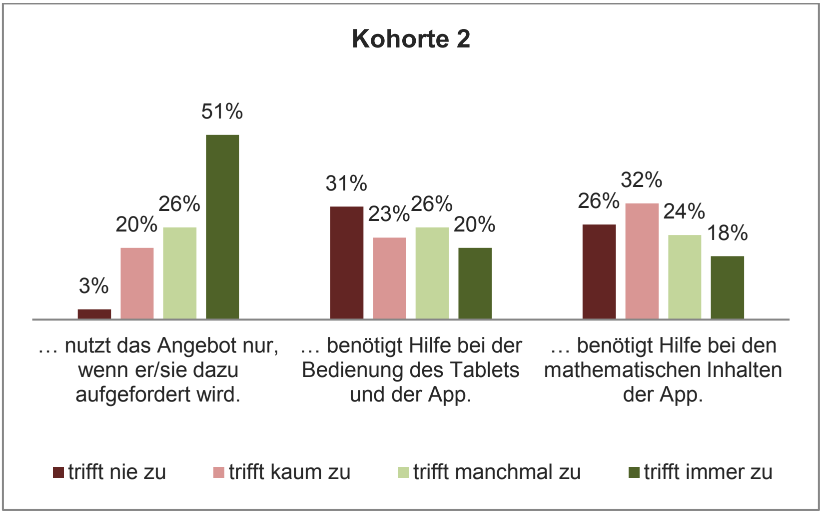


Abb. 7.4 Beobachtungsbogen Kohorte 1: Frage 4-6

Alle älteren Kinder kommen außerdem zum großen Teil allein mit der Bedienung des Tablets und der App zurecht und benötigen nur wenig Hilfe bei den mathematischen Inhalten (Abb. 7.3). In Kohorte 2 zeigt sich bei diesen beiden Aspekten ein differenzierteres Bild. Je circa die Hälfte der jüngeren Kinder benötigt, sowohl was die Bedienung des Tablets als auch was die mathematischen Inhalte der App angeht, zumindest manchmal Hilfe (Abb. 7.4).

Bezüglich Kommunikation zeigt sich in beiden Kohorten ein ähnliches Bild (Abb. 7.5 und Abb. 7.6). Es wird kaum mit den Erziehenden oder anderen Kindern über die mathematischen Inhalte gesprochen. Dieses Ergebnis verwundert etwas, wenn man bedenkt, dass die Kinder der Kohorte 1 häufig auch gemeinsam spielen und die Kinder der Kohorte 2 häufiger auch noch in erwachsener Begleitung spielen. Liegen die Erziehenden bei ihrer Einschätzung richtig, findet entweder dennoch kaum Kommunikation statt oder es wird hauptsächlich über nicht-mathematische Aspekte der gemeinsamen App-Nutzung gesprochen.

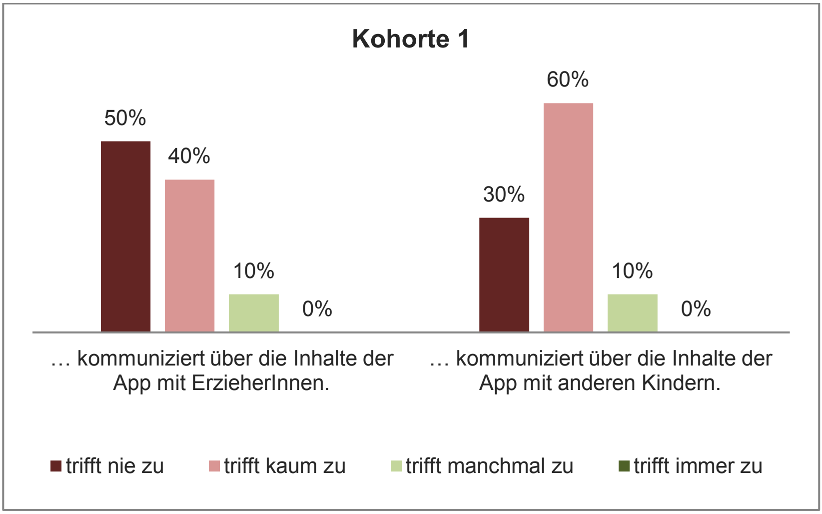


Abb. 7.5 Beobachtungsbogen Kohorte 1: Frage 7-8

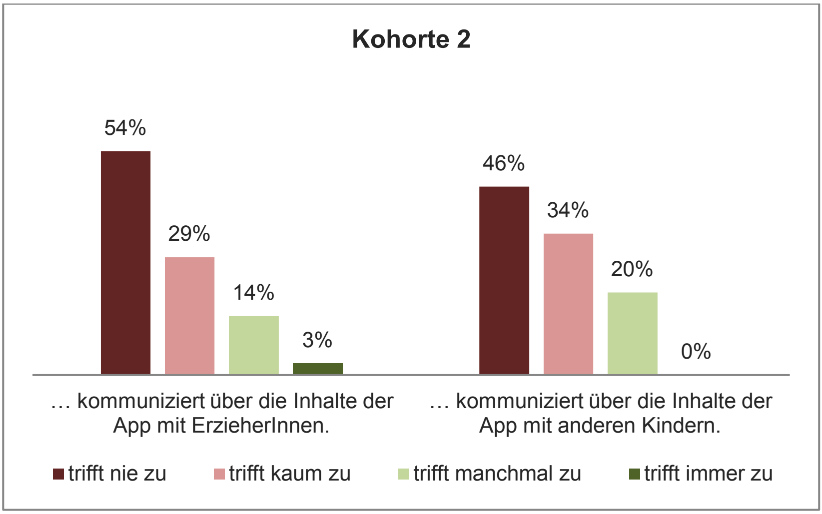


Abb. 7.6 Beobachtungsbogen Kohorte 2: Frage 7-8

Die dargestellten Ergebnisse aus den Beobachtungsbögen zeigen Nutzungstendenzen auf und geben Informationen über das Spielverhalten der Kinder im Setting A. Im Vergleich der Kohorten zeigt sich, dass das

Angebot altersabhängig unterschiedlich genutzt wird. Eine zusammenfassende Interpretation der Ergebnisse ist im Abschnitt 7.1.3 nachzulesen, nachdem alle Daten zu diesem Forschungsschwerpunkt berichtet sind.

Weiterführende Informationen zum Spielprozess (z. B. Spielfortschritt, Spielzeiten usw.) liefern die Logfiles der App, die für beide Interventionssettings vorliegen und im Folgenden aufbereitet dargelegt sind. Nicht nur die beiden Alterskohorten können einer vergleichenden Analyse unterzogen werden; insbesondere wird nun auch ein Vergleich der unterschiedlichen Interventionssettings möglich. Durch die unterschiedliche Organisation dieser beiden Implementationsformen (genauer dargelegt im Abschnitt 6.3.1) sind bereits einige Variablen des App Einsatzes festgelegt. Aspekte, die sich bei der freien Nutzung im Setting A lediglich durch die Auswertung der Beobachtungsbögen einschätzen lassen, sind im Setting B nicht relevant bzw. vorherbestimmt. Die Spielsitzungen finden an regelmäßig vereinbarten Terminen statt und nur dann stehen die Tablets mit der App zur Verfügung, sodass sich die Frage nach eigeninitiativer Nutzung nicht stellt. Außerdem sind die Sitzungen durchgängig begleitet und finden außerhalb der Gruppen statt, wodurch die Möglichkeit des gemeinsamen Spielens mit anderen Kindern ausgeschlossen ist. Falls Hilfe benötigt wird, ist die Spielleiterin jederzeit anwesend. Die Leitfrageninterviews strukturieren darüber hinaus, zumindest bis zu einem gewissen Grad, die Kommunikation zwischen Interviewerin und Kind (vgl. 6.3.5). Diese Form der Organisation unterscheidet sich demnach in einigen Aspekten von der freien Nutzungsmöglichkeit im Setting A.

Nun stellt sich die Frage, ob die Kinder im Setting A durch das kaum reglementierte Angebot häufiger darauf zugreifen; das Tablet vielleicht wesentlich länger nutzen als die Kinder des Settings B, für die die wöchentlichen Spielsitzungen auf ca. 15-20 Minuten limitiert wurden. Genauso wäre es denkbar, dass die App kaum eigeninitiativ verwendet wird, da beispielsweise die Motivation für eine initiative Nutzung fehlt oder nicht dauerhaft aufrechterhalten bleibt. In welchem Maße das Förderangebot genutzt wird, ist zudem wesentlich, um die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen der Kinder im Vergleich zuverlässiger interpretieren zu können (Forschungsschwerpunkt 2). Aus diesen Gründen stellt sich die folgende Frage:

Welche Unterschiede zeigen sich bezüglich Nutzungszeiten und Spielfortschritt zwischen den beiden Interventionssettings?

Um diese Frage zu beantworten, werden die Logfiles der App, wie im Abschnitt 6.3.4 beschrieben, aufbereitet und ausgewertet. Die folgenden Tabellen zeigen die durchschnittlichen Daten für die Kinder der Kohorte 1 (Tab. 7.1) und der Kohorte 2 (Tab. 7.2). Bei der Beschreibung der Ergebnisse wird für eine verbesserte Übersicht Bezug auf die Spaltennummerierung genommen (#1; #2; etc.).

	1	2	3	4	5	6
	gespielt bis	Anzahl Spiele	Spiele (mit Wdh.)	Zeit insgesamt	Spielsitzungen	Dauer einer Spielsitzung
Setting B	5.4	44	49,70	01:40:22	10,80	00:10:18
Setting A	4.2	32	57,90	01:53:14	7,70	00:14:40

Tab. 7.1 Logfiles: Übersicht Kohorte 1

	1	2	3	4	5	6
	gespielt bis	Anzahl Spiele	Spiele (mit Wdh.)	Zeit insgesamt	Spielsitzungen	Dauer einer Spielsitzung
Setting B	6.8	58	92,92	03:41:11	22,67	00:09:41
Setting A	5.7	47	117,83	04:33:20	16,50	00:16:04

Tab. 7.2 Logfiles: Übersicht Kohorte 2

Der längere Interventionszeitraum der Kohorte 2 führt zu den erkennbar weiter fortgeschrittenen Spielständen, mehr Spielsitzungen und mehr Zeit, die insgesamt in den Aufgaben der App verbracht wird. Die grundsätzlichen Tendenzen bestätigen sich jedoch für beide Kohorten gleichermaßen. Im Fokus steht deshalb insbesondere der Vergleich zwischen den beiden unterschiedlichen Implementationsformen.

#1: Die Kinder des begleiteten Settings B meistern im Interventionszeitraum mehr Spiele der App erfolgreich. In Kohorte 2 erreichen die Kinder durchschnittlich das achte Spiel der Welt 6, in Kohorte 1 das vierte Spiel der Welt 5.

#2: Das entspricht 58 bzw. 44 von 60 angebotenen Spielen. Im Setting A werden nur 47 bzw. 32 Spiele gemeistert. Die Kinder des Settings B begegnen durch den weiter fortgeschrittenen Spielstand damit mehr unterschiedlichen Spielen. Kinder, die während des Untersuchungszeitraums das letzte Spiel der App und damit alle 60 Spiele mindestens einmal spielen, können bereits gespielte Spiele wiederholen. Die Erfahrung zeigt jedoch, dass ab diesem Zeitpunkt meistens ein deutlicher Motivationsverlust zu verzeichnen ist.

#3: Die Kinder des Settings A spielen (in beiden Kohorten) dagegen insgesamt mehr Spiele. Das zeigt, dass bei der eigenständigen Nutzung einzelne Spiele häufiger wiederholt werden.

#4: Die gesamte Zeit, die die Kinder in den Spielen der App verbringen, liegt im Setting A höher, wobei der Unterschied – insbesondere bei Kohorte 1 – nicht besonders groß ausfällt.

#5: Trotz der freien Verfügbarkeit wird das Tablet weniger häufiger genutzt als im Setting B, in dem (in beiden Kohorten) durchschnittlich mehr Spielsitzungen stattfinden.

#6: Die Dauer der einzelnen Sitzungen ist wiederum im Setting A länger. Im begleiteten Setting B beschäftigen sich die Kinder im Laufe einer Sitzung etwa 10 Minuten aktiv mit den Aufgaben der App, was erfahrungsgemäß einer gesamten Spielsitzung von mindestens 15 Minuten entspricht. Zeit, die beispielsweise zur Anmeldung, in der Weltenübersicht der App oder für weiterführende Kommunikation aufgewendet wird, ist hier durch die Logfiles nicht dokumentiert.

> Nach dieser Zeit werden die Sitzungen meistens von der Spielleitung unterbrochen. Manchmal führen organisatorische Rahmenbedingungen im Kindergarten zu einem früheren Spielabbruch. Seltener werden Spielsitzungen aus Motivations- oder deutlichem Aufmerksamkeitsmangel der Kinder vorzeitig beendet. Im Setting A unterliegen die Spielzeiten grundsätzlich keiner Begrenzung; es wird jedoch zu Beginn des Projekts darauf hingewiesen, dass ein zu langes Spielen am Tablet (>20 Minuten) auch unterbrochen werden kann. Inwiefern die zuständigen pädagogischen Fachkräfte tatsächlich Einfluss nehmen, ist nicht nachvollziehbar. Festgehalten werden kann, dass sich die Kinder im Setting A im Schnitt mindestens 5 Minuten länger mit den Spielen der App beschäftigen. Diese Zahlen lassen den Schluss zu, dass die Kinder bei freiem Zugang teilweise auch über 20 Minuten am Tablet verbringen.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Kinder durch die regelmäßig festgelegten Spielsitzungen im Setting B während des Interventionszeitraums höhere Spielstände erreichen. Sie wiederholen dabei weniger Spiele und verbringen insgesamt weniger Zeit am Tablet und mit der App. Haben die Kinder das Tablet, wie im Setting A, zur freien Verfügung, greifen sie zwar in unregelmäßigeren Abständen auf das Angebot zurück, nutzen die App dann jedoch länger als die Kinder im Setting B.

Die bisher präsentierten Daten sind Durchschnittswerte; berechnet über alle Aufgaben der App hinweg, um ein Gesamtbild des Nutzungsverhaltens der Kinder im Vergleich der realisierten Settings zu erhalten. Es lässt sich daraus (noch) nichts über einzelne Spiele der App aussagen. Eine Aufbereitung der Logfiles in Bezug auf die App-Spiele erlaubt im Folgenden die Einnahme einer anderen Perspektive und die Beantwortung der folgenden Forschungsfrage:

Welche Spiele der App zeigen – bezogen auf die beiden Interventionssettings – Auffälligkeiten bei den Nutzungsdaten?

Auch hierfür wurden die Logfiles der App wie im Abschnitt 6.3.4 beschrieben – diesmal spielbezogen – ausgewertet. Aufbereitet sind die Daten separat für die beiden Interventionssettings, um mögliche Abweichungen aufzuspüren. So lassen sich einerseits spielbezogene Auffälligkeiten ermitteln, die für beide Settings gleichermaßen gelten. Andererseits liefern Divergenzen zwischen den Settings zusätzliche Indizien, inwiefern sich die unterschiedliche Organisation auf die Nutzung der App auswirken kann.

An dieser Stelle werden die Spiele präsentiert, für die sich Auffälligkeiten in den Daten zeigen. Dazu werden zu jedem Auswertungsaspekt und für jedes Setting die zwei extremsten Werte in beide Richtungen ausgemacht. Beispielsweise werden je die beiden Spiele hervorgehoben, die in einem Setting die höchsten und die niedrigsten Lösungsquoten aufweisen. Eine komplette Darstellung zu allen 60 Spielen der App *MaiKe* (1.1 – 6.10) ist – unter Angabe der jeweiligen Stichprobengröße n[9] – im Anhang zu finden (vgl. Anhang E).

In der folgenden Tabelle sind die so als auffällig identifizierten Spiele der App *MaiKe* präsentiert. Die (vier) auffälligsten Werte je Setting sind durch Einfärbung der Zellen und Fettdruck besonders hervorgehoben (vgl. Tab. 7.3) und werden im Folgenden beschrieben und diskutiert.

Spiel	Wiederholungen		Lösungsquote		Zeit	
	A	B	A	B	A	B
Bezeichnung: 1.1 *Bereich*: Kardinal *Darstellungsarten:* 10er-Eierkartons *Zahlenraum* bis 5	**5,55**	1,32	84,33	83,93	01:57	**07:49**
Bezeichnung: 1.4 *Bereich:* Größen *Darstellungsarten*: verschieden	2,18	1,05	96,81	98,17	01:29	**01:13**
Bezeichnung: 1.10 *Bereich:* Geometrie *Darstellungsarten:* (symmetrische) Schmetterlinge	2,45	1,59	88,22	83,80	**01:21**	**01:13**

[9] *n* gibt dort an, wie viele Kinder der Studie das betreffende Spiel mindestens einmal gespielt haben.

Bezeichnung: 2.3 *Bereich:* Geometrie *Darstellungsarten:* Kreis, Dreieck, Viereck	**8,64**	**3,00**	**60,79**	**72,15**	01:34	01:31
Bezeichnung: 2.4 *Bereich:* Ziffern *Darstellungsarten:* Ziffern bis 5	1,81	1,23	93,34	89,37	**01:23**	01:22
Bezeichnung: 4.2 *Bereich:* Mengen- korrespondenz *Darstellungsarten:* verschieden	2,50	**2,24**	75,58	75,32	02:19	02:04
Bezeichnung: 5.8 *Bereich:* Ordinal *Darstellungsarten:* Ziffern bis 5	1,14	1,07	96,63	**98,93**	02:39	02:00
Bezeichnung: 5.10 *Bereich:* Geometrie *Darstellungsarten:* Viereckstypen	3,17	2,21	**58,95**	**69,68**	02:48	02:25
Bezeichnung: 6.4 *Bereich:* Geometrie *Darstellungsarten:* (sym- metrische) Schmetterlinge	1,00	1,00	**99,50**	98,67	01:29	01:26
Bezeichnung: 6.5 *Bereich:* Formen nachzeichnen *Darstellungsarten:* Spuren von Formen	1,50	1,27	**99,56**	**99,29**	02:19	02:26
Bezeichnung: 6.9 *Bereich:* Ordinal *Darstellungsarten:* Zehnerfelder	2,20	1,56	74,45	84,14	**06:26**	**05:33**
Bezeichnung: 6.10 *Bereich:* Tangram *Darstellungsarten:* 6-teiliges Tangram	1,40	1,33	91,43	90,58	**05:13**	04:38

Tab. 7.3 Logfiles: Übersicht Spiele mit auffälligen Werten

Zum einen sind in der Tabelle auffällige Werte festzustellen, die sich in ihrer Tendenz für beide Settings gleichermaßen bestätigen. Diese Werte resultieren vermutlich aus den jeweiligen Spielcharakteristika. Beispielsweise zeigen sich für beide Settings in den Geometriespielen 2.3 und 5.10 die mit Abstand niedrigsten Lösungsquoten. Dies deutet auf besondere Schwierigkeiten beim Bearbeiten der betreffenden Aufgaben hin (vgl. #*Lösungsquote*). Auffällig ist zudem der mutmaßliche Zusammenhang zu erhöhten Wiederholungszahlen.

Zum anderen gibt es Auffälligkeiten, die sich nur in einem der beiden Interventionssettings in dieser Art und Weise manifestieren. So zeigt sich beispielsweise beim ersten Spiel der App eine wesentlich höhere Wiederholungszahl im Setting A; im Setting B ist dieser Wert nicht auffällig (vgl. #*Wiederholungen*). Entsprechende Ergebnisse lassen wiederum Vermutungen zu, inwiefern sich die unterschiedlich organisierten Settings auf die App-Nutzung bzw. auf den Umgang mit einzelnen Spielen auswirken.

Die identifizierten auffälligen Werte werden im Folgenden in Bezug zu den drei Auswertungsaspekten genauer dargestellt und analysiert:

 # Wiederholungen

Die Perspektive auf die Settings hat im Vorfeld bereits gezeigt, dass die Kinder im freien Setting A deutlich häufiger Spiele wiederholen als die Kinder im begleiteten Setting B. Mit den spielbezogenen Logfiledaten lässt sich nun auch beantworten, welche Spiele am häufigsten wiederholt werden.

Beim ersten Spiel der App (vgl. Abb. 7.7) zeigt sich ein deutlicher Unterschied zwischen den unterschiedlichen Implementationsformen.

Die Kinder im Setting A spielen dieses Spiel im Durchschnitt 5,55 Mal, was dem zweithöchsten Wert entspricht – und damit als auffällig eingestuft wird. Im Setting B zeigt sich bei dieser Kategorie kein auffallender Wert.

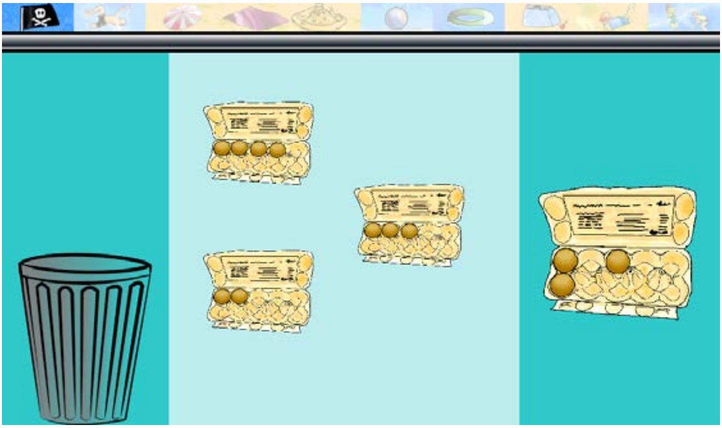


Abb. 7.7 Screenshot: Spiel 1.1

Jedoch ist die benötigte Zeit im Gegenzug deutlich höher (vgl. *#Zeit*). Diese Ergebnisse könnten in einem Zusammenhang stehen und darauf hindeuten, dass die Lernbegleitung hier deutlich unterstützend wirkt, sich Zeit nimmt auf Fragen einzugehen, Impulse gibt oder die Funktionsweise der App bzw. der konkreten Aufgabe gemeinsam mit den Kindern bespricht. Im Setting A wird den zuständigen Erziehenden ein erstes gemeinsames Spielen mit den Kindern ebenso angeraten. Dieses Ergebnis lässt jedoch die Vermutung zu, dass die Kinder die App von Beginn an größtenteils eigenständig nutzen. Die moderaten, im Vergleich der Settings kaum unterschiedlichen Werte bezüglich der Lösungsquoten weisen darauf hin, dass das Eingangsspiel trotz fehlender Unterstützung intuitiv verstanden und schnell korrekt absolviert werden kann. Der Grund für die auffällig hohe Wiederholungszahl liegt deshalb eher darin, dass die Kinder im Setting A zunächst nicht entdecken, dass man nach erfolgreichem Absolvieren – und zwar auch, wenn das Bild des Spiels noch nicht komplett bunt eingefärbt ist – mit dem nächsten Spiel (1.2) fortfahren kann. Ein Hinweis der Lernbegleitung im Setting B macht diese unnötig vielen Spielwiederholungen gegebenenfalls obsolet. Der mathematische Inhalt des Spiels ist in diesem Fall nicht die Ursache für die identifizierten auffälligen Werte. Kein anderes Spiel zur Anzahlerfassung zeigt derartige Auffälligkeiten.

Im Verlauf der App-Nutzung sind den Kindern beider Settings grundlegende Funktionsweisen der App zunehmend bekannt, sodass sich die Tendenzen bereits ab dem zweiten Spiel (1.2) angleichen.

In beiden Settings ist das Spiel 2.3 (vgl. Abb. 7.8) das deutlich am häufigsten wiederholte Spiel. Gleichzeitig zeigt sich hier die niedrigste Lösungsquote. Inhaltlich erfordern die Aufgaben ein Zuordnen geometrischer Formen (Kreis, Dreieck und verschiedene Viereckstypen) zu ‚Oberbegriffen‘.

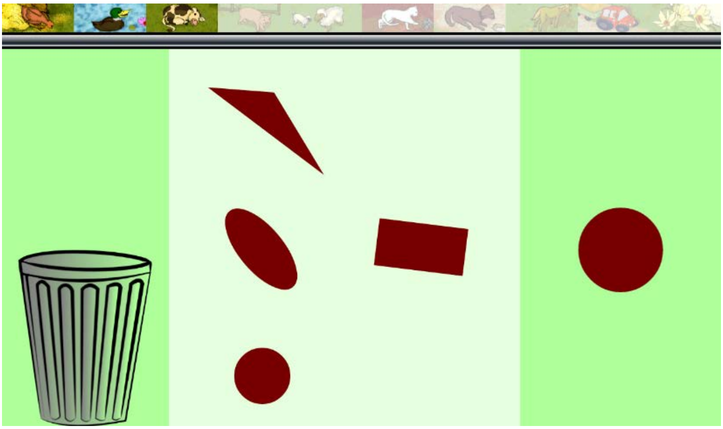


Abb. 7.8 Screenshot: Spiel 2.3

Die Lernbegleitung im Setting B führt gegebenenfalls dazu, dass die Wiederholungszahl nicht so dramatisch hoch wird wie im Setting A, wo die Kinder diese mathematische Herausforderung grundsätzlich ohne Unterstützung meistern müssen. Dennoch sind die Werte in beiden Settings auffällig, was in diesem Fall auf besondere Schwierigkeiten beim Lösen der betreffenden Aufgaben hindeutet. Werden zu viele Fehler gemacht, ist ein Weiterspielen nicht möglich und das Bild des Spiels in der Weltenübersicht bleibt grau, sodass eine Wiederholung unerlässlich ist. Je nach Lösungsquote wird das Bild des Spiels dann teilweise bunt bzw. ganz bunt (vgl. 5.7.2). Bei Spielwiederholungen kann diese Art des Feedbacks eine Rolle spielen. Anscheinend motivieren nur teilweise eingefärbte Bilder tatsächlich, das Spiel wiederholt aufzurufen (vgl. auch *#Lösungsquote*). Betrachtet man die Werte zu inhaltlich ähnlichen Spielen (4.5 und 5.10), zeigt sich eine deutliche Tendenz. Auch in diesen Fällen werden die Spiele überdurchschnittlich häufig wiederholt.

Die Spiele mit auffällig wenigen Wiederholungen werden nicht expliziert analysiert, da es einige Spiele mit je nur einem Durchgang gibt, wie beispielsweise das Spiel 6.4 (vgl. Tab. 7.3). In beiden Settings zeigen sich hier ähnliche Tendenzen (vgl. komplette Auswertung; Anhang E).

 # Lösungsquote

Für beide Settings zeigen sich die niedrigsten Lösungsquoten in den Geometriespielen 2.3 (vgl. Abb. 7.8) und 5.10 (vgl. Abb. 7.9).

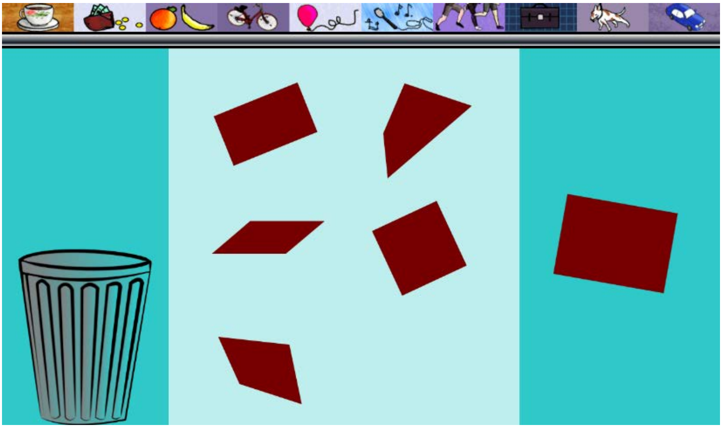


Abb. 7.9 Screenshot: Spiel 5.10

Wie auch das Spiel 2.3 erwartet das Spiel 5.10 ein Zuordnen geometrischer Formen zu ‚Oberbegriffen'. Dies scheint für die Kinder besonders herausfordernd zu sein. Das könnte unter anderem an der geforderten Unterscheidung verschiedener Viereckstypen liegen, die im Sinne der Klassifikation im ‚Haus der Vierecke' nach Symmetrieeigenschaften realisiert ist. Ein Rechteck kann demnach einem Rechteck, aber auch einem Quadrat zugeordnet werden. Einem vorgegebenen allgemeinen Viereck können alle anderen Vierecke zugeordnet werden. Die dahinterstehende Logik ist den Kindern in den meisten Fällen nicht auf Anhieb einsichtig. So zeigt sich bei Spielen dieser Art zudem eine auffällig hohe Wiederholungszahl (vgl. *#Wiederholungen*). Das verstärkt den vermuteten Zusammenhang zwischen Wiederholungszahl und Lösungsquote. Eine spannende Zusatzinformation an dieser Stelle zeigt sich in der gesamten Logfileauswertung. Alle Kinder der Interventionssettings spielen die App bis zum Spiel 2.3 erfolgreich. Genau an dieser Stelle bricht das erste Kind – und zwar ein Kind aus Setting A – ab. Für dieses Kind scheint dieses Spiel eine Hürde zu sein, die ohne Unterstützung unüberwindbar ist. Über die genauen Gründe kann jedoch nur spekuliert werden. Vielleicht sinkt die Motivation nach mehreren erfolglosen Versuchen zu weit oder das betreffende Kind hat nicht den Mut, bei den Erziehenden nach Unterstützung zu fragen. Insbesondere bei einer eigenständigen App-Nutzung können Spiele, die sich als besonders anspruchsvoll herausstellen, demnach ein Hindernis darstellen. Bei einem linear aufgebauten Spielfortgang, wie es in der App *MaiKe* realisiert ist, kann dies – zumindest in Einzelfällen – zu einem endgültigen Spielabbruch führen. Dass jedoch nur ein Kind an der Stelle abgebrochen hat, zeigt gleichermaßen, dass alle anderen Kinder diese Hürde überwinden und das Spiel nach mehrmaligen Wiederholungen erfolgreich meistern. Letzteres deutet darauf hin, dass die Kinder während des Spielprozesses die passenden Zuordnungen kennenlernen und ein Lernprozess stattfindet.

Weniger kontrovers lassen sich die Spiele mit besonders hohen Lösungsquoten diskutieren. In beiden Settings zeigen sich ähnliche Tendenzen.

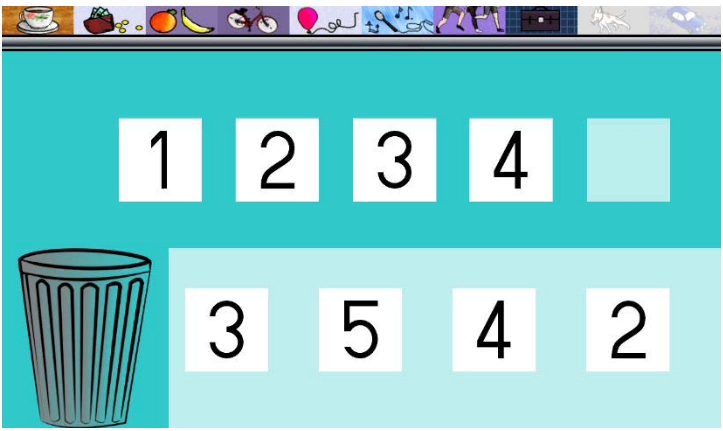


Abb. 7.10 Screenshot: Spiel 5.8

Auffällig hohe Werte sind bei den Spielen 5.8, 6.4 und 6.5 festzustellen (vgl. Abb. 7.10 – 7.12). Diese könnten allenfalls zu wenig anspruchsvoll für die Altersgruppe sein, wobei ein einfach zu lösendes Spiel während des App-Verlaufs auch die Funktion haben kann, die Motivation der Kinder zu stärken bzw. nach anspruchsvolleren Spielen wieder zu steigern.

Etwas überraschend mag dennoch sein, dass die ordinale Ziffernfolge (bis 5) im Spiel 5.8 (vgl. Abb. 7.10) von Kindern im betreffenden Vorschulalter bereits nahezu perfekt beherrscht wird. Auch das zweite Spiel dieser Art (6.2), in dem die Ziffern bis 10 in korrekter Reihenfolge angeordnet werden müssen, zeigt einen sehr hohen Wert bezüglich der Lösungsquote.

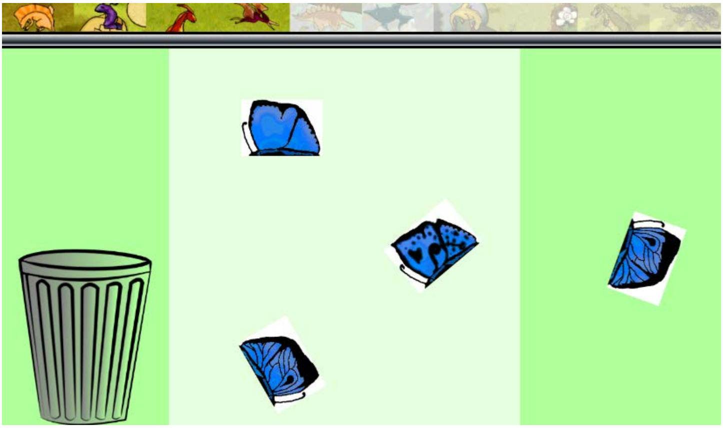


Abb. 7.11 Screenshot: Spiel 6.4

Bei den weiteren Spielen zur Symmetrie (von Schmetterlingen, vgl. Abb. 7.11) bestätigt sich die hier identifizierte Tendenz ebenso, wobei die Kinder beim ersten Spiel dieser Art (1.10) etwas schlechter abschneiden als in den beiden folgenden (3.6 und 6.4).

Auch das Nachzeichnen von Figuren scheint den Kindern leicht zu fallen. Beide Spiele (6.5 und 3.6; vgl. Abb. 7.12) weisen hohe Werte auf. In nahezu allen Fällen mit hoher Lösungsquote liegt die Anzahl der Spielwiederholungen unter dem Durchschnitt, was wiederum diesen Zusammenhang stärkt.

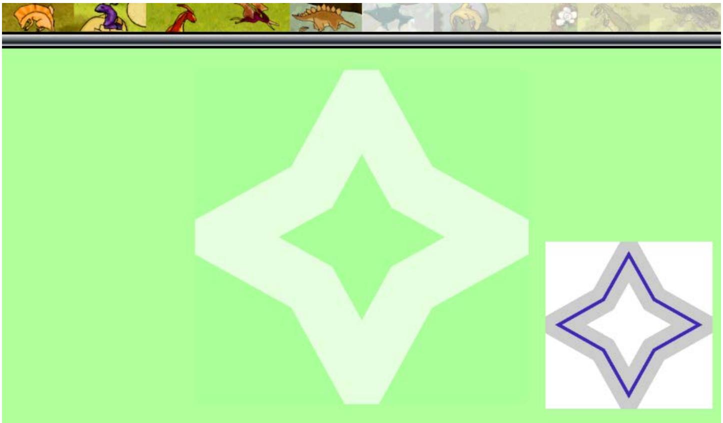


Abb. 7.12 Screenshot: Spiel 6.5

 # Zeit

Besonders schnell absolviert werden die Spiele 1.4, 1.10 und 2.4 (vgl. Abb 7.13 – 7.15); wobei in beiden Settings zumindest ähnliche Tendenzen feststellbar sind.

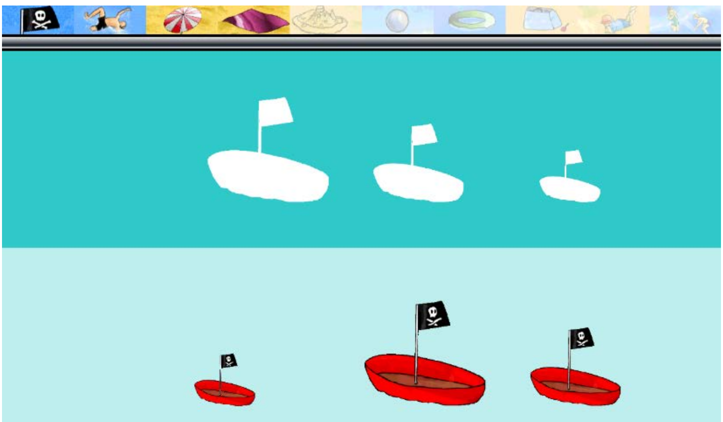


Abb. 7.13 Screenshot: Spiel 1.4

Dass niedrige Zeitwerte insbesondere in den Anfangswelten festzustellen sind, ist wenig verwunderlich, da hier einerseits weniger Objekte zuzuordnen und andererseits weniger Aufgaben pro Spiel zu lösen sind als bei Spielen in höheren Welten.

Abb. 7.14 Screenshot: Spiel 1.10

Aber auch das Aufgabenformat und der mathematische Inhalt können zu diesem Sachverhalt beitragen. Bei den beiden weiteren Symmetriespielen in höheren Welten (3.6 und 6.4) zeigt sich ein leicht gestiegener, im Verhältnis zu anderen Aufgaben aber immer noch geringer Zeitbedarf. Bei Spielen zum Sortieren von unterschiedlich großen Objekten (1.4, 3.5 und 6.7) ist die gleiche Tendenz festzustellen. Mehr Zeit wird jedoch benötigt, wenn verschieden große Objekte einander zugeordnet werden müssen (Spiel 5.7).

Im Spiel 2.4 (vgl. Abb. 7.15) ist erstmals im App-Verlauf die Zuordnung von Ziffern (zu Zehnerfeldern) gefordert. Dass die Kinder auch diese Aufgaben besonders schnell lösen, war nicht unbedingt zu erwarten und zeigt, dass sie den Umgang mit Ziffern (zumindest im Zahlenraum bis 5) bereits sicher beherrschen. In Kombination mit Punktefeldern bestätigt sich diese Tendenz im weiteren Spielverlauf (3.2), auch für Aufgaben im Zahlenraum bis 10 (4,7 und 4.9) und unabhängig davon, ob die Ziffern in der Mitte oder als Lösung rechts vorgegeben sind. In Kombination mit Fingerbildern (Spiel 5.9) benötigen die Kinder jedoch deutlich mehr Zeit.

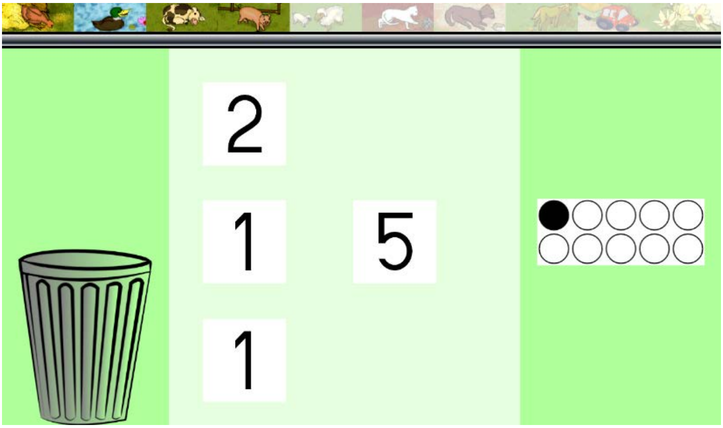


Abb. 7.15 Screenshot: Spiel 2.4

Ein Zusammenhang zwischen einer hohen Lösungsquote und einer schnellen Zeit ist im Übrigen nicht immer festzustellen. Beispielsweise werden im Symmetriespiel 1.10 (vgl. Abb. 7.14) verhältnismäßig häufig falsche Verschiebeaktionen gemacht, die aber anscheinend kaum zu einem höheren Zeitbedarf führen.

Auffallend und charakteristisch für Setting B ist die hohe Zeit im ersten Spiel der App (1.1, vgl. Abb. 7.7). Die Kinder im Setting A sind hier deutlich schneller, wiederholen das Spiel jedoch auch wesentlich häufiger. Die möglichen Gründe hierfür wurden bereits im Zusammenhang der Spielwiederholungen dargelegt (vgl. *#Wiederholungen*). Im weiteren Spielverlauf gleichen sich die Werte wiederum an und zeigen in beiden Settings ähnliche Tendenzen.

Sehr hohe Zeitwerte werden für die Spielen 6.9 und 6.10 identifiziert. Bei diesen Spielen in der letzten Welt sind mehr Objekte zuzuordnen und mehr Aufgaben zu lösen als in den Anfangswelten. Tangram-Aufgaben kommen in der App zweimal vor (6.10 und 1.8; vgl. Abb. 7.16); beide Male ist ein im Verhältnis hoher Zeitwert festzustellen.

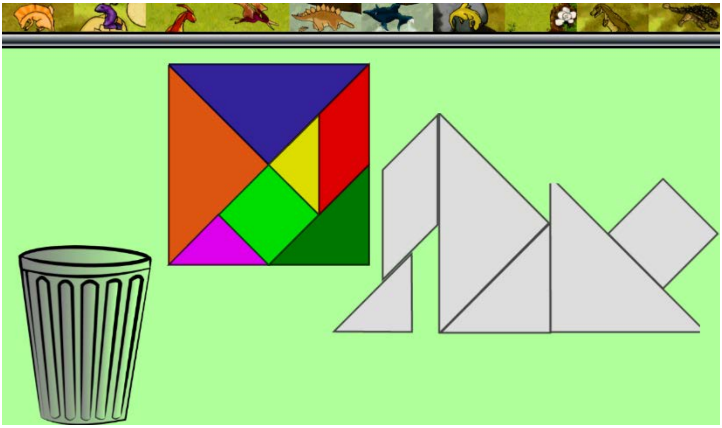


Abb. 7.16 Screenshot: Spiel 6.10

Auch im Falle der zu ergänzenden Punktefelder (Spiel 6.9, vgl. Abb. 7.17) dürfte das Aufgabendesign die Hauptursache für die Auffälligkeit bezüglich der Zeit sein.

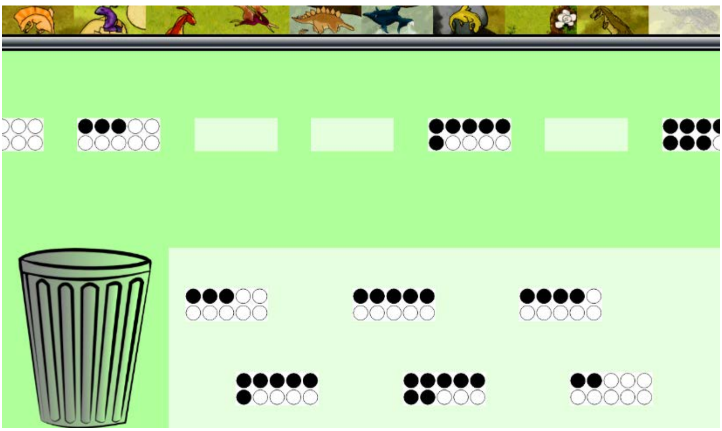


Abb. 7.17 Screenshot: Spiel 6.9

Bei dem sehr ähnlichen Spiel 4.6 bestätigt sich der hohe Wert. Für die gleich aufgebaute Aufgabe zur ordinalen Ziffernfolge (6.2) benötigen die Kinder etwas weniger, aber immer noch überdurchschnittlich viel Zeit.

Bei inhaltlich ähnlichen Spielen (zur Anordnung von Punktefeldern, Ziffern oder auch Würfelzahlen), in denen maximal zwei Lücken auszufüllen sind, zeigen sich keine Auffälligkeiten bezüglich der Zeit (Spiele 1.3, 2.8, 3.4, 3.9, 5.8). Dies ist kaum verwunderlich, da nach korrekter Zuordnung die übrigen Objekte ohne weitere Überlegungen und dementsprechend schnell in den Mülleimer geschoben werden können.

Die Interpretationen dieser Auffälligkeiten, die sich bei bestimmten Spielen der App gezeigt haben, stützen sich an dieser Stelle hauptsächlich auf Vermutungen, die sich durch ein Vergleichen der Werte zu inhaltlich gleichen bzw. ähnlich aufgebauten Spielen zusätzlich stärken lassen. Einige dieser Daten bieten spannende Ansatzpunkte für vertiefende qualitative Analysen und weiterführende Forschungsperspektiven (vgl. Kapitel 8.4).

7.1.3 Zusammenfassung

Die Ergebnisse des ersten Forschungsschwerpunkts der Studie werden im Folgenden zusammenfassend dargestellt. Leitend war die Frage nach Unterschieden, die sich bei der Nutzung des Tablets und der App – unter den gegebenen Rahmenbedingungen der beiden Interventionssettings – manifestieren.

Einsatz und Nutzung digitaler Medien

Kurze mündliche Interviews zeigen zunächst, dass die Kinder in den teilnehmenden Einrichtungen vor Projektstart keine Tablets verwendet haben (vgl. 7.1.1). Dies gilt jedoch nur für die Zeit des Kindergartenaufenthalts. Aufgrund aktueller Nutzungsstudien (vgl. Kapitel 5.2) und Erfahrungen während der eigenen Untersuchung ist unbedingt anzunehmen, dass ein Großteil der Kinder im häuslichen Umfeld zumindest gelegentlich Zugang zu verschiedenen mobilen Endgeräten hat. Das zeigt sich auch darin, dass (fast) keinem Kind die grundlegende Bedienung eines Tablets völlig fremd ist. Diese Voraussetzung kann ab Projektstart als gegeben gesehen werden. Darüber hinaus stärken diese Informationen einerseits die häufig genannte Vermutung, dass das Spielen am Tablet und mit der App – zumindest im Kindergartenkontext – eine neue und spannende Erfahrung für die Kinder darstellt und so gegebenenfalls einen motivierenden Effekt hat, der nach Schulmeister (2009a) allerdings nicht voraussetzungslos und dauerhaft anzunehmen ist (vgl. Kapitel 5.6). Andererseits zeigen Nutzungsstudien auch, dass im familiären Umfeld das digitale Spielen sowie die Foto- und Videofunktion Hauptnutzungsvarianten an mobilen Endgeräten sind. Ein Blick in die App-Stores und auf die beliebten, bunten und didaktisch meist wenig fundierten Angebote, schwächt die formulierte Annahme eher wieder ab. Zumindest manche Kinder sind vermutlich Nutzungsvarianten gewohnt, bei denen mehr die Ablenkung und der Spaßfaktor als eine Lernintention im Vordergrund stehen. Während der Studie sind (derartige) andere Funktionen und Apps am Tablet deaktiviert, was deshalb auch eine beschränkende Wirkung haben kann.

Einsatz und Nutzung der App MaiKe

Im Folgenden werden die Ergebnisse des Abschnitts 7.1.2 zusammenfassend interpretiert. Die erste Forschungsfrage bezieht sich auf das Setting A, in dem die Tablets mit der App während der Freispielzeit zur Verfügung stehen und eigeninitiativ von den Kindern genutzt werden:

Inwiefern werden das Tablet und die App MaiKe unter den Voraussetzungen der freien Verfügbarkeit (im Setting A) genutzt?

Um in diesem Fall – über die Logfiledaten zum Spielprozess hinaus – eine genauere Einschätzung zum Nutzungsverhalten der Kinder zu ermöglichen, werden die ausgefüllten Beobachtungsbögen ausgewertet (vgl. 6.3.4). Im Vergleich der Alterskohorten lässt sich dabei in den meisten Punkten ein Unterschied feststellen. Die wesentlichen Ergebnisse aufgrund der Außenbewertung der Erziehenden werden an dieser Stelle in Stichpunkten noch einmal kurz gelistet:

- Die älteren Kinder nutzen nach Aussage der Erziehenden das Tablet und die App (nach einer Einführung) selbstständiger als die (zum Projektstart um ein Jahr) jüngeren Kinder.
- Die älteren Kinder spielen die App nach Aussage der Erziehenden kaum in erwachsener Begleitung, während über die Hälfte der jüngeren Kinder dies – zumindest manchmal – einfordert.

- Die älteren Kinder spielen nach Aussage der Erziehenden sehr häufig auch gemeinsam mit anderen Kindern, während die jüngeren Kinder dies kaum tun.
- Die älteren Kinder nutzen die App nach Aussage der Erziehenden zum Großteil eigeninitiativ, während die jüngeren Kinder kaum ohne Erinnerung bzw. Aufforderung auf das Angebot zugreifen.
- Die älteren Kinder benötigen nach Aussage der Erziehenden kaum Hilfe bei der Bedienung des Tablets und der App; bei den jüngeren Kindern zeigt sich hier ein (ca. hälftig) geteiltes Bild.
- Die älteren Kinder benötigen nach Aussage der Erziehenden kaum Hilfe bei den mathematischen Inhalten der App, während sich bei den jüngeren Kindern wiederum ein relativ symmetrisches, uneinheitliches Bild ergibt.
- Beide Alterskohorten kommunizieren nach Aussage der Erziehenden selten über die Inhalte der App (sei es mit Erziehenden oder anderen Kindern).

Bis auf den letzten Punkt zeigen sich relativ deutliche Unterschiede zwischen den Alterskohorten, die vorherige theorie- und forschungsbasierte Annahmen sowie Erfahrungen aus der eigenen Studie (aus den begleiteten Spielsitzungen des Settings B) bestätigen. Dass jüngere Kinder noch mehr Unterstützung benötigen, verwundert kaum. Überraschend ist dagegen, dass die älteren Kinder die App durchaus häufiger gemeinsam mit anderen Kindern spielen. Die manchmal aufgestellte Vermutung, digitale Medien wirken vornehmlich isolierend und unterstützen soziales Lernen kaum, ist danach nicht unbedingt zu stützen. Dennoch wird (anscheinend) kaum über die mathematischen Inhalte der App kommuniziert. Um einen Austausch diesbezüglich anzuregen, müssten die Erziehenden also initiativ werden und geeignete Fragen stellen oder Impulse geben, um die Kinder zu einer Verbalisierung ihrer Denkweisen oder Lösungsstrategien anzuregen.

Weitere Daten zum Spielprozess aller teilnehmenden Kinder liefern die Logfiles der App, die im Vergleich der beiden unterschiedlich organisierten Settings aufbereitet wurden, um mögliche Abweichungen feststellen zu können:

Welche Unterschiede zeigen sich bezüglich Nutzungszeiten und Spielfortschritt zwischen den beiden Interventionssettings?

Die genaue Organisation und die Rahmenbedingungen für das Setting B (in dem regelmäßige und begleitete Spielsitzungen stattfanden) und das Setting A (in dem das Tablet jederzeit zugängig in der Freispielzeit zur Verfügung stand) können im Abschnitt 6.3.1 nachgelesen werden. Für die beiden Alterskohorten zeigen sich in allen Punkten gleiche Tendenzen, weshalb die Ergebnisse an dieser Stelle nicht mehr differenziert aufgezeigt werden (müssen) und in zusammengefasster Form in den folgenden Stichpunkten formuliert sind:

- Die Kinder im begleiteten Setting B sind am Ende des Interventionszeitraums in ihrem Spielstand weiter fortgeschritten als die Kinder des unbegleiteten Settings A und haben somit durchschnittlich mehr unterschiedliche Spiele gespielt.
- Die Kinder des begleiteten Settings B spielen insgesamt jedoch weniger Spiele, was zeigt, dass die Kinder des unbegleiteten Settings A mehr und häufiger Spiele wiederholen.
- Die Kinder des begleiteten Settings B verbringen insgesamt etwas weniger Zeit mit dem Tablet und der App.
- Im begleiteten Setting B finden durchschnittlich mehr Spielsitzungen statt.
- Im begleiteten Setting B sind die einzelnen Spielsitzungen kürzer als im unbegleiteten Setting A, in dem sich die Kinder im Durchschnitt länger am Stück mit der App beschäftigen.

Weniger verwunderlich ist, dass die Kinder im Setting B mehr Fortschritt verzeichnen, da jederzeit eine erwachsene Person anwesend ist und bei spontanen Nachfragen zu den Spielen oder zum App-Verlauf unterstützend zur Seite steht. Grundsätzlich war die Intention der Kommunikation (vgl. klinisches Interview; 6.3.5) nicht, die Kinder zur richtigen Lösung zu führen. Impulse und Nachfragen können dennoch in eingeschränkter Form auch Hinweise enthalten und das mathematische Denken der Kinder anregen. Genauso könnten die häufigeren Wiederholungen im Setting A Indizien dafür sein, dass die Kinder sich hauptsächlich allein mit der App beschäftigen und sich so zunächst selbst orientieren müssen. Außerdem fragen die Kinder vermutlich weniger initiativ nach oder fordern Hilfe ein, wenn die Erziehenden zwar (im Raum) anwesend sind, aber nicht konkret am Spielprozess teilnehmen. Die Beobachtungsbögen bestätigen das insbesondere für die älteren Kinder der Kohorte 1. Für Kohorte 2 geben die Erziehenden in ca. 50% der Fälle an, dass sie auch gemeinsam mit den Kindern spielen würden. Die fehlende Kommunikation über die mathematischen Inhalte der App ist wiederum ein Indiz dafür, dass diese Art der Lernbegleitung den Kindern keinen Vorteil bezüglich des Spielfortschritts einbringt.

Als spannend und bedeutsam erscheinen die Ergebnisse bezüglich der Zeit, die die Kinder mit der App verbrachten. Hierzu konnten im Vorfeld kaum Annahmen getroffen werden. Es liegen weder Theorien noch Evidenzen vor, die eine zuverlässige Einschätzung zuließen, inwiefern das freiwillige Angebot im Setting A angenommen und genutzt werden würde. Teilweise werden Befürchtungen laut, dass Kinder, wenn sie ein digitales Medium zur Verfügung haben, zu viel Zeit damit verbringen würden. Umso erstaunlicher ist es, dass die Ergebnisse sich nicht sonderlich stark von denen im Setting B unterscheiden. Die Kinder im Setting A greifen durchschnittlich etwas weniger häufig auf das Angebot zu; wobei (und das ist aus den Beobachtungsbögen ersichtlich) die jüngeren Kinder vermehrt auch erinnert werden müssen, während die älteren Kinder mehr Eigeninitiative zeigen. Unklar ist, ob das an unterschiedlicher Motivation liegt oder die jüngeren Kinder (noch) nicht eigenständig an das neue Angebot denken. Wenn die Kinder im Setting A sich mit der App beschäftigen, dann aber durchaus auch länger als im Setting B. Die Zeiten lassen die grobe Einschätzung zu, dass sich die Dauer der gesamten Spielsitzungen zwischen 15 und 30 Minuten bewegen dürfte. Während im Setting B nach maximal 15 bis 20 Minuten abgebrochen wird, ist es für das Setting A nicht nachzuvollziehen, inwieweit eine demensprechende Reglementierung durch die Erziehenden stattfindet.

Die Nutzungszeiten sind weder aus medienpädagogischer noch aus fachdidaktischer Sicht als bedenklich einzustufen. Grundsätzlich sind demnach beide realisierten Organisationsformen denkbar. Betrachtet man die Ergebnisse aus den Beobachtungsbögen und den Logfiles gemeinsam, dürfte eine eigenverantwortliche Nutzung insbesondere für die älteren

Vorschulkinder eine Möglichkeit darstellen. Ein Tablet mit einem sinnvollen Angebot in der Freispielzeit zur Verfügung zu stellen, kann so die vorhandene Spiel- und Lernumgebung ergänzen und bereichern. Der Vorteil einer solchen App mit voraussetzungsfreiem Zugang und intuitiver Handhabung besteht (auch) darin, dass die Kinder sich grundsätzlich auch ohne Hilfe und Anregungen der Erziehenden mit den entsprechenden Inhalten beschäftigen können und Rückmeldung durch digitales Feedback erhalten. Trotzdem scheint es sinnvoll, jüngere Kinder zunächst durch mehr erwachsene Unterstützung an die Bedienung und Handhabung des Geräts und der Funktionen heranzuführen. Impulse einer Lernbegleitung können (in jedem Alter) zusätzliche Hilfestellung und Anregung bieten, auch vermehrt über die Inhalte der App zu kommunizieren und diese gegebenenfalls im Alltag und mit physischem Material wiederzuentdecken oder nachzustellen.

Ein zweiter Blickwinkel – nämlich der auf die einzelnen Spiele der App – kann gerade zu den letztgenannten Aspekten weitere Einsichten liefern. Beispielsweise ist es interessant, welche Spiele der App besondere Schwierigkeiten bereiten, um genau an diesen Stellen unterstützend eingreifen oder zusätzliches (Alltags-)Material einsetzen zu können. Zudem eröffnen die Ergebnisse zu folgender Frage weitere, spannende Forschungsperspektiven:

Welche Spiele der App zeigen – bezogen auf die beiden Interventionssettings – Auffälligkeiten bei den Nutzungsdaten?

Im vorangegangenen Kapitel sind alle Spiele der App dargestellt, die Auffälligkeiten in den Nutzungsdaten zeigen. Die Logfiles liefern Werte zu drei Auswertungsaspekten, die an dieser Stelle stichpunktartig zusammengefasst sind:

#Wiederholungen

- Die Kinder des unbegleiteten Settings A wiederholen das erste Spiel der App (1.1) auffällig häufig; im begleiteten Setting B ist dies nicht der Fall.
- Im weiteren Spielverlauf zeigen sich ähnliche Tendenzen in beiden Settings. Eine auffällig erhöhte Wiederholungszahl ist für das Geometriespiel 2.3 zu verzeichnen.

#Lösungsquote

- Für beide Settings zeigen sich die niedrigsten Lösungsquoten in den Geometriespielen 2.3 und 5.10, die beide ein Zuordnen von geometrischen Formen, insbesondere auch unterschiedlichen Viereckstypen, zu Oberbegriffen fordern.
- Die Werte für besonders hohe Lösungsquoten zeigen sich in ähnlicher Tendenz ebenso in beiden Settings und beispielsweise für die Spiele 5.8 (ordinale Ziffernfolge bis 5), 6.4 (Symmetrie) und 6.5 (vorgespurte Formen nachzeichnen).

#Zeit

- Die Kinder des begleiteten Settings B brauchen für das erste Spiel der App (1.1) auffällig lang, im unbegleiteten Setting A bestätigt sich dieses Ergebnis nicht.
- Die weiteren Werte im Spielverlauf zeigen wiederum in beiden Settings ähnliche Tendenzen. Die Spiele 1.10 (Symmetrie), 2.4 (Zuordnung von Ziffern bis 5 zu Punktefeldern) und 1.4 (Objekte der Größe nach sortieren) werden relativ schnell absolviert, für die Spiele 6.9 und 6.10 wird mehr Zeit benötigt.

Alle auffälligen Werte und ausführlichere Interpretationsversuche sind im Kapitel 7.1.2 nachzulesen. Besonders spannend ist einerseits der Unterschied zwischen Setting B und Setting A beim ersten Spiel der App. Die Lernbegleitung hat offensichtlich ganz zu Beginn der Intervention einen besonders hohen Einfluss und greift unterstützend ein, was dazu führt, dass die Kinder im ersten Spiel zwar deutlich mehr Zeit verbringen, es dann jedoch nicht auffällig oft wiederholen. Die Kinder im Setting A benötigen dagegen viele Wiederholungen, bevor sie mit dem zweiten Spiel der App fortfahren. Diese Diskrepanz legt sich im weiteren Spielverlauf, womit die meisten anderen Auffälligkeiten auf die Spielcharakteristika und nicht auf die unterschiedlich organisierten Implementationsformen zurückzuführen sind. Hier sind die Nutzungswerte der Geometriespiele 2.3 und 5.10 nochmals besonders hervorzuheben. Das Zuordnen geometrischer Formen (Kreis, Dreieck und verschiedene Vierecksstypen) bereitet den Kindern anscheinend besondere Schwierigkeiten. Die Fehleranzahlen sind auffällig hoch, die Lösungsquoten damit äußerst niedrig. Darüber hinaus zeigt sich bei diesen Spielen eine erhöhte Wiederholungszahl, die aus verschiedenen Gründen damit einhergehen kann. Insbesondere solche auffälligen Werte könnten durch vertiefende qualitative Analysen zuverlässiger interpretiert werden (vgl. 8.4 Forschungsperspektiven).

Die Ergebnisse des ersten Forschungsschwerpunkts stehen nun auch im weiteren Verlauf als Datengrundlage und Interpretationsbasis zur Verfügung. Insbesondere lassen sich zwei abschließende Feststellungen formulieren, die für den Forschungsschwerpunkt 2 relevant sind, in dem untersucht wird, ob der App-Einsatz (auch im Vergleich der beiden Interventionssettings) einen Einfluss auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen hat:

- In beiden Interventionssettings wird das Angebot in ähnlichem Umfang genutzt.
- Beide Interventionssettings sind grundsätzlich denkbare (Organisations-)Varianten.

Für den sich anschließenden Forschungsschwerpunkt 3, der individuelle Lösungsstrategien, Lernwege und Entwicklungsprozesse im Umgang mit Spielen zur Anzahlerfassung genauer in den Blick nimmt, ist festzuhalten:

- Die dort näher analysierten Spiele zur Anzahlerfassung zeigen keine besonders auffälligen Werte in der Nutzungsanalyse der Logfiles, die an der Stelle berücksichtigt werden müssten.
- Die Werte zu Aufgaben mit Ziffern zeigen, dass die meisten Kinder die Ziffern bis 10 sowohl als Ordinalzahlen als auch in Kombination mit Mengendarstellungen, also im Sinne der kardinalen Zahlvorstellung, sicher beherrschen und einordnen können.

Die Nutzungswerte zu den betreffenden Spielen, wie zu allen 60 Spielen der App, sind tabellarisch aufbereitet und im Anhang gelistet (vgl. Anhang E).

7.2 Vergleich der Entwicklung der mathematischen Kompetenzen

Die Erkenntnisse, die sich aus dem ersten Forschungsschwerpunkt (Kapitel 7.1) bezüglich des Einsatzes digitaler Medien und der App *MaiKe* in den teilnehmenden Kindergärten ergeben, stehen nun auch als ergänzende Interpretationsbasis der folgenden Ergebnisse zur Verfügung.

Der zweite Forschungsschwerpunkt fokussiert auf Unterschiede in der Entwicklung mathematischer Kompetenzen zwischen den beiden Interventionssettings A und B und der Kontrollgruppe KG:

Zeigen sich kontrollierte Effekte der beiden Interventionssettings auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen?

Die Kinder beider Settings spielen während des Interventionszeitraums mit der App *MaiKe,* wobei die Implementation im unbegleiteten Setting A und im begleiteten Setting B unterschiedlich organisiert ist (vgl. 6.3.1). Inwiefern sich Nutzung, Spielzeiten und Spielfortschritt unterscheiden, ist im vorigen Kapitel 7.1 durch die Auswertung der Beobachtungsbögen und Logfiledaten ersichtlich.

Die Teilnehmenden beider Settings sind in zwei Alterskohorten aufgeteilt. Die Kinder der Kohorte 1 nehmen ein halbes Jahr, die der Kohorte 2 eineinhalb Jahre an der Studie teil (vgl. Abb. 7.18). In Kohorte 1 wird ein Pretest zu Beginn und ein Posttest nach Ende des Interventionszeitraums durchgeführt. In Kohorte 2 findet neun Monate nach MZP 1 und sechs Monate vor MZP 3 ein Zwischentest statt. Zu diesem Zeitpunkt stehen die Kinder der Alterskohorte 2 ein halbes Jahr vor ihrem geplanten Schuleintritt und damit an der gleichen Stelle, wie die Kinder der Kohorte 1 zu Beginn der Untersuchung.

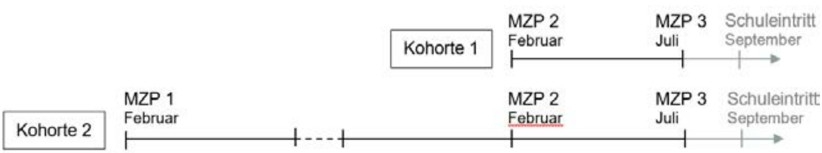


Abb. 7.18 Messzeitpunkte im Verlauf des (Kindergarten-)Jahres

Die Stichprobe der Kohorte 1 (n=30; je 10 Kinder pro Gruppe) kann vollständig bis zum Nachtest begleitet werden. Aus der Stichprobe der Kohorte 2 (n=36; je 12 Kinder pro Gruppe) werden alle 24 Kinder in den Interventionssettings durchgängig begleitet. Aus der Kontrollgruppe scheiden zwei Kinder kurz vor Ende der Untersuchung aus und nehmen nicht am Posttest teil. Diese werden in den betreffenden Berechnungen herausgenommen.

Zunächst wird als zusätzliche Interpretationsbasis erhoben, in welcher Form die teilnehmenden Kindergärten – über dieses Projekt hinaus – mathematische Bildung im Alltag, in Vorschulkursen oder in Förderprogrammen integrieren (7.2.1). Anschließend findet die Aufbereitung und Analyse der Testergebnisse, wie im Abschnitt 6.2.2 beschrieben, statt. Die Ergebnisse der deskriptiven Analyse des Grundmoduls (7.2.2) und des Gesamttests (7.2.3) werden anschließend durch Berechnung von Konfidenzintervallen einer weiteren statistischen Überprüfung unterzogen (7.2.4).

7.2.1 Mathematische Bildung in den teilnehmenden Kindergärten

In einer kurzen standardisierten Befragung in den Kindergärten werden, neben Informationen über den Einsatz digitaler Medien (vgl. 7.1.1), Daten über die mathematische Bildung in den teilnehmenden Einrichtungen erhoben. Diese werden berichtet, bevor die Ergebnisse der Tests dargelegt werden.

Vor und nach der Untersuchung beantworten die zuständigen pädagogischen Fachkräfte folgende Fragen zur Implementation mathematischer Aspekte im Kindergartenalltag:

- Inwiefern spielen mathematische Aspekte im Kindergartenalltag eine Rolle?
- Haben die Kinder an einem (anderen) mathematischen Förderprogramm teilgenommen?

Welche Aspekte unter mathematische Bildung gefasst werden, wird im Vorfeld nicht konkretisiert. Alle Kindergärten geben an, dass mathematische Aktivitäten im Alltag (z. B. beim Zählen im Morgenkreis) integriert seien. Zusätzlich würden in den stattfindenden Vorschulstunden in allen Einrichtungen mathematische Aspekte aufgegriffen. Die Implementation wird nach Angaben der Kindergärten nicht nach systematischen Vorgaben eines speziellen Konzepts durchgeführt. Im Vorgespräch wird auf kein Förderprogramm verwiesen.

Im Nachgespräch für die Kohorte 2 ergibt sich aus den Angaben der Erzieherin, dass die Hälfte der Kontrollgruppe während des Projektzeitraumes im Rahmen des Vorschulprogramms eine systematische Förderung mit dem ‚Zahlenland' (Preiß, 2007) erhielt. Für den anderen Teil der Kontrollgruppe war das Material des Zahlenlandes ebenso verfügbar, wurde aber nicht entsprechend der Programmvorgaben angewandt. Im Kapitel 3.3 sind Konzeptualisierungen zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen beschrieben. In Wirkungsstudien zeigen sich auch für das ‚Zahlenland' signifikante Lernzuwächse im Bereich kleiner Effektstärken (Pauen & Pahnke, 2008). Bei der Interpretation der folgenden Ergebnisse für die Kohorte 2 wird dieser Faktor berücksichtigt.

7.2.2 Normiertes Grundmodul

Die App *MaiKe* sieht die Förderung mathematischer Basiskompetenzen vor, die ein erfolgreiches Weiterlernen ab Schulstart ermöglichen. Das Testinstrument LauBe misst als Lernausgangslage (Berlin) diese Zielvorgabe (vgl. 6.3.2).

Die Ergebnisse der Skalen aus dem normierten LauBe-Grundmodul werden in Anlehnung an die vorgesehenen Leistungsbereiche eingeordnet. Ein Wert über (aufgerundet) 67% gilt als unauffällig; ein Wert darunter als auffällig bzw. stark auffällig. Bei Angabe der durchschnittlichen Gesamtwerte einer Gruppe muss beachtet werden, dass die Einstufung nicht zwingend für jedes Kind bzw. für jede einzelne Teilkompetenz gelten muss.

Die Mittelwerte bieten zur Interpretation der Ergebnisse einen zusätzlichen Orientierungswert, inwiefern die Kompetenzen der Kinder zu den Messzeitpunkten für einen erfolgreichen Schulstart entweder bereits als ausreichend oder noch als auffällig eingestuft werden.

	--	MZP 2 (Pretest)		MZP 3 (Posttest)	
		$\bar{x}_1$	SD	$\bar{x}_2$	SD
Setting B (n=10)		**77,74**	17,87	**86,79**	11,93
Setting A (n=10)		**77,36**	14,23	**83,58**	10,79
KG (n=10)		**68,83**	17,01	**71,32**	13,65

Tab. 7.4 Auswertung Grundmodul: Kohorte 1

	MZP 1 (Pretest)		MZP 2 (Zwischentest)		MZP 3 (Posttest)	
	$\bar{x}_1$	SD	$\bar{x}_1$	SD	$\bar{x}_2$	SD
Setting B (n=10)	**60,38**	23,91	**85,38**	15,18	**90,88**	12,38
Setting A (n=10)	**57,39**	15,34	**81,29**	13,57	**85,53**	8,10
KG (n=10)	**49,43**	14,90	**69,81**	11,97	**76,23**	14,04

Tab. 7.5 Auswertung Grundmodul: Kohorte 2

Die Tabellen zeigen die Ergebnisse des Grundmoduls für Kohorte 1 (Tab. 7.4) und Kohorte 2 (Tab. 7.5) in Prozent. Im Folgenden gilt: $\bar{x}$ = Mittelwert (in %); SD = Standardabweichung

MZP 1: Im Durchschnitt liegen die Kinder aller Gruppen zum ersten Messzeitpunkt unter den 67%, die als Mindestwert für einen erfolgreichen Schulstart gesetzt ist. Die Kinder befinden sich zu diesem Zeitpunkt im vorletzten Kindergartenjahr und sind im Schnitt eineinhalb Jahre jünger als die Normstichprobe, die als Basis grundgelegt ist. Es ist daher auch nicht zu erwarten, dass die mathematischen Basiskompetenzen für einen erfolgreichen Schulstart bereits umfassend entwickelt sind. Die Kontrollgruppe liegt mit einem Durchschnittswert von knapp unter 50% hinter den Interventionssettings A ($\bar{x}_1$ = 57,39%) und B ($\bar{x}_1$ = 60,38%) zurück.

MZP 2: Die Kinder der Kohorte 1 starten zum MZP 2 (ein halbes Jahr vor geplantem Schuleintritt) mit dem Pretest in die Studie. In beiden Interventionssettings werden zu diesem Zeitpunkt knapp über drei Viertel des Tests erfolgreich bearbeitet. Dieser Wert lässt auf Basis der Normstichprobe des LauBe-Grundmoduls die Vermutung zu, dass die mathematischen Kompetenzen – gemessen am Schulstart – durchschnittlich bereits in einem unauffälligen Bereich liegen. Die Kinder der Kontrollgruppe erreichen einen mittleren Wert von knapp 69%, der sich im Grenzbereich zwischen auffälliger und unauffälliger Leistung befindet und somit darauf hinweist, dass für einen erfolgreichen Schulstart bei einigen Kindern noch Förderbedarf bestünde. Diese Ergebnisse sind beachtlich und nicht unbedingt zu erwarten gewesen, da sich die Kinder zu diesem Zeitpunkt noch ein halbes Jahr vor geplantem Schuleintritt befinden.

Die Kinder der Kohorte 2 haben zum MZP 2 bereits ein knappes Jahr an der Intervention teilgenommen. Alle Gruppen zeigen zum Zwischentest gestiegene Werte. Die Kinder des Settings B liegen mit 85,38% und die des Settings A mit 81,29% deutlich im unauffälligen Bereich, was den Schluss zulässt, dass kein spezieller Förderbedarf mehr besteht. Der Wert der Kontrollgruppe steigt ebenso an, befindet sich zum Zwischentest aber noch nah an der Grenze zum auffälligen Bereich. Die Kinder der Kontrollgruppe schneiden zum MZP 2 in beiden Kohorten fast identisch ab, was zu erwarten war, da keine Intervention stattfand. Der minimal höhere Wert in Kohorte 2 könnte auf einen geringen Gewöhnungs- bzw. Erinnerungseffekt aus MZP 1 zurückzuführen sein. Die Kinder aus den Interventionssettings schneiden zum MZP 2 besser ab als die der Kohorte 1. Diese Differenz kann ein erster Hinweis auf eine Wirksamkeit des App-Einsatzes sein. Die Kohorte 1 kann in diesem Fall als zusätzliche Kontrollgruppe interpretiert werden.

MZP 3: Zum MZP 3 liegen die Kinder der Interventionssettings beider Kohorten durchschnittlich deutlich über dem gesetzten Richtwert von 67% und damit im unauffälligen Bereich. Zum Schulstart besteht demnach kein spezieller Förderbedarf mehr.

> Die Werte der beiden Settings liegen nach der längeren Intervention in Kohorte 2 über den Werten der Kohorte 1. Der Wert der Kontrollgruppe steigt ebenso an, befindet sich zum Posttest in Kohorte 1 vier und in Kohorte 2 neun Prozentpunkte über dem gesetzten Richtwert von 67%. Dass letztgenannter Wert höher ist, könnte daran liegen, dass zum MZP 3 die Hälfte der Kinder der Kohorte 2 das Förderprogramm ‚Zahlenland' absolviert hatten. Trotzdem zeigt sich eine relativ knappe Überschreitung des Durchschnittswertes. Es ist deshalb davon auszugehen, dass zumindest einzelne Kinder der Kontrollgruppe die erforderlichen (Teil-) Kompetenzen für einen erfolgreichen Schulstart noch nicht umfassend entwickelt haben.

Die Streuung der Werte nimmt durchgängig vom ersten zum letzten Messzeitpunkt ab, was vermutlich hauptsächlich auf aufgetretene Deckeneffekte zurückzuführen ist. In dieser Stichprobe erreichen einige Kinder, insbesondere im Posttest, sehr hohe Werte.

7.2.3 Testergebnisse

Die Ergebnisse des LauBe-Grundmoduls wurden berichtet, um eine grobe Einschätzung der Leistung bezogen auf die erforderlichen Kompetenzen für einen erfolgreichen Schulstart zu gewährleisten. Da mathematische Basiskompetenzen über den im Grundmodul abgebildeten, hauptsächlich arithmetischen Bereich hinausgehen, enthält ein Ergänzungsmodul Aufgaben zu Raumvorstellung, geometrischen Formen und Mustern. In einem ersten Analyseschritt werden die Ergebnisse des Gesamttests deskriptiv analysiert und in Tabellen und Graphiken veranschaulicht, um die Antworten auf folgende Fragen zu finden:

FF 2.1: *Zeigen sich in der Entwicklung mathematischer Kompetenzen Effekte zwischen den Interventionssettings?*

FF 2.2: *Zeigen sich in der Entwicklung mathematischer Kompetenzen Effekte zwischen den Interventionssettings und der Kontrollgruppe?*

In einem zweiten Analyseschritt macht es die Berechnung geeigneter Konfidenzintervalle möglich, die Ergebnisse auf statistische Auffälligkeit zu überprüfen und begründet Hypothesen zu formulieren (vgl. Kapitel 6.2).

Zunächst werden die Ergebnisse der deskriptiven Auswertung der Testdaten berichtet (Analyseschritt 1). Die folgenden Tabellen zeigen die Mittelwerte für alle drei Gruppen zu den Zeitpunkten des Pre- und Posttests in Prozent und je die Differenz in Prozentpunkten. Die Standardabweichung SD gibt Hinweise auf die Streuung der Werte. Die erfolgreiche Bearbeitung aller Testitems (100%) entspricht einem Punktewert von 69.

Die Werte unterscheiden sich kaum von der Teilauswertung des Grundmoduls. Für eine ausführlichere Beschreibung der Ergebnisse wird deshalb an dieser Stelle auf den vorangegangenen Abschnitt verwiesen (vgl. 7.2.2).

	MZP 2 (Pretest)		MZP 3 (Posttest)		Differenz
	$\bar{x}_1$	SD	$\bar{x}_2$	SD	$\bar{x}_2 - \bar{x}_1$
Setting B	**77,54**	15,46	**88,26**	11,66	**10,72**
Setting A	**76,09**	13,02	**84,64**	10,11	**8,55**
KG	**68,84**	15,94	**72,03**	13,02	**3,19**

Tab. 7.6 Testergebnisse: Kohorte 1

	MZP 1 (Pretest)		MZP 3 (Posttest)		Differenz
	$\bar{x}_1$	SD	$\bar{x}_2$	SD	$\bar{x}_2 - \bar{x}_1$
Setting B	**59,18**	22,01	**91,58**	13,21	**32,40**
Setting A)	**55,80**	15,89	**86,25**	8,61	**30,45**
KG	**50,03**	15,26	**74,64**	13,51	**24,61**

Tab. 7.7 Testergebnisse: Kohorte 2

Die Ausgangswerte der Interventionssettings liegen zum Pretest je relativ nah beieinander. Die Kinder der Kontrollgruppe schneiden in beiden Kohorten bereits zu Beginn etwas schlechter ab. In allen drei Gruppen zeigen sich zum Posttest deutlich gestiegene Werte. Unabhängig der Kohortenzugehörigkeit ist der Anstieg im Setting B leicht größer als in Setting A. Die Kinder der Kontrollgruppe steigern sich am wenigsten.

Insgesamt zeigt sich in allen Gruppen eine Verbesserung der mathematischen Kompetenzen, die in den Interventionssettings deutlich höher ausfällt als in der Kontrollgruppe. Liniendiagramme veranschaulichen die Entwicklung der Mittelwerte vom Pre- zum Posttest im Vergleich der drei Gruppen für Kohorte 1 (Abb. 7.19) und Kohorte 2 (Abb. 7.20).

Für beide Kohorten zeigt sich ein ähnliches Bild. Die Grafik der Kohorte 2 bezieht sich auf einen längeren Zeitraum. Die in den Diagrammen sichtbar stärkere Entwicklung der mathematischen Kompetenzen ist demnach hauptsächlich auf einen Zeiteffekt zurückzuführen.

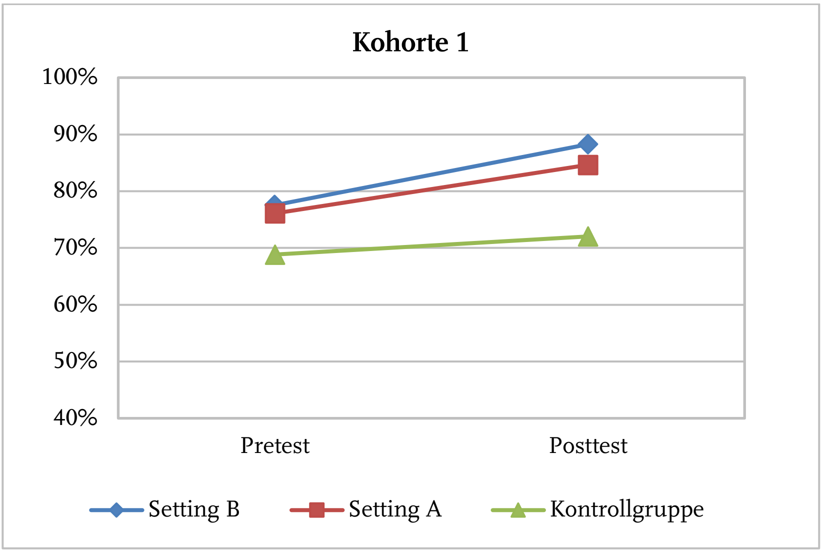


Abb. 7.19 Kohorte 1: Entwicklung der Mittelwerte

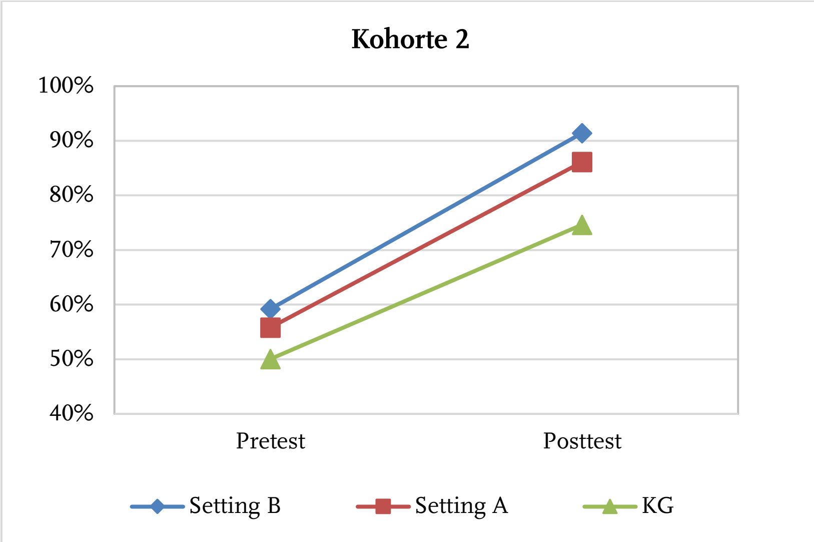


Abb. 7.20 Kohorte 2: Entwicklung der Mittelwerte

Im Vergleich der drei Gruppen zeigt sich für beide Kohorten die gleiche Tendenz. Deutlich zu sehen ist die fast identische Ausgangslage der Pretest-Werte der beiden Interventionssettings. Zum Posttest bewegen sie sich geringfügig auseinander. Die Kontrollgruppe startet je mit einem niedrigeren Wert. Der Abstand zu den Settings wird durch die geringere Steigung zum Posttest noch größer. Im Setting B zeigt sich demnach der stärkste Anstieg, in Setting A eine leicht schwächere Entwicklung und in der Kontrollgruppe ist die kleinste Steigung nachzuweisen. Diese Ergebnisse bestätigen sich für beide Kohorten. Streuungswerte können erste Indizien sein, inwiefern der Mittelwert einen repräsentativen Erwartungswert darstellt. Die Standardabweichung sinkt in allen Fällen vom ersten zum zweiten Messzeitpunkt. Die Homogenität der Leistungen nimmt demnach zu, was jedoch vermutlich hauptsächlich auf aufgetretene Deckeneffekte zurückzuführen ist.

Ob sich die Unterschiede zwischen den Gruppen bzw. zwischen den Messzeitpunkten als statistisch auffällig erweisen, zeigt im Folgenden die Berechnung geeigneter Vertrauensintervalle.

7.2.4 Konfidenzintervalle

Die Konstruktion von Konfidenzintervallen bezieht sowohl die Stichprobengröße als auch den Standardfehler (berechnet aus der Standardabweichung und dem Stichprobenumfang) mit ein und erlaubt Aussagen zur statistischen Bedeutsamkeit der Ergebnisse. Im Rahmen des explorativen Vorgehens wird im Folgenden von statistischen Auffälligkeiten (und nicht von Signifikanzen) gesprochen, da keine vorab aufgestellten Hypothesen geprüft werden (vgl. 6.2.2.2).

Einerseits werden nun die mathematischen Kompetenzen einer Gruppe im Längsschnitt (vom ersten zum letzten Messzeitpunkt) betrachtet. Andererseits wird ein Vergleich zwischen den Gruppen zu jedem Messzeitpunkt vorgenommen. Bei derartigen Mittelwertvergleichen ist zu beachten, ob es sich um abhängige oder unabhängige Stichproben handelt. Die methodischen Grundlagen, die zur Berechnung herangezogen werden, sind im Abschnitt 6.2.2.2 dargelegt.

Abhängige Stichproben

Durch die folgenden Berechnungen wird zunächst überprüft, inwiefern die Steigerungen vom Pre- zum Posttest innerhalb einer Gruppe statistisch auffällig werden. Auch die Kinder der Kontrollgruppe machen in der Familie, während des üblichen Kindergartenalltags und bei Vorschulkursen mathematische Erfahrungen. Das führt dazu, dass normalerweise auch ohne gezielte Intervention bei Kindern in diesem Alter eine natürliche Kompetenzentwicklung stattfindet (vgl. Krajewski & Simanowki, 2017). Es wird deshalb angenommen, dass sich in allen Gruppen über den Zeitraum der Untersuchung ein Zuwachs der mathematischen Kompetenzen zeigt.

In diesem Fall handelt es sich um abhängige Stichproben, die nicht getrennt betrachtet werden müssen. Die Differenz wird deshalb nicht aus den Mittelwerten jeder Stichprobe, sondern für jedes Paar (Kind) separat gebildet (vgl. 6.2.2.2).

Für Kohorte 1 ergibt sich bei zweiseitiger Prüfung ein t-Wert von $t_{n-1;0,975} = 2{,}262$ und somit die Grenzen des 95%-Konfidenzintervalls:

$$[\bar{d} - 2{,}262 \cdot \frac{SD_d}{\sqrt{10}}\, , \bar{d} + 2{,}262 \cdot \frac{SD_d}{\sqrt{10}}]$$

In Kohorte 2 beträgt die Stichprobengröße zu Beginn in allen Gruppen n = 12.

n=12; $t_{n-1;0,975} = 2{,}201$

95%-Konfidenzintervall: $[\bar{d} - 2{,}201 \cdot \frac{SD_d}{\sqrt{12}}, \bar{d} + 2{,}201 \cdot \frac{SD_d}{\sqrt{12}}]$

In der Kontrollgruppe scheiden zwei Kinder während des Untersuchungszeitraums aus und können nicht am Posttest teilnehmen. In diesen beiden Fällen kann keine Paardifferenz gebildet werden. Die Berechnung für die Kontrollgruppe erfolgt deshalb mit der verbliebenen Stichprobe n=10, womit sich eine leicht veränderte Formel für das Konfidenzintervall ergibt:

n=10; $t_{n-1;0,975} = 2{,}262$

95%-Konfidenzintervall: $[\bar{d} - 2{,}262 \cdot \frac{SD_d}{\sqrt{10}}, \bar{d} + 2{,}262 \cdot \frac{SD_d}{\sqrt{10}}]$

Die folgenden Tabellen zeigen für die drei Gruppen die Differenz der Mittelwerte $\bar{d}$, die Standardabweichung der Paardifferenzen SD_d und die mit Hilfe der zutreffenden Formel berechneten Konfidenzintervalle für Kohorte 1 (vgl. Tab. 7.8) und Kohorte 2 (vgl. Tab. 7.9). Berechnungsgrundlage waren die absoluten Punktwerte des Tests.

	$\bar{d}$	SD_d	Konfidenzintervall
Setting B	7,40	5,10	[3,75;11,05] *
Setting A	5,90	5,47	[1,99;9,81] *
Kontrollgruppe	2,20	4,73	[-1,19;5,59]

Tab. 7.8 Konfidenzintervalle abhängige Gruppen: Kohorte 1[10]

Bei der Interpretation ist es nun entscheidend, ob das Intervall den Wert 0 beinhaltet. Wenn das Intervall die Null nicht einschließt, wird das Ergebnis als statistisch auffällig gedeutet, was als Indiz gilt, dass der gemessene Effekt in dieser Stichprobe nicht zufällig entstanden ist.

10 In den Tabellen sind die Konfidenzintervalle, die auf ein statistisch auffälliges Ergebnis hinweisen, mit einem Sternchen (*) markiert.

Über das halbe Jahr zeigt sich für Kohorte 1 eine entsprechende auffällige Änderung in den beiden Interventionsgruppen, die für Setting B deutlicher ausfällt als für Setting A. Das Konfidenzintervall der Kontrollgruppe reicht in den negativen Bereich, d. h. hier ist keine auffällige Änderung nachzuweisen.

Für die Kontrollgruppe gilt dies nicht; es zeigt sich kein statistisch auffälliger Unterschied im Zeitverlauf.

	$\bar{d}$	SD_d	Konfidenzintervall
Setting B	22,25	10,45	[15,61;28,89] *
Setting A	20,92	8,36	[15,60;26,23] *
Kontrollgruppe	18,70	4,11	[16,09;21,31] *

Tab. 7.9 Konfidenzintervalle abhängige Gruppen: Kohorte 2

Durch den längeren Untersuchungszeitraum von eineinhalb Jahren lassen sich für Kohorte 2 wesentlich stärker gestiegene Werte verzeichnen. Damit liegen auch die Vertrauensintervalle deutlich im positiven Bereich und zeigen damit eine statistisch auffällige Veränderung an. Die Kinder des Settings B haben sich vom Vor- zum Nachtest im Durchschnitt um 22,25 Punkte verbessert. Dieser Wert liegt knapp über dem des Settings A mit 20,92 und der Kontrollgruppe mit 18,70. Aufgrund der niedrigen Streuung der Werte ergibt sich für die Kontrollgruppe ein engeres Konfidenzintervall, was immer eine größere Sicherheit bei der Schätzung bedeutet.

Für die Alterskohorte 2 zeigen sich also für alle Gruppen statistisch auffällige Werte bezüglich der Steigerung ihrer mathematischen Kompetenzen vom Pre- zum Posttest. Diese Ergebnisse (der Kohorte 2) waren erwartet und sind insbesondere wünschenswert, da eine natürliche Kompetenzentwicklung in diesem Alter im Normalfall auch ohne gezielte und zusätzliche Förderung stattfindet. Die Ergebnisse für die Alterskohorte 1 wiederum zeigen überraschenderweise nur einen auffälligen Zuwachs in den beiden Interventionssettings, während sich die Kinder der Kontrollgruppe über das halbe Jahr nur in einem so geringen Ausmaß verbessern, dass das Ergebnis nicht als statistisch auffällig gewertet werden kann und demnach auch zufällig entstanden sein kann. Diese Ergebnisse deuten bereits darauf hin, dass die Intervention Wirkung gezeigt hat. Jedoch kann allein der „Kompetenzzuwachs einer Fördergruppe von einem ersten zu einem zweiten Untersuchungszeitpunkt niemals als Beleg für die Wirksamkeit eines Trainings gelten". (Krajewski & Simanowski, 2017, S. 97). Insbesondere bei den Kindern der Alterskohorte 2 zeigt sich dieser – wie erwartet – auch für die Kontrollgruppe. Aus diesem Grund werden zusätzliche Berechnungen im Vergleich der Gruppen geführt, um aussagekräftigere Ergebnisse zu erhalten.

Unabhängige Stichproben

Zunächst wird untersucht, inwiefern sich die mathematischen Kompetenzen zwischen den drei Gruppen (Setting B, Setting A und Kontrollgruppe) zum Zeitpunkt des Pretests unterscheiden. Grundsätzlich wird angenommen, dass sich die (beinahe gleichaltrigen) Kinder aller Gruppen vor der Intervention auf einem ähnlichen Level befinden was die mathematischen Kompetenzen betrifft. Vorausgesetzt werden kann dies jedoch nicht, da auch vorher Faktoren, wie die familiäre Anregungsumgebung und die Aktivitäten im Kindergarten unterschiedlich Einfluss genommen haben können. Auch bei jüngeren Kindern im Alter von 4 bis 5 Jahren können sich bereits deutliche Unterschiede zeigen. Die deskriptiven Auswertungen zeigen auch einen sichtbaren Mittelwertsunterschied, der zwischen den beiden Interventionsgruppen gering ausfällt; im Vergleich zur Kontrollgruppe zeigt sich eine größere Differenz. Ob es sich um statistisch auffällige (Differenz-)Werte handelt, soll wiederum die Berechnung der Konfidenzintervalle zeigen.

Bei den Gruppen handelt es sich um unabhängige Stichproben. In diesem Fall erfolgt die Berechnung der Konfidenzintervalle mit den Mittelwerten der Gruppen und der gepoolten Standardabweichung $s_{gepoolt}$.

In Kohorte 1 ist für die vorliegende Stichprobengröße pro Gruppe mit n=10 die Anzahl der Freiheitsgrade df=18. Für das gewählte Vertrauensniveau von 95% erhält man aus den entsprechenden Tabellen einen t–Wert von t = 2,101. Die Grenzen des Konfidenzintervalls ergeben sich daraus wie folgt:

$[\bar{d} - 2{,}101 \cdot s_{gepoolt} \cdot \sqrt{\frac{1}{5}};\ \bar{d} + 2{,}101 \cdot s_{gepoolt} \cdot \sqrt{\frac{1}{5}}]$

In Kohorte 2 ist die Stichprobe pro Gruppe n=12. Daraus ergibt sich die Anzahl der Freiheitsgrade df=22 und der entsprechende t-Wert t = 2,074. Die Grenzen des 95%-Konfidenzintervall liegen wie folgt:

$[\bar{d} - 2{,}074 \cdot s_{gepoolt} \cdot \sqrt{\frac{1}{6}};\ \bar{d} + 2{,}074 \cdot s_{gepoolt} \cdot \sqrt{\frac{1}{6}}]$

Die Tabellen zeigen die Differenz der Mittelwerte $\bar{d}$, die gepoolte Standardabweichung $s_{gepoolt}$ und die Konfidenzintervalle im Vergleich von je zwei Gruppen zum Zeitpunkt des Pretests für Kohorte 1 (Tab. 7.10) und Kohorte 2 (Tab. 7.11). Berechnungsgrundlage waren die absoluten Punktwerte des Tests.

	$\bar{d}$	$s_{gepoolt}$	Konfidenzintervall
Setting B - KG	6,00	10,83	[-4,18;16,18]
Setting B - Setting A	1,00	9,86	[-8,27;10,27]
Setting A - KG	5,00	10,04	[-4,44;14,44]

Tab. 7.10 Konfidenzintervalle Pretest: Kohorte 1

	$\bar{d}$	$s_{gepoolt}$	Konfidenzintervall
Setting B - KG	6,33	13,06	[-4,73;17,39]
Setting B - Setting A	2,33	13,25	[-8,88;13,55]
Setting A - KG	4,00	10,74	[-5,09;13,09]

Tab. 7.11 Konfidenzintervalle Pretest: Kohorte 2

In beiden Kohorten reichen alle drei Konfidenzintervalle deutlich in den negativen Bereich und schließen somit die Null mit ein. Es zeigen sich in den Unterschieden zum Zeitpunkt des Pretests damit keine statistischen Auffälligkeiten, was als Indiz gewertet wird, dass die gemessenen (und sichtbaren) Mittelwertsunterschiede zufällig entstanden sind.

In einem zweiten Schritt wird überprüft, ob sich bis zum Nachtest Änderungen ergeben, die zu einem statistisch auffälligen Unterschied zwischen den Gruppen führen. Einerseits werden die beiden Interventionssettings A und B miteinander verglichen. Andererseits werden die beiden Interventionssettings mit der Kontrollgruppe verglichen.

Zum Zeitpunkt des Posttests wird berücksichtigt, dass sich die ursprüngliche Stichprobe der Kohorte 2 in der Kontrollgruppe (n=12) auf 10 verringert hat. Bei der angewendeten Methode sind unterschiedliche Stichprobenumfänge der zu vergleichenden Gruppen zugelassen. Die Berechnung der gepoolten Standardabweichung wird entsprechend der Stichprobenumfänge der einzelnen Gruppen angepasst. Im Vergleich mit der Kontrollgruppe verringert sich die Anzahl der Freiheitsgrade auf df = 20, sodass sich der t-Wert erhöht auf t = 2,086. Die Grenzen des Konfidenzintervalls ergeben sich dann wie folgt:

$$\left[\bar{d} - 2{,}086 \cdot s_{gepoolt} \cdot \sqrt{\frac{11}{60}}\,;\; \bar{d} + 2{,}086 \cdot s_{gepoolt} \cdot \sqrt{\frac{11}{60}}\,\right]$$

Damit berechnen sich im Vergleich von je zwei Gruppen zum Zeitpunkt des Posttests folgende Werte für Kohorte 1 (Tab. 7.12) und Kohorte 2 (Tab. 7.13):

	$\bar{d}$	$s_{gepoolt}$	Konfidenzintervall
Setting B - KG	11,2	8,53	[3,19;19,21] *
Setting B - Setting A	2,50	7,53	[-4,58;9,58]
Setting A - KG	8,70	8,04	[1,14;16,26] *

Tab. 7.12 Konfidenzintervalle Posttest: Kohorte 1

	$\bar{d}$	$s_{gepoolt}$	Konfidenzintervall
Setting B - KG	11,58	9,16	[3,40;19,77] *
Setting B - Setting A	3,67	7,64	[-2,80;10,13]
Setting A - KG	7,92	7,65	[1,09;14,75] *

Tab. 7.13 Konfidenzintervalle Posttest: Kohorte 2

Der Unterschied zwischen den beiden Interventionsgruppen erweist sich auch zum Zeitpunkt des Posttests nicht als statistisch auffällig. Es wird angenommen, dass der verzeichnete (geringe) Mittelwertsunterschied zufällig entstanden ist und es demnach anscheinend keinen Einfluss auf die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen der Kinder hatte, welchem der beiden unterschiedlich organisierten Settings sie zugeordnet waren.

Die Differenzen zwischen den Interventionssettings und der Kontrollgruppe erweisen sich nun als statistisch auffällig, da die zugehörigen Konfidenzintervalle die Null nicht einschließen. Dieses Ergebnis zeigt sich für beide Kohorten gleichermaßen. Dass die Kinder aus den Interventionssettings (Setting A & B) zum Zeitpunkt des Posttests je höhere mathematische Kompetenzen als die Kinder aus der Kontrollgruppe aufweisen, scheint kein zufälliger Effekt zu sein und wird als weiteres Indiz auf eine Wirkung des App Einsatzes gesehen.

Das folgende Kapitel fasst die Ergebnisse zum Forschungsschwerpunkt 2 aus den deskriptiven Statistiken sowie der Konstruktion der Konfidenzintervalle zusammen und berücksichtigt bei der weiteren Interpretation zudem die Ergebnisse zu Einsatz und Nutzung der App *MaiKe* (8.1) und die Angaben zur mathematischen Bildung in den teilnehmenden Kindergärten (8.2.1).

7.2.5 Zusammenfassung

Nun folgen eine Zusammenführung und eine zusammenfassende Interpretation der verschiedenen Ergebnisse des zweiten Forschungsschwerpunktes. Zunächst wurde die Annahme überprüft, ob die unterschiedliche Organisation in den Interventionssettings einen Einfluss auf die Entwicklung der mathematischen Basiskompetenzen der Kinder hat:

FF 2.1 *Zeigen sich in der Entwicklung mathematischer Kompetenzen Effekte zwischen den Interventionssettings?*

Ob oder inwiefern sich die beiden Implementationsformen unterscheiden, kann im Vorfeld kaum vorhergesagt werden. Es wird demnach auch keine a-priori Hypothese aufgestellt. Vielmehr soll ein möglichst ganzheitliches Bild gezeichnet werden, indem die durch unterschiedliche Methoden erhobenen Daten gemeinsam betrachtet werden. In keinem der betreffenden Kindergärten hatten die Kinder Erfahrungen mit Tablets (vgl. 7.1.1). Die Einschätzung zur (sonstigen) mathematischen Bildung in den teilnehmenden Einrichtungen zeigt in allen Interventionsgruppen das gleiche Bild. Weder in der alltagsintegrierten Förderung noch in den üblicherweise stattfindenden Vorschulstunden wurde ein anderes mathematisches Förderprogramm eingesetzt (vgl. 7.2.1).

Die Ergebnisse aus den Beobachtungsbögen des Settings A zeigen, dass die Nutzung der App *MaiKe* altersabhängig variiert. Die Logfiledaten zum Spielprozess und -fortschritt weisen für beide Kohorten (im Durchschnitt) die gleichen Tendenzen auf. Zum Ende der Intervention zeigt sich ein Unterschied im Spielstand im Vergleich der Settings. Im Schnitt waren die Kinder im Setting B zwölf Spiele (Kohorte 1) bzw. elf Spiele (Kohorte 2) weiter fortgeschritten als im Setting A. Allerdings wurden im Setting A Spiele häufiger wiederholt. Daraus dürfte sich auch der höhere Wert zur gesamten Nutzungsdauer der App über den Interventionszeitraum ergeben.

Die deskriptive Analyse der Vor- und Nachtests weist den Kindern im Setting B einen minimal höheren Zuwachs in den Kompetenzen nach als im Setting A (vgl. 7.2.3). Dieses Ergebnis bestätigt sich in beiden Kohorten. Durchschnittlich liegen die Kinder zum MZP 1 – in Bezug auf die Normstichprobe der Lernausgangslagenuntersuchung – im auffälligen Bereich (vgl. 7.2.2). Dieses Ergebnis verwundert nicht, da es nicht anzunehmen war, dass die Kinder ein Jahr vor geplantem Schuleintritt bereits alle erforderlichen mathematischen Kompetenzen für einen erfolgreichen Schulstart entwickelt haben. Bereits zum MZP 2, also ein halbes Jahr vor ihrem geplanten Schuleintritt, liegen die durchschnittlichen Werte im unauffälligen Bereich. Zum MZP 3 – kurz vor Schuleintritt – verstärkt sich die Zuverlässigkeit dieser Aussage (in beiden Settings und beiden Kohorten) durch den weiteren Kompetenzzuwachs. Diese Ergebnisse lassen die Vermutung zu, dass die Kinder ohne weitere zusätzliche Förderung eine erfolgreiche Schulanfangsphase durchlaufen werden. Das gilt im Zweifel nicht für jedes einzelne Kind in jedem Kompetenzbereich; die angegebenen Durchschnittswerte lassen individuelle Aussagen nicht zu.

Da die Standardabweichung zudem in allen Fällen im Zeitverlauf sinkt, stellen die Mittelwerte zum MZP 3 verlässlichere Erwartungswerte dar.

Eine Prüfung auf statistische Auffälligkeiten wird durch die Berechnung geeigneter Konfidenzintervalle mit einem Vertrauensniveau von 95% verfolgt. Die Differenz der Ausgangswerte der Interventionssettings zum Vortest erweist sich als unauffällig (vgl. 7.2.4). Die Mittelwerte zeigen zunächst, dass sich die beiden Settings durch die stärkere Entwicklung mathematischer Kompetenzen im begleiteten Setting B vom Pre- zum Posttest minimal weiter voneinander entfernen. Die größere Differenz in den mathematischen Kompetenzen zwischen den Interventionssettings zum Zeitpunkt des Posttests könnte einerseits an dem, aus den Logfiles ersichtlichen, Unterschied im Spielfortschritt liegen (vgl. 7.1.2). Betrachtet man theoretische und empirische Evidenzen aus entsprechenden Untersuchungen, liegt auch die Vermutung nahe, dass die Lernbegleitung im Setting B ein ausschlaggebender Faktor sein könnte. Da sich die Mittelwertsdifferenzen jedoch als nicht auffällig zeigen, ist (zumindest statistisch) davon auszugehen, dass sich der Unterschied zufällig ergeben hat. Es wird also angenommen, dass die Wahl des Interventionssettings keinen bedeutenden Einfluss auf den Kompetenzerwerb der Kinder hat. Keine der beiden Organisationsformen kann als (wesentlich) besser oder vorteilhaft gegenüber der andere herausgestellt werden:

H 2.1: *Die Organisationsform (Setting A und Setting B) hat keinen Einfluss auf die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen der Kinder.*

In beiden Interventionsgruppen lässt sich allerdings eine statistisch auffällige Änderung vom Vor- zum Nachtest feststellen. Dieses Ergebnis weist darauf hin, dass der Einsatz der App *MaiKe* (in beiden Fällen) Wirkung gezeigt hat. Um ausschließen zu können, dass diese Entwicklung auf eine natürliche und altersbedingte Kompetenzentwicklung zurückzuführen ist, ist in der Studie eine Kontrollgruppe aufgenommen, um folgende Frage zu beantworten:

FF 2.2: *Zeigen sich in der Entwicklung mathematischer Kompetenzen Effekte zwischen den Interventionssettings und der Kontrollgruppe?*

Der Kontrollgruppe stehen keine Tablets mit der App *MaiKe* zur Verfügung. In allen Gruppen werden – wie in den Kurzbefragungen angegeben – mathematische Aspekte im Kindergartenalltag und in den Vorschulstunden thematisiert. Für Kohorte 2 stellt sich im Nachhinein heraus, dass die Hälfte der Kinder das Förderprogramm ‚Zahlenland' (Preiß, 2007) durchlaufen hat. Der anderen Hälfte der Kontrollgruppe stand das Material ebenso zur Verfügung; wurde aber lediglich punktuell und flexibel und nicht entsprechend der Programmvorgaben eingesetzt.

Die deskriptive Analyse der Vor- und Nachtests zeigt für die Kinder der Interventionssettings einen höheren durchschnittlichen Kompetenzzuwachs als für die Kontrollgruppe (vgl. 7.2.3). Dieses Ergebnis bestätigt sich auch hier für beide Alterskohorten. Zum MZP 1 zeigt der Richtwert des normierten Grundmoduls den erwarteten auffälligen Wert. Zum MZP 2 liegt der Durchschnittswert an der Grenze zum unauffälligen Bereich. Kurz vor Schuleintritt liegen die Werte im Mittel auch in der Kontrollgruppe im unauffälligen Bereich; jedoch weit weniger deutlich als die der Interventionsgruppen. Außerdem ist die Standardabweichung der Kontrollgruppen-Werte in beiden Kohorten höher als in den Untersuchungsgruppen, womit die Vermutung naheliegt, dass zumindest einzelne Kinder die notwendigen Kompetenzen für einen erfolgreichen Schulstart noch nicht erreicht haben.

Für verlässlichere Aussagen werden wiederum geeignete Konfidenzintervalle konstruiert (vgl. 7.2.4). Zunächst wird angenommen, dass die mathematischen Kompetenzen im Längsschnitt über den Untersuchungszeitraum in allen Gruppen ansteigen. Diese Erwartung bestätigt sich für die Alterskohorte 2. Hier zeigt sich für alle drei Gruppen eine auffällige Änderung über die eineinhalb Jahre der Intervention (vgl. Abb. 7.21).

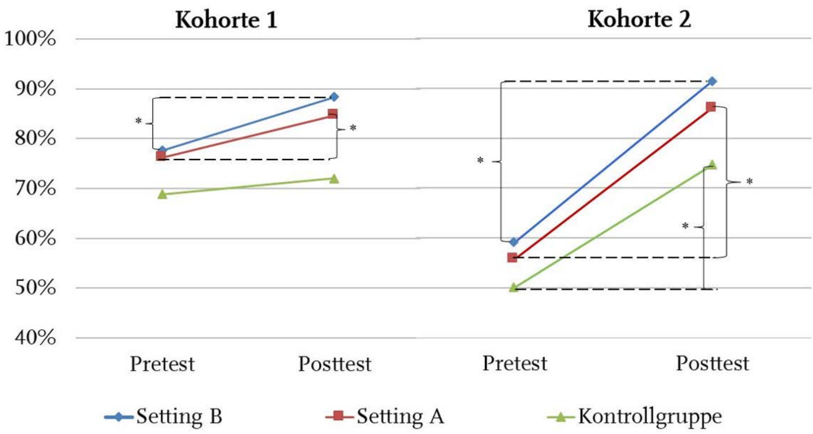


Abb. 7.21 Forschungsschwerpunkt 2: mathematische Kompetenzen im Zeitverlauf[11]

Diese deutlich gestiegenen Werte schließen den altersbedingten Kompetenzzuwachs mit ein, der über den längeren Zeitraum (im Vergleich zur Kohorte 1) entsprechend höher ausfällt.

In der Kontrollgruppe könnte auch das ‚Zahlenland'-Programm (vgl. Pauen & Pahnke, 2008) eine Wirkung gezeigt und die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen vom Vor- zum Nachtest beeinflusst haben.

Interessante Unterschiede zeigen sich bezüglich der Alterskohorte 1. Während sich für beide Interventionssettings vom Pre- zum Posttest eine auffällige Änderung in der Entwicklung der mathematischen Kompetenzen nachweisen lässt, gilt dies für die Kontrollgruppe nicht (vgl. Abb. 7.21). Der Zuwachs kann hier (rein statistisch) lediglich als mögliches Zufallsprodukt gewertet werden. Diese Ergebnisse weisen bereits auf eine Wirkung der Intervention hin. Um aussagekräftigere Ergebnisse – insbesondere für die Alterskohorte 2 – zu erhalten, wird ein Vergleich zwischen den Gruppen notwendig.

11 Die Sternchen in der Abbildung visualisieren die Mittelwertsdifferenzen, die sich als statistisch auffällig herausstellen.

Bei diesem Vergleich zeigt sich zunächst, dass die Ausgangswerte der Kontrollgruppe im Vortest niedriger sind als für die beiden Interventionssettings. Dieser Unterschied erweist sich jedoch als nicht statistisch auffällig und könnte daher ebenfalls ein Zufallsprodukt dieser Stichprobe sein. Dies ergibt sich aus den (in den Diagrammen sichtbaren) Mittelwertsdifferenzen und aus der im Zeitverlauf sinkenden Standardabweichung, die verlässlichere Schätzungen zulässt. Hier sei jedoch wiederum darauf verwiesen, dass diese vermutlich teilweise auf Deckeneffekte zurückzuführen sind.

Der Abstand vergrößert sich bis zum Nachtest, sodass der Unterschied in den Kompetenzen nun einen statistisch auffälligen Wert annimmt (vgl. Abb. 7.22). Das gilt sowohl im Vergleich der Kontrollgruppe mit dem begleiteten Setting B als auch im Vergleich der Kontrollgruppe mit dem unbegleiteten Setting A und bestätigt sich wieder für beide Alterskohorten.

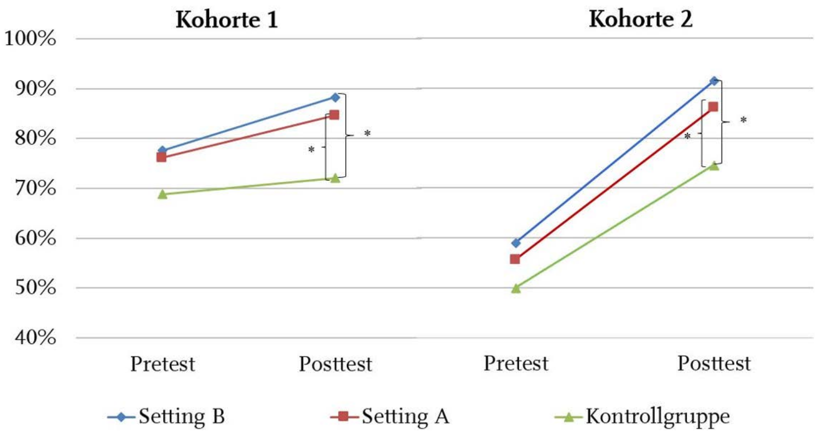


Abb. 7.22 Forschungsschwerpunkt 2: mathematische Kompetenzen im Vergleich der Gruppen

Die zweite Forschungsfrage kann demnach positiv beantwortet werden und mündet in die Formulierung der folgenden Hypothese:

H 2.2: *Der Einsatz der App MaiKe hat (in beiden Interventionssettings) einen positiven Effekt auf die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen der Kinder.*

Im Folgenden wird ein inhaltlicher Schwerpunkt gesetzt, um vertiefende Analysen zu ermöglichen, welche die aufgestellten Hypothesen (für dieses mathematische Teilgebiet) zusätzlich unterfüttern sollen.

7.3 Digitale Aufgabenformate zur Anzahlerfassung

Die im Kapitel 7.2 dargelegten Ergebnisse weisen für beide Settings auf einen positiven Effekt des App-Einsatzes auf die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen der Kinder hin. Um besser nachzuvollziehen, welche Entwicklungen während des Interventionszeitraums stattgefunden haben und inwieweit die Spiele der App zu mathematischen Lern- und Denkprozessen anregen können, wird ein Themengebiet der umfangreichen mathematischen Basiskompetenzen herausgegriffen und genauer untersucht. Der gewählte Bereich *(strukturierte) Anzahlerfassung* gilt als wesentliche Komponente bei der Entwicklung des Zahlbegriffs und nicht-zählender Rechenstrategien (vgl. Kapitel 4). Ob die entsprechenden digitalen Aufgabenformate der App *MaiKe* eine strukturierte Mengenwahrnehmung unterstützen können und inwiefern die Kinder diese Anregungsumgebungen nutzen, um die Anzahl zu bestimmen, wird auf Basis folgender leitender Fragestellung untersucht:

Welche Lern- und Entwicklungsprozesse lassen sich bezüglich der digitalen Aufgabenformate zur Anzahlerfassung nachvollziehen?

Die ausgewählten Spielformate sind im Designkapitel beschrieben (vgl. 6.3.6) und zu Aufgabentypen zusammengefasst. Mögliche Lösungsstrategien der Kinder werden in einem Kategoriensystem gefasst (vgl. 6.3.7), um herauszufinden, welche Aufgabencharakteristika (z. B. Darstellungsarten, Animationen, etc.) einen Einfluss auf die Wahl von Strategien haben und inwiefern sich Strategiewechsel im Spielverlauf zeigen, die auf Lern- und Entwicklungsprozesse hinweisen (vgl. 7.3.1). Ausgehend von den identifizierten Daten und Entwicklungspfaden werden qualitative Fallstudien begründet ausgewählt und ausführlich interpretiert (vgl. 7.3.2). Dieses Vorgehen ist angelehnt an das Analyseverfahren von Schmidt (2015, vgl. 6.2.2.3), das quantitative und qualitative Elemente in dieser Form kombiniert.

7.3.1 Aufgabentypen und Lösungsstrategien

Für die acht Spiele zur strukturierten Anzahlerfassung werden die Lösungsstrategien der Kinder aus den Videodaten ermittelt und im vorgestellten Kategoriensystem (vgl. 6.3.7) gefasst, um folgender Frage nachzugehen:

FF 3.1: *Inwiefern beeinflussen die Aufgabentypen der App MaiKe die Wahl von Lösungsstrategien bei der Anzahlerfassung?*

Die Tabelle 7.14 zeigt die prozentualen Häufigkeiten der genutzten Lösungsstrategien bei allen betreffenden Spielen der App. Die Fallzahlen (n) ergeben sich aus allen Spieldurchgängen mit Wiederholungen.

Spiel	2.2		3.1		3.8			
n	23		36		27			
	L	R1	L	R1	L	R1	L	R1
Strukturnutzung	4%	4%	8%	25%	11%	26%	30%	37%
Gestaltvergleich	74%	74%	3%	3%	7%	11%	19%	19%
Alles Zählen	9%	9%	47%	14%	52%	11%	30%	0%
Trial & Error	0%	0%	25%	36%	22%	33%	15%	26%
Keine Zuordnung	13%	13%	17%	22%	7%	19%	7%	19%

Spiel	4.3		4.7	4.9	4.10		6.3
n	27		22	25	20		14
	L	R1	L	R1	L	R1	L
Strukturnutzung	15%	19%	45%	60%	35%	50%	86%
Gestaltvergleich	52%	52%	--	--	15%	20%	--
Alles Zählen	11%	0%	32%	8%	15%	10%	0%
Trial & Error	7%	15%	0%	20%	5%	5%	7%
Keine Zuordung	15%	15%	23%	12%	30%	15%	7%

Tab. 7.14 Lösungsstrategien Anzahlerfassung

In der Übersicht wird deutlich, dass die Wahl von Strategien auch von bestimmten Spielspezifika beeinflusst wird. Unterschiedliche Darstellungsarten (Fingerbild, Ziffer, Punktefeld, usw.) als auch deren Anordnung im Spielaufbau und deren Kombination miteinander scheinen einen Einfluss zu haben. Besonders deutlich wird das bei einem Gestaltvergleich, der bei den Spielen mit Ziffern (4.7, 4.9 und 6.3) gar keine mögliche Strategie darstellt. Die Aufgabe im Spiel 2.2 wird hauptsächlich durch einen Gestaltvergleich gelöst, während diese Strategie im Spiel 3.1 kaum Anwendung findet. Das Design der App beeinflusst die Strategiewahl der Kinder nicht nur durch unterschiedliche Darstellungsarten. Die in manchen Spielen ergänzte Handanimation (4.3 und 6.3) zielt darauf ab, die Kinder zu effizienteren Arten der Anzahlerfassung anzuregen, was sich auch in den hohen Werten bei Strukturnutzung bzw. Gestaltvergleich abzeichnet.

Um den Einfluss derartiger unterschiedlicher Spielspezifika zu identifizieren, werden in der folgenden Analyse vergleichbare Spiele unter Aufgabentypen gefasst und gemeinsam analysiert (vgl. 6.3.6). So können wesentliche Spielcharakteristika herausgearbeitet und mit den tatsächlich gewählten Lösungsstrategien in Bezug gesetzt werden. Unter Berücksichtigung dieser Ergebnisse wird dann folgender Frage nachgegangen:

FF 3.2: *Inwiefern zeigen sich im Interventionszeitraum Strategiewechsel, die auf Lern- und Entwicklungsprozesse bei der Anzahlerfassung hindeuten?*

In den Daten der Übersichtstabelle (Tab. 7.14) zeigen sich Entwicklungstendenzen über den gesamten App-Verlauf. Beispielsweise lässt sich eine Zunahme der Strukturnutzung bei gleichzeitiger Abnahme von Zählstrategien im Zeitverlauf feststellen. Um den Einfluss der Spielspezifika besonders zu berücksichtigen, werden die Strategiewechsel nicht (nur) über die komplette Spielchronologie, sondern insbesondere in Bezug auf die Aufgabentypen und deren speziellem Design betrachtet.

Durch die Konstruktion von Verlaufsdiagrammen zu den jeweiligen Aufgabentypen werden die konkreten Entwicklungspfade der Kinder im Zeitverlauf visualisiert. Während in den Häufigkeitstabellen alle Spiele mit Spielwiederholungen einbezogen sind, können die Entwicklungspfade nur die Verläufe der Kinder abbilden, welche beide betreffenden Spiele gespielt haben. Dabei finden (gegebenenfalls später) wiederholte Spiele keine Berücksichtigung.

Der jeweilige Ausschnitt der Quantifizierungstabelle (Tab. 7.14) und das Verlaufsdiagramm werden beschrieben und interpretiert, bevor im darauffolgenden Abschnitt Entwicklungspfade anhand von Fallbeispielen illustriert werden. Diese Fallstudien erlauben einerseits einen vertiefenden Blick auf typische Pfade und andererseits auf Entwicklungsverläufe, die Strategiewechsel aufweisen und damit womöglich spannende Einblicke in stattgefundene Lernprozesse ermöglichen.

7.3.1.1 Aufgabentyp A: direkter Gestaltvergleich

Ist die 8 je in standardisiert strukturierter Form (5+3) in einer Zehnerdarstellung dargeboten (wie im Spiel 4.3; vgl. Abb. 7.23), ist die Möglichkeit eines *direkten Gestaltvergleichs* gegeben.

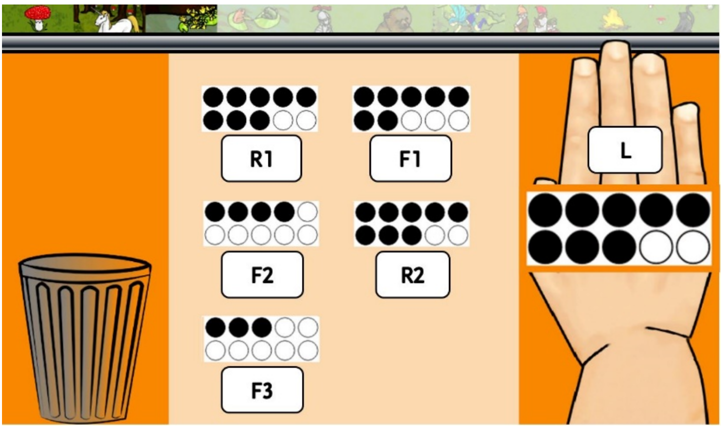


Abb. 7.23 Screenshot: Spiel 4.3

Es ist keine mentale Übertragung von (Teil-)Mengen in andere Darstellungsarten (z. B. Fingerbild) notwendig. Das Kriterium des direkten Gestaltvergleichs trifft auf die zwei Spiele 2.2 und 4.3 zu (vgl. 6.3.6).

Die im Folgenden präsentierten Ergebnisse sind für jeden Aufgabentyp in einer Grafik dargestellt, die sowohl die Häufigkeiten der aufgetretenen

Lösungsstrategien als auch deren Entwicklungen im Spielverlauf beinhaltet (vgl. Abb. 7.24) Die Entwicklungspfade sind durch Pfeile visualisiert und je nach Häufigkeit stärker bzw. schmaler dargestellt. In diesem Fall haben 18 Kinder sowohl Spiel 2.2 als auch Spiel 4.3 erfolgreich absolviert und sind damit in die Auswertung einbezogen (n=18).

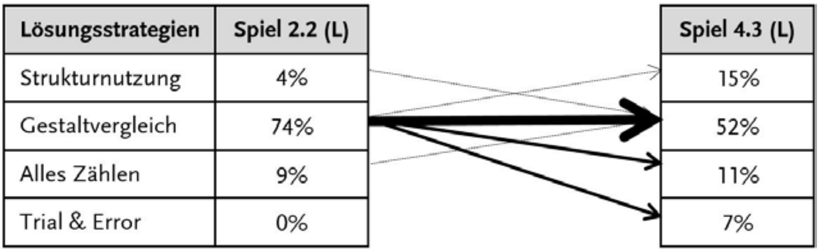


Abb. 7.24 Verlaufsdiagramm Aufgabentyp A[12]

Die prozentualen Häufigkeiten der Lösungsstrategien im Vergleich der beiden Spiele zeigen Auffälligkeiten, die erste Vermutungen in Bezug auf den speziellen Aufgabentyp aber auch in Bezug auf Lern- und Entwicklungsprozesse im Spielverlauf zulassen.

Es zeigt sich, dass die Kinder von der Möglichkeit des direkten *Gestaltvergleichs* in beiden Fällen überwiegend Gebrauch machen. Im Spiel 2.2 wird diese Lösungsstrategie in 74% der Fälle angewandt. Im Spiel 4.3 bleiben 52% bei diesem Vorgehen, während Kinder vereinzelt auf eine zählende oder auf eine probierende Strategie zurückgreifen, was an den Entwicklungspfaden zusätzlich deutlich wird. Charakteristisch ist bei diesem Aufgabentyp die im Spiel 4.3 auftretende Handanimation, die Einfluss auf die Strategiewahl der Kinder haben kann. Vermutlich sind Wechsel vom direkten *Gestaltvergleich* zu *Trial&Error* auf die Animation zurückzuführen, da eine mentale Abbildung des nach Animation verdeckten Punktefelds erforderlich wird, um die passenden 8er-Felder in der Mitte zu identifizieren. Zudem wissen die Kinder, während das rechte Punktefeld zu sehen ist, noch nicht, welche Objekte in der Mitte erscheinen und zugeordnet werden müssen. So versuchen manche schnell zu zählen (11%) bevor die Animation beendet ist, während andere Strukturen nutzen

[12] Bei den Verlaufsdiagrammen sind Pfade von bzw. zu *Keine Zuordnung* ausgeblendet.

(15%), um die Anzahl zu bestimmen. Insgesamt wird im Spiel 4.3 die Anzahl häufiger exakt bestimmt. Die leichte Zunahme einer Strukturnutzung kann ein erstes Indiz für Lern- und Entwicklungsprozesse sein. Der verstärkte Rückgriff auf zählende und probierende Lösungsstrategien dürfte der Animation zugeschrieben werden.

Diese Hinweise, insbesondere typische Vorgehensweisen und besondere Entwicklungen, welche auf Lernprozesse hindeuten, dienen in einem zweiten Schritt als Basis für eine begründete Auswahl illustrierender Fallbeispiele (vgl. *Marina* und *Miriam*, 7.3.2.1).

7.3.1.2 Aufgabentyp B: Ziffer vs. Zehnerfeld

Ist die Zuordnung von Mengenbildern zu einer bzw. mehreren Ziffern gefordert, ist kein Gestaltvergleich möglich. Um die passenden Lösungsmöglichkeiten zuverlässig zu finden, muss die Anzahl der Punkte, die in den betreffenden Spielen je in strukturierter Form im Zehnerfeld dargeboten ist, bestimmt werden. Dieser Aufgabentyp kommt im Spielverlauf dreimal vor (z. B. Spiel 6.3, vgl. Abb. 7.25).

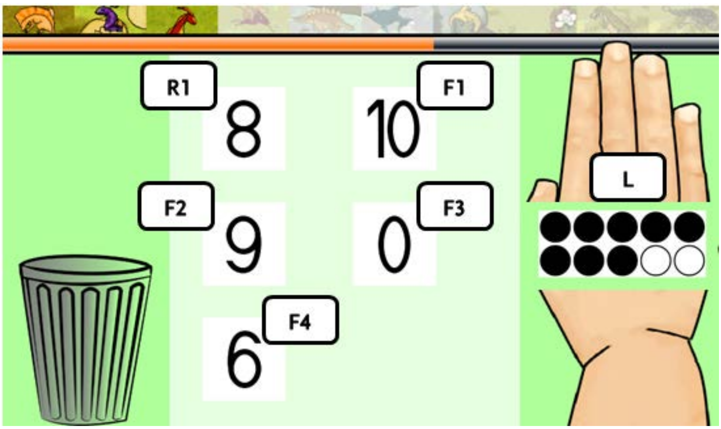


Abb. 7.25 Screenshot: Spiel 6.3

Kategorisiert werden Mengendarstellungen, die im Spiel 4.7 und 6.3 als Lösung auf der rechten Seite vorgegeben (L) und im Spiel 4.9 als bewegliche Objekte in der Mitte (R1) präsentiert sind. Die (im Vergleich) geringere Fallzahl bezüglich der Entwicklungspfade (n=9) ergibt sich, da einige Kinder das dritte Spiel in der letzten sechsten Welt während des Untersuchungszeitraums nicht erreicht haben.

Beim ersten Spiel dieses Aufgabentyps zeigt sich eine leichte Präferenz für strukturnutzende Methoden der Anzahlbestimmung (45%). Etwas weniger Kinder zählen die Punkte einzeln ab (32%). Im nächsten Spiel 4.9 wird nur noch in 8% der Fälle gezählt und in 60% Strukturen verwendet. Die Entwicklungspfade machen deutlich, dass strukturnutzende Arten der Anzahlbestimmung vom ersten bis zum letzten Spiel dieses Aufgabentyps konstant Anwendung finden (vgl. Abb. 7.26).

Lösungsstrategien	Spiel 4.7 (L)	Spiel 4.9 (R1)	Spiel 6.3 (L)
Strukturnutzung	45%	60%	86%
Gestaltvergleich	--	--	--
Alles Zählen	32%	8%	0%
Trial & Error	0%	20%	7%
Keine Zuordnung	23%	12%	7%

Abb. 7.26 Verlaufsdiagramm Aufgabentyp B[13]

Eine deutliche Tendenz zeigt sich von einer zählenden hin zu einer strukturnutzenden Strategie, sodass im Spiel der sechsten Welt keine Zählstrategie mehr auftritt. Ein möglicher Grund für diese Entwicklung ist wieder die Animation, die ein *Alles Zählen* kaum möglich macht. Da in vorangegangenen Spielen mit Animation (z. B. im Spiel 4.3) durchaus zählend vorgegangen wurde, kann die Zunahme an strukturnutzenden Varianten zudem ein Indiz für stattgefundene Lernprozesse sein. Fast allen Kindern

13 Bei mehr als zwei Spielen pro Aufgabentyp sind die Entwicklungspfade aus Gründen besserer Übersichtlichkeit je vom ersten zum letzten Spiel visualisiert (vgl. Abb. 7.26). Die Werte für die Lösungsstrategien des zwischenliegenden Spiels sind darüberliegend eingeblendet.

ist es im Spiel 6.3 möglich, auf effizientere Arten der Anzahlbestimmung im Sinne einer Quasi-Simultanerfassung zurückzugreifen.

Der erhöhte Anteil an *Trial & Error* im Spiel 4.9 könnte der umgekehrten Anordnung der Darstellungen geschuldet sein. Im Gegensatz zu den beiden anderen Aufgaben werden die Kinder mit mehreren Punktefeldern gleichzeitig konfrontiert. Die Anzahl dieser (einzeln) zu bestimmen mag fordernder oder zumindest aufwendiger wirken und ein probierendes Vorgehen attraktiver erscheinen lassen. Dass diese Strategie im Spiel 6.3 auch noch vereinzelt (7%) vorkommt, könnte wiederum der Animation zugeschrieben werden, durch die ein einzelnes Abzählen der Punkte kaum möglich ist. Der betreffende Entwicklungspfad von *Alles Zählen* zu *Trial & Error* stützt diese Interpretation.

Insgesamt lässt sich in den meisten Fällen eine Entwicklung hin zu strukturnutzenden Varianten der Anzahlbestimmung nachvollziehen. Für vertiefte Einblicke werden wiederum zwei Fallbeispiele ausführlicher analysiert (vgl. *Lea* und *Heiko*, 7.3.2.2).

7.3.1.3 Aufgabentyp C: Fingerbild vs. Zehnerfeld

Die Besonderheit des Aufgabentyps C liegt in der Fingerbilddarstellung, die jeweils einer bzw. mehreren strukturierten Punktedarstellungen im Zehnerfeld gegenübersteht. Indem zwei unterschiedliche Mengendarstellungen in Einklang gebracht werden müssen, ist ein Gestaltvergleich zwar möglich, im Gegensatz zum Aufgabentyp A allerdings wesentlich erschwert.

Der Fokus in der Darstellung liegt auf dem Fingerbild, das im Spiel 3.8 in der Mitte (vgl. Abb. 7.27) und im Spiel 4.10 als vorgegebene Lösung rechts auftritt.

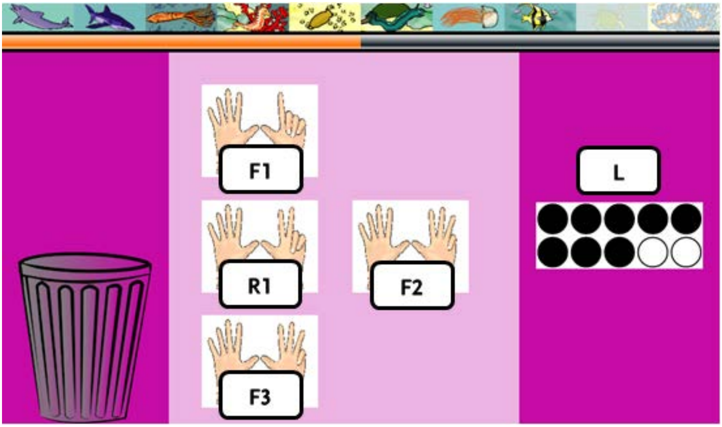


Abb. 7.27 Screenshot: Spiel 3.8

Entwicklungspfade sind von der ersten zur letzten Aufgabe abgebildet (n=14), die Daten für die zwischenliegende Aufgabe darübergelegt:

Lösungsstrategien	Spiel 3.8 A1 (R1)	Spiel 3.8 A2 (R1)	Spiel 4.10 (L)
Strukturnutzung	26%	37%	35%
Gestaltvergleich	11%	19%	15%
Alles Zählen	11%	0%	15%
Trial & Error	33%	26%	5%

Abb. 7.28 Verlaufsdiagramm Aufgabentyp C

Die Entwicklungspfade ergeben bei diesem Aufgabentyp ein sehr heterogenes Bild.

Bezüglich der Fingerbilder zeigt sich eine Häufung bei strukturnutzenden Arten der Anzahlbestimmung, die im Zeitverlauf von 26% auf 37% bzw. 35% noch zunimmt. Diese Entwicklung gilt gleichermaßen für die Punktefelder. Aus der Gesamtübersicht (Tab. 7.14) ist ersichtlich, dass der Anteil von 11% auf zunächst 30% und im Spiel 4.10 auf 50% steigt. Der zählende Anteil bezüglich der Fingerbilddarstellung sinkt zunächst von einem ohnehin niedrigen Wert von 11% im Spielverlauf des Spiels

3.8 auf 0%, steigt zum Spiel 4.10 aber wieder auf 15% an. Das könnte daran liegen, dass für die Kinder zunächst die Mengendarstellung auf der rechten Seite (L) im Fokus steht und es zudem aufwendiger erscheint, alle Objekte der Mitte abzuzählen. Das kann gleichsam die Erklärung für die relativ hohen Anteile an *Trial&Error* bei der ersten (33%) und zweiten Aufgabe (26%) sein. Wobei der leichte Rückgang unter gleichzeitigem Anstieg von *Gestaltvergleich* und *Strukturnutzung* wiederum ein Indiz für Lern- und Entwicklungsprozesse ist. Im Spiel 4.10 greifen lediglich 5% der Kinder auf eine probierende Strategie zurück.

Ein charakteristischer Entwicklungspfad bildet sich bei diesem Aufgabentyp nicht aus. Aus dem insgesamt sehr heterogenen Bild lassen sich dennoch zwei Tendenzen herauslesen. Einerseits zeigt sich eine Zunahme der *Strukturnutzung* (vgl. Fallbeispiel *Emilia,* 7.3.2.3). Andererseits ist eine deutliche Abnahme einer *Trial&Error* Strategie zu verzeichnen (vgl. Fallbeispiel *Christina,* 7.3.2.3).

7.3.1.4 Aufgabentyp D: strukturiert vs. unstrukturiert

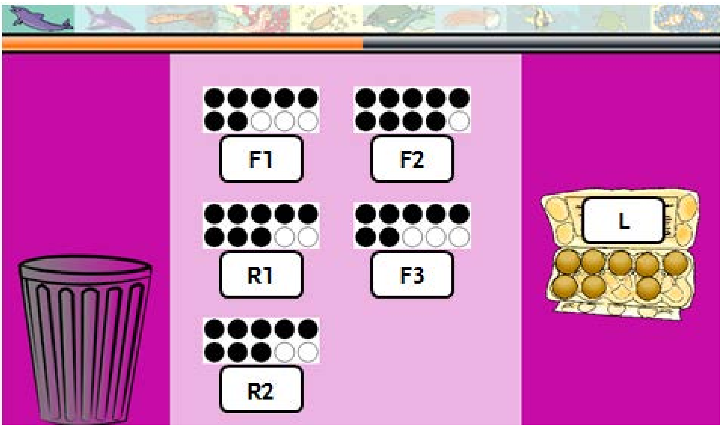


Abb. 7.29 Screenshot Spiel 3.1

Im Aufgabentyp D steht den strukturierten Punktefeldern eine unstrukturierte Darstellung in einem Eierkarton gegenüber. Die Anordnung der

Eier variiert dabei zufällig. Eine Verlaufsdarstellung lässt sich nicht generieren, da im gesamten Spielverlauf nur eine dementsprechende Aufgabe auftritt (Spiel 3.1; vgl. Abb. 7.29).

Die Tabelle 7.15 enthält die Häufigkeitserteilung der genutzten Strategien für diesen Aufgabentyp im Vergleich der unstrukturierten (L) und der strukturierten Darstellung (R1):

Lösungsstrategien	unstrukturiert (L)	strukturiert (R1)
Strukturnutzung	8%	25%
Gestaltvergleich	3%	3%
Alles Zählen	47%	14%
Trial & Error	25%	36%
Keine Zuordnung	17%	22%

Tab. 7.15 Quantifizierungstabelle Aufgabentyp D

Bei der Gegenüberstellung zeigt sich, dass die Eier der unstrukturierten Darstellung wesentlich häufiger – in fast der Hälfte aller Fälle – einzeln abgezählt werden. Deutlich geringer fällt dagegen der Anteil an *Strukturnutzung* aus. Je nach Anordnung der unstrukturierten Eierdarstellung ist es hier auch nicht mehr möglich, (Wissen über) die 5er-Reihe als Ausgangspunkt heranzuziehen, um die Gesamtzahl davon ausgehend zu bestimmen. Ein *Gestaltvergleich* ist im Gegensatz zum Aufgabentyp A durch die unterschiedlichen Strukturen wesentlich erschwert, was sich in einem äußerst geringen Anteil von 3% äußert.

Bezüglich des strukturierten Punktefeldes in der Mitte (R1) zeigt sich das umgekehrte Bild. Wesentlich weniger Kinder zählen die Punkte einzeln ab (14%), während der Anteil der strukturnutzenden Anzahlbestimmung mit 25% deutlich höher liegt. Wichtig zur Interpretation dieser Ergebnisse scheint die Überlegung, dass die meisten Kinder im vorschulischen Alter die standardisierte Struktur der 8 im Zehnerfeld kaum als die eine typische Gestalt wahrnehmen dürften. Die Beschäftigung mit im Zehnerfeld strukturierten Anzahldarstellungen steht für gewöhnlich erst ab der Schulzeit vermehrt im Fokus. Im Verlauf der App tritt die strukturierte

Mengendarstellung der 8 vorher in nur einer weiteren Aufgabe (des Spiels 2.2) auf. Trotzdem zeigt sich bereits hier deutlich, dass die standardisierte Zerlegung in die Teilmengen 5 und 3 wesentlich dazu beiträgt, wahrgenommene Strukturen zur Anzahlbestimmung anzuwenden.

Die *Trial&Error* Quote fällt bei diesem Aufgabentyp vergleichsweise hoch aus. Ein Viertel der Kinder bestimmen die Anzahl der Eier nicht und finden die passenden Lösungsmöglichkeiten durch Probieren. Der nochmal um 11 Prozentpunkte höhere Anteil bzgl. des passenden Zehnerfeldes (36%) kommt beispielsweise zustande, indem ein Kind die Anzahl der Eier zwar abzählt, die passenden Zehnerfelder dennoch probierend findet.

Das Fallbeispiel *Tim* gibt einen vertieften Einblick in den Umgang mit diesem Aufgabentyp und illustriert durch wiederholte Spieldurchgänge einen Lern- und Entwicklungsprozess (vgl. 7.3.2.4).

7.3.2 Qualitative Analyse

Die Einordnung der Lösungsstrategien in das entwickelte Kategoriensystem liefert Indizien, inwiefern die ausgewählten Aufgabentypen einen Einfluss auf die Strategiewahl der Kinder haben. Änderungen der Lösungsstrategien im Zeitverlauf sind anhand von Entwicklungspfaden veranschaulicht und können auf Lernprozesse hinweisen. Diese quantitativen Daten liegen für alle videografierten Kinder vor und werden nun in vertiefenden qualitativen Fallstudien einer zusätzlichen Überprüfung unterzogen. Die ausführlichen Fallinterpretationen erlauben individuelle Einblicke in Lernprozesse und illustrieren die als typisch bzw. besonders identifizierte Entwicklungspfade:

FF 3.3: Welche individuellen Lern- und Entwicklungsprozesse lassen sich bezüglich der Anzahlerfassung (am Beispiel 8) nachvollziehen?

Die folgenden Fallbeispiele werden in Bezug auf die bereits bekannten Aufgabentypen berichtet.

7.3.2.1 Fallbeispiele: Entwicklungspfade bei Aufgabentyp A

Die deutliche Mehrheit der Kinder nutzt bei Spielen des Aufgabentyps A (direkter Gestaltvergleich) die Strategie des Gestaltvergleichs. Dieses Vorgehen erweist sich im Spielverlauf als weitgehend stabil (vgl. 7.3.1.1).

Marina

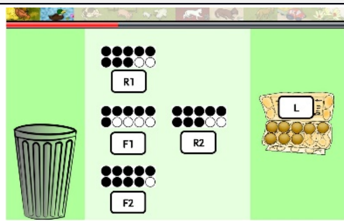
Das Fallbeispiel *Marina* veranschaulicht diese präferierte Strategie und somit den meist gegangenen Entwicklungspfad vom Spiel 2.2 zum Spiel 4.3.

2.2 L		4.3 L
Gestaltvergleich	→	**Gestaltvergleich**

Abb. 7.30 Entwicklungspfad Marina

Marina (w, 6;5) besucht einen Kindergarten einer mittelgroßen Stadt, wo die wöchentlichen Spielsitzungen im Rahmen des Settings B stattfinden. Sie gehört zu Kohorte 1, bei der sich der Interventionszeitraum über ein halbes Jahr vor Schuleintritt erstreckt. Das Spiel 2.2 spielt Marina in ihrer dritten Begegnung mit der App *MaiKe*, das Spiel 4.3 knapp zwei Monate später in der siebten Sitzung. Sie wiederholt im weiteren Spielverlauf keines der beiden Spiele.

Während des ersten Spiels (2.2) zeigt sich die im folgenden Transkript wiedergegebene Interaktion (vgl. Tab. 7.16). Die Szene beginnt 04:46 Minuten nach Beginn der Spielsitzung.

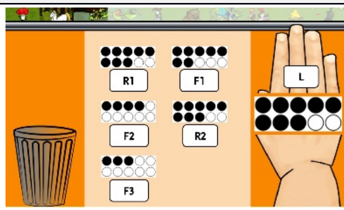
Nr.	Zeit		Transkript – Marina	Screenshots – Spiel 2.2
1	04:46	A		

2		I	Und hier?	
3		M	Und hier sind 5 und 3 und das sehe ich dann hier auch. *Schiebt R1 zu L.* *Schiebt R2 zu L.*	
4		I	Genau. So kann man das nämlich ganz schnell sehen.	
5	5:03	M	*Schiebt F2 (9) in den Müll.* *Schiebt F1 (6) in den Müll.* Und hier waren ein bisschen, viel mehr und deshalb habe ich gesehen, dass das nicht passt. *Zeigt mit der Hand auf eine Stelle auf dem Tisch unten links neben dem Tablet.*	

Tab. 7.16 Aufgabentyp A: Marina; Spiel 2.2

Bei Erscheinen der 8er-Aufgabe knüpft die Interviewerin an den Gesprächsverlauf der vorherigen Aufgabe an (#2), woraufhin Marina erklärt, dass sie hier „5 und 3" sieht (#3). Sie nimmt also Strukturen in der Anordnung der Eier (L) wahr. Ihre schnelle Reaktion und keinerlei beobachtbare Indizien, die auf eine Zählhandlung hinweisen, lassen die Annahme zu, dass sie Faktenwissen über die 5er-Reihe heranzieht, um diese Teilmenge zu bestimmen. Die 3 Eier unten erfasst sie vermutlich simultan. Ein schneller, nicht erkennbarer Zählprozess kann bei kleinen Anzahlen nicht zuverlässig ausgeschlossen werden. Ihr zügiges Zuordnen (#3 und #5) ohne weitere Anzeichen einer Anzahlbestimmung deutet darauf hin, dass sie die wahrgenommenen Teilstrukturen nutzt, um die passenden Punktefelder zu finden. Ob sie weiß, dass es sich insgesamt um 8 Eier bzw. Punkte handelt, bleibt offen. Nachdem sie die beiden nicht-passenden Punktefelder dem Mülleimer zugeordnet hat, deutet sie auf eine Stelle unten links neben dem Tablet und bezieht sich vermutlich auf das 9er-Feld, das auf dem Screen unten links angeordnet war (vgl. Screenshot #1), während sie sagt: „Und hier waren ein bisschen, viel mehr und deshalb habe ich gesehen, dass das nicht passt“ (#5). Sie stellt einen Mengenvergleich an, ohne die Gesamtanzahl oder die Differenz der beiden Mengen exakt zu bestimmen, was bei Spielen dieses Aufgabentyps auch nicht erforderlich ist.

Im zweiten Spiel dieses Aufgabentyps (4.3) ist eine Animation ergänzt, die das Punktefeld auf der rechten Seite (L) nach knapp drei Sekunden verdeckt. Dann erscheinen die fünf Lösungsmöglichkeiten in der Mitte des Screens (R1, R2, F1, F2 und F3). Marina bleibt auch bei diesem Spiel bei ihrer Strategie, was folgender Transkriptausschnitt belegt (vgl. Tab. 7.17).

Nr.	Zeit		Transkript – Marina	Screenshots – Spiel 4.3
6	01:30	M	(..) Ok. Kenne ich.	
7		I	Oh.	
8		M	Also das kenne ich nicht, aber eine Reihe und dann noch 3 dazu.	
9		I	Und wie viele sind es dann?	
10		M	*Schiebt R1 nach L.* Weiß ich auch nicht.	
11	01:48		...	

Tab. 7.17 Aufgabentyp A: Marina; Spiel 4.3

Noch bevor die Animation beendet ist, reagiert Marina mit „Ok. Kenne ich“ (#6), korrigiert sich dann aber sofort, indem sie sagt „Also das kenne ich nicht, aber eine Reihe und dann noch 3 dazu“ (#8). Sie zerlegt wiederum in die gleichen Teilstrukturen wie im Spiel 2.2, wobei diesmal nicht deutlich wird, ob sie weiß, dass die „Reihe“ (#8) einer 5er-Reihe entspricht. Die bei der vorigen Spielsituation (Tab. 7.16) gezeigten Handlungen und Kommentare lassen den Schluss zu, dass sie dieses Wissen bereits erworben hat. Es bleibt offen, ob sie darauf nicht (mehr) zugreifen kann oder diesen Fakt lediglich nicht erwähnt, da er zur Lösung dieser Aufgabe unwesentlich ist. Die Gesamtzahl 8 bestimmt sie nicht, was sie diesmal auf Nachfrage auch bestätigt (#9 und #10). Offensichtlich hat sie es nicht als sofort abrufbares Faktenwissen verankert, dass die (5er-) Reihe und die 3 Punkte zusammen 8 ergeben. Das bedeutet nicht, dass sie die Anzahl 8 nicht auf andere Weise, z. B. durch eine Zählstrategie, exakt bestimmen könnte. Die Spielsituation erzwingt die Anzahlbestimmung an dieser Stelle nicht und so ordnet Marina auch die weiteren Punktefelder korrekt zu, ohne die Anzahl (nachweislich) zu bestimmen.

Marina nutzt in beiden Spielen einen Gestaltvergleich ohne (erkennbare) Bestimmung der Anzahl 8. Sie nimmt in den Darstellungen Strukturen wahr und bestimmt Teilmengen konkret. Vom Spiel 2.2 zum Spiel 4.3 zeigt sich keine Veränderung ihrer Lösungsstrategie und somit auch kein Hinweis auf einen möglicherweise zwischenzeitlich stattgefundenen Lernprozess. Daraus kann jedoch nicht gefolgert werden, dass Marina andere Arten der Anzahlbestimmung nicht dennoch heranziehen könnte, sollte der Aufgabentyp dies nötig machen. Für diesen Fall ist die Wahl Ihrer Strategie passend und effektiv.

Betrachtet man Marinas Vorgehensweisen bei den weiteren Spielen zur Anzahlerfassung, zeigt sich, dass sie meist bei einem (direkten) Gestaltvergleich bleibt, später aber auch wahrgenommene Strukturen nutzt, um die Gesamtzahl 8 exakt zu bestimmen. Neben der von ihr präferierten Zerlegung in 5 und 3, nutzt sie auch andere Ableitungsstrategien, wie beispielsweise über die Struktur des Nachfolgers 9: „Weil hier *(deutet auf ein 9er-Feld)* sind 5 und da 4 und dann war 1 so weg *(deutet auf die Stelle, an der das 8er-Feld war)*“ oder über andere Anzahlen: „Und hier ist 6 und hier sind dann 8“.

Marina erreicht im Pretest 90% und damit den höchsten Ausgangswert aller teilnehmenden Kinder. Dass sie bereits im Spiel 2.2 Teilmengen (5 und 3) schnell und vermutlich ohne zu zählen bestimmt, belegt diesen fortgeschrittenen Lernstand zusätzlich. Ein deutlicher Entwicklungsprozess kann schon aufgrund des hohen Startwerts nicht dokumentiert werden. Sie steigert sich zum Posttest jedoch um weitere 3 Prozentpunkte auf 93%.

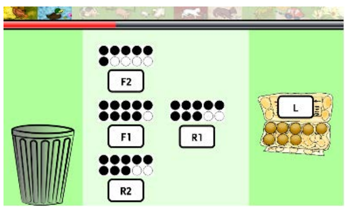
Miriam

Das typische Vorgehen das im ersten Fallbeispiel illustriert ist, impliziert keinen Strategiewechsel vom Spiel 2.2 zum Spiel 4.3. Der am häufigsten identifizierte Entwicklungspfad zeigt einen Wechsel von *Gestaltvergleich* zu *Alles Zählen*. Miriam ändert ihr Vorgehen im Spielverlauf dementsprechend, was einen interessanten Einblick im Hinblick auf Lern- und Entwicklungsprozesse erlaubt.

2.2 L		4.3 (1) L
Gestaltvergleich	→	**Alles Zählen**

Abb. 7.31 Entwicklungspfad Miriam

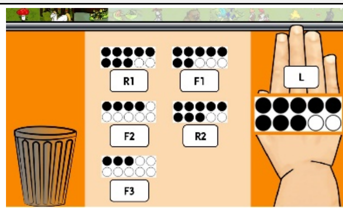
Miriam (w, 5;2) besucht einen Kindergarten einer mittelgroßen Stadt und nimmt im Rahmen der Kohorte 2 eineinhalb Jahre an den regelmäßigen, begleiteten Spielsitzungen teil. In ihrer vierten Spielsitzung begegnet sie dem Spiel 2.2 und ca. sieben Monate später – in der zwölften Sitzung – dem Spiel 4.3.

Nr.	Zeit		Transkript – Miriam	Screenshots – Spiel 2.2
1	03:12	A		

2		I	Jetzt sind schon so viele da. Wie kann man denn schnell erkennen, was da passt?	
3		M	Schiebt R1 zu L.	
4		I	Was schaust du denn da immer?	
5	03:27	M	Schiebt R2 zu L. Schiebt F2 (6) und F1 (9) in den Müll.	

Tab. 7.18 Aufgabentyp A: Miriam; Spiel 2.2

Die erste Spielsituation liefert kaum Hinweise auf Wahrnehmungs- und Bestimmungsprozesse, weil Miriam auf die Fragen der Interviewerin (#2 und #4) nicht eingeht. Da sie das erste passende Punktefeld trotz Zwischenfrage in weniger als vier Sekunden nach Erscheinen der Aufgabe verschiebt (#3), die anderen Objekte zielgerichtet und korrekt zuordnet (#5) und keine weiteren Anzeichen einer (zählenden) Anzahlbestimmung zeigt, wird angenommen, dass sie mindestens die Gestalt der strukturierten Darstellungen vergleicht. Ob bzw. inwiefern sie darüber hinaus Teilstrukturen wahrnimmt, Teilmengen oder die Gesamtzahl bestimmt hat, kann nicht nachvollzogen werden.

Nr.	**Zeit**		**Transkript – Miriam**	**Screenshots – Spiel 4.3 (1)**
6	12:13	M	*Tippt mit dem Pen auf die Punkte von L.* *(flüstert)* 1,2,3,4,5,6/	
7		M	*Tippt auf die Hand.*	
8		A	*Die Animation wiederholt sich.*	

9		M	*Tippt mit dem Pen auf die Punkte von L.* *(flüstert)* 1,2,3,4,5,6/	
10		A	*Die Animation ist beendet.*	
11		M	7,8. *Versucht F1 (7) zu L zu schieben.*	
12		A	*F1 (7) springt zurück.*	
13		M	*Schiebt F1 (7) in den Müll.* *Versucht R1 in den Müll zu schieben.*	
14		A	*R1 springt zurück.*	
15		M	*Schiebt F2 (4) in den Müll.*	
16		I	Schauen wir mal, ob wir die 8 auch finden.	
17		M	*Schiebt R1 zu L.* *Schiebt R2 zu L.* *Schiebt F3 (3) in den Müll.*	
18	12:44	I	Genau, sehr gut.	

Tab. 7.19 Aufgabentyp A : Miriam; Spiel 4.3 (1. Durchgang)

Bei der 8er-Aufgabe des Spiels 4.3 beginnt Miriam zu zählen (#6). Sie erreicht den sechsten Punkt, bevor die Hand das Punktefeld verdeckt. Sie lässt sich die Animation wiederholen (#7 und #8) und beginnt erneut bei 1 zu zählen. Diesmal zählt sie nach Durchlauf der Animation weiter: „7,8“ (#11). Als letztgenanntes Zahlwort gibt die 8 im Sinne des Kardinalzahlprinzips die Anzahl der Objekte der gezählten Menge an (vgl. Zählprinzipien, Kapitel 4.2). Ob Miriam die 8 jedoch als Ergebnis ihres Zählvorgangs mit der mittlerweile wieder verdeckten Anzahl an Punkten in Verbindung bringt, bleibt unklar. Denn sie beginnt dann sofort, verschiedene Punktefelder aus der Mitte zu verschieben, ohne dass weitere Hinweise einer Anzahlbestimmung erkennbar wären. Passt ein Objekt nicht zum

Punktefeld und springt an seinen Ausgangsort zurück, ordnet sie das Objekt dem Mülleimer zu (#11 bis #15). Möglicherweise ist sie von dem Ergebnis ihres Zählvorgangs nicht überzeugt und wählt ein probierendes Vorgehen, da sie sich die Animation kein weiteres Mal wiederholen lassen möchte. Vielleicht erscheint es Miriam aber auch zu aufwendig, eines oder mehrere Punktefelder der Mitte abzuzählen. Es liegt kein Indiz vor, ob es ihr möglich wäre, auf eine andere Art der Anzahlbestimmung zurückzugreifen. Als die Interviewerin Miriams Vorgehen durch einen Satz unterbricht, der darauf hinweist, dass das Ergebnis ihres Zählvorgangs korrekt war (#16), ordnet Miriam die übriggebliebenen drei Punktefelder auf Anhieb richtig zu (#17). Ob sie das erste passende Punktefeld zufällig findet, indem sie ihre *Trial&Error* Strategie fortsetzt oder ob sie die Anzahl tatsächlich bestimmt hat, bleibt unklar. Ihr weiteres zielstrebiges Vorgehen (#17) deutet darauf hin, dass sie zumindest die beiden verbliebenen Objekte (R2 und F3) bewusst zuordnet. Vielleicht nutzt sie einen Gestaltvergleich mit der zuerst gefundenen Lösung (R1).

Da Miriam drei Monate später das Spiel 4.3 selbstbestimmt wiederholt, kann ihr Vorgehen zu einem weiteren Zeitpunkt analysiert werden. Wiederholte Spiele sind in den quantitativen Übersichten nicht erfasst, können an dieser Stelle in der ausführlichen qualitativen Interpretation jedoch miteinbezogen werden.

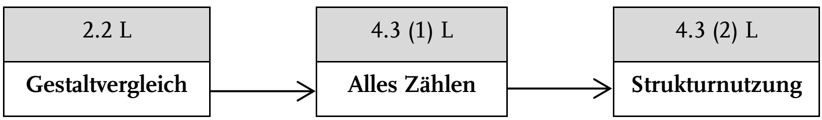
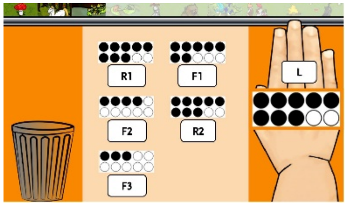


Abb. 7.32 Entwicklungspfad Miriam 2

Miriam ändert ihre Strategie in dieser Wiederholung ein weiteres Mal. Das folgende Transkript zeigt ihr Vorgehen bei Wiederholung des Spiels 4.3.

Nr.	Zeit		Transkript – Miriam	Screenshots – Spiel 4.3 (2)
19	05:54	M	*Blickt vom Bildschirm auf.*	
20		I	Schwer, oder?	
21		M	8.	
22		I	Ha, woher weißt du das?	
23		M	*(grinst)* Weil ich das weiß.	
24		I	Da bin ich aber jetzt gespannt, woher du das weißt.	
25		M	*Schiebt F1 (7), F3 (3) und F2 (4) in den Müll.* *Versucht R2 in den Müll zu schieben.*	
26		A	*R2 springt zurück.*	
27		M	*Schiebt R1 zu L.* *Schiebt R2 zu L.*	
28	06:24	I	Puh, gut.	

Tab. 7.20 Aufgabentyp A: Miriam; Spiel 4.3 (2. Durchgang)

Miriam beginnt nun nicht mehr zu zählen, sondern blickt noch auf bevor die Animation beendet ist (#19). Sie nennt das Ergebnis ihres Anzahlbestimmungsprozesses (#21), über den sie auch auf Nachfrage (#22) keine gesicherte Auskunft gibt (#23). Sie ordnet dann zielstrebig die drei nichtpassenden Objekte dem Mülleimer zu (#25). Ob ihr Versuch, auch das zweite 8er-Feld dorthin zu verschieben, einem *Trial&Error* Vorgehen geschuldet ist, oder ob sie es versehentlich in die falsche Richtung schiebt, bleibt fraglich.

Während sie im ersten Spiel dieses Aufgabentyps (2.2), wie die meisten Kinder, einen Gestaltvergleich nutzt, ändert Miriam ihre Strategie im Spiel 4.3 und versucht die Anzahl der vorgegebenen Lösung zunächst zählend zu bestimmen. Die zeitliche Begrenzung durch die Animation erschwert ein einzelnes Abzählen und soll gezielt auch andere, nicht-zählende Strategien anregen. In einem zweiten Durchgang gelingt ihr eine schnelle Mengenwahrnehmung und korrekte Anzahlbestimmung. Welche Strukturen sie dabei wahrgenommen und genutzt hat, bleibt offen.

Ihre Lösungsstrategien im Verlauf aller betrachteten Spiele zur Anzahlerfassung zeigen zu Beginn häufig ein zählendes oder probierendes Vorgehen. Am Ende der vierten Welt (4.9) erkennt sie erstmals Strukturen, die sie dann – wie beschrieben – auch beim wiederholten Durchgang des Spiels 4.3 (vgl. Tab. 7.21) zur Anzahlbestimmung nutzt. Die erkennbare Veränderung hin zu einer effizienteren Art der Anzahlbestimmung lässt auf einen Lern- und Entwicklungsprozess schließen, der sich auch in Miriams Ergebnissen aus Pre- und Posttest zeigt. Sie steigert ihren Wert von 63% im Vortest auf 90% im Nachtest.

7.3.2.2 Fallbeispiele: Entwicklungspfade bei Aufgabentyp B

Bei Spielen des Aufgabentyps B ist kein Gestaltvergleich möglich, da die Anzahl konkret bestimmt werden muss, um die Ziffern der Punktefelddarstellung zuzuordnen. Während beim ersten dieser Spiele eine Strukturnutzung (45%) gegenüber einer zählenden Strategie (32%) nur geringfügig häufiger angewandt wurde, steigt die Strukturnutzung in den folgenden beiden Spielen weiter auf 60% und 86%, während ein *Alles Zählen* im Spiel 4.9 auf 8% sinkt und letztendlich im Spiel 6.3 gar nicht mehr auftritt (vgl. 7.3.1.2).

Lea

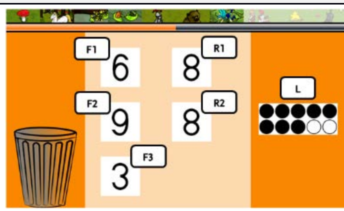
Der Fall *Lea* ist ein Beispiel für den meistgegangenen Entwicklungspfad, der die stabile Nutzung von Strukturen widerspiegelt.

4.7		4.9		6.3
Strukturnutzung	→	**Strukturnutzung**	→	**Strukturnutzung**

Abb. 7.33 Entwicklungspfad Lea

Lea (w, 6;4) besucht einen Kindergarten einer Kleinstadt, wo die wöchentlichen Spielsitzungen im Rahmen des Settings B stattfinden. Sie gehört zu Kohorte 1, bei der sich der Interventionszeitraum über ein halbes Jahr vor Schuleintritt erstreckt. Die Spiele 4.7 und 4.9 spielt Lea in ihrer achten Begegnung mit der App, das Spiel 6.3 einen Monat später in der elften Sitzung. Sie wiederholt im weiteren Spielverlauf keines der Spiele.

Die folgende Szene zeigt die Interaktion während des Spiels 4.7.

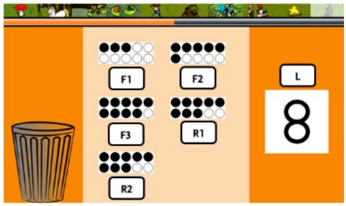
Nr.	Zeit		Transkript – Lea	Screenshots – Spiel 4.7
1	07:35	A		
2		L	*Schiebt R1 nach L.*	
3		I	Wow, wie konntest du das so schnell sehen, dass das 8 sind?	
4		L	*Schiebt R2 nach L.* Weil nach 7 kommt die 8.	
5		I	Ha, und wie die 7 aussieht weißt du?	
6		L	Ja.	
7		I	Okay.	
8		L	Und ich weiß auch wie viele Punkte es sein müssen, damit es 8 sind.	

9		I	Mhm.	
10	08:05	L	*Schiebt F1 (6), F3 (3) und F2 (9) in den Müll.*	

Tab. 7.21 Aufgabentyp B: Lea; Spiel 4.7

Lea verschiebt ohne nennenswerte Pause die erste korrekte Ziffer zum Punktefeld auf der rechten Seite (#2). Auf Nachfrage, wie sie die Anzahl 8 so schnell ermitteln konnte (#3), verschiebt sie auch die zweite passende Ziffer und erklärt: „Weil nach 7 kommt die 8." (#4). Sie nutzt also Strukturen, um die Anzahl 8 zu bestimmen und bestätigt auf Rückfrage (#5), dass sie wisse, wie die 7 aussieht (#6) und „wie viele Punkte es sein müssen, damit es 8 sind" (#8). Sie kennt und nutzt die Struktur des Vorgängers, um sich die Gesamtzahl abzuleiten. In den vorherigen vier Aufgaben des Spiels 4.7 kommt die Anzahl 7 nicht vor, weshalb es bemerkenswert ist, dass sie darauf rekurriert. Denkbar wäre, dass sie die 5er-Reihe kennt und weiß, dass 5 und 2 weitere Punkte 7 ergeben. Die Gesamtzahl 8 könnte sie dann bestimmt haben, indem sie den zusätzlichen Punkt dazu nimmt bzw. indem sie um 1 weiterzählt. Die übrigen nicht-passenden Ziffern ordnet sie ohne zu zögern dem Mülleimer zu (#10). Festzuhalten ist, dass sie in der Mengendarstellung Strukturen wahrnimmt und eine Ableitungsstrategie über die Struktur des Vorgängers 7 nutzt, um die Gesamtzahl zu bestimmen. Wie genau sie das tut, kann aus der vorliegenden Interaktion nicht zuverlässig geschlossen werden. Leas Wissen über die Ziffern 0 bis 10 ist sicher verfügbar, was sich in allen betreffenden Spielen zeigt.

In der gleichen Sitzung spielt Lea das zwei Spiele später auftretende Spiel 4.9. Diesmal ist die Ziffer 8 als Lösung rechts (L) vorgegeben, während die zuzuordnenden Punktefelder in der Mitte des Screens präsentiert werden (vgl. Tab. 7.22).

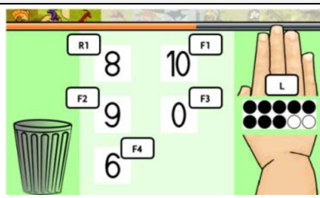
Nr.	Zeit		Transkript – Lea	Screenshots – Spiel 4.9
11	14:33	A		
12		L	8. Ist eine ganz, ganz leichte Zahl.	
13		I	Ja, und jetzt erstmal 8 Punkte finden.	
14		L	*Schiebt R1 nach L.*	
15		I	Also wie kannst du das so schnell sehen, dass das 8 sind?	
16		L	Ohne Brille sogar. *(lacht)*	
17		I	(lacht) Ohne Brille sogar.	
18		L	Weil 3 Punkte und dann noch 5, dann sind es gleich 8.	
19		I	Sehr schlau gemacht.	
20		L	*Schiebt R2 nach L. Schiebt F1 (3) und F2 (6) in den Müll.*	
21		I	So kann man das nämlich auch schnell sehen, wenn man weiß, dass 5 und 3 8 ist.	
22	14:57	L	*Schiebt F3 (9) in den Müll.*	

Tab. 7.22 Aufgabentyp B: Lea; Spiel 4.9

Lea nennt sofort den korrekten Wert der Ziffer (#12) und findet zügig das erste passende 8er-Feld (#14). Auf die überraschte Nachfrage der Interviewerin, wie sie so schnell sehen konnte, dass das 8 sind (#15), erklärt

Lea: „Weil 3 Punkte und dann noch 5, dann sind es gleich 8.“ (#18). Sie nutzt also wiederum Strukturen, um die Gesamtzahl 8 zu ermitteln, ändert aber ihre Strategie, obwohl sie sich noch in der gleichen Spielsitzung befindet. Sie nennt zuerst die 3 Punkte, was darauf hindeutet, dass sie zunächst die Anzahl der Punkte in der unteren Reihe bestimmt hat. Womöglich durch Simultanerfassung, vielleicht aber auch durch einen schnellen und nicht erkennbaren Zählprozess. Vermutlich ist es dann einerseits Kenntnis über die 5er-Reihe und andererseits verankertes Faktenwissen (3+5=8), was ihr die Bestimmung der Gesamtzahl 8 erlaubt. Zumindest weist ihre Aussage (#18) auf keine andere Strategie (z. B. Weiterzählen ab 5) hin. Auch die übrigen Punktefelder ordnet Lea zielgerichtet und korrekt zu (#20 und #22).

Einen Monat später begegnet Lea einer weiteren Aufgabe des Typs B. Wie im Spiel 4.7 ist das Punktefeld rechts vorgegeben, bleibt diesmal aber nur für kurze Zeit sichtbar, bevor es durch die Handanimation verdeckt wird. Erst dann erscheinen die Ziffern in der Mitte des Bildschirms (vgl. Tab. 7.23).

Nr.	Zeit		Transkript – Lea	Screenshots – Spiel 6.3
23	10:36	L	(..) 8.	
24		I	Gut, wie hast du das gemacht?	
25		L	*(zuckt mit den Schultern)* Weiß ich nicht.	
26		I	Ok.	
27		L	*Schiebt R1 nach L.*	
28		I	Gut gesehen auf jeden Fall.	
29		L	*Schiebt F1 (10), F4 (6) und F2 (9) in den Müll.* Warum nicht die 10?	

30		I	Schauen wir mal, ob die noch kommt.	
31	10:51	L	*Schiebt F3 (0) in den Müll.*	

Tab. 7.23 Aufgabentyp B: Lea; Spiel 6.3

Lea nennt die korrekte Anzahl noch bevor die Animation beendet ist (#23). Diesmal formuliert sie keine Erklärung für ihren Anzahlbestimmungsprozess (#25). Das fällt ihr womöglich schwerer als in den beiden Aufgaben zuvor, da das Punktefeld zu diesem Zeitpunkt bereits nicht mehr sichtbar ist und sie eine mentale Repräsentation heranziehen müsste, um ihr Vorgehen noch einmal abzurufen und zu erklären. Bei einer so schnellen Zuordnung (<3 Sek.) wird zur Einordnung in das Kategoriensystem davon ausgegangen, dass sie Strukturen zur Anzahlbestimmung genutzt hat (vgl. 6.3.7). An ihren Kompetenzen diesbezüglich lassen ihre vorherigen Erklärungen bei Spiel 4.7 und 4.9 auch keinen Zweifel zu. Sie ordnet alle weiteren Ziffern korrekt zu (#29 und #31) und fragt „Warum nicht die 10?“. Diese Nachfrage lässt den Schluss zu, dass die 10 aus Leas Sicht eine besondere Stellung unter den dargebotenen Ziffern einnimmt. Die Vermutung liegt nahe, dass sie weiß, dass es sich um 10 Punkte handelt, wenn das Punktefeld komplett gefüllt ist.

Betrachtet man Leas Vorgehen über die drei Spiele des Aufgabentyps B hinweg, zeigt sich eine erstaunliche Flexibilität in ihren Erklärungen. Während sie sich die Gesamtzahl 8 bei Aufgabe 4.7 über den Vorgänger 7 ableitet, erklärt sie ihren Anzahlbestimmungsprozess nur ein paar Minuten später in der gleichen Spielsitzung durch Zerlegung in die Teilmengen 3 und 5. Ihr besonderes Augenmerk auf die Anzahl 10 im letzten Spiel zeigt weitergehende Sensibilität für (die dargestellten) Strukturen. Insgesamt weisen Leas Strategien und Erläuterungen auf ein solides und gesichertes Teile-Ganzes-Verständnis hin. Das Fallbeispiel zeigt außerdem, dass die Kategorie *Strukturnutzung* nicht zwingend auf eine und auch nicht zwingend nur auf die Struktur mit ‚Kraft der 5‘ hinweist.

In allen weiteren Spielen zur Anzahlerfassung wendet Lea durchgängig Strategien des Gestaltvergleichs und der Strukturnutzung an und greift nur einmalig (bei der unstrukturierten Mengendarstellung des Spiels 3.1) auf eine alleszählende Anzahlbestimmung zurück. Ihr hoher Wert im Pretest von 88% bestätigt die Analyseergebnisse und spiegelt ihre bereits zu Beginn weit entwickelten mathematischen Kompetenzen wider. Zum Posttest steigert sie sich um 8 Prozentpunkte auf 96%.

Heiko

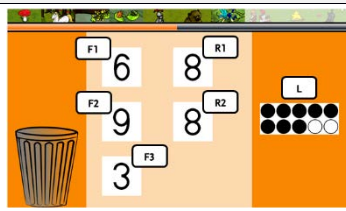
Während Lea stabil die typische Lösungsstrategie des Aufgabentyps B repräsentiert, lässt sich im zweiten Fallbeispiel ein Lern- und Entwicklungsprozess mit einem wesentlichen Strategiewechsel nachvollziehen.

4.7		4.9		6.3
Keine Zuordnung	→	**Alles Zählen**	→	**Strukturnutzung**

Abb. 7.34 Entwicklungspfad Heiko

Heiko (m, 5;5) besucht einen Kindergarten einer Kleinstadt, wo die wöchentlichen Spielsitzungen im Rahmen des Settings B stattfinden. Er gehört zu Kohorte 2, bei der sich der Interventionszeitraum über eineinhalb Jahre vor Schuleintritt erstreckt. Das Spiel 4.7 spielt Heiko in der elften, das Spiel 4.9 zwei Wochen später in der zwölften und das Spiel 6.3 knapp zwei Monate später in der 16. Begegnung mit der App. Er wiederholt im weiteren Spielverlauf keines dieser Spiele.

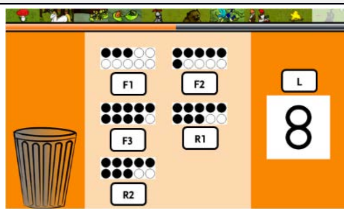
Die folgende Szene zeigt Heikos Vorgehen im Spiel 4.7.

Nr.	Zeit		Transkript - Heiko	Screenshots – Spiel 4.7
1	06:09	A		
2		H	(6) *Schiebt R1 zu L.*	
3		I	Sehr gut!	
4		H	*Schiebt R2 zu L. Versucht F3 (3) in den Müll zu schieben.*	

5		A	*F3 (3) springt zurück.*	
6	06:26	H	*Schiebt F1 (6) in den Müll.* *Schiebt F3 (3) und F2 (9) in den Müll.*	

Tab. 7.24 Aufgabentyp B: Heiko; Spiel 4.7

Heiko benötigt sechs Sekunden bis er dem Punktefeld die erste passende Ziffer zuordnet (#2). Wahrscheinlich ist, dass er die Punkte des 8er-Feldes in dieser Zeit abzählt. Da aber weder verbale noch sichtbare Anzeichen dafür gegeben sind, ist keine zuverlässige Einordnung möglich. Auch die zweite passende Ziffer findet Heiko ohne Probleme (#4). Er beginnt dann, nicht-passende Ziffern in Richtung des Mülleimers zu bewegen. Die Ziffer 3 springt an ihren Ursprungsort in der Mitte zurück, was aus einer nicht exakt ausgeführten Schiebeaktion resultiert (#5). Heiko lässt sich nicht irritieren und verschiebt sowohl die 3 als auch alle weiteren Ziffern korrekt (#6). Dieses Verhalten und sein Vorgehen in den anderen Spielen des Aufgabentyps B zeigt seine Sicherheit im Umgang mit den Ziffern 0 bis 10. Über den Prozess der Mengenwahrnehmung und Anzahlbestimmung lässt sich aufgrund fehlender Indizien jedoch nichts aussagen.

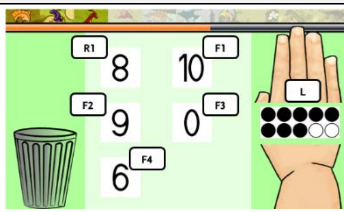
Nr.	**Zeit**		**Transkript – Heiko**	**Screenshots – Spiel 4.9**
7	01:02			
8		I	Oh, was ist denn das für eine Zahl?	
9		H	8!	
10		I	Die 8.	
11	01:16	H	*Tippt mit dem Finger über die einzelnen Punkte von R1.*	

			Schiebt R1 zu L. *Schiebt R2 zu L.* *Schiebt F1 (3), F3 (9) und F2 (6) in den Müll.*	

Tab. 7.25 Aufgabentyp B: Heiko; Spiel 4.9

Das zweite Spiel mit vorgegebener Ziffer auf der rechten Seite des Screens, spielt Heiko zwei Wochen später (Tab. 7.25).

Er erkennt die vorgegebene Ziffer und nennt auf Nachfrage deren Wert (#8 und #9). Heiko zählt dann die Punkte eines 8er-Feldes unter Zuhilfenahme seines Fingers ab (#11). Ein verbales Aufsagen der Zahlwortreihe ist nicht vernehmbar. Da er direkt ein passendes Punktefeld wählt, ist anzunehmen, dass er bereits vor seinem Zählprozess die Vermutung hatte, dass es sich hierbei um ein 8er-Feld handeln könnte. Ob er durch grobes Schätzen andere Punktefelder (z. B. das 3er-Feld) ausschließt oder durch Strukturwahrnehmung oder Bestimmung von Teilmengen bereits einen konkreteren Verdacht hat, bleibt ungeklärt. Seine erste Zuordnung (#11) weist darauf hin, dass das Ergebnis seines Zählvorgangs ihn in seiner Annahme bestätigt (vgl. *Zählprinzipien,* Kapitel 4.2). Obwohl das erste korrekt zugeordnete Punktefeld zu diesem Zeitpunkt bereits vom Screen verschwindet, reicht Heiko sein mentales Bild der 8er-Struktur scheinbar für einen Gestaltvergleich aus. Denn er ordnet dann sowohl das zweite 8er-Feld als auch die nicht-passenden Punktefelder – diesmal ohne zu Zählen – korrekt und ohne Zögern zu.

Nr.	**Zeit**		**Transkript – Heiko**	**Screenshots – Spiel 6.3**
12	08:54	H	(..)8!	
13		I	Aha, wie war hier der Trick?	
14	09:11	H	*Schiebt R1 zu L.* Weil 2 fehlen, sind es 8.	

			Schiebt F3 (0), F2 (9), F1 (10) und F4 (6) in den Müll.	

Tab. 7.26 Aufgabentyp B: Heiko; Spiel 6.3

Das dritte Spiel des Aufgabentyps B, in dem das Zehnerfeld nur für kurze Zeit zu sehen ist, spielt Heiko knapp zwei Monate später (vgl. Tab. 7.26).

In weniger als zwei Sekunden nach Erscheinen des Punktefeldes hat Heiko die Anzahl bestimmt (#12). Die Frage der Interviewerin ermutigt Heiko, seinen schnellen Anzahlbestimmungsprozess zu verbalisieren (#13). Als die Ziffern in der Mitte auftauchen, ordnet Heiko zunächst die 8 korrekt zu und erklärt dann: „Weil 2 fehlen, sind es 8." (#14). Er nutzt die Zehnerstruktur, um sich die Anzahl 8 abzuleiten. Dabei sind verschiedene Strategien denkbar. Ein schnelles und nicht erkennbares Rückwärtszählen von 10 oder die Automatisierung der Subtraktionsaufgabe 10-2=8. Da er die 10 nicht explizit erwähnt, kann auch in Erwägung gezogen werden, dass er das Wissen über die Zehnerstruktur nicht hat oder nicht nutzt, sich aber gemerkt hat, dass bei 2 fehlenden Punkten 8 übrigbleiben. Die verbliebenen Ziffern verschiebt er ebenso auf Anhieb korrekt (#14).

Heikos Vorgehensweisen bei den Spielen des Aufgabentyps B zeigen im Zeitverlauf einen Strategiewechsel und Hinweise auf einen Lern- und Entwicklungsprozess. Im ersten der betreffenden Spiele zählt er das 8er-Feld vermutlich ab, was aufgrund fehlender Indizien jedoch nicht endgültig erwiesen ist. Im Spiel 4.9 ist seine Strategie *Alles Zählen* durch ein Fingertippen auf die einzelnen Punkte zuverlässig nachvollziehbar. Das spontane Finden der ersten passenden Lösung deutet darauf hin, dass er Strukturen wahrnimmt, seine Vermutung aber zählend überprüfen möchte. Auch die anderen Punktefelder zählt er nicht ab, sondern macht sich einen Gestaltvergleich zunutze, um diese korrekt zuzuordnen. Im Spiel 6.3 äußert sich sein Wissen über Teilstrukturen konkret, indem er die Anzahl sehr schnell ohne zu zählen bestimmt und seinen Ableitungsprozess zudem erklärt. Einerseits kann die Animation ihn zu diesem Strategiewechsel angeregt haben, andererseits deutet sich ein Lern- und Entwicklungsprozess an, der ihn über seine ursprünglich zählende nun zu einer strukturnutzenden Anzahlbestimmung befähigt.

Betrachtet man seine Strategien über alle Aufgaben mit 8er-Mengendarstellung, zeigt sich, dass Heiko zu Beginn, aber auch im weiteren Spielverlauf, teilweise auf ein *Trial&Error* Vorgehen ausweicht. Meist bestimmt er die Anzahl allerdings konkret und nutzt dabei größtenteils Strukturen. Dies gelingt ihm im Spielverlauf zunehmend variabel. Seine hier illustrierte Ableitungsstrategie über die Anzahl 10 ist nur eine Variante, auf die er zugreift, um die Anzahl 8 zu bestimmen. In einem anderen Spiel bezieht er sich auf die Struktur des Vorgängers 7 und erkennt, dass in der unteren Reihe zu den 2 Punkten nun „einer dazukommt [...] und dann sind es 8“. Bei einer weiteren Aufgabe erklärt er: „Weil wenn 5 und 3 sind 8“. Er wählt hier also die standardisierte Zerlegung und nutzt die ‚Kraft der 5‘.

Eine deutliche Entwicklung seiner mathematischen Kompetenzen spiegelt sich auch in Heikos Testergebnissen wider. Sie steigen um 37 Prozentpunkte von 59% im Vortest auf 96% im Nachtest.

7.3.2.3 Fallbeispiele: Entwicklungspfade bei Aufgabentyp C

Bezüglich des Aufgabentyps C bildet sich kein typischer Entwicklungspfad aus (vgl. 7.3.1.3). Die quantitativen Daten beziehen sich auf die für diesen Aufgabentyp charakteristische Fingerbilddarstellung. Insgesamt betrachtet, belegen diese einerseits die Abnahme einer *Trial&Error* Strategie, andererseits zeigt sich eine deutliche Zunahme der *Strukturnutzung*.

Christina

Das erste Fallbeispiel illustriert eine Entwicklung von einem zunächst probierenden Vorgehen hin zu einer konkreten Anzahlbestimmung. Christina nutzt in beiden Aufgaben des Spiels 3.8 eine *Trial&Error* Strategie. Im Spiel 4.10 bestimmt sie die Anzahl zählend.

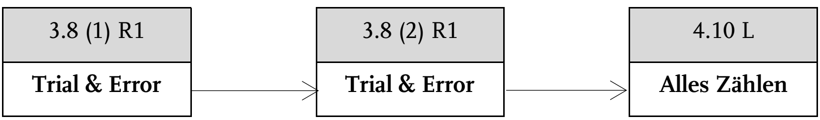
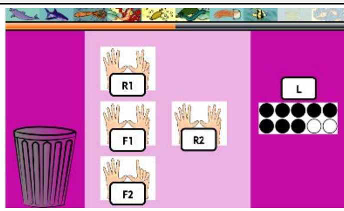


Abb. 7.35 Entwicklungspfad Christina

Christina (w, 4;9) besucht einen Kindergarten einer mittelgroßen Stadt, wo die wöchentlichen Spielsitzungen im Rahmen des Settings B stattfinden. Sie gehört zu Kohorte 2, bei der sich der Interventionszeitraum über eineinhalb Jahre vor Schuleintritt erstreckt. Das Spiel 3.8 spielt Christina in ihrer neunten Begegnung mit der App *MaiKe*, das Spiel 4.10 knapp drei Monate später in der dreizehnten Sitzung. Sie wiederholt im weiteren Spielverlauf keines der beiden Spiele.

In den beiden Aufgaben des Spiels 3.8 geht sie identisch vor, weshalb im Folgenden die Aufgabe 2 exemplarisch dargestellt und analysiert wird. Die folgende Szene beginnt 03:34 Minuten nach Beginn der Spielsitzung.

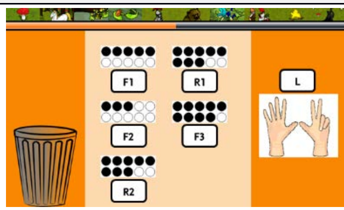
Nr.	Zeit		Transkript Christina	Screenshots – Spiel 3.8 (A2)
1	03:34	A		
2		C	(17) *Versucht F3 (7) zu L zu schieben.*	
3		A	*F3 (7) springt zurück.*	
4		C	*Versucht F2 (9) zu L zu schieben.*	
5		A	*F2 (9) springt zurück.*	
6		C	*Schiebt R1 zu L.*	
7		I	Dann müsste es das sein, ne?	
8	04:00	C	*Schiebt F1 (9), F2 (9) und F3 (7) in den Müll.*	

Tab. 7.27 Aufgabentyp C: Christina; Spiel 3.8

Christina fokussiert fünf Sekunden auf das Punktefeld (L). Sie nickt dabei leicht mit dem Kopf, was einen Zählvorgang andeutet. Zwölf Sekunden schaut sie auf die Fingerbilder in der Mitte, wobei nicht nachzuvollziehen ist, welche Darstellung(en) sie betrachtet (#2). Es zeigen sich außer der

Zeitspanne keine weiteren Indizien, die auf eine Zählhandlung hinweisen. Sie beginnt dann, Objekte aus der Mitte zum Punktefeld zu schieben. Sie wählt zuerst das 7er-Fingerbild (#2). Nachdem dieses wieder an seinen Ausgangsort zurückspringt (#3), probiert sie das 9er-Fingerbild (#4). Auch das springt in die Mitte zurück (#5). Nun verschiebt sie das 8er-Fingerbild zum vorgegebenen Punktefeld. Ihr Vorgehen bis zu diesem Zeitpunkt scheint einer *Trial&Error* Strategie zu folgen. Die übriggebliebenen Objekte ordnet sie anschließend zielstrebig dem Mülleimer zu (#8). Ob sie keine zweite passende Lösung mehr erwartet oder ob die Aussage der Interviewerin (#7) sie zu dieser Annahme verleitet, bleibt unklar.

Das Spiel 4.10 beinhaltet die Darstellungen in umgekehrter Anordnung. Ein Fingerbild ist rechts vorgegeben, während die fünf Punktefelder in der Mitte des Screens bewegt und zugeordnet werden können.

Nr.	**Zeit**		**Transkript Christina**	**Screenshots – Spiel 4.10**
9	08:56			
10		C	*Schaut auf L und nickt mit dem Kopf.* 1,2,3,4,5,6,7,8	
11		I	Gut.	
12		C	1,2,3,4,5,6,7,8, eins zu viel.	
13		I	Wo ist eins zu viel?	
14		C	Da. *Deutet auf F3.*	
15		I	Ok, welches würde dann passen?	
16		C	*Schiebt R1 zu L. Schiebt R2 zu L.*	
17		I	Aha!	

18	09:24	C	*Schiebt F1 (5), F2 (3) und F3 (9) in den Müll.*	

Tab. 7.28 Aufgabentyp C: Christina; Spiel 4.10

Christina zählt offensichtlich und durch lautes Aufsagen der Zahlwortreihe die dargestellten Finger einzeln ab (#10). Ihr Blick wandert in die Mitte und sie beginnt erneut zu zählen. Als sie die 8 erreicht, bricht sie ab und sagt „eins zu viel“ (#12). Die Interviewerin fragt nach, auf welches Punktefeld sie sich bezieht (#13) und Christina verweist auf das 9er-Feld (#14). Die Wahl, dieses zuerst zu zählen, könnte auf eine Schätzung hindeuten, indem sie eventuell schon andere Punktefelder (z. B. das 3er-Feld oder das 5er-Feld) ausschließen konnte. Auf Nachfrage, welches dann passen würde, schiebt sie sofort und ohne zu zählen das erste und direkt im Anschluss auch das zweite passende Punktefeld zum vorgegebenen Fingerbild (#16). Sie erkennt also vermutlich, dass dort ein Punkt weniger als in dem 9er-Feld und somit die gesuchte Gesamtanzahl 8 dargestellt ist. Die drei übrigen Punktefelder identifiziert sie als nicht passend und verschiebt sie – wiederum ohne weiteren Zählprozess – in den Mülleimer.

Während Christina im ersten Spiel die Fingerbilder durch *Trial&Error* findet, bestimmt sie im zweiten Spiel des Aufgabentyps die Anzahl der Finger zählend. Die Punktefelddarstellung bestimmt sie im ersten Spiel vermutlich zählend. Da sie das Ergebnis weder nennt noch nutzt, um die korrekten Fingerbilder zu finden, bleibt unklar, ob ihr Zählprozess erfolgreich war. Ein probierendes Vorgehen zeigt meist entweder Unsicherheit, Hilflosigkeit oder fehlenden Ansporn, andere (Zähl-)Strategien anzuwenden. Im zweiten Spiel zählt sie die Punkte eines 9er-Feldes laut und korrekt ab und nutzt ihr Ergebnis, um sich die passenden 8er-Felder ohne zu zählen abzuleiten.

Die Wahl ihrer Strategien in Bezug auf alle 8er-Aufgaben belegt einen Lern- und Entwicklungsprozess zusätzlich. Während sie zu Beginn häufiger probierend vorgeht, tut sie das im weiteren Spielverlauf nach dem dargestellten Spiel 3.8 nur noch einmal. Auch auf ein *Alles Zählen* greift sie ab Aufgabe 4.10 nicht mehr zurück. Ist ein *direkter Gestaltvergleich* möglich, nutzt sie diesen. Ab der vierten Welt nutzt sie vereinzelt Strukturen zur Anzahlbestimmung. Christinas Ergebnis im Pretest weist mit

29% einen der niedrigsten Ausgangswerte auf. So scheint es nicht verwunderlich, wenn ihr die Sicherheit beim Zählen zu Beginn noch fehlt und sie deshalb auf eine probierende Strategie zurückgreift. Sie steigert sich bis zum Posttest auf 94% und zeigt damit den stärksten Kompetenzzuwachs aller 66 teilnehmenden Kinder.

Emilia

Die Daten zum Aufgabentyp C zeigen im Spielverlauf eine Abnahme der *Trial&Error* Strategie, wie sie auch bei Christinas Strategiewechsel deutlich wird. Bezüglich der Fingerbilder werden außerdem zunehmend Strukturen wahrgenommen und zur Anzahlbestimmung genutzt (vgl. 7.3.1.3).

Das zweite Fallbeispiel illustriert einen Entwicklungsverlauf von einer alleszählenden hin zu einer strukturnutzenden Strategie.

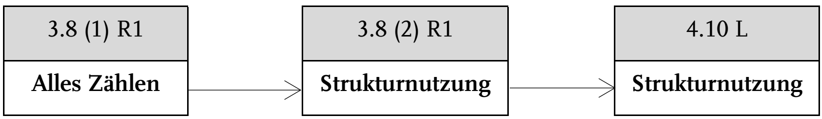
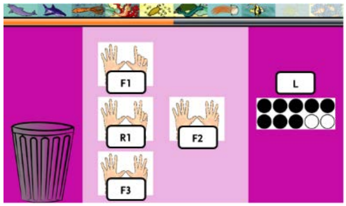


Abb. 7.36 Entwicklungspfad Emilia

Emilia (w, 5;5) besucht einen Kindergarten einer mittelgroßen Stadt, wo die wöchentlichen Spielsitzungen im Rahmen des Settings B stattfinden. Sie gehört zu Kohorte 2, bei der sich der Interventionszeitraum über eineinhalb Jahre vor Schuleintritt erstreckt. Das Spiel 3.8 spielt sie in ihrer neunten Begegnung mit der App *MaiKe*, das Spiel 4.10 zwei Monate später in der vierzehnten Sitzung. Sie wiederholt im weiteren Spielverlauf keines der Spiele.

Die folgende Szene spielt sich bei Emilias Begegnung mit der ersten 8er-Aufgabe des Spiels 3.8 ab.

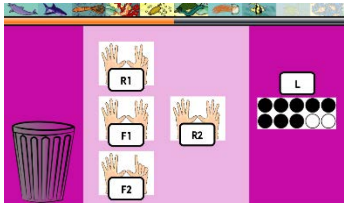
Nr.	Zeit		Transkript Emilia	Screenshots Spiel 3.8 (A1)
1	01:46	A		
2	02:00	E	*Tippt mit dem Pen auf die einzelnen Punkte von L.* *Tippt mit dem Pen auf die Finger von R1.* *Schiebt R1 zu L.* *Schiebt F1 (7), F2 (9) und F3 (9) in den Müll.*	

Tab. 7.29 Aufgabentyp C: Emilia; Spiel 3.8 (1. Durchgang)

Sie zählt das vorgegebene Punktefeld unter Zuhilfenahme des Pens und tippt anschließend auch über die einzelnen Finger der passenden Darstellung R1 (#2). Offensichtlich stimmen die Ergebnisse ihrer Zählprozesse überein, denn sie ordnet das 8er-Fingerbild korrekt zu. Da sie auf Anhieb das passende Objekt findet, wäre es denkbar, dass sie bereits eine Vermutung hatte, die sie lediglich zählend überprüfen wollte. Da die anderen drei dargestellten Anzahlen (7 und 9) sehr nahe an der 8 liegen, ist eine grobe Schätzung nicht zielführend. Emilias Vermutung müsste demnach auf einer konkreteren Strukturwahrnehmung oder der Bestimmung von Teilanzahlen basieren. Es ist allerdings nicht zuverlässig festzustellen, ob ihre Wahl nicht doch zufällig auf das 8er-Fingerbild fällt.

Sie verschiebt anschließend ohne zu zögern die drei nicht-passenden Fingerbilder (#2). Einerseits könnte sie diese aufgrund eines *Gestaltvergleich* mit der erstgefundenen Lösung ausgeschlossen haben. Andererseits gehen die Kinder manchmal davon aus, dass es nur eine korrekte Lösung gibt und verschieben nach Auffinden dieser alle weiteren Objekte zum Mülleimer.

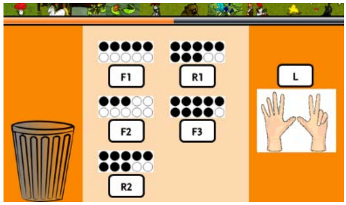
Das Spiel 3.8 beinhaltet, nach drei zwischenliegenden Aufgaben, die Anzahl 8 ein zweites Mal.

Nr.	Zeit		Transkript Emilia	Screenshots Spiel 3.8 (A2)
3	02:32	A		
4	02:46	E	*Tippt mit dem Pen auf die einzelnen Punkte von L.* *(..) Schiebt R1 zu L.* *Schiebt F3 (7), F2 (9) und F1 (9) in den Müll.*	

Tab. 7.30 Aufgabentyp C: Emilia; Spiel 3.8 (2. Durchgang)

Zunächst zählt Emilia die Punkte durch einzelnes Antippen ab (#4). Sie fokussiert dann knapp zwei Sekunden die Mitte des Screens, bevor sie das korrekte Fingerbild findet. Die Weiteren ordnet sie dem Mülleimer zu (#4). Ihr Anzahlbestimmungsprozess bezüglich des Punktefeldes bleibt im Vergleich zur ersten 8er-Aufgabe des Spiels identisch bei *Alles Zählen*. Im Gegensatz zum ersten Durchgang zählt sie das passende Fingerbild jedoch nicht mehr. Sie nimmt nun – und davon wird bei einer solch schnellen Reaktionszeit ausgegangen – Strukturen wahr, die sie zur Anzahlbestimmung nutzt. Diesmal scheint sie vom Erfolg ihrer Strategie überzeugt und ordnet zielstrebig und ohne überprüfendes Zählen alle Objekte korrekt zu (#4). Welche Strukturen sie wahrgenommen oder welche Teilmengen sie bestimmt hat, um die Gesamtzahl 8 zu ermitteln, bleibt offen.

Das zweite Spiel des Aufgabentyps C spielt Emilia in einer Spielsitzung zwei Monate später.

Nr.	Zeit		Transkript Emilia	Screenshots – 4.10
5	04:02	A		
6		E	*(...) Schaut weg, schlägt die Hände über die Augen.* Ich weiß es! *Tippt mit dem Finger auf die einzelnen Punkte von R1.* *Schiebt R1 zu L.* *Schiebt F3 (9), F1 (5) und F2 (3) in den Müll.* *Versucht R2 in den Müll zu schieben.*	
7		A	*R2 springt zurück.*	
8	04:23	E	Ah! *Schiebt R2 zu L.*	

Tab. 7.31 Aufgabentyp C: Emilia; Spiel 4.10

In weniger als drei Sekunden schaut Emilia vom Bildschirm auf und sagt: „Ich weiß es!“ (#6). Offensichtlich hat sie die Anzahl des Fingerbildes ohne zu Zählen unter Zuhilfenahme von Strukturen bestimmt. Wieder führen die schnelle Reaktionszeit und die fehlenden Hinweise auf eine Zählhandlung zu diesem Schluss. Sie beginnt dann das 8er-Feld in der Mitte abzuzählen und scheint von ihrem Ergebnis überzeugt, da sie es direkt korrekt zuordnet. Anschließend schiebt sie alle weiteren Punktefelder zum Mülleimer (#6). Vermutlich rechnet Emilia nicht mit einer zweiten passenden Lösung, denn darunter ist auch das zweite passende 8er-Feld, das dementsprechend wieder in die Mitte zurückspringt (#7). Emilias Ausruf „Ah!“ (#8) könnte andeuten, dass sie ihren Irrtum in diesem Moment bemerkt und erkennt, dass es sich um ein zweites 8er-Feld handelt. Ihre daraufhin richtig erfolgte Zuordnung könnte aber auch eine Reaktion auf die Rückmeldung der App sein. Springt ein Objekt zurück in die Mitte, gehen die Kinder meist von einer fehlerhaften Zuordnung aus und schieben gewohnheitsmäßig in die andere Richtung.

Betrachtet man Emilias Strategienutzung im Verlauf der drei Spiele, zeigt sich eine spannende Entwicklung bei ihren Vorgehensweisen zur Anzahlbestimmung. Während sie in der ersten Aufgabe des Spiels 3.8 sowohl das Fingerbild als auch das Punktefeld abzählt, nutzt sie bereits in der folgenden Aufgabe desselben Spiels Strukturen, um die Anzahl der Finger zu bestimmen. Dabei bleibt sie auch im weiteren Spielverlauf (vgl. Spiel 4.10). Um die Anzahl der Punkte zu bestimmen, nutzt sie dagegen stabil eine alleszählende Strategie. Dieses Vorgehen zeigt sie unabhängig davon, ob das Punktefeld (wie im Spiel 3.8) oder das Fingerbild (wie im Spiel 4.10) als Lösung auf der rechten Seite vorgegeben ist.

Während sich bei diesem Aufgabentyp bei Emilia ein Lern- und Entwicklungsprozess bezüglich der Fingerbilddarstellungen nachvollziehen lässt, zählt sie die Punktefelder durchgängig ab. Bezieht man die weiteren Spiele zur Mengenwahrnehmung und Anzahlbestimmung mit ein, zeigt sich, dass sie sowohl bereits in einem vorangegangenen Spiel als auch im späteren Verlauf auch die 8er-Punktefelder ohne ein einzelnes Abzählen bestimmt. Eine solche strukturnutzende Anzahlbestimmung verwendet sie allerdings nur bei Spielen, in denen die Punktefelder durch eine Handanimation verdeckt werden. Emilia nimmt demnach spätestens ab der vierten Welt Strukturen in den Punktefeldern wahr und wird durch die Animation der App angeregt, diese Teilstrukturen auch zu nutzen, um die Gesamtzahl 8 zu bestimmen. Im Spiel 4.3 verbalisiert sie ein rückwärtszählendes Vorgehen: „Ich zähle nach. Das sind 10, 9, das sind 8“. Im weiteren Spielverlauf deuten ihre Erklärungen zweimal darauf hin, dass sie die Struktur des Nachfolgers 9 nutzt, um die Anzahl zu bestimmen: „Weil ich hatte die 9 und jetzt weiß ich, dass es die 8 war, weil es 1 weniger war“. Bei Spielen ohne Animation greift sie vermutlich auf ein überprüfendes *Alles Zählen* zurück, da ihr diese Strategie (noch) zuverlässiger scheint.

Emilia schneidet im Vortest mit 64% ab. Bemerkenswert ist ihr Ergebnis im Nachtest, in dem sie mit 100% als Einzige aller 66 Kinder die volle Punktzahl erreicht. Ein Lern- und Entwicklungsprozess lässt sich sowohl in den Testergebnissen als auch in vorliegender Fallanalyse feststellen.

Emilias Teile-Ganzes-Verständnis und die Anwendung von Zählstrategien, die ihr zuverlässig zur Verfügung stehen und auf die sie zurückgreift, um ein sicheres Resultat zu erhalten, können Gründe für ihr fehlerfreies Abschneiden im Posttest sein.

7.3.2.4 Fallbeispiele: Entwicklungspfade bei Aufgabentyp D

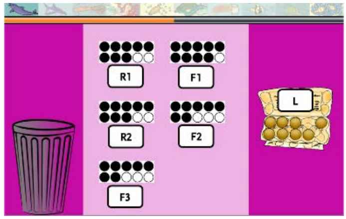
Bei dem Aufgabentyp D steht die Zuordnung einer unstrukturierten zu einer strukturierten Darstellung im Fokus. Im weiteren Verlauf der App treten unstrukturierte Mengen in keinem weiteren Spiel auf. Auffällig bei diesem Aufgabentyp ist der hohe Anteil an Zählstrategien (47%) und *Trial&Error* (25%). Das Nutzen von Strukturen liegt bezüglich der unstrukturierten Darstellung bei 8%. Die Anzahl der Punkte im strukturierten 8er-Feld, das zugeordnet werden soll, wird dagegen häufiger durch *Strukturnutzung* (25%) als durch ein *Alles Zählen* (14%) bestimmt (vgl. 7.3.1.4).

Tim

Tim zeigt die für die unstrukturierte Darstellung am häufigsten gezeigte Strategie des Abzählens. Er wiederholt dieses Spiel im Verlauf der Intervention noch zwei weitere Male selbstbestimmt, wobei er stabil bei seiner Strategie bleibt. Bezüglich der zuzuordnenden strukturierten Punktefelder zeigt sich jedoch ein Strategiewechsel und somit auch ein Lern- und Entwicklungsprozess.

Tim (m, 5;2) besucht einen Kindergarten einer mittelgroßen Stadt, wo die wöchentlichen Spielsitzungen im Rahmen des Settings B stattfinden. Er gehört zu Kohorte 2, bei der sich der Interventionszeitraum über eineinhalb Jahre vor Schuleintritt erstreckt. Das Spiel 3.1 spielt er in seiner siebten Begegnung mit der App und wiederholt es direkt im Anschluss ein weiteres Mal. Auf eigene Initiative spielt er es zwei Wochen später in der neunten Sitzung ein drittes Mal.

Während des ersten Durchgangs zeigt sich die im folgenden Transkript dargestellte Interaktion.

Nr.	Zeit		Transkript – Tim (1)	Screenshots - 3.1
1	01:43	A	Anordnung L[14]: x x x o x x x x x o	
2		T	1,2,3,4,5,6,7 (..), 8. *Tippt mit dem Pen auf die einzelnen Eier von L.*	
3		I	Ah, 8 sind es. Ok.	
4		T	*Versucht F3 zu L zu schieben.*	
5		A	*F3 springt zurück.*	
6		T	*Versucht F2 zu L zu schieben.*	
7		A	*F2 springt zurück.*	
8		I	Und wo sind hier 8?	
9	02:08	T	*Schiebt R1 und R2 zu L.* *Schiebt F1, F2 und F3 in den Müll.*	

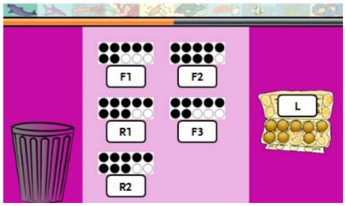
Tab. 7.32 Aufgabentyp D: Tim; Spiel 3.1 (1. Durchgang)

Tim zählt die Eier laut und sichtbar ab (#1). Er geht dann ohne weiteren nachweislichen Anzahlbestimmungsprozess dazu über, Punktefelder aus der Mitte zu verschieben. Als das 7er-Feld zurückspringt (#5), probiert er zunächst das 9er-Feld (#6). Die Nachfrage der Interviewerin, wo hier 8 wären (#8), hat vermutlich keinen Einfluss auf sein weiteres Vorgehen, da er zu diesem Zeitpunkt lediglich das 8er-Punktefeld noch nicht verschoben hat. So scheint es konsequent, dass er nun dieses wählt und somit durch *Trial&Error* das erste passende Objekt findet. Das zweite 7er-Feld könnte er durch einen *Gestaltvergleich* bereits ausgeschlossen haben. Denn diese Strategie wendet er offensichtlich nun auch an, um das zweite

[14] Die (zufällige) Anordnung der Eier im Karton (L) wird je in Zeile 1 nochmal visualisiert (x ≙ Ei; o ≙ leere Stelle).

8er-Feld zuzuordnen (#9). Das lässt sich aus den fehlenden Indizien einer Zählhandlung und dem zielgerichteten Zuordnen aller übrigen Objekte (#9) folgern.

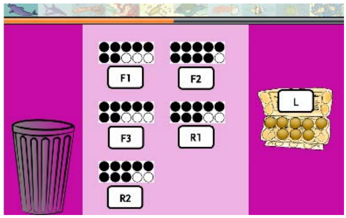
Nachdem Tim das Spiel beendet hat, entscheidet er sich zu einer wiederholten Runde und trifft dadurch ca. drei Minuten später ein weiteres Mal auf die gleiche Aufgabe.

Nr.	**Zeit**		**Transkript – Tim (2)**	**Screenshots – 3.1**
10	05:14	A	Anordnung L: x x x x x x x o x o	
11		I	Oh, das sind viele.	
12		T	*Tippt mit dem Pen auf die einzelnen Eier von L:* 1,2,3,4,5,6,7,8. *Tippt mit dem Pen auf die einzelnen Punkte von F1:* 1,2,3,4,5,6,7.	
13		I	Ok, das sind nur 7.	
14	05:41	T	1,2,3,4,5,6,7,8. *Tippt mit dem Pen auf die einzelnen Punkte von R1.* *Schiebt R1 und R2 zu L.* *Schiebt F1, F2 und F3 in den Müll.*	

Tab. 7.33 Aufgabentyp D : Tim; Spiel 3.1 (2. Durchgang)

Er beginnt zunächst wieder die einzelnen Eier abzuzählen (#12). Diesmal zählt er auch die Punkte des 7er-Felds in der Mitte korrekt ab (#12), was ihm die Interviewerin bestätigt (#13). Er wählt daraufhin das 8er-Punktefeld und zählt ein weiteres Mal (#14). Diese Wahl macht es denkbar, dass er bereits eine Vermutung hat, die er nochmal absichern möchte. Das Ergebnis seiner Zählhandlung gibt ihm genügend Sicherheit, um alle Punktefelder korrekt zuzuordnen (#14). Das zweite passende 8er-Feld sowie die nicht-passenden Punktefelder identifiziert er allem Anschein nach durch einen Gestaltvergleich mit seinen gezählten Objekten.

Zwei Wochen später wiederholt Tim das Spiel ein drittes Mal.

Nr.	**Zeit**		**Transkript – Tim (3)**	**Screenshots – 3.1**
15	11:59	A	Anordnung: x x x x x o x x x o	
16	12:23	T	*Tippt mit dem Pen auf die einzelnen Eier von L:* 1,2,3,4,5,6,7,8. *Tippt mit dem Pen auf die einzelnen Eier von F1:* (flüstert) 1,2,3,4,5,6,7. *Schiebt R1 zu L.* Das müsste passen. *Schiebt R2 zu L.* *Schiebt F2, F1 und F3 in den Müll.*	

Tab. 7.34 Aufgabentyp D : Tim; Spiel 3.1 (3. Durchgang)

Er zählt ein weiteres Mal sowohl die Eier als auch die Punkte des 7er-Feldes laut und unter Zuhilfenahme des Pens ab (#16). Seine schnelle Zuordnung des 8er-Feldes und die Aussage „Das müsste passen“, zeigen an, dass er nun nicht mehr gezählt hat (#16). Vielmehr deuten diese Indizien auf eine Ableitungsstrategie hin. Vermutlich hat Tim das vorher gezählte 7er-Feld als Anhaltspunkt verwendet, um durch Hinzunahme eines Punktes auf die gesuchte Anzahl 8 schließen zu können.

Über die drei Spieldurchgänge hinweg lässt sich bei Tim zweierlei feststellen. Zunächst bleibt er jedes Mal konsequent dabei, die unstrukturierte (Eier-)Darstellung abzuzählen. In Bezug auf die strukturierten Punktefelder in der Mitte zeigt sich jedoch ein Strategiewechsel, der auf einen Lern- und Entwicklungsprozess hindeutet. Während Tim im ersten Durchgang keinerlei Anzeichen einer konkreten Anzahlbestimmung zeigt und die passenden Objekte durch *Trial&Error* findet, nutzt er seine Zählstrategie, die ihn offensichtlich sicher und korrekt zum gewünschten Ergebnis führt, beim zweiten Mal auch für die Punktefelder. Nach Abzählen des 7er-Feldes wählt er das passende 8er-Feld und zählt auch das noch einmal ab. Alle weiteren Punktefelder ordnet er daraufhin zielsicher zu. Seinen dritten Durchgang beginnt er identisch. Jetzt gelingt es ihm allerdings nach Abzählen des 7er-Feldes, sich das passende 8er-Feld ohne weitere Zählhandlung abzuleiten.

Bei anderen Spielen bestimmt Tim die Anzahl 8 auch zum großen Teil durch ein einzelnes Abzählen der Objekte. Vereinzelt ordnet er jedoch sowohl Fingerbilder als auch strukturierte Punktefelder ohne Anzeichen eines Abzählens so schnell und zielsicher zu, dass daraus eine Strukturnutzung geschlossen werden kann. Welche Strukturen Tim nutzt, bleibt bis zuletzt unklar, da er auf Nachfragen der Interviewerin keine aussagekräftigen Antworten gibt.

Auch in Tims Testergebnissen zeigt sich durch Zunahme von 26 Prozentpunkten ein Lern- und Entwicklungsprozess. Diese – im Vergleich – moderate Steigerung kann durch den bereits zum Vortest bei 71% liegenden Wert bedingt sein. Nur fünf der insgesamt 36 Kinder aus Kohorte 2 schneiden zu diesem Messzeitpunkt besser ab. Im Nachtest erreicht Tim mit 97% nahezu volle Punktzahl.

7.3.2.5 Ergebnisse der qualitativen Analyse

Die qualitativen Fallstudien erlauben einen Einblick in die bisher abstrakt dargestellten Lösungsstrategien der Kinder im Umgang mit den Aufgaben der App.

Sie dienen in der vorliegenden Untersuchung zunächst als Stütze der quantitativen Daten. Sie illustrieren typische Vorgehensweisen beim Umgang mit den Spielspezifika der Aufgabentypen und dienen als exemplarische Verdeutlichung von Entwicklungspfaden und Strategiewechseln, die auf einen Lernprozess hindeuten (vgl. 7.3.1). In der nachfolgenden Zusammenfassung der Ergebnisse des dritten Forschungsschwerpunktes wird an geeigneten Stellen auf die Fallstudien verwiesen (vgl. 7.3.2).

Darüber hinaus bringen die Fallstudien ergänzende Ergebnisse hervor, die durch die quantitativen Daten nicht abgebildet werden. Es zeigen sich Besonderheiten bezüglich des Vorgehens und des Umgangs mit den digitalen Aufgabenformaten der App und zu individuellen Denkwegen und Entwicklungsprozessen einzelner Kinder. Diese Erkenntnisse werden im Folgenden zusammenfassend an einigen Beispielen präsentiert.

Die Analyse von *Leas* strukturnutzendem Vorgehen zeigt beispielsweise eine erstaunliche Flexibilität in ihren Erklärungen (vgl. 7.3.2.2). Während sie sich die Gesamtzahl 8 zunächst über den Vorgänger 7 ableitet, erklärt sie ihren Anzahlbestimmungsprozess später durch Zerlegung in die Teilmengen 3 und 5. Außerdem verweist sie auf die Anzahl 10 und hebt deren besondere Stellung hervor. Leas Erläuterungen im Laufe der Spielsitzungen weisen darauf hin, dass sie ein solides und flexibel einsetzbares Teile-Ganzes-Verständnis entwickelt hat. Über alle Fallstudien hinweg zeigt sich die Zerlegung der 8 in 5 (bzw. ‚eine Reihe‘) und 3 am häufigsten. Heiko nutzt noch eine weitere Ableitungsstrategie, indem er das 10er-Feld als Bezugspunkt heranzieht und sagt: „Weil 2 fehlen, sind es 8“.

Der Einblick in die Fallstudie *Heiko* weist zudem darauf hin, dass zählende Strategien auch angewandt werden, um vorher aufgestellte Vermutungen zu überprüfen (vgl. 7.3.2.2). Das Ergebnis, das aus nicht-zählenden Strategien hervorgeht, scheint den Kindern in diesen Fällen noch nicht überzeugend und zuverlässig genug. Womöglich beruhen die Vermutungen zunächst auf Schätzungen, die durch ein *Alles Zählen* geprüft werden. Auch die Fallstudien *Christina* und *Emilia* weisen Indizien auf, die auf ein solches Vorgehen hindeuten (vgl. 7.3.2.3). Emilia greift bei Spielen ohne Animation auf ein *Alles Zählen* zurück. Bei Spielen, in denen die Punktefelder durch eine Handanimation verdeckt werden, nutzt sie allerdings erfolgreich Strukturen zur Anzahlbestimmung. Ihr stehen effektivere Arten der Anzahlbestimmung demnach zur Verfügung, scheinen ihr aber noch nicht zuverlässig genug, sodass sie diese, wenn möglich, zählend absichert.

In den quantitativen Übersichten wurde lediglich abgebildet, durch welche Lösungsstrategie die Kinder das *erste* passende Objekt gefunden haben. Die Fallstudien zeigen zudem, dass nach Auffinden dieser ersten passenden Lösung die weiteren passenden sowie nicht-passenden Objekte häufig durch einen Gestaltvergleich zugeordnet werden. Die Aussage von *Marina* illustriert das explizit: „Und hier waren ein bisschen, viel mehr und deshalb habe ich gesehen, dass das nicht passt“ (vgl. 7.3.2.1). Auch bei fast allen weiteren Fallstudien (*Miriam, Lea, Heiko, Christina, Emilia* und *Tim*) zeigen sich Indizien für ein solches Vorgehen sowohl bezüglich der Punktefelder als auch der Fingerbilder.

Wiederholte Spieldurchgänge sind in den quantifizierten Übersichten und Entwicklungspfaden nicht abgebildet. Auch hier erlauben die Fallstudien weiterführende Hinweise auf Lern- und Entwicklungsprozesse. *Miriam* beispielsweise versucht im Spiel 4.3 die Anzahl der Punkte im Zehnerfeld zunächst zählend zu bestimmen, was ihr die zeitliche Begrenzung durch die Animation erschwert. In einem zweiten Durchgang gelingt ihr eine schnelle Mengenwahrnehmung und korrekte Anzahlbestimmung. Welche Strukturen sie dabei wahrgenommen und genutzt hat, bleibt weiterhin offen (vgl. 7.3.2.1).

Eine unstrukturierte Darstellung der 8 tritt nur einmal im App-Verlauf auf. Die Fallstudie *Tim* illustriert die als typisch identifizierte Strategie *Alles Zählen* und gibt zusätzlich Hinweise auf einen Lern- und Entwicklungsprozess, da er dieses Spiel zweimal wiederholt (vgl. 7.3.2.4). Es zeigt sich die Stabilität der zählenden Strategie, bei der er in allen drei Durchgängen konsequent bleibt. Bezüglich der *strukturierten* Punktefelder zeigt sich jedoch ein Strategiewechsel von *Trial&Error* im ersten, zu einer Zählstrategie im zweiten Durchgang. Bei der dritten Begegnung gelingt es Tim nach Abzählen eines 7er-Feldes, das passende 8er-Feld ohne weitere Zählhandlung durch Ableiten zu finden.

Die beschriebenen Beispiele zeigen, inwiefern die qualitativen Fallstudien zusätzliche Indizien für stattgefundene Lern- und Entwicklungsprozess während der App-Nutzung offenlegen und welche individuellen Denkwege und Nutzungsvarianten auftreten. Inwiefern die Fallbeispiele die quantitativen Daten des dritten Forschungsschwerpunktes stützen und illustrieren, wird in der folgenden Zusammenfassung deutlich.

7.3.3 Zusammenfassung und Fazit

Um besser nachvollziehen zu können wie die im Forschungsschwerpunkt 2 (vgl. Kapitel 7.2) aufgezeigten Steigerungen in den mathematischen Kompetenzen zustande kommen, werden die vorliegenden Videodaten der Sitzungen für eine vertiefte Analyse der Entwicklungsprozesse während des Spielverlaufs herangezogen. Aus den insgesamt 60 Spielen der App werden exemplarisch die Aufgaben zur strukturierten Anzahlerfassung (am Beispiel der Anzahl 8) ausgewählt. Die Mengenwahrnehmung und Anzahlbestimmung ist eine wesentliche Komponente bei der Entwicklung des Zahlbegriffs und erster (nicht-zählender) Rechenstrategien (vgl. Kapitel 4).

Inwiefern die entsprechenden Aufgabenformate einen Lern- und Entwicklungsprozess anregen und unterstützen können, wird auf Grundlage der folgenden leitenden Fragestellung untersucht:

Welche Lern- und Entwicklungsprozesse lassen sich exemplarisch bezüglich der digitalen Aufgabenformate zur Anzahlerfassung nachvollziehen?

Vorab werden die neun Spiele zur Anzahlerfassung genauer analysiert und in Aufgabentypen unterteilt, um den Einfluss der unterschiedlichen (digitalen) Spielspezifika auf die Lösungsstrategien der Kinder zu identifizieren (vgl. 6.3.6). Zur Erfassung aller denkbaren Strategien, wird ein Kategoriensystem entwickelt (vgl. 6.3.7), um zunächst folgender Frage nachzugehen:

FF 3.1: *Inwiefern beeinflussen die Aufgabentypen der App* MaiKe *die Wahl von Lösungsstrategien bei der Anzahlerfassung?*

Die Auswertung bezüglich der neun entsprechenden Spiele lässt die Vermutung zu, dass sowohl Darstellungsarten (z. B. Fingerbild oder strukturiertes Punktefeld) als auch weitere Spielspezifika (z. B. Animation) Einfluss auf die Wahl der Lösungsstrategien haben (vgl. 7.3.1).

Die Anordnung der Kategorien bildet einen Entwicklungsprozess, weg von einer alleszählenden Strategie über eine strukturierte Anzahlwahrnehmung bis hin zu einer konkreten Anzahlbestimmung durch das Nutzen wahrgenommener Strukturen, ab. Diese evidenzbasierte Setzung erlaubt es, über die Abbildung quantitativer Daten, Strategiewechsel zu identifizieren, die auf Lern- und Entwicklungsprozesse hindeuten, um damit folgende Frage zu beantworten:

FF 3.2: *Inwiefern zeigen sich im Interventionszeitraum Strategiewechsel, die auf Lern- und Entwicklungsprozesse bei der Anzahlerfassung hindeuten?*

Letztendlich bietet die Analyse individueller Einzelfälle eine zusätzliche Überprüfung der entdeckten Tendenzen und expliziert die vorher abstrakt dargestellten Lösungsstrategien der Kinder im Umgang mit den Aufgaben der App (vgl. 7.3.2):

FF 3.3: *Welche individuellen Lern- und Entwicklungsprozesse lassen sich bezüglich der Anzahlerfassungnachvollziehen?*

An dieser Stelle werden die wesentlichen Daten der vorbereitenden quantitativen Analyse in Bezug zu den vier Aufgabentypen zusammenfassend herausgestellt und an geeigneten Stellen durch Erkenntnisse aus den qualitativen Einzelfallstudien gestützt.

Aufgabentyp A: direkter Gestaltvergleich (vgl. 7.3.1.1)

Die Spiele 2.2 und 4.3 beinhalten ausschließlich Darstellungen in standardisierter Zehnerfeldstruktur, die einander zugeordnet werden sollen. Dieses Charakteristikum wirkt sich deutlich auf die Wahl der Lösungsstrategie aus. Die Mehrheit der Kinder nutzt die Gestaltanalogie zur Lösung der Aufgabe ohne die Gesamtzahl 8 nachweislich zu bestimmen. Das zeigt sich in beiden zugehörigen Fallstudien *Marina* und *Miriam* (vgl. 7.3.2.1).

Der Unterschied der beiden Spiele und somit ein Spezifikum des Spiels 4.3 ist die ergänzte Handanimation, die das Zehnerfeld nach kurzer Zeit wieder verdeckt. Da die Zuordnung zu dem bereits verdeckten Zehnerfeld erfolgt, muss die Gestalt – zumindest für kurze Zeit – gedanklich präsent bleiben. Die Animation erschwert den direkten Gestaltvergleich, was sich in einem Rückgang der entsprechenden Strategie äußert. Dementsprechend werden vermehrt andere Strategien genutzt. Neben einer leichten Zunahme an *Strukturnutzung* bildet der gestiegene Anteil an *Trial&Error* vermutlich Kinder ab, die durch die kurze Präsentationsdauer auf keine andere Strategie erfolgreich zurückgreifen können.

Die typische Lösungsstrategie Gestaltvergleich bleibt im Verlauf meist stabil (vgl. Fallstudie *Marina*, 7.3.2.1). Womöglich stattgefundene Lernprozesse werden in diesem Fall kaum sichtbar, da die Kinder – selbst wenn sie es könnten – die Anzahl nicht (nachweislich) bestimmen, da es zur Lösung dieser Aufgaben nicht zwingend notwendig ist. In der Fallstudie *Miriam* zeigen sich dennoch im Spielverlauf Strategiewechsel, die auf einen Lern- und Entwicklungsprozess hindeuten (vgl. 7.3.2.1).

Aufgabentyp B: Ziffer vs. Zehnerfeld (vgl. 7.3.1.2)

Ist die Zuordnung einer Mengendarstellung zu einer Ziffer gefordert (Spiele 4.7, 4,9 und 6.3), greifen die Kinder zu Beginn der Spielchronologie weitaus häufiger auf ein *Alles Zählen* zurück als im weiteren Verlauf. Gegensinnig nimmt die Strukturnutzung zur Anzahlbestimmung kontinuierlich zu. Diese Ergebnisse weisen einerseits auf einen deutlichen Lern- und Entwicklungsprozess hin. Andererseits hat auch hier das Aufgabendesign Einfluss auf die Wahl der Lösungsstrategien. Da es nun notwendig ist, die Anzahl der Punkte exakt zu bestimmen, ist ein Finden der richtigen Lösungen durch *Gestaltvergleich* nicht (mehr) möglich, was zwangsläufig zu einem Anstieg der Werte bei den anderen Strategien führt. Auffällig ist, dass die *Trial&Error*-Quote beim zweiten Spiel mit 20% deutlich über den anderen beiden Werten (0% und 7%) liegt. Das deutet darauf hin, dass die Kinder bei mehr vorgegeben Zehnerfeldern (in der Mitte des Screens) bevorzugt probierend vorgehen, da es ihnen vermutlich zu aufwendig erscheint, die Anzahlen auf andere Weise zu bestimmen. Insbesondere bei Kindern, die zählend vorgehen (müssten), da ihnen keine andere Lösungsstrategie zur Verfügung steht, ist es nicht verwunderlich, dass sie die Punkte *eines* Zehnerfeldes zwar abzählen, bei *vielen* jedoch auf die mögliche Variante *Trial&Error* ausweichen.

Zudem hat auch hier die kurze Präsentationsdauer des Zehnerfeldes durch die Handanimation (im Spiel 6.3) Einfluss auf die Wahl der Lösungsstrategien. Das Design der App sieht in dem Fall schon vor, Kinder zu elaborierteren Formen der Anzahlbestimmung anzuregen. Das spiegelt sich in den Zahlen deutlich wieder. *Strukturnutzung* steigt um insgesamt 41 Prozentpunkte, während *Alles Zählen* um 32 Prozentpunkte sinkt. Wie im Aufgabentyp A weist der gestiegene Anteil an *Trial&Error* darauf hin, dass Kinder vereinzelt keine andere Strategie nutzen können oder wollen, nachdem das 8er-Feld verdeckt ist.

Alle Kinder, die bereits im Spiel 4.7 die Anzahl durch *Strukturnutzung* bestimmt haben, bleiben bis zum Spiel 6.3 bei dieser Strategie (vgl. Fallstudie *Lea*, 7.3.2.2). Für diesen Aufgabentyp zeigen sich aber auch wieder Strategiewechsel, die auf Lern- und Entwicklungsprozesse hindeuten. Diese verlaufen deutlich von einer alleszählenden zu einer strukturnutzenden Variante. *Heiko* wird durch die Animation ermutigt, wahrgenommene Strukturen zur Anzahlbestimmung zu nutzen und nicht – wie er es sonst zeigt – zählend vorzugehen (vgl. 7.3.2.2). Diese Tendenz zeigt sich auch schon vom Spiel 4.7 zum Spiel 4.9, was darauf hindeutet, dass nicht nur die kurze Präsentationsdauer durch die Handanimation für diese Strategiewechsel verantwortlich ist. Unterstützend wirkt sie vermutlich dennoch, denn im Spiel 6.3 greift letztendlich kein Kind mehr auf *Alles Zählen* zurück.

Aufgabentyp C: Fingerbild vs. Zehnerfeld (vgl. 7.3.1.3)

In den Spielen 3.8 und 4.10 stellt die Zuordnung von Fingerbildern zu strukturierten Punktefeldern den charakteristischen Aufbau dar. Die im Vergleich hohen Quoten an *Strukturnutzung* bezüglich der Fingerbilder lassen die Vermutung zu, dass die Kinder mit dieser Art der Darstellung vertraut sind und in diesen häufig Strukturen erkennen. Sonst stellt sich weder eine einzelne Lösungsstrategie noch ein bestimmter Entwicklungspfad als charakteristisch heraus.

In den Zahlen zeigen sich dennoch zwei deutliche Tendenzen für stattgefundene Lern- und Entwicklungsprozesse. Zum einen wird die Strategie der *Strukturnutzung* im Verlauf zunehmend angewandt. *Emilia* geht zunächst bei den Fingerbilddarstellungen von einer zählenden zu einer strukturnutzenden Anzahlbestimmung über, bevor sie diesen Schritt – im späteren Spielverlauf – auch für Punktefelder geht (vgl. 7.3.2.3). Zum anderen nehmen die Werte für *Trial&Error* deutlich ab, was die Fallstudie *Christina* illustriert. Sie zeigt zwar einen positiven Strategiewechsel weg von einer probierenden Variante zu einer zählenden Strategie, nimmt in den Fingerbildern jedoch keine Strukturen wahr (vgl. 7.3.2.3).

Aufgabentyp D: strukturiert vs. unstrukturiert (vgl. 7.3.1.4)

Die einer standardisiert strukturierten Anzahl an Punkten im Zehnerfeld gegenübergestellten unstrukturierten Darstellung charakterisiert das Spiel 3.1. Für die unstrukturierte Darstellung zeigen sich im Vergleich deutlich höhere Werte bei *Alles Zählen*. Während auch die *Trial&Error* Quote mit 25% vergleichsweise hoch liegt, fallen Strategien, die eine Wahrnehmung in Teilstrukturen voraussetzen, kaum ins Gewicht. Bezüglich der standardisiert angeordneten Punkte im Zehnerfeld zeigt sich ein um 17 Prozentpunkte höherer Wert bei *Strukturnutzung*. Diese Diskrepanz zeigt einen deutlichen Einfluss der unterschiedlichen Darstellungsarten. Unstrukturierte Darstellungen fördern demnach eher ein alleszählendes oder probierendes Vorgehen. Die Fallstudie *Tim* zeigt – ganz typisch – ein stabiles, alleszählendes Vorgehen bezüglich der unstrukturierten Darstellung (vgl. 7.3.2.4). In zwei wiederholten Durchgängen des Spiels 3.1 zeigt sich ein Strategiewechsel bezüglich der strukturierten Darstellungen, der auf einen Lernprozess hindeutet. Tim ändert seine Strategie im Spielverlauf von *Trial & Error* über eine Zählstrategie hin zu einem Ableiten der Anzahl durch Gestaltvergleich.

Fazit

Die Ergebnisse bezogen auf die Aufgabentypen zeigen die Bedeutung des Aufgabendesigns innerhalb der App. Darstellungsarten, deren Anordnung und deren Kombination sowie spezifische digitale Features, wie die (Hand-)Animationen, sind Designentscheidungen, die einen Einfluss auf Denkwege, die Strategiewahl und damit auch auf Lernprozesse der Kinder haben können.

Unter Berücksichtigung der Spielspezifika zeigen sich Strategiewechsel, die unabhängig des Aufgabendesigns auf Lern- und Entwicklungsprozesse der Kinder im Verlauf des Spielens hindeuten. Insgesamt nimmt der Anteil an strukturnutzenden Varianten der Anzahlbestimmung zu, während ein einzelnes Abzählen tendenziell abnimmt. Je nach Erfordernissen der Aufgaben nutzen die Kinder basalere Lösungsstrategien, obwohl ihnen elaboriertere Varianten zur Verfügung stünden. Vereinzelt zeigen sich so auch Strategiewechsel, die auf den ersten Blick einen Rückschritt vermuten lassen.

Bei der Interpretation von Änderungen ist zudem auch der steigende Schwierigkeitsgrad zu berücksichtigen, der sich im Sinne eines Spiralprinzips durch den Spielverlauf der App zieht. Insbesondere individuelle Nutzungsvarianten, Denkwege und Lernprozesse einzelner Kinder, die den quantitativen Daten nicht zu entnehmen sind, kommen in den qualitativen Fallstudien zum Vorschein.

Es lassen sich nun einerseits Empfehlungen für das Design von (digitalen) Aufgabenformaten zur strukturierten Anzahlerfassung ableiten, die im Kapitel 8.3 formuliert werden.

Andererseits bieten sich spannende Anknüpfungspunkte für weiterführende Forschungsarbeiten (vgl. 8.4).

Meine Arbeit liegt hinter mir, wie Sie es selbst sagen. Niemand kann vorhersagen, wie spätere Zeiten sie einschätzen werden. Ich selbst bin nicht so sicher, von der Forschung ist ja der Zweifel unablösbar, und mehr als ein Bruchstückchen der Wahrheit hat man gewiß nicht herausbekommen.

Freud, 1980, S. 434,
Brief an Zweig vom 17.10.1937

8 Zusammenfassende Diskussion und Ausblick

Die vorliegende Arbeit untersucht, inwiefern sich der Einsatz einer App zur mathematischen Frühförderung auf die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen der Kinder auswirkt.

Die Bedeutung elementarer Bildung und explizit auch die Prädiktorfunktion früher mathematischer Kompetenzen sind mittlerweile weitgehend empirisch fundiert (vgl. Kapitel 2.1). Betrachtet man die Rahmen- und Bildungspläne der Bundesländer, ist ein „einheitliches Bildungskonzept für die Mathematik im vorschulischen Bereich" jedoch nicht zu erkennen (Royar, 2007, S. 44). Diese Situation fordert die Mathematikdidaktik, „didaktische Hintergrundinformationen, Handlungsanregungen einschließlich einer Auswahl an geeigneten Medien sowie Kriterien zur eigenen Analyse und Diagnostik" (ebd., S. 44) zu entwickeln und anzubieten. In der heutigen Zeit fallen unter ‚geeignete Medien' zunehmend auch digitale Geräte, die vorhandene Lernumgebungen durch multimediale Spiel- und Lerngelegenheiten bereichern und ergänzen können (vgl.

Kapitel 2.2). Zu einer flächendeckenden und sinnvollen Integration digitaler Medien im Elementarbereich besteht trotz gestiegener Forschungsbemühungen in den letzten Jahren noch hoher Forschungs- und konzeptioneller Entwicklungsbedarf (vgl. Reichert-Garschhammer, 2017). Hier setzt das vorliegende Projekt – aus mathematikdidaktischer Perspektive – an. In der (weiteren) theoretischen Rahmung der Arbeit werden unterschiedliche Vorschläge und Ansätze zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen aufgezeigt (vgl. Kapitel 3), bevor der inhaltliche Fokus *Anzahlerfassung* im Kontext der Zahlbegriffsentwicklung fokussiert wird (vgl. Kapitel 4). Das Kapitel 5 widmet sich den Erkenntnissen zum Lehren und Lernen mit digitalen Medien und den Besonderheiten mobiler Endgeräte und Apps. Die Integration der beiden Hauptstränge *Mathematik* und *digitale Medien* erfolgt abschließend durch die Analyse mathematikdidaktischer Befunde zum Einsatz digitaler Lern- und Spielumgebungen und durch die konkrete Darstellung und Diskussion zweier ausgewählter Apps zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen.

Aus der theoretischen Basis und den identifizierten Forschungsdesideraten ergeben sich die Schwerpunkte und Forschungsfragen der vorliegenden Arbeit (vgl. Kapitel 6.1). Die methodischen Grundlagen werden im Kapitel 6.2, das Design und der Untersuchungsablauf im Kapitel 6.3 dargestellt.

Die einzelnen Ergebnisse (vgl. Kapitel 7) werden nun in einer kurzen und prägnanten Zusammenfassung noch einmal verdichtet dargelegt (Kapitel 8.1). Um diese korrekt einschätzen und interpretieren zu können, wird die Anlage der Untersuchung einer kritischen Reflexion unterzogen (Kapitel 8.2). Anschließend werden in einem Ausblick einerseits mögliche didaktische Implikationen (Kapitel 8.3) und andererseits Anknüpfungspunkte für denkbare Forschungsperspektiven aufgezeigt (Kapitel 8.4).

8.1 Zusammenfassung der Ergebnisse

In der folgenden Zusammenfassung werden die zentralen Ergebnisse der Untersuchung komprimiert dargestellt. Dies erfolgt entlang der im Kapitel 6.1 aufgezeigten Forschungsschwerpunkte und der dazugehörigen leitenden Forschungsfragen. Ausführlichere Zusammenfassungen zu den ausdifferenzierteren Unterfragen finden sich am Ende des jeweiligen Ergebniskapitels.

Forschungsschwerpunkt 1: Einsatz und Nutzung der App (vgl. Ergebniskapitel 7.1)

Leitende FF: *Welche Unterschiede zeigen sich bei der Nutzung des Tablets und der App unter den gegebenen Rahmenbedingungen der beiden Interventionssettings?*

Datengrundlage zur Beantwortung dieser Forschungsfragen sind die generierten Logfiles zum Spielprozess (vgl. 6.3.4). Im unbegleiteten Setting A werden diese durch Beobachtungsbögen zum Spielverhalten der Kinder ergänzt (vgl. 6.3.3).

Im Vergleich der Alterskohorten lässt sich – auf Grundlage der Außenbewertung durch die Erziehenden – in einigen Aspekten ein Unterschied bei der Nutzung des Tablets und der App feststellen. Im Gegensatz zu den jüngeren Kindern (Kohorte 2; vgl. 6.3.1), nutzen die älteren Kinder (Kohorte 1) das Tablet und die App zum Großteil eigeninitiativ, selbstständig und fordern kaum erwachsene Begleitung ein. Sie spielen häufiger auch gemeinsam mit anderen Kindern. Bei der Bedienung des Tablets und bei den mathematischen Inhalten der App benötigen sie kaum Hilfe. Die jüngeren Kinder greifen ohne Erinnerung bzw. Aufforderung seltener auf das Angebot zu und fordern während des Spiels häufiger erwachsene Hilfe ein. Beide Alterskohorten kommunizieren nach Aussage der Erziehenden selten über die Inhalte der App.

Die meisten dieser Ergebnisse bestätigen vorherige theorie- und forschungsbasierte Annahmen sowie eigene Felderfahrungen. Überraschend ist insbesondere, dass die App von den älteren Kindern häufiger auch gemeinsam gespielt wird. Die Befürchtung, digitale Medien wirken vornehmlich isolierend und unterstützen soziales Lernen kaum, ist danach nicht unbedingt zu stützen. Um einen Austausch über die mathematischen Inhalte anzuregen, müssten die Erziehenden jedoch Initiative ergreifen, indem sie geeignete Fragen stellen oder Impulse geben.

Im Vergleich der Settings (vgl. 6.3.1) zeigen sich ebenso Unterschiede bei der Nutzung des Tablets und der App. Die Kinder des begleiteten Settings B sind am Ende des Interventionszeitraums in ihrem Spielstand weiter fortgeschritten als die Kinder des unbegleiteten Settings A. Insgesamt spielen sie jedoch weniger Spiele, was bedeutet, dass die Kinder im unbegleiteten Setting A mehr und häufiger Spiele wiederholen. Im begleiteten Setting B finden durchschnittlich mehr Spielsitzungen statt, diese sind jedoch kürzer als im Setting A.

Diese Unterschiede können teilweise durch die im Setting B anwesende Spielbegleitung erklärt werden. Sie steht bei spontanen Nachfragen unterstützend zur Seite, setzt im Rahmen des klinischen Interviews Impulse und stellt Leitfragen, die das mathematische Denken der Kinder zusätzlich anregen können (vgl. 6.3.5). Dieser Einfluss ist wenig überraschend, da die Bedeutung von Lernbegleitung in der mathematikdidaktischen Forschung bereits umfassend beschrieben und belegt ist (vgl. 3.3.3). Die Zeit, die die Kinder mit der App verbringen, war dagegen ein Aspekt, der aufgrund fehlender Theorien und Evidenzen im Vorfeld kaum zuverlässig eingeschätzt werden konnte. Erstaunlich ist, dass sich die Ergebnisse im Vergleich der Settings nicht sonderlich stark voneinander unterscheiden. Dass die Kinder im unbegleiteten Setting A durchschnittlich etwas weniger häufig auf das Angebot zugreifen, widerspricht der Befürchtung, dass Kinder ein zur Verfügung gestelltes digitales Medium maßlos nutzen würden. Die längeren Nutzungszeiten pro Spielsitzung, die in diesem Setting identifiziert werden, bewegen sich aus medienpädagogischer sowie fachdidaktischer Sicht in einem unbedenklichen Rahmen.

Ein zweiter Blickwinkel – auf die einzelnen Spiele der App – liefert zusätzliche Informationen. Durch abweichende Werte in den Logfiles lassen sich Aufgaben(typen) identifizieren, die Auffälligkeiten in den Nutzungsdaten zeigen. Hervorgehoben werden an dieser Stelle nochmal exemplarisch die Nutzungswerte der Geometriespiele 2.3 und 5.10. Das Zuordnen geometrischer Formen (Kreis, Dreieck und verschiedene Viereckstypen) zu Oberbegriffen bereitet den Kindern anscheinend besondere Schwierigkeiten, was sich in auffällig niedrigen Lösungsquoten äußert. Darüber hinaus zeigt sich bei diesen Spielen eine erhöhte Wiederholungszahl, die damit einhergehen kann, da das Design der App vorsieht, dass bei niedrigen Lösungsquoten das Bild zum zugehörigen Spiel nicht oder nur teilweise bunt eingefärbt wird, um die Kinder zum wiederholten Spielen anzuregen. Diese Feedbackfunktion scheint tatsächlich einen Einfluss auf das Nutzungsverhalten der Kinder zu haben. Derartige auffällige Werte und deren (mutmaßliche) Ursachen bieten – über diese Arbeit hinausgehende – spannende Forschungsperspektiven (vgl. Kapitel 8.4).

Forschungsschwerpunkt 2: Entwicklung mathematischer Kompetenzen (vgl. Ergebniskapitel 7.2)

Leitende FF: Zeigen sich kontrollierte Effekte der beiden Interventionssettings auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen?

Um diese Fragen zu beantworten, werden die mathematischen Basiskompetenzen der Kinder zu verschiedenen Zeitpunkten durch eine Lernausgangslagenuntersuchung erhoben und verglichen (vgl. 6.3.2).

Die deskriptive Analyse der Vor- und Nachtests weist den Kindern im begleiteten Setting B im Mittel einen höheren Zuwachs an mathematischen Kompetenzen nach als im unbegleiteten Setting A. Dieses Ergebnis bestätigt sich für beide Alterskohorten. Die berechneten Konfidenzintervalle für die Mittelwertsdifferenzen zum Posttest weisen zusätzlich darauf hin, dass sich der Unterschied (zumindest statistisch) vermutlich zufällig ergeben hat. Die Organisationsform (Setting A und Setting B) scheint demnach keinen Einfluss auf die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen der Kinder zu haben (vgl. Hypothese 2.1). Der Zuwachs vom Vor- zum Nachtest zeigt sich jedoch in beiden Interventionsgruppen als statistisch auffällig. Dieses Ergebnis weist darauf hin, dass der Einsatz der App *MaiKe* (sowohl begleitet als auch unbegleitet) Wirkung gezeigt hat. Um ausschließen zu können, dass diese Entwicklung auf eine natürliche und altersbedingte Kompetenzentwicklung zurückzuführen ist, wird ein Vergleich mit einer Kontrollgruppe durchgeführt. Obwohl die Kontrollgruppe augenscheinlich auf einem niedrigeren Kompetenzniveau in die Untersuchung startet, zeigt die Berechnung der Konfidenzintervalle keinen statistisch auffälligen Unterschied zwischen den Gruppen zum Zeitpunkt des Vortests. Während der Intervention vergrößert sich der Abstand zwischen den Interventionssettings und der Kontrollgruppe so deutlich, dass zum Zeitpunkt des Nachtests ein statistisch auffälliger Unterschied in den Kompetenzen festgestellt werden kann.

Das gilt sowohl im Vergleich der Kontrollgruppe mit dem unbegleiteten Setting B als auch im Vergleich der Kontrollgruppe mit dem begleiteten Setting A und bestätigt sich für beide Alterskohorten. Es zeigen sich in dieser Untersuchung also Auffälligkeiten, die in die begründete Annahme (vgl. Hypothese 2.2) münden, die dem Einsatz der App *MaiKe* (in beiden Interventionssettings) einen positiven Effekt auf die Entwicklung der mathematischen Basiskompetenzen nachsagt.

<u>Forschungsschwerpunkt 3: Lern- und Entwicklungsprozesse im Bereich Anzahlerfassung (vgl. Ergebniskapitel 7.3)</u>

Leitende FF: *Welche Lern- und Entwicklungsprozesse lassen sich exemplarisch bezüglich der digitalen Aufgabenformate zur Anzahlerfassung nachvollziehen?*

Um besser nachvollziehen zu können, wie die Ergebnisse aus Forschungsschwerpunkt 2 zustande kommen und um diese zusätzlich zu stützen, wird der inhaltliche Teilbereich Anzahlerfassung (vgl. Kapitel 4) für eine vertiefte Analyse herangezogen. Das methodische Instrument dieses Schwerpunktes ist ein Analyseverfahren im Mixed-Method-Design, das quantitative Übersichten durch interpretative und ausführliche qualitative Fallstudien ergänzt (vgl. 6.2.2.3).

Das entwickelte Kategoriensystem bildet zunächst die Lösungsstrategien der Kinder und durch die Anordnung der einzelnen Kategorien einen Entwicklungsprozess weg von einer alleszählenden Strategie über eine strukturierte Anzahlwahrnehmung bis hin zu einer konkreten Anzahlbestimmung durch das Nutzen wahrgenommener Strukturen ab. Die in einem ersten Schritt durchgeführte Analyse aller relevanten Spiele zeigt die Bedeutung des Aufgabendesigns innerhalb der App. Der Einsatz unterschiedlicher Darstellungsarten (z. B. Fingerbild oder strukturiertes Punktefeld) als auch weiterer Spielspezifika (z. B. Animation) hat einen Einfluss auf die Strategiewahl und damit auch auf Denkwege und Lernprozesse der Kinder, wie auch die Fallbeispiele bestätigen.

In einem nächsten Schritt werden die Aufgaben der App zu vier Typen zusammengefasst, um einerseits den Einfluss der Aufgabestellungen als auch typische Lösungsstrategien und Strategiewechsel zu identifizieren, die auf Lern- und Entwicklungsprozesse hindeuten.

Sind zwei gleich strukturierte Mengendarstellungen einander zuzuordnen (*Aufgabentyp A*), zeigt sich die typische Lösungsstrategie des direkten Gestaltvergleichs ohne (nachweisliche) Anzahlbestimmung. Diese Variante nutzen die Kinder während des App-Verlaufs relativ stabil.

Bei der Zuordnung einer Mengendarstellung zu einer Ziffer (*Aufgabentyp B*), zeigen sich deutliche Strategiewechsel während des Spielverlaufs. Zu Beginn greifen die Kinder weitaus häufiger auf ein *Alles Zählen* zurück als im weiteren Verlauf. Gegensinnig nimmt die *Strukturnutzung* zur Anzahlbestimmung kontinuierlich zu. Diese identifizierten Entwicklungspfade weisen auf stattgefundene Lern- und Entwicklungsprozesse hin.

Für die Spiele, in denen Fingerbilder und Punktefelder einander zugeordnet werden müssen (*Aufgabentyp C*), stellt sich weder eine einzelne Lösungsstrategie noch ein bestimmter Entwicklungspfad als charakteristisch heraus. In den Zahlen zeigen sich dennoch zwei deutliche Tendenzen für stattgefundene Lern- und Entwicklungsprozesse. Zum einen wird die Strategie der *Strukturnutzung* im Verlauf zunehmend angewandt. Zum anderen nehmen die Werte für *Trial&Error* deutlich ab. Die hohen Quoten für *Strukturnutzung* bezüglich der Fingerbilder (im Vergleich zu den Punktefeldern), lassen zudem die Vermutung zu, dass die Kinder mit dieser Art der Darstellung vertraut sind und darin häufig(er) Strukturen erkennen.

Die einer standardisiert strukturierten Anzahl an Punkten im Zehnerfeld gegenübergestellten unstrukturierten Darstellung charakterisiert den *Aufgabentyp D*. Im Vergleich zeigen sich für die unstrukturierte Darstellung deutlich höhere Werte bei *Alles Zählen*. Auch die *Trial&Error*-Quote liegt höher, während Strategien, die eine Wahrnehmung in Teilstrukturen voraussetzen, deutlich seltener angewandt werden. Diese Diskrepanzen zeigen wiederum den Einfluss der unterschiedlichen Darstellungsarten. Unstrukturierte Darstellungen fördern demnach eher ein alleszählendes oder probierendes Vorgehen, während strukturierte Darstellungen vermehrt zur Nutzung von Strukturen anregen.

Die Analyse in Bezug auf die Aufgabentypen zeigt nicht nur die möglichen Auswirkungen unterschiedlicher Darstellungsarten, sondern belegt zudem einen Einfluss weiterer Designentscheidungen der digitalen Umgebung auf die Wahl der Lösungsstrategien der Kinder. Als Beispiel wird an dieser Stelle die Handanimation nochmal exemplarisch herausgegriffen: Die Intention hinter diesem dynamischen Element ist es, durch eine kurze Präsentationsdauer (Verdecken der Mengendarstellung mit einer Handdarstellung), Kinder zu elaborierteren Formen der Anzahlbestimmung anzuregen. Das spiegelt sich in den Zahlen wider, die für die betreffenden Spiele eine deutliche Abnahme einer alleszählenden zugunsten einer strukturnutzenden Anzahlbestimmung belegen.

Auf Grundlage dieser Ergebnisse aus den quantifizierten Daten findet eine begründete Auswahl individueller Fallbeispiele statt. Die vertiefte qualitative Analyse der Fälle illustriert typische Lösungsstrategien und Strategiewechsel und bietet einen Einblick in die vorher abstrakt dargestellten Lösungsstrategien der Kinder im Umgang mit den Aufgaben der App (vgl. 7.3.2). Aus den Fallstudien lassen sich zudem einerseits Empfehlungen für das Design von (digitalen) Aufgabenformaten zur strukturierten Anzahlerfassung ableiten (vgl. Kapitel 8.3). Andererseits bieten sich spannende Anknüpfungspunkte für weiterführende Forschungsarbeiten (vgl. Kapitel 8.4).

8.2 Kritische Reflexion und Grenzen der Studie

Jede wissenschaftliche Untersuchung weist durch die Wahl eines Forschungsdesigns und durch methodologische Entscheidungen spezifische Grenzen auf. An den jeweiligen Stellen des Textes wurde bereits auf Gegebenheiten hingewiesen, die zu Einschränkungen bei der Interpretation oder der Aussagekraft der Ergebnisse führen können. Die zentralen Grenzen der vorliegenden Evaluationsstudie werden im Folgenden zusammenfassend aufgeführt.

Grundsätzlich ist zu berücksichtigen, dass sich die Ergebnisse der Studie auf die ausgewählte App beziehen. Das spezifische Konzept und das Aufgabendesign macht eine Übertragung auf andere Softwareangebote nur eingeschränkt möglich.

Der Vergleich der mathematischen Kompetenzen erfolgt in natürlichen, nichtrandomisierten (Kindergarten-)Gruppen (vgl. Kapitel 6.1). Ein solches quasiexperimentelles Untersuchungsdesign führt zu einer geringeren internen Validität als ein rein experimentelles Design. Ein strenger kontrolliertes (Labor-)Experiment kam für die Untersuchung nicht in Frage, da der Umgang mit Tablet und App im natürlichen Umfeld des Kindergartenalltags erprobt werden sollte.

Die Durchführung von Vortests liefert Informationen über das Ausgangsniveau vor der Intervention, die dann mit den Ergebnissen aus dem Nachtest verglichen werden können. Außerdem ermöglicht der Einbezug einer Kontrollgruppe gesichertere Aussagen darüber, ob Steigerungen der Kompetenzen tatsächlich auf die Intervention und nicht auf den üblichen (Kindergarten-)Alltag oder den altersbedingten Kompetenzzuwachs zurückzuführen sind. Bei diesem Vorgehen können nicht alle Störvariablen vermieden werden. In einem Teil der Kontrollgruppe wird während des Untersuchungszeitraumes ungeplant das Förderprogramm Zahlenland (Preiß, 2006, 2007) eingesetzt (vgl. Kapitel 7.2). Kindergarten- und Vorschulaktivitäten unterscheiden sich zudem zwischen den Einrichtungen und können nicht vollständig erfasst und kontrolliert werden. All diese Gegebenheiten haben einen mehr oder weniger großen Einfluss auf die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen der Kinder; insbesondere da der Gesamtzeitraum der Intervention über eineinhalb Jahre vergleichsweise lang ist. Der zeitliche Umfang der Spielsitzungen mit der App macht einen äußerst geringen Anteil des Kindergartenalltags aus. Nicht zu vernachlässigen sind außerdem familiäre Einflüsse und das Sammeln mathematischer Erfahrungen im Alltag, das aufgrund diverser sozioökonomischer Hintergründe der Kinder ganz unterschiedlich ausfallen dürfte (vgl. z. B. Anderson, 1998; Blevins-Knabe & Musun-Miller, 1996; LeFevre et al., 2010; Skwarchuk, 2009; Tiedemann 2012; Tudge & Doucet, 2004; Vandermaas-Peeler et al., 2009, 2012; s. auch 3.3.1). Berücksichtigt man diese Aspekte, erscheinen die Ergebnisse umso bedeutungsvoller.

Nicht Teil der Untersuchungsanlage ist ein Follow-Up-Test nach Schuleintritt, da es den zeitlichen als auch organisatorischen Rahmen dieser Arbeit überstiegen hätte. Nachhaltigkeitseffekte müssten in zusätzlichen Studien untersucht werden.

Ein weiterer begrenzender Faktor ist der Stichprobenumfang. Eine größer angelegte Studie ist aus ökonomischen Gründen als Einzelprojekt nicht realisierbar. Da Kinder im Vorschulalter keine ausreichenden Lesenoch Schreibfähigkeiten aufweisen, wird die Erhebung der mathematischen Kompetenzen in mündlichen Gesprächen mit maximal zwei Kindern durchgeführt. Zu allen drei Messzeitpunkten wird jedes Kind zudem zu zwei Terminen eingeladen, um die altersangemessene Konzentrationsfähigkeit nicht zu überstrapazieren. Darüber hinaus finden alle wöchentlichen Spielsitzungen im Setting B unter Begleitung der Forscherin statt. Trotz im Vorfeld entwickelter Leitfragen soll die Kommunikation und der Umgang mit den Kindern zum Großteil flexibel und natürlich stattfinden (vgl. 6.2.1.2). Die erhobenen Daten werden durch möglichst einheitliches Verhalten einer Lernbegleiterin vergleichbarer als bei Durchführung mit unterschiedlichen Personen. In dieser Form kann eine Stichprobengröße von insgesamt 66 Kindern über einen Zeitraum von insgesamt eineinhalb Jahren realisiert werden (vgl. Kapitel 6.1). Die zwei Interventionsgruppen und die Kontrollgruppe bestehen aus je 22 Kindern. Die Ergebnisse werden getrennt für zwei Alterskohorten ausgewertet. Dies ermöglicht Aussagen zur App-Nutzung in Abhängigkeit der beiden Implementationsformen und auch des Alters. Auf eine weitere Untergliederung, beispielsweise in leistungsschwächere und -stärkere Kinder, wird verzichtet. Dieser Ansatz könnte eine weitere spannende Forschungsperspektive aufmachen (vgl. Kapitel 8.4).

Das Splitting der Gesamtstichprobe ist auch bei den quantitativ vorliegenden Daten zu den mathematischen Kompetenzen zu berücksichtigen. Für die meisten Signifikanztests wird ein ausreichend großer Stichprobenumfang (>30) empfohlen. (vgl. 6.2.2.2). Aus Einschränkungen des Untersuchungsdesigns und aufgrund einer nicht ausreichenden Erkenntnisbasis in diesem speziellen Untersuchungsbereich, wird eine explorative Herangehensweise anstatt einer hypothesenprüfenden, explanativen Studie gewählt. Augenscheinliche Effekte werden durch die Konstruktion von (95%-)Konfidenzintervallen gestützt. Für kleinere Stichproben (<30) sind die z-Werte der Standardnormalverteilung weniger geeignet. Darauf wird geachtet und stattdessen die sogenannte t-Verteilung genutzt. Da es sich um eine hypothesengenerierende Studie handelt, wurde auch eine Adjustierung für multiples Testen (beispielsweise durch eine Bonferroni-Korrektur, vgl. z. B. Jancyk & Pfister) nicht vorgenommen. Es wird zweiseitig getestet, da im Vorfeld keine gerichteten bzw. einseitigen

Hypothesen aufgestellt worden sind. Im Gesamten ist deshalb einschränkend zu beachten, dass bei der Interpretation nicht von Signifikanzen gesprochen wird – es werden lediglich Aussagen zu statistischen Auffälligkeiten möglich. Diese münden in eine begründete Formulierung von Hypothesen, welche wiederum durch eine größere, explanativ angelegte Studie überprüft werden müssten.

In der Mixed-Methods-Untersuchung werden die statistisch auffälligen Ergebnisse durch qualitative Fallstudien konkretisiert und gestützt (vgl. Kapitel 8.3). Es war nicht möglich, alle mathematischen Basiskompetenzen – wie sie in der App abgebildet sind – umfassend zu berücksichtigen. Eine Fokussierung auf das Themengebiet der (strukturierten) Anzahlerfassung am Beispiel der Anzahl 8 macht genauere Videoanalysen möglich, um Denkwege, Lösungsstrategien und Lernprozesse der Kinder im Umgang mit der App exemplarisch nachvollziehen zu können. Bei diesen Ergebnissen ist zu beachten, dass sie sich nur bedingt auf andere mathematische Inhaltsbereiche übertragen lassen. Indizien, die auf den Umgang mit digitalen Funktionen der App (z. B. den Einfluss des realisierten AUC-Feedbacks) hindeuten, können wiederum Ansatzpunkte für weitere Forschungsarbeiten liefern.

Zur breiten Erfassung unterschiedlicher Lösungsstrategien und Entwicklungsprozesse ist es notwendig, ein geeignetes Transkriptionssystem zu entwickeln (vgl. 6.3.5). Mimik, Gestik, Erklärungen der Kinder und insbesondere auch die Handlungen am Touch-Screen des Tablets werden verschriftlicht und in die Auswertung miteinbezogen. Diese Datenbasis lässt in vielen Fällen eine Zuordnung der Vorgehensweisen der Kinder zu. Aber nicht in allen Fällen kann rekonstruiert werden, wie die Kinder vorgegangen sind oder ob ihr Vorgehen ihren tatsächlichen Kompetenzen entspricht. Da Kompetenz zwar eine notwendige aber keine hinreichende Voraussetzung für Performanz darstellt, wird immer nur von der tatsächlich gezeigten Handlung oder Erklärung des Kindes ausgegangen. Sogar Erklärungen können von der tatsächlichen Vorgehens- bzw. Denkweise abweichen, wenn diese von den Kindern beispielsweise noch nicht adäquat in Worte gefasst werden kann. Solche Unstimmigkeiten könnten durch zusätzliche Erfassungsmethoden teilweise aufgelöst werden. Insbesondere sei hier die Eye-Tracking-Methode genannt, die immer häufiger – insbesondere auch zur Untersuchung von Prozessen bei der Anzahlbestimmung (vgl. Schöner 2017) – angewandt wird. Nach aktuellem Stand der Technik werden die Geräte, die die Probanden auf dem Kopf tragen müssen zwar immer kleiner und mobiler, sind aber dennoch mit erheblichen Einschränkungen verbunden. Aufgrund von unsteten Kopfbewegungen (von Kindern), unnatürlichen Apparaturen bzw. Brillen und hohen Kosten geeigneter Geräte, wird der Einsatz in der vorliegenden Studie nicht angedacht.

Die Ausführungen dieses Kapitels zeigen bereits teilweise, dass die Grenzen der Untersuchung gleichzeitig Anhaltspunkte für zukünftige Forschungsvorhaben sein können. Überlegungen zu konkreten Forschungsperspektiven, die mögliche Anknüpfungspunkte zu dieser Arbeit bieten, werden im Kapitel 8.4 angestellt. Im Folgenden werden zunächst mögliche didaktische Folgerungen diskutiert.

8.3 Mögliche didaktische Folgerungen

Die Ergebnisse der vorliegenden Evaluationsstudie sind nur bedingt auf Apps im Allgemeinen zu übertragen (vgl. Kapitel 8.2). Es lassen sich dennoch einige wesentliche Hinweise zum Einsatz von Apps zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen ableiten.

Die quantitativen Ergebnisse geben Hinweise darauf, dass sich der Einsatz der App positiv auf die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen der Kinder ausgewirkt hat. Dies bestätigt sich in beiden Interventionssettings (im Vergleich zur Kontrollgruppe) und für beide Alterskohorten. Es kann demnach zunächst grundsätzlich empfohlen werden, Tablets mit der App in Kindergärten bereitzustellen. Die weiteren Ergebnisse der Arbeit geben zusätzliche Hinweise, inwiefern der App-Einsatz konkret und möglichst sinnvoll gestaltet und organisiert werden kann.

Grundsätzlich kann der Einsatz einer App zur mathematischen Frühförderung empfohlen werden

(1) *...als Ergänzung in einer vielseitigen Spiel- und Lernumgebung.*

Grundsätzlich kann und soll eine solche App kein Ersatz für vorhandene und etablierte Materialien und Spielangebote sein. Im Gegenteil; die verschiedenen Spiele der App können zudem Anregung sein, die dort angezeigten mathematischen Grundideen und Aktivitäten auch mit physischem Material nachzustellen. Digitale Spielformate mit traditionellem Material zu vergleichen, war jedoch keine Intention dieser Arbeit (vgl. z. B. Sarama & Clements, 2009; Papadakis et al., 2018; Vogel et al., 2006; Walter 2018; Wouters et al., 2013; Zaranis et al., 2013; s. auch Kapitel 5.6). Wenn sich also beispielsweise zeigt, dass die Kinder durch die Aufgabenformate der App ihre Lösungsstrategien zur Anzahlerfassung ändern oder flexibler anwenden, wird nicht ausgeschlossen, dass dieser Effekt durch vergleichbare Aktivitäten mit physischem Material ebenso erreicht werden kann. Diese Vermutung wurde in diesem Rahmen nicht überprüft. Es wird deshalb nicht grundsätzlich postuliert, dass die digitalen Aufgabenformate anderen Umsetzungen überlegen wären.

Dennoch liegen mittlerweile Ergebnisse aus Forschung und Praxis vor, die auf Stärken einer digitalen Umgebung oder speziell auf Potenziale von mobilen Endgeräten und Apps hinweisen (vgl. Kapitel 5). Diese können in speziellen digitalen Darstellungen liegen. Beispielsweise ist die Präsentation von Anzahldarstellungen makelloser und ohne ablenkende Details möglich. Betrachtet man den mathematischen Inhaltsbereich ‚Zahlen und Operationen', können Teilmengen im Ganzen verschoben werden, ohne einzelne Würfel oder Plättchen zu greifen und umzulegen. Der Fokus liegt dann deutlicher auf Strukturen und Teile-Ganzes-Beziehungen und weniger auf einem einzelnen Abzählen. Darüber hinaus bietet die App durch ihr einfaches und intuitives Design eine Spielplattform, die von den Kindern ohne zusätzliche Unterstützung genutzt werden kann. Möchte man entsprechende Aktivitäten nachstellen, wie beispielsweise eine verdeckte Addition durch Verstecken von Würfeln unter der Hand, müsste eine pädagogische Fachkraft Würfel mit der Hand verdecken und das Kind dann auffordern, die so präsentierte Aufgabe zu lösen.

In der App können die Kinder außerdem durch *Versuch und Irrtum* unterschiedliche Lösungsvorgaben ausprobieren. Diese Rückmeldung scheint für die Kinder nicht irritierend oder einschüchternd. Im ‚realen' Kontext müsste man auf andere Weise auf fehlerhafte Lösungen hinweisen. Durch aktives Thematisieren werden Fehler gebenenfalls als gewichtiger wahrgenommen und lösen schneller Frustration aus. Das Ausprobieren am digitalen Material scheint für die Kinder dagegen nicht als negatives Feedback aufgenommen zu werden.

Digitale Lern- und Spielumgebungen geben häufig die Möglichkeit, Spielstände und Zwischenergebnisse zu speichern, sodass ein Kind genau dort anknüpfen kann, wo es das letzte Mal aufgehört hat. Auch Lernbegleitende können den Spielfortschritt so einsehen. Die App *MaiKe* macht es zudem möglich, bereits absolvierte Spiele jederzeit eigenbestimmt zu wiederholen.

(2) *...bei jüngeren Kindern (4-5 Jahre) bei Bedarf mit erwachsener Unterstützung.*

Es zeigen sich Unterschiede im Nutzungsverhalten zwischen den Kindern der Kohorte 2, die bereits eineinhalb Jahre vor geplantem Schuleintritt mit dem Spielen begonnen haben und den älteren Kindern der Kohorte 1, die ein halbes Jahr an der Studie teilnahmen (vgl. 7.1.2). Die jüngeren Kinder spielen weniger selbstständig und fordern häufiger erwachsene Unterstützung ein. Außerdem benötigen sie mehr Begleitung bei der Bedienung des Tablets und der App und auch bei den mathematischen Inhalten der App. Dennoch ist auch bereits im ersten Jahr der Nutzung ein Kompetenzzuwachs festzustellen (vgl. Kapitel 7.2). Diese Ergebnisse lassen die Annahme zu, dass jüngere Kinder von der App-Nutzung profitieren, dass aber erwachsene Unterstützung und Hilfestellung – zumindest bei Bedarf und auf Nachfrage der Kinder – gewährleistet sein sollte. Gestützt wird diese Vermutung durch Ergebnisse anderer Forschungen zum Einsatz spielerischer, digitaler Übungsformate, die Indizien liefern, dass eine Lernbegleitung bei Kindern mit weniger (Zahlen-)Vorwissen oder Lernschwierigkeiten effektiv sei, später jedoch teilweise sogar hinderlich sein kann (z. B. Christensen & Gerber, 1990; Clements, 2002; Sarama & Clements, 2001; vgl. Kapitel 5).

(3) *...im weiteren Verlauf bzw. bei älteren Kindern (5-6 Jahre) auch zunehmend selbstständig in der Freispielzeit.*

Aus dem letztgenannten Grund unter Punkt (2) sollten die Kinder mit zunehmendem Alter bzw. bei fortgeschrittenerem Lernstand die Gelegenheit bekommen, selbstständiger zu spielen. In der eigenen Studie zeigt sich für Kohorte 1 vermehrt ein gemeinsames Spielen mit anderen Kindern. Eine kooperative Nutzung zu erlauben und anzuregen, könnte im Hinblick auf eine Kompetenzförderung im Sinne des (mathematischen) Kommunizierens und Argumentierens sinnvoll sein. Ob sich dadurch Effekte auf die Motivation oder den Lernprozess zeigen, kann aus den Ergebnissen der vorliegenden Arbeit nicht gefolgert werden.

(4) *...optional mit einer Lernbegleitung, die zusätzlich Impulse gibt und Kommunikationsanlässe über die mathematischen Inhalte schafft.*

Die Kommunikation über Inhalte der App findet bei eigeninitiativer Nutzung im Setting A kaum statt – weder mit Erwachsenen noch mit Gleichaltrigen. Mathematische Gesprächsanlässe, die Übertragung der Themen in den Alltag, die Kommunikation über Lösungsstrategien oder andere Impulse müssten von den begleitenden pädagogischen Fachkräften gezielt angeregt werden. Dafür ist wiederum umfassendes fachliches und fachdidaktisches Wissen und Können notwendig (vgl. 3.3.3).

Für einen begleiteten Einsatz der App spricht zudem die (leicht) höhere Entwicklung der Kompetenzen im entsprechenden Setting B. Dieser Unterschied im Vergleich zum (Freispiel-)Setting A zeigt sich jedoch nicht als statistisch auffällig. Es ist zu berücksichtigen, dass die Spielleiterin im begleiteten Setting keine zusätzlichen Unterstützungsmaßnahmen, gezielte Impulse oder Hilfestellungen zur Lösung der Aufgaben gegeben hat. Die Fragen im Rahmen des klinischen Interviews, die Kommunikation mit den Kindern über Lösungswege und die geforderte Verbalisierung ihrer Denkweisen können teilweise trotzdem als sinnvolle Impulse und Unterstützung gedeutet werden. Auch auf die Motivation der Kinder kann die Art der Implementation Einfluss haben. Insbesondere die jüngeren Kinder greifen im Freispiel kaum in Eigeninitiative auf das Angebot zu.

Die Logfiles zeigen für das freie Setting A weniger Spielsitzungen, die aber eine längere durchschnittliche Dauer aufwiesen. Über den Grund dieser Ergebnisse kann an dieser Stelle nur spekuliert werden. Insgesamt wird die App im Freispiel länger genutzt; jedoch in einem Rahmen, der nicht als bedenklich eingestuft werden kann. Die Kinder beschäftigen sich vereinzelt etwas länger als 20 Minuten mit dem Tablet – das jedoch meist nur maximal einmal in der Woche. Mögliche Bedenken, ein frei verfügbares digitales Medium würde zu endlosem Spielen und zur Unterdrückung alternativer Spiel- und Beschäftigungsformen führen, können in diesem Fall verworfen werden. Diese Ergebnisse sind jedoch nicht uneingeschränkt verallgemeinerbar, da den Kindern im Untersuchungszeitraum lediglich die App *MaiKe* zur Verfügung stand. Ein aktivierter Kindermodus ist im Fall der freien Zurverfügunstellung eine sinnvolle Maßnahme zur Risikobegrenzung. So kann der Zugriff auf andere Programme, Apps und insbesondere auf das Internet gesperrt oder begrenzt werden. Meistens ist es zudem möglich, durch Einstellung eine maximale Nutzungszeit festzulegen.

Die vorliegenden Erkenntnisse liefern desweiteren Hinweise zum Design von Apps und den speziellen (digitalen) Aufgabenformaten. Im Forschungsschwerpunkt 2 (vgl. Kapitel 7.2) werden durch die Analyse der Logfiles auffällige Werte in den Nutzungsdaten zu allen Spielen der App *MaiKe* offengelegt. Einzelne Aufgabenformate stechen dabei beispielsweise als besonders herausfordernd hervor, was vor allem durch niedrige Lösungsquoten und erhöhte Wiederholungszahlen sichtbar wird.

(5) *Anspruchsvollere Aufgabenformate* (z. B. Geometriespiele 2.3 und 5.10) in eine App zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen zu integrieren, kann dennoch sinnvoll sein. Zu bedenken ist, ob bzw. welche Unterstützungsmaßnahmen vorgesehen sind. Auch der Motivationsaspekt spielt hierbei eine Rolle. Ist eine Aufgabe für ein Kind zunächst noch anspruchsvoll, kann es sinnvoll sein, die Kinder zur wiederholten Beschäftigung anzuregen. Im Fall der untersuchten

App ist dies durch das (teilweise) Einfärben von Bildern auf Weltenebene gelungen, wie der Zusammenhang in den Logfiledaten zwischen der Lösungsquote und den Spielwiederholungen zeigt. Bei einem linear aufgebauten App-Verlauf sollte die Hürde zum Weiterspielen jedoch nicht zu hoch gesetzt werden, um schwächeren Kindern die Motivation nicht zu nehmen und das Fortfahren zu ermöglichen. Ein Spielabbruch nach einer solchen anspruchsvolleren Aufgabe ist in der vorliegenden Untersuchung in einem Fall festzustellen.

Demgegenüber zeigen die Daten, dass andere Spielinhalte der App für die Kinder schneller bzw. leichter zu bewältigen sind.

(6) *Einfachere Aufgabenformate* (dazu zählen beispielsweise das Spiel 2.4 zu Ziffernfolgen bis 5, die Spiele 1.10 und 6.4 zur Symmetrie oder das Spiel 6.5 zum Nachzeichnen von Formen) könnten in einer App für jüngere oder leistungsschwächere Kinder Verwendung finden. Sie können außerdem als Motivationsstütze zwischen anspruchsvolleren Spielen integriert werden.

Noch konkretere Folgerungen lassen sich anstellen, indem der Umgang der Kinder mit bestimmten Aufgabenformaten in Videoanalysen untersucht wird. In dieser Arbeit greift der Forschungsschwerpunkt 3 exemplarisch das mathematische Inhaltsgebiet der (strukturierten) Anzahlerfassung heraus (vgl. Kapitel 7.3). Sowohl die zunächst quantifizierten Daten als auch die darauf aufbauenden ausführlichen, qualitativen Fallstudien liefern Informationen, die bei der Konzeption von derartigen (digitalen) Aufgabenformaten hilfreich sein können.

Bei (digitalen) Aufgabenformaten zur Anzahlerfassung

(7) *...fördert das zeitlich begrenzte Präsentieren von Mengendarstellungen (<3 Sek.) die strukturierte Anzahlerfassung.*

Die in einigen Spielen ergänzte Handanimation, die die Punktefelder nach kurzer Zeit wieder verdeckt, regt die Kinder vermehrt zu einer strukturnutzenden Anzahlbestimmung an. Ein einzelnes Abzählen, auf das in anderen Aufgabenformaten eher zurückgegriffen wird, zeigt sich dann kaum noch. Die Erfahrungen während der Studie und die Fallbeispiele machen zudem deutlich, dass die Möglichkeit eines wiederholten Abspielens der Animation sinnvoll ist.

(8) *...haben unterschiedliche Mengendarstellungen (z. B. Fingerbilder, Zehnerstruktur) und deren Kombination (auch mit Ziffern) Einfluss auf die Strategiewahl bei der Anzahlerfassung.*

Im Vergleich der verschiedenen Aufgabenformate zeigt sich, dass diese die Strategiewahl der Kinder bezüglich der Anzahlerfassung beeinflussen. Um den Fokus zunächst auf die Struktur einer Mengendarstellung zu legen, ohne den Kindern eine exakte Anzahlbestimmung (z. B. durch Zählen) abzuverlangen, eignen sich Aufgabenformate zum Vergleich zweier (gleich strukturierter) Mengendarstellungen. Um diese einander zuzuordnen, genügt es, einzelne Teilstrukturen wahrzunehmen (z. B „eine volle Reihe oben und 3 Punkte unten").

Im Vergleich zwischen Fingerbild und Punktefeld zeigen die Daten, dass die Kinder in den Fingerbildern häufiger Strukturen erkennen als in den standardisiert strukturierten Punktefeldern. Vermutlich sind ihnen diese aus ihrem bisherigen Alltag vertrauter als das Punktefeld. Der Einsatz von Fingerbildern gilt auch in bisherigen Konzeptionen im vorschulischen Kontext als gewinnbringend (vgl. 4.5.1), was die vorliegende Studie – auch für die digitale Abbildung dergleichen in der App – stützt. Bisherige Forschungen zeigen zudem, dass auch im vorschulischen Bereich strukturierte Darstellungen im Punktefeld (‚Kraft der 5') gewinnbringend zum Aufbau des Zahlbegriffs und zur Förderung einer strukturierten Anzahlerfassung sind (vgl. 4.5.1). Das Nutzen von didaktischen Materialien zur ersten Veranschaulichung von dekadischen Strukturen (z. B. Zehnerfelder), kann durch Übertragung auf größere Zahlräume (z. B. Zwanziger- oder Hunderterfeld) im schulischen Kontext fortgesetzt und weiterhin flexibel nutzbar gemacht werden. In dieser Studie zeigen die Kindergartenkinder bezüglich der Zehnerfelder im Spielverlauf bereits immer flexiblere Strategien und unterschiedliche Zahlzerlegungen, die später zur Orientierung in neuen Zahlräumen oder beim Erwerb von Rechenoperationen hilfreich sein können.

In den vorliegenden Ergebnissen zeigt sich desweiteren, dass die Kinder bei unstrukturierten Punktedarstellungen im Zehnerfeld deutlich häufiger auf ein einzelnes Abzählen zurückgreifen. Diese regen weitaus weniger zur strukturierten Anzahlerfassung an. Der Fokus sollte deshalb eher auf strukturierten Mengendarstellungen liegen, in denen Muster erkannt und zur Anzahlbestimmung genutzt werden können.

Spätestens die Kombination mit Ziffern erfordert eine exakte Anzahlbestimmung. Die Erfahrungen als auch die Daten der Studie belegen, dass fast alle teilnehmenden Kinder (im Alter von 5-6) genügend Ziffernkenntnisse besitzen, um die entsprechenden Aufgabenformate zu meistern. Lediglich vereinzelt zeigen sich Unsicherheiten (beispielsweise bei der Unterscheidung zwischen der 6 und der 9), welche die Kinder zunächst durch ein Probieren von Lösungen umgehen (und ihre Ziffernkenntnis dadurch im besten Fall absichern) können.

(9) *...kann ein AUC-Feedback (answer-until-correct) als Rückmeldung dienen.*

Die Rückmeldung im Sinne eines AUC informiert darüber, ob eine Eingabe ‚richtig' oder ‚falsch' ist, wobei unbegrenzt viele Fehlversuche möglich sind, bis die korrekte Lösung gefunden ist (vgl. 5.6.1). Die Indizien aus den Fallstudien stützen die bestehenden Erkenntnisse über diese Feedbackart, die insbesondere für weniger komplexe Aufgabenformate empfohlen wird. Zudem funktioniert die Rückmeldung ohne (geschriebene oder gesprochene) Sprache, was beim Einsatz in einer Lernumgebung für den vorschulischen Bereich vorteilhaft ist.

An keiner Stelle der durchgeführten Studie zeigen sich die Kinder von diesem Feedback der App eingeschüchtert oder demotiviert, was bei einer mündlichen Rückmeldung einer erwachsenen Person zu einer ‚falschen' Handlung bzw. Lösung durchaus denkbar wäre. Negativ kann sich das AUC-Feedback auswirken, wenn sich die Nutzenden nicht (mehr) mit dem mathematischen Inhalt der Aufgabe befassen, sondern lediglich raten, um die richtigen Lösungen zu finden. Bei sinkender Motivation im Verlauf einer Spielsitzung zeigt sich diese Tendenz zum reinen Probieren auch in der vorliegenden Untersuchung. Außerdem wird bei anspruchsvolleren Aufgabenformaten häufiger probiert, wenn es für ein Kind aufwendiger und komplexer erscheint, die richtige Lösung anderweitig zu ermitteln. In keinem der vorliegenden Fälle kann jedoch festgestellt werden, dass dauerhaft auf ein Probieren ausgewichen wird, um die mathematischen Herausforderungen der Spiele zu umgehen.

Positiv zu bewerten ist, dass diese Art des Feedbacks den Kindern die Möglichkeit des Schätzens bzw. ein Ausschlussverfahren ermöglicht, um die korrekte Lösung zu finden. Ist eine erste grundsätzliche (mathematische) Idee oder Vorstellung vorhanden, können die Kinder teilweise falsche Lösungen ausschließen. Die übrig gebliebenen Möglichkeiten werden dann entweder durch andere Strategien auf Richtigkeit überprüft oder wiederum durch Versuch und Irrtum gefunden.

Sinnvoll scheint ein solches Feedback bei (noch) ungesichertem Wissen und um Vermutungen oder Schätzungen zu überprüfen. Zahlreiche Indizien aus den Fallstudien weisen darauf hin, dass die Kinder diese Funktion einerseits nutzen, um zunächst Lösungen, die sie auf den ersten Blick (z. B. durch Simultanerfassung) als unpassend identifizieren, ‚auszusortieren'. Andererseits werden Vermutungen oder Schätzungen zur Quantität einer Menge, welche die Kinder beispielsweise durch Quasi-Simultanerfassung (vgl. Kapitel 4.3.3) aufstellen, überprüft. Das ist in diesem Fall möglich, ohne doch wieder auf ein einzelnes Abzählen der Elemente zurückgreifen zu müssen.

Die formulierten didaktischen Folgerungen und Hinweise stützen sich auf die Erkenntnisse aus der Evaluation einer speziellen App und – teilweise – auf die Ergebnisse der qualitativen Analyse von Fallbeispielen. Die Übertragbarkeit sowie die Verallgemeinerung dieser Empfehlungen ist dementsprechend eingeschränkt (vgl. auch Kapitel 8.2). Jedoch erhalten die abgeleiteten didaktischen Implikationen besonderen Wert, indem sie einerseits auf vorhandene empirische Erkenntnisse aufbauen und diese stützen. Andererseits eröffnen sie mögliche Forschungsperspektiven, die daran anknüpfen können.

8.4 Mögliche Forschungsperspektiven

Aus den Grenzen einer Untersuchung (vgl. Kapitel 8.2) ergeben sich immer auch Hinweise für weiterführende Arbeiten. In diesem Fall könnten die aufgestellten Hypothesen für anknüpfende (explanative) Studien genutzt werden. Um zuverlässigere quantitative Daten zu erhalten (vgl. Forschungsschwerpunkt 2), wäre diese bestenfalls mit einer größeren Stichprobe zu realisieren. Eine höhere Fallzahl eröffnet weitere Möglichkeiten, wie beispielsweise einen Vergleich zwischen leistungsstärkeren und leistungsschwächeren Kindern. Die Erfahrungen aus der vorliegenden Arbeit lassen die Vermutung zu, dass es diesbezüglich Unterschiede im Umgang mit der App, den mathematischen Inhalten, dem digitalen Feedback und der grundsätzlichen Motivation gibt. Dazu liefern auch andere explorative Analysen anderer Forschungen bereits Hinweise (z. B. Schacter & Booil, 2016; vgl. Kapitel 5).

In der vorliegenden Evaluationsstudie wurde die App zudem in sehr moderatem Umfang (Setting B: einmal wöchentlich; maximal 20 Minuten), dafür aber über einen langen Zeitraum (Kohorte 1: 5 Monate; Kohorte 2: 17 Monate) eingesetzt. Bei vergleichbaren Untersuchungen sind eher kürzere Intervalle üblich, die dann ggf. stärkere Effekte in kürzerer Zeit evozieren. In ähnlichen Forschungsansätzen sind deshalb immer auch unterschiedliche Interventionszeiträume oder -intervalle anzudenken. Darüber hinaus kann ein Follow-up-Test stattfinden, um zu untersuchen, inwiefern Effekte einen bleibenden Einfluss auf die weitere (schulische) mathematische Kompetenzentwicklung der Kinder haben.

Unterschiede zwischen den beiden realisierten Implementationsformen (vgl. 6.3.1) wurden im Forschungsschwerpunkt 1 auf Grundlage der Logfiledaten untersucht (vgl. Kapitel 7.1). Dieser Vergleich liefert spannende Ergebnisse, die durch die vorliegenden Daten jedoch nur teilweise erklärt bzw. nur unzuverlässig interpretiert werden können. Das gilt insbesondere für das unbegleitete Setting A, in dem die Forscherin zum Großteil nicht anwesend war. Eine Einschätzung über die wesentlichen Daten zum Spielprozess hinaus liefern die Frage- und Beobachtungsbögen, die durch die zuständigen Erziehenden ausgefüllt wurden. Ein solches freies Setting, das unter realen Bedingungen im Kindergarten stattfindet und in dem die Kinder bei der Nutzung des Tablet weder zeitlich noch räumlich eingeschränkt werden sollten, empirisch genauer zu fassen, wäre spannend, ist jedoch äußerst komplex. Kameras müssten die Räume des Kindergartens vollständig und zu jeder Zeit erfassen. Ohne exakte Einstellung ist es zudem kaum möglich, den Bildschirm des Tablets abzubilden, um die Handlungen der Kinder daran nachzuvollziehen. Hier wäre die ergänzende Arbeit mit Screen-Capture-Programmen zum Aufzeichnen des Bildschirms ein Ansatzpunkt.

Was in weiteren Untersuchungen präziser erfasst werden könnte, ist der Einfluss der pädagogischen Fachkräfte auf den Einsatz einer App und das Nutzungsverhalten der Kinder. Die Erfahrungen aus der Studie lassen die Vermutung zu, dass vor allem die Einstellung der Erziehenden zu einem Lehren und Lernen mit digitalen Medien bzw. zu dem Einsatz von Tablets im Kindergarten Auswirkungen hat. Dass auch die Einstellung zum Fach Mathematik wesentlicher Bedingungsfaktor für eine erfolgreiche frühe mathematische Bildung ist, ist bereits mehrfach belegt (vgl. 3.3.3).

Durch die spielbezogene Auswertung der Logfiles werden Aufgabenformate der App *MaiKe* identifiziert, die Auffälligkeitenin den Nutzungsdaten aufweisen (vgl. Kapitel 7.1). Einige dieser Ergebnisse können auf Grundlage der vorliegenden Datenbasis nicht zuverlässig interpretiert werden, bieten jedoch vielfältige weitere Forschungsperspektiven. Beispielsweise wäre es gewinnbringend, Aufgabentypen mit besonders auffallenden Werten – sei es eine hohe Fehlerquote oder hohe Wiederholungszahlen – genauer zu untersuchen, um die Gründe für abweichende Werte zu eruieren.

Eine andere, bereits häufiger realisierte Variante bei der Erforschung digitaler Aufgabenformate ist der Vergleich mit physischen Pendants, um die jeweiligen Stärken und Schwächen des Materials zu identifizieren (z. B. Zaranis, Kalogiannakis & Papadakis, 2013; vgl. auch Kapitel 5). Die grundsätzliche Annahme eine solche App (wie *MaiKe*) könne immer nur eine Ergänzung anderer Aktivitäten, Materialen und Spiele sein, legt es zudem nahe, auch kombinierte Lernumgebungen zu erproben und zu erforschen, wie es beispielsweise im Projekt ‚Building Blocks' realisiert wurde (Sarama & Clements, 2004; vgl. auch Kapitel 5).

In dieser Arbeit wurde der Einsatz einer App zur mathematischen Frühförderung in deutschen Kindergärten untersucht. Aufgrund der weitaus höheren Verfügbarkeit an mobilen Endgeräten in den Haushalten (vgl. Kapitel 5.2) ist ein Einsatz insbesondere auch im familiären Umfeld denkbar. In einem solchen Setting wären ebenso unterschiedliche Nutzungsvarianten (z. B. begleitet vs. unbegleitet) möglich. Es ist anzunehmen, dass sich ähnliche Effekte auf die mathematische Kompetenzentwicklung zeigen. Die vorliegende Arbeit liefert dazu jedoch keine spezifischen Informationen; für empirisch gesicherte Aussagen sind weitere Forschungsarbeiten notwendig.

Der dritte Forschungsschwerpunkt und die qualitativen Analysen beschränken sich in dieser Studie auf das Themengebiet ‚Anzahlerfassung' und die entsprechenden Spiele. Die App beinhaltet ein umfassendes Spektrum mathematischer Basiskompetenzen in unterschiedlichsten Spielformaten. Die Auswertung der erhobenen Videodaten würde eine intensive Analyse anderer Inhaltsbereiche möglich machen.

Unabhängig vom mathematischen Inhaltsbereich wäre die intensivere Betrachtung des digitalen Feedbacks womöglich gewinnbringend, um gesichertere Gestaltungsempfehlungen für Apps geben zu können. Das realisierte Feedback der App *MaiKe* (AUC – Answer Until Correct, vgl. Kapitel 5.6.1) macht es für die Kinder möglich, Lösungen durch Versuch und Irrtum zu finden. In den Fallstudien finden sich verschiedene Indizien, wie die Kinder dieses Feedback nutzen und empfinden. Tendenziell wird eher auf ein Probieren zurückgegriffen, wenn ein Kind die mathematische Herausforderung einer Aufgabe als anspruchsvoll oder langatmig wahrnimmt. Häufig ist dies der Fall, wenn Kindern zu Beginn noch das (mathematische) Wissen oder die notwendigen Strategien fehlen. Die identifizierten Lernprozesse lassen die Vermutung zu, dass die Kinder aus den Rückmeldungen der App lernen. Ob und inwiefern das tatsächlich der Fall ist, müsste in ergänzenden Arbeiten untersucht werden. Der (fächerübergreifende) Forschungsstand lässt aktuell darauf schließen, dass es keine allgemeingültig beste Feedbackart gibt, woraus explizit auch weiterer Forschungsbedarf mit konkretem Fach- und Inhaltsbezug resultiert

Literaturverzeichnis

Abele, A. & Kalmbach, H. (Hrsg.). (1994). *Handbuch zur Grundschulmathematik. Anregungen und Beispiele zum Bildungsplan Baden-Württembergs.* Stuttgart: Klett.

Acar, E. (2011). Mathematiklernen in einer familialen Spielsituation. In R. Haug & L. Holzäpfel (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2011* (S. 43-46). Münster: Verl. für Wiss. Texte und Medien.

Ailwood, J. (2003). Governing Early Childhood Education through Play. *Contemporary Issues in Early Childhood, 4* (3), 286-299.

Aiona, S. (2005). Assessing School Readiness. *Educational Perspectives, 38* (1), 47-50.

Anderson, A. (1997). Families and Mathematics. A Study of Parent-Child Interactions. *Journal for Research in Mathematics Education, 28* (4), 484-511.

Anderson, A. (1998). Parents as Partners: Supporting Children's Mathematics Learning Prior To School. T*eaching Children Mathematics, 4* (6), 331-337.

Andreß, H.-J. (2003). *T-Verteilung.* Abgerufen von http://eswf.uni-koeln.de/glossar/tvert.htm (13.02.2019).

Antell, S. E. & Keating, D. P. (1983). Perception of Numerical Invariance in Neonates. *Child Development, 54*, 695-701.

Aster, M.; Bzufka, M. W. & Horn, R. R. (2009). *Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern – Kindergartenversion.* Frankfurt a.M.: Pearson.

Attard, C. (2016). *Research Evaluation of Matific Mathematics Learning Resources: Project Report.* Penrith: Western Sydney University. Abgerufen von http://researchdirect.westernsydney.edu.au/islandora/object/uws:37189 (09.04.2018).

Aufenanger, S. & Bastian, J. (2017). Einführung: Tableteinsatz in Schule und Unterricht - wo stehen wir? In J. Bastian & S. Aufenanger (Hrsg.), *Tablets in Schule und Unterricht. Forschungsmethoden und -perspektiven zum Einsatz digitaler Medien* (S. 1-14). Wiesbaden: Springer.

Aunio, P. & Niemivirta, M. (2010). Predicting Children's Mathematical Performance in Grade One by Early Numeracy. *Learning and Individual Differences, 20* (5), 427-435.

Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K. & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental Dynamics of Math Performance from Preschool to Grade 2. *Journal of Educational Psychology, 96* (4), 699-713.

Azevedo, R. & Bernard, R. M. (1995). A Meta-Analysis of the Effects of Feedback in Computer-Based Instruction. *Journal of Educational Computing Research, 13* (2), 111-127.

Azevedo, R., Cromley, J. G., Winters, F. I., Moos, D. C. & Greene, J. A. (2005). Adaptive Human Scaffolding Facilitates Adolescents' Self-regulated Learning with Hypermedia. *Instructional Science, 33* (5-6), 381-412.

Baden-Württemberg (2011). *Orientierungsplan für Bildung und Erziehung in baden-württembergischen Kindergärten und weiteren Kindertageseinrichtungen*. Abgerufen von https://www.bildungsserver.de/Bildungsplaene-der-Bundeslaender-fuer-die-fruehe-Bildung-in-Kindertageseinrichtungen-2027-de.html (13.02.2019).

Ballnus, R. (2016). Digitale Kompetenz statt Wisch und Klick. *MNU journal, 69* (06), 364-369.

Baroody, A. J. (1989). *Children's mathematical thinking. A developmental framework for preschool, primary, and special education teachers*. New York: Teachers College Press.

Baroody, A. J. & Rosu, L. (2006). *Adaptive Expertise with Basic Addition and Subtraction Combinations - The Number Sense View*. Abgerufen von https://www.researchgate.net/publication/228651745_Adaptive_expertise_with_basic_addition_and_subtraction_combinations_The_number_sense_view (13.02.2019).

Barthelmes, J. & Sander, E. (2001). *Erst die Freunde, dann die Medien. Medien als Begleiter in Pubertät und Adoleszenz*. München: Verlag Deutsches Jugendinstitut.

Baumgartner, P. (2002). Pädagogische Anforderungen für die Bewertung und Auswahl von Lernsoftware. In L. J. Issing & P. Klimsa (Hrsg.), *Information und Lernen mit Multimedia und Internet. Lehrbuch für Studium und Praxis* (S. 427-442). Weinheim: Beltz.

Baumgartner, P. & Payr, S. (1999). *Lernen mit Software*. Innsbruck: Studien-Verlag.

Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst (Hrsg.). (2016). *Digitale Bildung in Schule, Hochschule und Kultur. Die Zukunftsstrategie der Bayerischen Staatsregierung*. Würzburg.

Abgerufen von https://www.km.bayern.de/epaper/Digitale_Bildung_in_Schule_Hochschule_Kultur/index.html (11.10.2017).

Bayern (2016). *Der Bayerische Bildungs- und Erziehungsplan für Kinder in Tageseinrichtungen bis zur Einschulung*. Berlin: Cornelsen.

Beck, C. & Maier, H. (1994). Zu Methoden der Textinterpretation in der empirischen mathematikdidaktischen Forschung. In H. Maier (Hrsg.), *Verstehen und Verständigung. Arbeiten zur interpretativen Unterrichtsforschung* (S. 43-76). Köln: Aulis-Verl. Deubner.

Beck, J. (2015). Analogue Magnitude Representations: A Philosophical Introduction. *The British Journal for the Philosophy of Science, 66* (4), 829-855.

Beck, J. C. & Wade, M. (2006). *The kids are alright. How the gamer generation is changing the workplace*. Boston: Harvard Business Review Press.

Benz, C. (2005). *Erfolgsquoten, Rechenmethoden, Lösungswege und Fehler von Schülerinnen und Schülern bei Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 100*. Hildesheim: Franzbecker.

Benz, C. (2010a). Ich leg etwas, damit du es schnell sehen kannst. Dominospiele selbst gestalten. *MNU Primar, 2* (4), 128-133.

Benz, C. (2010b). *Minis entdecken Mathematik*. Braunschweig: Westermann.

Benz, C. (2010c). Zählen ist nicht alles, was zählt. Zur Förderung der strukturierten Mengenwahrnehmung vor und zu Beginn der Schulzeit. *MNU Primar, 2* (4), 52-57.

Benz, C. (2011). Den Blick schärfen: Die differenzierte Wahrnehmung der Anzahlerfassung, -bestimmung und -darstellung unterstützen. In M. Lüken & A. Peter-Koop (Hrsg.), *Mathematischer Anfangsunterricht. Befunde und Konzepte für die Praxis* (S. 7-21). Offenburg: Mildenberger.

Benz, C. (2012). Attitudes of Kindergarten Educators about Math. *Journal für Mathematikdidaktik, 33* (2), 203-232.

Benz, C. (2014). Identifying Quantities of Representations – Children's Constructions to Compose Collections from Parts or Decompose Collections into Parts. In U. Kortenkamp, B. Brandt, C. Benz, G. Krummheuer, S. Ladel & R. Vogel (Hrsg.), *Early Mathematics Learning. Selected Papers of the POEM 2012 Conference* (S. 189-203). New York: Springer.

Benz, C. (2018). Den Blick schärfen: Grundlage für arithmetische Kompetenzen. In A. S. Steinweg (Hrsg.), *Inhalte im Fokus – Mathematische*

Strategien entwickeln. Tagungsband des AK Grundschule in der GDM 2018 (S. 9-24). Bamberg: University of Bamberg Press.

Benz, C., Cheeseman, J. & Pullen, Y. (2018). The Impact of a measurement-focused program on young children's number learning. In I. Elia, J. Mulligan, A. Anderson, A. Baccaglini-Frank & C. Benz (Hrsg.), *Contemporary research and perspectives on Early Childhood Mathematics Education*. o. O.: Springer.

Benz, C. & Gasteiger, H. (2016). Mathematikdidaktische Kompetenz von Fachkräften im Elementarbereich - ein theoriebasiertes Kompetenzmodell. In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. 301-304). Münster: WTM.

Benz, C., Peter-Koop, A. & Grüßing, M. (2014). *Frühe mathematische Bildung. Mathematiklernen der Drei- bis Achtjährigen*. Heidelberg: Springer.

Benz, C. & Schöner, P. (2017). "Two, three and two more equals seven" – Preschoolers' perception and use of structures in sets. In T. Dooley & G. Gueudet (Hrsg.), *Proceedings of the 10th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (S. 1893-1900). Dublin: DCU Institute of Education and ERME.

Benz, C. & Schöner, P. (2018). Visual Structuring Processes of Children When Determining the Cardinality of Sets: The Contribution of Eye-Tracking. In C. Benz, A. S. Steinweg, H. Gasteiger, P. Schöner, H. Vollmuth & J. Zöllner (Hrsg.), *Mathematics Education in the Early Years. Results from the POEM3 Conference, 2016* (S. 123-143). Cham: Springer.

Benz, C., Gasteiger, H. & Steinweg, A. S. (2018). Introduction. In C. Benz, A. S. Steinweg, H. Gasteiger, P. Schöner, H. Vollmuth & J. Zöllner (Hrsg.), *Mathematics Education in the Early Years. Results from the POEM3 Conference, 2016* (S. v-x). Cham: Springer.

Berger, M. (2012). Friedrich Fröbel. Grundgedanken bedeutender Pädagogen und ihre Aktualität für die Bildungsarbeit heute. *Kindergarten heute, 42* (6/7), 8-13.

Berlin (2014). *Berliner Bildungsprogramm für Kitas und Kindertagespflege*. Weimar: verlag das netz.

Betrancourt, M. (2005). The Animation and Interactivity Principles in Multimedia Learning. In R. E. Mayer (Hrsg.), *The Cambridge handbook* *of multimedia learning* (S. 287-296). Cambridge: Cambridge University Press.

Beutler, B. (2013). Zerlegen und Zusammensetzen. Fähigkeiten von Vorschulkindern beim Umstrukturieren von Bauwerken unter Berücksichtigung von Teil-Ganzes-Beziehungen. *Mathematica didactica, 36*, 242-271.

Birklein, Laura (2017). Einsatz einer App zur mathematischen Frühförderung - Einblicke in eine Evaluationsstudie. In U. Kortenkamp & A. Kuzle (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2017* (S. 1325-1328). Münster: WTM-Verlag.

Birklein, Laura (2018). Digitale Aufgabenformate zur Wahrnehmung und Bestimmung von Anzahlen bis 10 – Eine qualitative Analyse. In Fachgruppe Didaktik der Mathematik der Universität Paderborn (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018* (S. 301-304). Münster: WTM-Verlag.

Birklein, L. & Steinweg, A. S. (2018). Early maths via app use – some insights in the EfEKt project. In C. Benz, A. S. Steinweg, H. Gasteiger, P. Schöner, H. Vollmuth & J. Zöllner (Hrsg.), *Mathematics Education in the Early Years. Results from the POEM3 Conference, 2016* (S. 231-251). Cham: Springer.

Bishop, A. J. (1988). *Mathematical enculturation. A cultural perspective on mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Blasius, R. & Baur, N. (2019). Multivariate Datenstrukturen. In N. Baur & J. Blasius (Hrsg.), *Handbuch Methoden der empirischen Sozialforschung* (S. 1379-1400). Wiesbaden: Springer.

Blevins-Knabe, B. (2008). Fostering Early Numeracy at Home. *Encyclopedia of language and literacy development,* 1-8.

Blevins-Knabe, B. & Musun-Miller, L. (1996). Number Use at Home by Children and Their Parents and Its Relationship to Early Mathematical Performance. *Early Development and Parenting, 5* (1), 35-45.

Blevins-Knabe, B., Austin, A. B., Musun, L., Eddy, A. & Jones, R. M. (2000). Family Home Care Providers' and Parents' Beliefs and Practices Concerning Mathematics with Young Children. *Early Child Development and Care, 165* (1), 41-58.

Blum, W., Drüke-Noe, C., Leiß, D., Wiegand, B. & Jordan, A. (2005). Zur Rolle von Bildungsstandards für die Qualitätsentwicklung im Mathematikunterricht. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM), 37* (4), 267-274.

Bundesministerium für Bildung und Forschung (2019). *DigitalPakt Schule*. Abgerufen von https://www.bmbf.de/de/wissenswertes-zum-digitalpakt-schule-6496.html (20.03.2019).

Bundesministerium für Bildung und Forschung (Hrsg.). (2016). *Bildungsoffensive für die digitale Wissensgesellschaft. Strategie des Bundesministeriums für Bildung und Forschung*. Abgerufen von https://www.bmbf.de/files/Bildungsoffensive_fuer_die_digitale_Wissensgesellschaft.pdf (13.02.2019).

Bobis, J. (1993). Visualization and the development of mental computation. In W. F. Atweh, C. Kanes, M. Carss & G. Booker (Hrsg.), *Contexts in mathematics education. Proceedings of the Sixteenth Annual Confer ence of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. (S. 117-122). Brisbane: MERGA.

Bortz, J. & Döring, N. (2009). *Forschungsmethoden und Evaluation. Für Human- und Sozialwissenschaftler*. Heidelberg: Springer.

Brainerd, C. J. (1979). Learning research and Piagetian theory. In L. S. Siegel (Hrsg.), *Alternatives to Piaget. Critical essays on the theory* (S. 69-109). New York: Academic Press.

Brandenburg (2006). *Gemeinsame Erklärung zu Grundsätzen elementarer Bildung in Einrichtungen der Kindertagesbetreuung im Land Brandenburg*. Abgerufen von https://www.bildungsserver.de/Bildungsplaene-der-Bundeslaender-fuer-die-fruehe-Bildung-in-Kindertageseinrichtungen-2027-de.html (13.02.2019).

Brandes, H. (1980). *Flexibilität und Qualifikation* (Psychologie und Gesellschaft, Bd. 13). Heidelberg: Steinkopff.

Brandstädt, A., Kerner, I. O. & Horn, C. (2001). *Lehr- und Übungsbuch Informatik* (Band 2: Theorie der Informatik). München: C.H. Beck.

Brandstätter, E (1999). Konfidenzintervalle als Alternative zu Signifikanztests. *Methods of Psychological Research Online, 4* (2). Abgerufen von https://www.dgps.de/fachgruppen/methoden/mpr-online/issue7/art3/brandstaetter.pdf (13.02.2019).

Bremen (2012). *Rahmenplan für Bildung und Erziehung im Elementarbereich*. Abgerufen von https://www.bildungsserver.de/Bildungsplaene-der-Bundeslaender-fuer-die-fruehe-Bildung-in-Kindertageseinrichtungen-2027-de.html (13.02.2019).

Brissiaud, R. (1995). Le comptage oral en tant que pratique verbale : un rôle ambivalent dans le progrès des enfants. *Recherches en didactique du français langue maternelle, 12,* 143-163.

Brown, M. C., McNeil, N. M. & Glenberg, A. M. (2009). Using Concreteness in Education: Real Problems, Potential Solutions. *Child Development Perspectives, 3* (3), 160-164.

Brownell, J. O.'N., Chen, J.-Q. & Ginet, L. (2014). *Big ideas of early mathematics. What teachers of young children need to know*. Boston: Pearson.

Bruckner-Feld, J., Kastner-Koller, U. & Deimann, P. (2015). Testbesprechnung: MARKO-D. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 47* (4), 219-223.

Bruner, J. S. (2009). *The Process of Education*. Cambridge: Harvard University Press.

Bührmann, T. & Büker, P. (2015). Organisationsentwicklung und multiprofessionelle Teamarbeit im Kinderbildungshaus – eine systemische Perspektive. J*ournal of Childhood and Adolescence Research, 2,* 149-165.

Calder, N. (2015). Apps: Appropriate, Applicable, and Appealing? In T. Lowrie & R. Jorgensen (Hrsg.), *Digital Games and Mathematics Learning. Potential, Promises and Pitfalls* (S. 233-250). Dordrecht: Springer.

Carle, U. (2018). Zur curricularen Verantwortung. Bildungspläne, Lehrpläne, Standards und ihre Bedeutung für die institutionelle Anschlussfähigkeit im Bildungswesen. In M. Gutzmann & M. Lassek (Hrsg.), *Kinder beim Übergang begleiten. Von der Anschlussfähigkeit zur gemeinsamen Verantwortung* (S. 244-256). Frankfurt am Main: Grundschulverband.

CCSSO & NGA Center - National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers (Hrsg.). (2010). *Common Core State Standards (Kindergarten)*. Abgerufen von http://www.corestandards.org/Math/ (13.04.2016).

Char, C. (1989). *Computer graphic feltboards: New software apporaches for young children's mathematical exploration*. San Francisco: American Educational Research Association.

Christensen, C. A. & Cooper, T. J. (1992). The Role of Cognitive Strategies in the Transition from Counting to Retrieval of Basic Addition Facts. *British Educational Research Journal, 18* (1), 37-44.

Christensen, C. A. & Gerber, M. M. (1990). Effectiveness of computerized drill and practice games in teaching basic math facts. *Exceptionality, 1* (3), 149-165.

Clariana, R. B., Ross, S. M. & Morrison, G. R. (1991). The effects of different feedback strategies using computer-administered multiple-choice questions as instruction. *Educational Technology Research and Development, 39* (2), 5-17.

Clarke, B., Clarke, D., Grüßing, M. & Peter-Koop, A. (2008). Mathematische Kompetenzen von Vorschulkindern: Ergebnisse eines Ländervergleichs zwischen Australien und Deutschland. *Journal für Mathematik-Didaktik, 29* (3-4), 259-286.

Clearfield, M. W. & Mix, K. S. (2001). Amount Versus Number: Infants' Use of Area and Contour Length to Discriminate Small Sets. *Journal of Cognition and Development, 2* (3), 243-260.

Clements, D. H. (1984). Training effects on the development and generalization of Piagetian logical operations and knowledge of number. *Journal of Educational Psychology, 76* (5), 766-776.

Clements, D. H. (2002). Computers in Early Childhood Mathematics. *Contemporary Issues in Early Childhood,* 3 (2), 160-181.

Clements, D. H. & Sarama, J. (2002a). *Effects of a Preschool Mathematics Curriculum.* Abgerufen von http://www.ubbuildingblocks.org/ (10.04.2017).

Clements, D. H. & Sarama, J. (2002b). The Role of Technology in Early Childhood Learning. *Teaching Children Mathematics,* 340-343. Abgerufen von http://gse.buffalo.edu/fas/clements/files/Role_of_Technology.pdf (13.02.2019).

Clements, D. H. & Sarama, J. (2007a). Early childhood mathematics learning. In F. K. Lester (Hrsg.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning. A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (S. 461-555). Charlotte: Information Age Pub.

Clements, D. H. & Sarama, J. (2007b). Effects of a Preschool Mathematics Curriculum: Summative Research on the Building Blocks Project. *Journal for Research in Mathematics Education, 38* (2), 136-163.

Clements, D. H. & Sarama, J. (2007c). Einsatz von Computern in amerikanischen Vor- und Grundschulen - Ein Zwischenbericht. In H. Mitzlaff (Hrsg.), *Internationales Handbuch Computer (ICT), Grundschule,* *Kindergarten und neue Lernkultur* (S. 251-259). Baltmannsweiler: Schneider.

Clements, D. H. & Sarama, J. (2014). *Learning and teaching early math. The learning trajectories approach*. New York: Routledge.

Clements, D. H. & Swaminathan, S. (1995). Technology and school change: New lamps for old? *Journal for Research in Mathematics Education, 71*, 275-281.

Clements, D. H., Swaminathan, S. & Nastasi, B. K. (1993). Young Children and Computers: Crossroads and Directions from Research. *Young Children, 2* (48), 56-64.

Common Sense Media (2013). Zero to Eight - Children's Media Use in America 2013. Abgerufen von https://www.commonsensemedia.org/research/zero-to-eight-childrens-media-use-in-america-2013 (11.05.2017).

Dantzig, T. (1954). *Number: The Language of Science*. New York: Anchor.

Dantzig, T. & Mazur, J. (2007). *Number: The language of science*. New York: Plume.

Dehaene, S. (1999). *Der Zahlensinn oder warum wir rechnen können*. Basel: Birkhäuser.

Dempsey, J. V. & Sales, G. C. (1993). *Interactive instruction and feedback*. New York: Educational Technology Publ.

Denzin, N. K. (1970). *The research act. A theoretical introduction to sociological methods*. Abingdon: Routledge.

Deutscher, T. & Selter, C. (2013). Frühe mathematische Bildung - Forschungsbefunde und Förderkonzepte. In M. Stamm & D. Edelmann (Hrsg.), *Handbuch frühkindliche Bildungsforschung* (S. 543-556). Wiesbaden: Springer.

Dinkelaker, J. (2009). *Erziehungswissenschaftliche Videographie. Eine Einführung*. Wiesbaden: Verlag für Sozialwissenschaften.

Döring, N. (2019). Evaluationsforschung. In N. Baur & J. Blasius (Hrsg.), *Handbuch Methoden der empirischen Sozialforschung* (S. 173-185). Wiesbaden: Springer.

Dornheim, D. (2008). *Prädiktion von Rechenleistung und Rechenschwäche: Der Beitrag von Zahlen-Vorwissen und allgemein-kognitiven Fähigkeiten*. Berlin: Logos Berlin.

Dresing, T. & Pehl, T. (2015). *Praxisbuch Interview, Transkription & Analyse. Anleitungen und Regelsysteme für qualitativ Forschende*. Marburg: Dr. Dresing und Pehl.

Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P. et al. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology, 43* (6), 1428-1446.

Düringer, J. (2009). *Kritische Reflexion des Konzepts "Entdeckungen im Zahlenland" - dargestellt an dessen Beitrag zur Vermittlung des Zahlbegriffs*. München: GRIN.

Dworschak, M. (2011). Das Patschpäd. *Der Spiegel (19)*, 124-128. Abgerufen von http://www.spiegel.de/spiegel/print/d-78413784.html (16.09.2015).

Eichler, A. & Wittmann, G. (2004). Evaluation multimedialen Lernens in der Mathematikdidaktik. Ein Überblick zu Forschungszielen und -methoden. *Mathematica didactica, 27* (2), 64-91.

Einsiedler, W. (1999). *Das Spiel der Kinder. Zur Pädagogik und Psychologie des Kinderspiels*. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Elschenbroich, H.-J., Heintz, G., Körber, H., Schwarz, W. & Wetterau, P. (Medienberatung NRW, Hrsg.). (2007). *Medienkonzept Studienseminare. Ein Beitrag zur Konzeptentwicklung*. Abgerufen von http://www.medienberatung.schulministerium.nrw.de/Medienberatung-NRW/Publikationen/meko_studienseminare.pdf (28.11.2016).

Engels, E.-M. (1989). *Erkenntnis als Anpassung? Eine Studie zur evolutionären Erkenntnistheorie*. Frankfurt am Main: Suhrkamp.

Enquete-Kommission des Deutschen Bundestages (2013). *Sechster Zwischenbericht der Enquete-Kommission "Internet und digitale Gesellschaft"*. Abgerufen von http://dipbt.bundestag.de/doc/btd/17/120/1712029.pdf (20.10.2017).

Etzold, H. (2015). Klötzchen [Mobile application software]. Abgerufen von https://itunes.apple.com/de/app/kl%C3%B6tzchen/id1027746349?mt=8 (13.06.2018).

Feigenson, L., Carey, S. & Hauser, M. D. (2002). The Representations Underlying Infants' Choice of More: Object Files Versus Analog Magnitudes. *Psychological Science, 13* (2), 150-156.

Feigenson, L., Dehaene, S. & Spelke, E. S. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences, 8* (7), 307-314.

Feigenson, L. & Halberda, J. (2004). Infants chunk object arrays into sets of individuals. *Cognition, 91,* 173-190.

Feil, C. (2016). Tablets im Familienalltag von Klein- und Vorschulkindern. *Studies in Communication Sciences, 16* (1), 43-51.

Fischer, F. E. (1990). A Part-Part-Whole Curriculum for Teaching Number in the Kindergarten. *Journal for Research in Mathematics Education, 21* (3), 207-215.

Fleer, M. (2009). A Cultural-Historical Perspective on Play: Play as Leading Activity Across Cultural Communities. In I. Pramling Samuelsson & M. Fleer (Hrsg.), *Play and learning in early childhood settings. International perspectives* (S. 1-17). Dordrecht: Springer.

Flexer, R. J. (1986). The power of five: the step before the power of ten. *Arithmetic Teacher, 34* (3), 5-9.

Flick, U. (2013). *Triangulation. Eine Einführung* (Qualitative Sozialforschung). Wiesbaden: Springer.

Flick, U. (2016). *Qualitative Sozialforschung. Eine Einführung.* Reinbek bei Hamburg: Rowohlt Taschenbuch Verlag.

42 matters (2018). [Statistiken über Google Play Store und iOS App Store]. Abgerufen von https://42matters.com/stats (26.03.2018).

Franzen, A. (2019). Antwortskalen in standardisierten Befragungen. In N. Baur & J. Blasius (Hrsg.), *Handbuch Methoden der empirischen Sozialforschung* (S. 843-854). Wiesbaden: Springer.

Freud, S. (1980). Brief an Zweig vom 17.10.1937. In E. Freud & H. Meng (Hrsg.), *Briefe 1909 – 1939* (S. 454). Frankfurt a. M.: Fischer.

Freudenthal, H. (1977). M*athematik als pädagogische Aufgabe.* Stuttgart: Klett.

Friedrich, G., Galgóczy-Mécher, V. & Schindelhauer, B. (2011). *Komm mit ins Zahlenland. Eine spielerische Entdeckungsreise in die Welt der Mathematik.* Freiburg: Herder.

Fritz, A., Ehlert, A. & Balzer, L. (2013). Development of mathematical concepts as basis for an elaborated mathematical understanding. *South African Journal of Childhood Education, 3*(1), 38-67.

Fritz, A. & Ricken, G. (2009). Grundlagen des Förderkonzepts "Kalkulie". In A. Fritz, G. Ricken & S. Schmidt (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche* (S. 374-395). Weinheim: Beltz.

Fritz, A., Ricken, G. & Gerlach, M. (2007). *Handreichung zur Durchführung der Diagnose (Kalkulie, Diagnose- und Trainingsprogramm für rechenschwache Kinder)*. Berlin: Cornelsen.

Fthenakis, W. E. (2006). *Elementarpädagogik nach PISA. Wie aus Kindertagesstätten Bildungseinrichtungen werden können* (5. Auflage). Freiburg im Breisgau: Herder.

Fuson, K. C. (1988). *Children's Counting and Concepts of Number.* New York: Springer.

Fuson, K. C. & Hall, J. W. (1983). The acquisition of early number word meanings: A conceptual analysis and review. In H. Ginsburg (Hrsg.), *The Development of mathematical thinking* (S. 50-109). New York: Academic Press.

Gaidoschik, M. (2010a). *Die Entwicklung von Lösungsstrategien zu den additiven Grundaufgaben im Laufe des ersten Schuljahres.* (Nicht veröffentlichte Dissertation). Universität Wien. Abgerufen von http://othes.univie.ac.at/9155/ (15.02.2019).

Gaidoschik, M. (2010b). W*ie Kinder rechnen lernen - oder auch nicht. Eine empirische Studie zur Entwicklung von Rechenstrategien im ersten Schuljahr.* Frankfurt am Main: Lang.

Gaidoschik, M. (2013). *Rechenschwäche vorbeugen. 1. Schuljahr: Vom Zählen zum Rechnen: Das Handbuch für LehrerInnen und Eltern.* Wien: G&G Kinder- und Jugendbuch.

Gaidoschik, M. (2015). *Rechenschwäche verstehen - Kinder gezielt fördern. Ein Leitfaden für die Unterrichtspraxis.* Hamburg: Persen.

Gasteiger, H. (2010). *Elementare mathematische Bildung im Alltag der Kindertagesstätte. Grundlegung und Evaluation eines kompetenzorientierten Förderansatzes.* Münster: Waxmann.

Gasteiger, H. (2013). Förderung elementarer mathematischer Kompetenzen durch Würfelspiele - Ergebnisse einer Interventionsstudie. In G. Greefrath, F. Käpnick & M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013 Digital* (S. 336-339). Abgerufen von http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/bzmu2013/Einzelvortraege/BzMU13-Gasteiger.pdf (13.06.2016).

Gasteiger, H. (2017). Frühe mathematische Bildung – sachgerecht, kindgemäß, anschlussfähig. In S. Schuler, C. Streit & G. Wittmann (Hrsg.), *Perspektiven mathematischer Bildung im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule* (S. 9-26). Wiesbaden: Springer.

Gasteiger, H. & Benz, C. (2018a). Enhancing and analyzing kindergarten teachers' professional knowledge for early mathematics education. *The Journal of Mathematical Behavior, 51*, 109-117.

Gasteiger, H. & Benz, C. (2018b). Mathematics education competence of professionals in early childhood education - a theory-based competence model. In C. Benz, A. S. Steinweg, H. Gasteiger, P. Schöner, H. Vollmuth & J. Zöllner (Hrsg.), *Mathematics Education in the Early Years. Results from the POEM3 Conference, 2016* (S. 69-91). Cham: Springer.

Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1979). The Child's Understanding of Number. *Journal for Research in Mathematics Education, 10,* (5), 383-387.

Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1986). *The child's understanding of number.* Cambridge: Harvard University Press.

Gerster, H.-D. (1994). Arithmetik im Anfangsunterricht. In A. Abele & H. Kalmbach (Hrsg.), *Handbuch zur Grundschulmathematik. Anregungen und Beispiele zum Bildungsplan Baden-Württembergs* (S. 35-102). Stuttgart: Klett.

Gerster, H.-D. & Schultz, R. (2004). *Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. Bericht zum Forschungsprojekt „Rechenschwäche - erkennen, beheben, vorbeugen".* Freiburg: Pädagogische Hochschule Freiburg. Abgerufen von https://phfr.bsz-bw.de/files/16/gerster.pdf (14.02.2019).

Ginsburg, H. & Ertle, B. (2008). Knowing the mathematics in early childhood mathematics. In O. N. Saracho & B. Spodek (Hrsg.), *Contemporary perspectives on mathematics in early childhood education* (S. 45-66). Charlotte: Information Age Publishing.

Ginsburg, H., Kossan, N. E., Schwartz, R. & Swanson, D. (1983). Protocol methods in research on mathematical thinking. In H. Ginsburg (Hrsg.), *The Development of mathematical thinking* (S. 7-47). New York: Academic Press.

Ginsburg, H., Lee, J. S. & Boyd, J. S. (2008). Mathematics education for young children: What it is and how to promote it. *Report of the Society for Research in Child Development, 22* (1), 3-22.

Glaser, B. G., Strauss, A. L. & Paul, A. T. (2008). *Grounded theory. Strategien qualitativer Forschung.* Bern: Huber.

Glasersfeld, E. (1987). *Wissen, Sprache und Wirklichkeit. Arbeiten zum radikalen Konstruktivismus.* Braunschweig: Vieweg+Teubner.

Grassmann, M., Klunter, M., Köhler, E., Mirwald, E., Raudies, M. & Thiel, O. (2003). *Was können Kinder am Ende der Klasse 1?*. Potsdam: Universitätsverlag Potsdam.

Gray, E. M. (1991). An Analysis of Diverging Approaches to Simple Arithmetic: Preferences and Its Consequences. *Educational Studies in Mathematics, 22* (6), 551-574.

Gray, E. M. & Tall, D. O. (1994). Duality, Ambiguity, and Flexibility: A "Proceptual" View of Simple Arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education, 25* (2), 116-140.

Grube, D. & Hasselhorn, M. (2006). Längsschnittliche Analysen zur Lese-, Rechtschreib- und Mathematikleistung im Grundschulalter: zur Rolle von Vorwissen, Intelligenz, phonologischem Arbeitsgedächtnis und phonologischer Bewusstheit. In I. Hosenfeld & F. W. Schrader (Hrsg.), *Schulische Leistung. Grundlagen, Bedingungen, Perspektiven* (S. 87-105). Münster: Waxmann.

Haller, W. & Schütte, S. (2007). *Die Matheprofis*. München: Oldenbourg.

Hamburg (2012). *Hamburger Bildungsempfehlungen für die Bildung und Erziehung von Kindern in Tageseinrichtungen*. Abgerufen von https://www.bildungsserver.de/Bildungsplaene-der-Bundeslaender-fuer-die-fruehe-Bildung-in-Kindertageseinrichtungen-2027-de.html (13.02.2019).

Hannula, M. M., Räsänen, P. & Lehtinen, E. (2007). Development of Counting Skills: Role of Spontaneous Focusing on Numerosity and Subitizing-Based Enumeration. *Mathematical Thinking and Learning, 9* (1), 51-57.

Hartmann, M. (2006). *Das Pop-up-Ikonogramm – Entwicklung und Evaluation einer multicodalen Instruktionsform für mathematische Lerninhalte*. (Dissertation). Erlangen-Nürnberg: Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg. Abgerufen von https://opus4.kobv.de/opus4-fau/frontdoor/index/index/start/0/rows/20/sortfield/score/sortorder/desc/searchtype/simple/query/hartmann+mutfried/docId/399 (25.03.2019).

Hasemann, K., Gasteiger, H. & Padberg, F. (2014). *Anfangsunterricht Mathematik*. Berlin: Springer.

Haugland, S. W. (2000). What Role Should Technology Play in Young Children's Learning? Part 2. Early Childhood Classrooms in the 21st

Century: Using Computers to Maximize Learning. *Young Children, 1* (55), 12-18.

Stiftung Haus der kleinen Forscher (Hrsg.). (2015). *Pädagogischer Ansatz der Stiftung "Haus der kleinen Forscher". Anregungen für die Lernbegleitung in Naturwissenschaften, Mathematik und Technik*. Abgerufen von https://www.haus-der-kleinen-forscher.de/fileadmin/Redaktion/1_Forschen/Paedagogik/Paedagogikbroschuere.pdf (14.02.2019).

Heinze, A. & Grüßing, M. (Hrsg.). (2009). *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium. Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung für den Mathematikunterricht*. Münster: Waxmann.

Hellmich, F. (2007). Möglichkeiten der Förderung mathematischer Vorläuferfähigkeiten im vorschulischen Bereich. *bildungsforschung, 4*. Abgerufen von http://bildungsforschung.org/index.php/bildungsforschung/article/viewFile/61/64 (21.04.2017).

Hellmich, F. & Köster, H. (Hrsg.). (2008). *Vorschulische Bildungsprozesse in Mathematik und Naturwissenschaften*. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Herrle, M., Kade, J. & Nolda, S. (2013). Erziehungswissenschaftliche Videographie. In B. Friebertshäuser, A. Langer & A. Prengel (Hrsg.), *Handbuch qualitative Forschungsmethoden in der Erziehungswissenschaft* (S. 599-619). Weinheim: Beltz.

Hess, K. (2011). Fach- und Kompetenzorientierung im Kindergarten. In R. Haug & L. Holzäpfel (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2011, 45. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 21.02.2011 bis 25.02.2011 in Freiburg* (S. 383-386). Hildesheim: Franzbecker.

Hess, K. (2012). *Kinder brauchen Strategien. Eine frühe Sicht auf mathematisches Verstehen*. Seelze: Klett & Kallmeyer.

Hessen (2016). *Bildung von Anfang an. Bildungs- und Erziehungsplan für Kinder von 0 bis 10 Jahren in Hessen* (5. Auflage). Wiesbaden: Hessisches Sozialministerium.

Hickethier, K. (2007). *Film- und Fernsehanalyse*. Stuttgart: Metzler.

Hoenisch, N. & Niggemeyer, E. (2007). *Mathe-Kings. Junge Kinder fassen Mathematik an*. Weimar: Verlag das Netz.

Hopf, C. (2015). Qualitative Interviews - ein Überblick. In U. Flick (Hrsg.), *Qualitative Forschung. Ein Handbuch* (S. 349-360). Reinbek bei Hamburg: Rowohlt.

Hugger, K.-U., Tillmann, A., Bader, J., Cwielong, I. & Kratzer, V. (2013). Kids Mobile Gaming: Mobiles Spielen bei Kindern im Alter von 6 bis 13 Jahren. *Diskurs Kindheits- und Jugendforschung, 2,* 205-222.

Huizinga, J. (1991). *Homo ludens. Vom Ursprung der Kultur im Spiel*. Reinbek bei Hamburg: Rowohlt.

Hunting, R. P. (1997). Clinical interview methods in mathematics education research and practice. *The Journal of Mathematical Behavior, 16* (2), 145-165.

Hussy, W., Echterhoff, G. & Schreier, M. (2013). *Forschungsmethoden in Psychologie und Sozialwissenschaften für Bachelor*. Berlin: Springer.

Institut für Demoskopie Allensbach (2014). *Digitale Medienbildung in Grundschule und Kindergarten*. Abgerufen von https://www.telekom-stiftung.de/sites/default/files/files/media/publications/ergebnisse_allensbach-umfrage_gesamt.pdf (21.03.2018).

Irion, T. (2018). Wozu digitale Medien in der Grundschule? Sollte das Thema Digitalisierung in Grundschulen tabuisiert werden? *Grundschule aktuell, 142,* 3-7.

Irion, T. & Scheiter, K. (2018). Didaktische Potenziale digitaler Medien. Der Einsatz digitaler Technologien aus grundschul- und mediendidaktischer Sicht. *Grundschule aktuell, 142,* 8-11.

Irwin, K. C. (1996). Children's Understanding of the Principles of Covariation and Compensation in Part-Whole Relationships. *Journal for Research in Mathematics Education, 27* (1), 25-40.

Issing, L. J. (2002). Instruktionsdesign für Multimedia. In L. J. Issing & P. Klimsa (Hrsg.), *Information und Lernen mit Multimedia und Internet. Lehrbuch für Studium und Praxis* (S. 194-220). Weinheim: Beltz.

Janczyk, M. & Pfister, R. (2015). *Inferenzstatistik verstehen.* Heidelberg: Springer.

JIM-Studie, Medienpädagogischer Forschungsverbund Südwest (Hrsg.). (2016). *JIM 2016. Jugend, Information, (Multi-)Media. Basisstudie zum Medienumgang 12- bis 19-Jähriger in Deutschland*, Abgerufen von https://www.mpfs.de/studien/jim-studie/2016/ (11.05.2017).

JMK & KMK, Jugendministerkonferenz und Kultusministerkonferenz (2004). *Gemeinsamer Rahmen der Länder für die frühe Bildung in Kindertageseinrichtungen.* Abgerufen unter http://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_06_04-Fruehe-Bildung-Kitas.pdf (12.10.2017).

Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C. & Locuniak, M. N. (2009). Early Math Matters: Kindergarten Number Competence and Later Mathematics Outcomes. *Developmental Psychology, 45* (3), 850-867.

Kaminski, J. A., Sloutsky, V. M. & Heckler, A. (2009). Transfer of Mathematical Knowledge. The Portability of Generic Instantiations. *Child Development Perspectives, 3* (3), 151-155.

Kaufman, E. L., Lord, M. W., Reese, T. W. & Volkmann, J. (1949). The Discrimination of Visual Number. *The American Journal of Psychology, 62* (4), 498-525.

Kaufmann, S. & Lorenz, J. H. (2009). *Elementar: Erste Grundlagen in Mathematik. Heft zur Standortbestimmung für 4-5-Jährige (Mathe)*. Braunschweig: Westermann.

Kaufmann, L; Nürk, H.-C.; Graf, M.; Krinzinger, H.; Delazer M. & Willmes, K. (2009). *TEDI-MATH. Test zur Erfassung numerisch-rechnerischer Fertigkeiten vom Kindergarten bis zur 3. Klasse*. Bern: Hans Huber.

Kelle, U. (2019). Mixed Methods. In N. Baur & J. Blasius (Hrsg.), *Handbuch Methoden der empirischen Sozialforschung* (S. 159-172). Wiesbaden: Springer.

Kelle, U. & Erzberger, C. (2015). Qualitative und quantitative Methoden: kein Gegensatz. In U. Flick (Hrsg.), *Qualitative Forschung. Ein Handbuch* (S. 299-309). Reinbek bei Hamburg: Rowohlt.

Kerres, M. (2003). Wirkungen und Wirksamkeit neuer Medien in der Bildung. In R. Keil-Slawik (Hrsg.), *Wirkungen und Wirksamkeit neuer Medien in der Bildung. Education quality forum 2002* (S. 31-44). Münster: Waxmann.

Kerres, M. (2013). *Mediendidaktik. Konzeption und Entwicklung mediengestützter Lernangebote* (4. Auflage). München: Oldenbourg.

Kerres, M. & de Witt, C. (2002). Quo vadis Mediendidaktik? Zur theoretischen Fundierung von Mediendidaktik. *Medienpädagogik, Zeitschrift für Theorie und Praxis in der Medienbildung, 6*, 1-22.

KIM-Studie, Medienpädagogischer Forschungsverbund Südwest (Hrsg.). (2016). *KIM 2016. Kindheit, Internet, Medien. Basisstudie zum Medienumgang 6- bis 13-Jähriger in Deutschland*. Abgerufen von https://www.mpfs.de/studien/kim-studie/2016/ (11.05.2017).

Kirchhöfer, D. (2004). *Lernkultur Kompetenzentwicklung. Begriffliche Grundlagen*. Abgerufen von http://www.abwf.de/main/publik/content/main/publik/handreichungen/begriffliche_grundlagen.pdf (15.02.2019).

Kittler, F. A. (2003). *Aufschreibesysteme 1800 – 1900.* München: Fink.

Klibanoff, R. S., Levine, S. C., Huttenlocher, J., Vasilyeva, M. & Hedges, L. V. (2006). Preschool Children's Mathematical Knowledge: The Effect of Teacher "Math Talk". *Developmental Psychology, 42* (1), 59-69.

Kluczniok, K., Anders, Y. & Ebert, S. (2011). Fördereinstellungen von Erzieherinnen Einflüsse auf die Gestaltung von Lerngelegenheiten im Kindergarten und die kindliche Entwicklung früher numerischer Kompetenzen. *Frühe Bildung, 0,* 13-21.

KMK, Kultusministerkonferenz (Hrsg.). (2005). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich.* Abgerufen von http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_10_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf (13.10.2016).

KMK, Kultusministerkonferenz (Hrsg.). (2016). *Bildung in der digitalen Welt. Strategie der Kultusministerkonferenz*. Abgerufen von https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/pdf/PresseUndAktuelles/2016/Bildung_digitale_Welt_Webversion.pdf (12.10.2017).

Knauf, H. (2011). *Bildungsbereich Medien (Frühe Bildung und Erziehung)*. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Knogler, M., Mok, S. Y. & CHU Research Group. (2017). *Sind digitale Spiele lernförderlicher und motivierender als reguläre Lernangebote?* Abgerufen von https://www.clearinghouse.edu.tum.de/wp-content/uploads/2018/12/CHU_KR-3_Wouters2_2013_Digitale-Spiele-und-Motivation.pdf (15.02.2019).

Konrad, F.-M. (2014). Frühe Bildung. Thesen und Anmerkungen zur Geschichte, Gegenwart und Zukunft des Verhältnisses von Kindergarten und (Grund-)Schule. In P. Cloos, K. Hauenschild, I. Pieper & M. Baader (Hrsg.), *Elementar- und Primarpädagogik. Internationale Diskurse im Spannungsfeld von Institutionen und Ausbildungskonzepten* (S. 11-22). Wiesbaden: Springer.

Kopf, M., Leibold, J. & Seidl, T. (2010). *Kompetenzen in Lehrveranstaltungen und Prüfungen*. (Mainzer Beiträge zur Hochschulentwicklung). Mainz: Zentrum für Qualitätssicherung und –entwicklung.

Kortenkamp, U., Brandt, B., Benz, C., Krummheuer, G., Ladel, S. & Vogel, R. (Hrsg.). (2014). *Early Mathematics Learning. Selected Papers of the POEM 2012 Conference*. New York: Springer.

Koschak, J. (2008). Standardabweichung und Standardfehler: der kleine, aber feine Unterschied. *Zeitschrift für Allgemeinmedizin, 84* (6), 258-260.

Krajewski, K. (2003). V*orhersage von Rechenschwäche in der Grundschule*. Hamburg: Kovač.

Krajewski, K. (2005). Vorschulische Mengenbewusstheit von Zahlen und ihre Bedeutung für die Früherkennung von Rechenschwäche. In M. Hasselhorn, H. Marx & W. Schneider (Hrsg.), *Diagnostik von Mathematikleistungen* (S. 49-70). Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K. (2008a). Vorschulische Förderung bei beeinträchtigter Entwicklung mathematischer Kompetenzen. In J. Borchert (Hrsg.), *Frühe Förderung entwicklungsauffälliger Kinder und Jugendlicher* (S. 122-135). Stuttgart: Kohlhammer.

Krajewski, K. (2008b). Vorschulische Förderung mathematischer Kompetenzen. In F. Petermann & W. Schneider (Hrsg.), *Angewandte Entwicklungspsychologie* (S. 275-304). Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K. (2018). *MBK-0. Test mathematischer Basiskompetenzen im Kindergarten*. Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K. & Ennemoser, M. (2013a). Entwicklung und Diagnostik der Zahl-Größen-Verknüpfung zwischen 3 und 8 Jahren. In M. Hasselhorn, A. Heinze, W. Schneider & U. Trautwein (Hrsg.), *Diagnostik mathematischer Kompetenzen* (S. 41-65). Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K. & Ennemoser, M. (2013b). Entwicklungsorientierte Diagnostik mathematischer Basiskompetenzen in den Klassen 5 bis 9. In M. Hasselhorn, A. Heinze, W. Schneider & U. Trautwein (Hrsg.), *Diagnostik mathematischer Kompetenzen* (S. 225-240). Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K., Grüßing, M. & Peter-Koop, A. (2009). Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen bis zum Beginn der Grundschulzeit. In A. Heinze & M. Grüßing (Hrsg.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium. Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung für den Mathematikunterricht* (S. 17-34). Münster: Waxmann.

Krajewski, K., Nieding, G. & Schneider, W. (2007). *Mengen, zählen, Zahlen. Die Welt der Mathematik verstehen; die große Förderbox*. Berlin: Cornelsen.

Krajewski, K., Nieding, G. & Schneider, W. (2008). Kurz- und langfristige Effekte mathematischer Frühförderung im Kindergarten durch das Programm „Mengen, zählen, Zahlen". *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 40,* 135-146.

Krajewski, K. & Schneider, W. (2006). Mathematische Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter und ihre Vorhersagekraft für die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit. *Psychologie in Erziehung und Unterricht, 4,* 246-262.

Krajewski, K. & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction, 19,* 513-526.

Krajewski, K. & Simanowski, S. (2017). Qualitätskriterien für Förderansätze zur Prävention von Rechenschwäche. *Frühförderung interdisziplinär, 36,* 93-105.

Kratzsch, J. (2016). Bildungspläne. Handlungsleitfäden für die Verstetigung medienpädagogischer Arbeit im Elementarbereich. In J. Lauffer & R. Röllecke (Hrsg.), *Krippe, Kita, Kinderzimmer Medienpädagogik von Anfang an. Medienpädagogische Konzepte und Perspektiven* (S. 79-84). München: Kopaed.

Krauthausen, G. (1994). *Arithmetische Fähigkeiten von Schulanfängern. Eine Computersimulation als Forschungsinstrument und als Baustein eines Softwarekonzeptes für die Grundschule*. Wiesbaden: Deutscher Universitätsverlag.

Krauthausen, G. (2005). Computer im Mathematikunterricht der Grundschule - Ernüchterung eingekehrt? In G. Graumann (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2005.* (S. 25-32). Hildesheim: Franzbecker.

Krauthausen, G. (2012a). *Digitale Medien im Mathematikunterricht der Grundschule* (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe). Heidelberg: Springer.

Krauthausen, G. (2012b). Tablet-Apps - neuer Anlauf für digitale Medien in der Grundschule? In M. Ludwig & M. Kleine (Hrsg.), *Beiträge zum*

Mathematikunterricht 2012 Digital. Abgerufen von http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/bzmu2012/files/BzMU12_0005_Krauthausen.pdf (14.12.2015).

Krauthausen, G. & Lorenz, J. H. (2008). Computereinsatz im Mathematikunterricht. In G. Walther (Hrsg.), *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret. Aufgabenbeispiele - Unterrichtsanregungen - Fortbildungsideen* (S. 162-183). Berlin: Cornelsen.

Krauthausen, G. & Scherer, P. (2007). *Einführung in die Mathematikdidaktik*. München: Spektrum Akademischer Verlag.

Krosnick, J. A., Narayan, S. S. & Smith, W. R. (1996). Satisficing in surveys: Initial evidence. In M. T. Braverman & J. K. Slater (Hrsg.), *Advances in survey research* (S. 29-44). San Francisco: Jossey-Bass.

Kuckartz, U., Dresing, T., Rädiker, S. & Stefer, C. (2008). *Qualitative Evaluation. Der Einstieg in die Praxis*. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Kulik, C.-L. C. & Kulik, J. A. (1991). Effectiveness of computer-based instruction: An updated analysis. *Computers in Human Behavior, 7,* 75-94.

Kupferman, R. & Schocken, S. (2013). *The Matific Approach to Early-Age Math Education*. Abgerufen von https://www.matific.com/static/downloads/The%20Matific%20Approach.pdf (31.10.2016).

Ladel, S. (2009). *Multiple externe Repräsentationen (MERs) und deren Verknüpfung durch Computereinsatz. Zur Bedeutung für das Mathematiklernen im Anfangsunterricht*. Hamburg: Kovač.

Ladel, S. & Dimartino, M. (2014). Anwendungen am Multitouch-Tisch - Analyse und Design auf Basis der Artifact-Centric Activity Theory. In S. Ladel & C. Schreiber (Hrsg.), *Von Audiopodcast bis Zahlensinn* (S. 111-130). Münster: WTM.

Ladel, S. & Kortenkamp, U. (2014). Number Concepts - Processes of Internalization and Externalization by the Use of Multi-Touch Technology. In U. Kortenkamp, B. Brandt, C. Benz, G. Krummheuer, S. Ladel & R. Vogel (Hrsg.), *Early Mathematics Learning. Selected Papers of the POEM 2012 Conference* (S. 237-256). New York: Springer.

Lamberty, K. (2007). *Getting and keeping children engaged with constructionist design tool for craft and mathematics* (Nicht veröffentlichte Dissertation). Atlanta: Georgia Institute of Technology Abgerufen von https://smartech.gatech.edu/bitstream/handle/1853/14589/lamberty_kristin_k_200705_phd.pdf (21.03.2018).

Lamnek, S. (2010). *Qualitative Sozialforschung. Lehrbuch*. Weinheim: Beltz.

Lamnek, S. & Krell, C. (2016). *Qualitative Sozialforschung. Mit Online-Materialien*. Weinheim: Beltz.

Lange, T. & Meaney, T. (2013). Ipads and mathematical play: A new kind of sandpit for young children? In B. Ubuz, C. Haser & M. A. Mariotti (Hrsg.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Research in Mathematics Education* (S. 2138-2147).

LauBe, Institut für Schulqualität der Länder Berlin und Brandenburg e.V. (Hrsg.). (2015). *Lernausgangslage Berlin*. Abgerufen von https://www.laube.isq-bb.de/laube-start-index (17.07.2018).

Leder, M. (2014). Unsinn im Zahlenland. *Theorie und Praxis der Sozialpädagogik, 7*, 40-42.

Lee, K. (2014). *Kinder erfinden Mathematik. Gestaltendes Tätigsein mit gleichem Material in großer Menge*. Weimar: verlag das netz.

Lefevre, J.-A., Clarke, T. & Stringer, A. P. (2002). Influences of Language and Parental Involvement on the Development of Counting Skills: Comparisons of French- and English-speaking Canadian Children. *Early Child Development and Care, 172* (3), 283-300.

LeFevre, J.-A., Polyzoi, E., Skwarchuk, S.-L., Fast, L. & Sowinski, C. (2010). Do home numeracy and literacy practices of Greek and Canadian parents predict the numeracy skills of kindergarten children? *International Journal of Early Years Education, 18* (1), 55-70.

LeFevre, J.-A., Skwarchuk, S.-L., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Kamawar, D. & Bisanz, J. (2009). Home numeracy experiences and children's math performance in the early school years. *Canadian Journal of Behavoioural Science, 41* (2), 55-66.

Lembke, E. & Foegen, A. (2009). Identifying Early Numeracy Indicators for Kindergarten and First-Grade Students. *Learning Disabilities Research & Practice, 24* (1), 12-20.

Lembrér, D. & Meaney, T. (2016). Preschool children learning mathematical thinking on interactive tables. In T. Meaney, O. Helenius, M. L. Johansson, T. Lange & A. Wernberg (Hrsg.), *Mathematics education in* *the early years. Results from the POEM2 Conference, 2014* (S. 235-254). Cham: Springer.

Leslie, A. M. & Chen, M. L. (2007). Individuation of pairs of objects in infancy. *Developmental Science, 10* (4), 423-430.

Leuchter, M. (2014). Anschlussfähige Bildungskonzepte für pädagogische Fachkräfte und Grundschullehrpersonen. In A. Schmitt, G. Mey, A. Schwentesius & R. Vock (Hrsg.), *Mathematik und Naturwissenschaften anschlussfähig gestalten. Konzepte, Erfahrungen und Herausforderungen der Kopperation von Kita und Grundschule* (S. 29-42). Köln: Link.

Libertus, M. E., Feigenson, L. & Halberda, J. (2013). Numerical approximation abilities correlate with and predict informal but not formal mathematics abilities. *Journal of experimental child psychology, 116* (4), 829-838.

Liegle, L. (2006). *Bildung und Erziehung in früher Kindheit.* Stuttgart: Kohlhammer.

Lindemann, O., Kortenkamp, U. & Etzold, H. (2018). Kognitive Effekte der Mengenrepräsentation auf die Verarbeitung subsymbolischer Stellenwerttafeln. In U. Kortenkamp & A. Kuzle (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2017* (S. 605-608). Münster: WTM.

Lindmeier, A. & Heinze, A. (2016). Strategien bei der Anzahlerfassung in strukturierten Zahldarstellungen - eine vergleichende Eye-Tracking Studie. In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. 1381-1384). Münster: WTM.

Lorenz, J. H. (2009). Diagnose und Prävention von Rechenschwäche als Herausforderung im Elementar- und Primarbereich. In A. Heinze & M. Grüßing (Hrsg.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium. Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung für den Mathematikunterricht* (S. 35-46). Münster: Waxmann.

Lorenz, J. H. (2011). *Test zur Früherfassung von Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht. Hamburger Rechentest für die Klassen 1-4.* Hamburg: Behörde für Schule und Berufsbildung.

Lorenz, J. H. (2012). *Kinder begreifen Mathematik. Frühe mathematische Bildung und Förderung.* Stuttgart: Kohlhammer.

Lorenz, J. H. (2016). *Kinder begreifen Mathematik. Frühe mathematische Bildung und Förderung.* Stuttgart: Kohlhammer.

Lowe, R. & Schnotz, W. (2008). A unified view of learning from animated and static graphics. In R. Lowe & W. Schnotz (Hrsg.), *Learning with animation. Research implications for design* (S. 304-356). Cambridge: Cambridge University Press.

Luhmann, N. (2009). *Die Realität der Massenmedien*. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Lüken, M. (2012). *Muster und Strukturen im mathematischen Anfangsunterricht. Grundlegung und empirische Forschung zum Struktursinn von Schulanfängern*. Münster: Waxmann.

Macmillan, A. (2002). Numeracy Play-How Mathematical Is it? *Australian Primary Mathematics Classroom*, 7 (4), 9-15.

Mandl, H. & Reinmann-Rothmeier, G. (2000). *Lernen mit neuen Medien*. Abgerufen von http://computerphilologie.uni-muenchen.de/jg00/mandl.html (11.06.2018).

Mandler, G. & Shebo, B. J. (1982). Subitizing: An analysis of its component processes. *Journal of Experimental Psychology, 111* (1), 1-22.

Mason, B. J. & Bruning, R. H. (2001). *Providing Feedback in Computer-based Instruction: What the Research Tells Us*. Abgerufen von https://www.researchgate.net/publication/247291218_Providing_Feedback_in_Computer-based_Instruction_What_the_Research_Tells_Us (15.02.2019).

Mayer, R. E. (2001). *Multimedia learning* (1. Auflage). Cambridge: Cambridge University Press.

Mayer, R. E. (2009). *Multimedia learning* (2. Auflage). Cambridge: Cambridge University Press.

Mayer, R. E., Bove, W., Bryman, A., Mars, R. & Tapangco, L. (1996). When less is more: Meaningful learning from visual and verbal summaries of science textbook lessons. *Journal of Educational Psychology, 88* (1), 64-73.

Mayer, R. E. & Chandler, P. (2001). When learning is just a click away. Does simple user interaction foster deeper understanding of multimedia messages? *Journal of Educational Psychology, 93* (2), 390-397.

Mayring, P. (2002). *Einführung in die qualitative Sozialforschung. Eine Anleitung zu qualitativem Denken*. Weinheim: Beltz.

Mayring, P. (2010). *Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken*. Weinheim: Beltz.

Mecklenburg-Vorpommern (2011). *Bildungskonzeption für 0- bis 10-Jährige in Mecklenburg-Vorpommern. Zur Arbeit in Kindertageseinrichtungen und Kindertagespflege*. Schwerin. Abgerufen von https://www.bildungsserver.de/Bildungsplaene-der-Bundeslaender-fuer-die-fruehe-Bildung-in-Kindertageseinrichtungen-2027-de.html (13.02.2019).

Meinhardt, F. H. (o.D.). *Teil 3: Schließende Statistik*. Abgerufen von http://www.statistik-mathematik.uni-wuerzburg.de/fileadmin/10040800/_temp_/kapbio_9.pdf (02.05.2017).

Menold, N. & Bogner, K. (2015). *Gestaltung von Ratingskalen in Fragebögen*. Mannheim: GESIS - Leibniz-Institut für Sozialwissenschaften. Abgerufen von https://www.gesis.org/fileadmin/upload/SDMwiki/Archiv/Ratingskalen_MenoldBogner_012015_1.0.pdf (15.02.2019).

Millner, M. (1996). *Das Beta-Kind. Fernsehen und kindliche Entwicklung aus kinderpsychiatrischer Sicht*. Bern: Huber.

Milman, N. B., Carlson-Bancroft, A. & Boogart, A. V. (2014). Examining Differentiation and Utilization of iPads Across Content Areas in an Independent, PreK–4th Grade Elementary School. *Computers in the Schools, 31* (3), 119-133.

MiniKIM-Studie, Medienpädagogischer Forschungsverbund Südwest (Hrsg.). (2012). *miniKIM 2012. Kleinkinder und Medien*. Abgerufen von http://www.mpfs.de/fileadmin/miniKIM/2012/PDF/miniKIM12.pdf (12.03.2016).

MiniKIM-Studie, Medienpädagogischer Forschungsverbund Südwest (Hrsg.). (2014). *miniKIM 2014. Kleinkinder und Medien. Basisstudie zum Medienumgang 2- bis 5-Jähriger in Deutschland*. Abgerufen von https://www.mpfs.de/studien/jim-studie/2016/ (11.05.2017).

Mitzlaff, H. & Speck-Hamdan, A. (1998). *Grundschule und neue Medien*. Frankfurt am Main: Arbeitskreis Grundschule.

Montague-Smith, A. (2002). *Mathematics in nursery education*. London: David Fulton.

Moritz, C. (2014). Vor, hinter, für und mit der Kamera: Viergliedriger Video-Analyserahmen in der Qualitativen Sozialforschung. In C. Moritz (Hrsg.), *Transkription von Video- und Filmdaten in der Qualitativen Sozialforschung. Multidisziplinäre Annäherungen an einen komplexen Datentypus* (S. 17-54). Wiesbaden: Springer.

Moser Opitz, E. (2008). *Zählen, Zahlbegriff, Rechnen. Theoretische Grundlagen und eine empirische Untersuchung zum mathematischen Erstunterricht in Sonderklassen*. Bern: Haupt.

Moyer-Packenham, P. & Suh, J. (2012). Learning Mathematics with Technology: The Influence of Virtual Manipulatives on Different Achievement Groups. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 31*, (1), 39-59.

Moyer-Packenham, P. S., Bullock, E., Shumway, J. F., Tucker, S. I., Watts, C., Westenskow, A. et al. (2016). The role of affordances in children's learning performance and efficiency when using virtual manipulative mathematics touch-screen apps. *Mathematics Education Research Journal, 28* (1), 79-105.

Moyer-Packenham, P. S., Litster, K, Bullock, E. P. & Shumway, J. F. (2018). Using video analysis to explain how virtual manipulative app alignment affects children's mathematical learning. In L. Ball, P. Drijvers, S. Ladel, H.-S. Siller, M. Tabach & C. Vale (Hrsg.), *Uses of Technology in Primary and Secondary Mathematics Education* (S. 9-34). Cham: Springer.

Musch, J. (1999). Die Gestaltung von Feedback in computergestützten Lernumgebungen. Modelle und Befunde. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 13* (3), 148-160.

NAEYC & NCTM. (2002/updated 2010). *Early Childhood Mathematics: Promoting Good Beginnings*. Abgerufen von http://www.naeyc.org/files/naeyc/file/positions/psmath.pdf (29.04.2016).

Napier, C. (2014). How use of screen media affects the emotional development of infants. *Primary Health Care, 24* (2), 18-25.

Narciss, S. (2006). *Informatives tutorielles Feedback. Entwicklungs- und Evaluationsprinzipien auf der Basis instruktionspsychologischer Erkenntnisse*. Münster: Waxmann.

NCTM - National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics. An overview*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Neo, M. & Neo, K. T. K. (2001). Innovative teaching: Using multimedia in a problem-based learning environment. *Educational Technology & Society, 4* (4), 19-31.

Neuß, N. (2007). Begründungen, Etablierung und Erfahrungen des Computereinsatzes in Kindertagesstätten. In H. Mitzlaff (Hrsg.), *Internationales Handbuch Computer (ICT), Grundschule, Kindergarten und neue Lernkultur* (S. 349-356). Baltmannsweiler: Schneider.

Neuß, N. (2013a). Medienkompetenz fördern. *DGUV Kinder Kinder, 4*, 4-5.

Neuß, N. (2013b). Medienkompetenz in der frühen Kindheit. In Bundesministerium für Familie, Senioren, Frauen und Jugend (Hrsg.), *Medienkompetenzförderung für Kinder und Jugendliche. Eine Bestandsaufnahme* (S. 34-45). Abgerufen von https://www.fachportal-paedagogik.de/literatur/vollanzeige.html?FId=A28920#vollanzeige (19.06.2019)

Neuß, N. (2016). Frühkindliche Medienbildung weiterentwickeln. Vom Umgang mit Bildungsplänen. In J. Lauffer & R. Röllecke (Hrsg.), *Krippe, Kita, Kinderzimmer Medienpädagogik von Anfang an. Medienpädagogische Konzepte und Perspektiven* (S. 36-42). München: Kopaed.

Niedersachsen (2005). *Orientierungsplan für Bildung und Erziehung im Elementarbereich niedersächsischer Tageseinrichtungen für Kinder.* Hannover: Niedersächsisches Kultusministerium.

Niegemann, H. M. (2008). *Kompendium multimediales Lernen.* Berlin: Springer.

Niegemann, H. M. & Niegemann, L. (2018). IzELA: Ein Instructional Design basiertes Evaluationstool für Lern-Apps. In S. Ladel, J. Knopf & A. Weinberger (Hrsg.), *Digitalisierung und Bildung* (S. 159-175). Wiesbaden: Springer.

Nordrhein-Westfalen (2016). *Bildungsgrundsätze für Kinder von 0 bis 10 Jahren in Kindertagesbetreuung und Schulen im Primarbereich in Nordrhein-Westfalen.* Freiburg im Breisgau: Herder.

OECD (2004). *The PISA 2003 assessment framework. Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills.* Paris: OECD.

Padberg, F. (2002). *Didaktik der Arithmetik.* Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Padberg, F. & Benz, C. (2011). *Didaktik der Arithmetik. Für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung.* Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Palme, H.-J. (2007). Multimedia im Kindergarten. In H. Mitzlaff (Hrsg.), *Internationales Handbuch Computer (ICT), Grundschule, Kindergarten und neue Lernkultur* (S. 357-364). Baltmannsweiler: Schneider.

Papadakis, S., Kalogiannakis, M. & Zaranis, N. (2018). The effectiveness of computer and tablet assisted intervention in early childhood students' understanding of numbers. An empirical study conducted in Greece. *Education and Information Technologies, 62* (4), 1-23.

Paschen, H. (2002). *Kultur - Medien - Märkte. Medienentwicklung und kultureller Wandel*. Berlin: Ed. Sigma.

Pätzold, H. & Lermen, M. (2010). Medien in Lehr-Lernprozessen. In R. Arnold, S. Nolda & E. Nuissl (Hrsg.), *Wörterbuch Erwachsenenbildung* (S. 209-2010). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Pauen, S. & Pahnke, J. (2008). Mathematische Kompetenzen im Kindergarten. Evaluation der Effekte einer Kurzzeitintervention. *Empirische Pädagogik, 22*, 193-208.

Peschel, M. (2016). Neue Medien in der Grundschule 3.0. Fachdidaktische Konzepte und Innovationen für die zukünftige Medienbildung in der Grundschule. In M. Peschel & T. Irion (Hrsg.), *Neue Medien in der Grundschule 2.0. Grundlagen - Konzepte - Perspektiven* (S. 189-192). Frankfurt am Main: Grundschulverband.

Peschel, M. (2018). Digitales Lernen vs. analoges Lernen – Digitale Bildung in einer analogen Welt oder: Bildung für eine Welt mit digitalen Medien. *Grundschule aktuell, 142*, 12-15.

Peter-Koop, A. (2009). Orientierungspläne Mathematik für den Elementarbereich - ein Überblick. In A. Heinze & M. Grüßing (Hrsg.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium. Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung für den Mathematikunterricht* (S. 47-52). Münster: Waxmann.

Piaget, J. (1958). Die Genese der Zahl beim Kind. *Westermanns Pädagogische Beiträge, 9*, 357-368.

Piaget, J. & Szeminska, A. (1969). *Die Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde*. Stuttgart: Klett.

Piaget, J. & Szeminska, A. (1972). *Die Entwicklung des Zahlenbegriffs beim Kinde* (3. Auflage). Stuttgart: Klett.

Plewis, I., Mooney, A. & Creeser, R. (1990). Time on educational activities at home and educational progress in infant school. *British Journal of Educational Psychology, 60* (3), 330-337.

Pohl-Patalong, U., Woyke, J., Boll, S., Dittrich, T. & Lüdtke, A. E. (2016). *Konfessioneller Religionsunterricht in religiöser Vielfalt. Eine empirische Studie zum evangelischen Religionsunterricht in Schleswig-Holstein*. Stuttgart: Kohlhammer.

Postman, N. (1985). *Wir amüsieren uns zu Tode. Urteilsbildung im Zeitalter der Unterhaltungsindustrie*. Frankfurt a.M.: Fischer.

Preiß, G. (2006). G*uten Morgen, liebe Zahlen. Eine Einführung in die "Entdeckungen im Zahlenland"*. Kirchzarten: Klein Druck.

Preiß, G. (2007). *Leitfaden Zahlenland* (Erweiterte Auflage mit den Geschichten aus dem Zahlenland). Kirchzarten: Zahlenland Preiß.

Prensky, M. & Gee, J. P. (2006). *Don't bother me Mom - I'm learning! How computer and video games are preparing your kids for twenty-first century success - and how you can help!* St. Paul: Paragon House.

Radatz, H., Schipper, W., Dröge, R. & Ebeling, A. (2010). *Handbuch für den Mathematikunterricht. 3. Schuljahr*. Hannover: Schroedel.

Ramani, G. B. & Siegler, R. S. (2008). Promoting Broad and Stable Improvements in Low-Income Children's Numerical Knowledge Through Playing Number Board Games. *Child Development, 79* (2), 375-394.

Rathgeb-Schnierer, E. (2006). *Kinder auf dem Weg zum flexiblen Rechnen. Eine Untersuchung zur Entwicklung von Rechenwegen bei Grundschulkindern auf der Grundlage offener Lernangebote und eigenständiger Lösungsansätze*. Hildesheim: Franzbecker.

Rathgeb-Schnierer, E. (2012). Mathematische Bildung. In D. Kucharz (Hrsg.), *Elementarbildung* (S. 50-85). Weinheim: Beltz.

Rathgeb-Schnierer, E. (2015). Mathematische Bildung im Kindergarten. In B. Hauser, E. Rathgeb-Schnierer, R. Stebler & F. Vogt (Hrsg.), *Mehr ist mehr. Mathematische Frühförderung mit Regelspielen* (S. 10-25). Seelze: Klett.

Reichert-Garschhammer, E. (2016). Aktuelles Stichwort: Kita 4.0 - Digitalisierung als Chance und Herausforderung. *IFP-Infodienst, 21,* 5-14. Abgerufen von http://www.ifp.bayern.de/imperia/md/content/stmas/ifp/infodienst_2016_web.pdf (11.10.2017).

Reichert-Garschhammer, E. (2017). *Digitale Medien in der frühen Bildung: "Ein Werkzeug im Bildungsprozess"*. Abgerufen von https://bildungsklick.de/fruehe-bildung/detail/digitale-medien-in-der-fruehen-bildung-ein-werkzeug-im-bildungsprozess/ (17.01.2018).

Reichertz, J. & Englert, C. J. (2011). *Einführung in die qualitative Videoanalyse. Eine hermeneutisch-wissenssoziologische Fallanalyse*. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Reinmann-Rothmeier, G. & Mandl, H. (1996). Lernen auf der Basis des Konstruktivismus: Wie Lernen aktiver und anwendungsorientierter wird. *Computer und Unterricht, 23*, 41-44.

Resnick, L. B. (1983). A Developmental Theory of Number Understanding. In H. Ginsburg (Hrsg.), *The Development of mathematical thinking* (S. 110-151). New York: Academic Press.

Resnick, L. B. (1989). Developing Mathematical Knowledge. *American Psychologist, 44* (2), 162-169.

Resnick, L. B. (1991). Thinking in arithmetic class. In B. Means, C. Chelemer & M. S. Knapp (Hrsg.), *Teaching advanced skills to at-risk students. Views from research and practice* (S. 27-53). San Francisco: Jossey-Bass Publishers.

Resnick, L. B. (1992). From Protoquantitites to Operators: Building Mathematical Competence on a Foundation of Everyday Knowledge. In G. Leinhardt, R. Putnam & R. A. Hattrup (Hrsg.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching* (S. 374-429). Hillsdale: L. Erlbaum Associates.

Resnick, L. B., Bill, V. & Lesgold, S. (1994). Developing thinking abilities in arithmetic class. In A. Demetriou, A. Efklides & M. Shayer (Hrsg.), *Neo-Piagetian theories of cognitive development* (S. 210-230). London: Routledge.

Rheinland-Pfalz (2016). *Bildungs- und Erziehungsempfehlungen für Kindertagesstätten in Rheinland-Pfalz. Plus Qualitätsempfehlungen*. Berlin: Cornelsen.

Ricken, G., Fritz-Stratmann, A. & Balzer, L. (2013). *MARKO-D. Mathematik- und Rechenkonzepte im Vorschulalter - Diagnose*. Göttingen: Hogrefe.

Rideout, V. (2014). *Learning at Home: Families' Educational Media Use in America*. Abgerufen von https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED555586.pdf (15.02.2019).

Röll, F. J. (2007). Medienbildungskonzepte in der Elementarpädagogik. In H. Mitzlaff (Hrsg.), *Internationales Handbuch Computer (ICT), Grundschule, Kindergarten und neue Lernkultur* (S. 342-348). Baltmannsweiler: Schneider.

Roux, S. (2008). Bildung im Elementarbereich - Zur gegenwärtigen Lage der Frühpädagogik in Deutschland. In F. Hellmich & H. Köster (Hrsg.), *Vorschulische Bildungsprozesse in Mathematik und Naturwissenschaften* (S. 13-25). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Roux, S. & Tietze, W. (2007). Effekte und Sicherung von (Bildungs-)Qualität in Kindertageseinrichtungen. *Zeitschrift für Soziologie der Erziehung und Sozialisation, 27* (4), 367-384.

Royar, T. (2007). Mathematik im Kindergarten. Kritische Anmerkungen zu den neuen „Bildungsplänen" für Kindertageseinrichtungen. *Mathematica didactica, 30* (1), 29-48.

Royar, T. & Streit, C. (2010). *MATHElino. Kinder begleiten auf mathematischen Entdeckungsreisen*. Stuttgart: Klett.

Rückriem, G. (2004). Pädagogik + Medien = Medienpädagogik? Die Erziehungswissenschaft und der Kongress der Pferdekutscher. *Forum Wissenschaft, 21* (4), 51-56.

Ryan, M.-L. (2008). Narrative and Digitality: Learning to Think With the Medium. In J. Phelan & P. J. Rabinowitz (Hrsg.), *A companion to narrative theory* (S. 515-528). Malden: Blackwell.

Saarland (2006). *Bildungsprogramm für saarländische Kindergärten*. Weimar: verlag das netz.

Sachsen (2012). *Der sächsische Bildungsplan. Ein Leitfaden für pädagogische Fachkräfte in Krippen, Kindergärten und Horten sowie für Kindertagespflege*. Weimar: verlag das netz.

Sachsen-Anhalt (2014). *Bildungsprogramm für Kindertageseinrichtungen in Sachsen-Anhalt*. Kiliansroda: verlag das netz.

Salomon, G. (2012). *Interaction of Media Cognition and Learning*. Hoboken: Taylor and Francis.

Sandbothe, M. (2003). Medien - Kommunikation - Kultur: Grundlagen einer pragmatischen Kulturwissenschaft. In M. Karmasin & C. Winter (Hrsg.), *Kulturwissenschaft als Kommunikationswissenschaft. Projekte, Probleme und Perspektiven* (S. 257-271). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Sarama, J. (2011). Technology in early childhood mathematics: Building Blocks as an innovative technology-based curriculum. In D. H. Clements & J. Sarama (Hrsg.), *Engaging young children in mathematics. Standards for early childhood mathematics education* (S. 361-375). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

Sarama, J. & Clements, D. H. (2001). Learning and Teaching with Computers in Early Childhood Education. In O. N. Saracho & B. Spodek (Hrsg.), *Contemporary Perspectives on Early Childhood Curriculum* (S. 171-218). o.O.: Information Age Publishing.

Sarama, J. & Clements, D. H. (2004). Building Blocks for early childhood mathematics. *Early Childhood Research Quarterly, 19*, 181-189.

Sarama, J. & Clements, D. H. (2009a). "Concrete" Computer Manipulatives in Mathematics Education. *Child Development Perspectives, 3* (3), 145-150.

Sarama, J. & Clements, D. H. (2009b). *Early childhood mathematics education research. Learning trajectories for young children*. New York: Routledge.

Sarama, J. & Clements, D. H. (2016). Physical and Virtual Manipulatives: What is "Concrete"? In P. S. Moyer-Packenham (Hrsg.), *International perspectives on teaching and learning mathematics with virtual manipulatives* (S. 71-94). Switzerland: Springer.

Saris, W. E. & Gallhofer, I. N. (2007). *Design, evaluation, and analysis of questionnaires for survey research*. Hoboken: Wiley-Interscience.

Saxe, G. B., Guberman, S. R., Gearhart, M., Gelman, R., Massey, C. M. & Rogoff, B. (1987). Social Processes in Early Number Development. *Monographs of the Society for Research in Child Development, 52* (2).

Schacter, J. & Booil, J. (2016). Improving low-income preschoolers mathematics achievement with Math Schelf, a preschool tablet computer curriculum. *Computers in Human Behavior, 55*, 223-229.

Schäfer, T. (2016). *Methodenlehre und Statistik. Einführung in Datenerhebung, deskriptive Statistik und Inferenzstatistik*. Wiesbaden: Springer.

Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2010). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2012). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe* (Nachdruck). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Scheuerl, H. (1990). *Das Spiel. Untersuchungen über sein Wesen, seine pädagogischen Möglichkeiten und Grenzen*. Weinheim: Beltz.

Schipper, W. (2011). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Hannover: Schroedel.

Schipper, W., Ebeling, A. & Dröge, R. (2015). *Handbuch für den Mathematikunterricht*. Braunschweig: Schroedel.

Schleswig-Holstein (2008). *Leitlinien zum Bildungsauftrag von Kindertageseinrichtungen in Schleswig-Holstein*. Abgerufen von https://www.bildungsserver.de/Bildungsplaene-der-Bundeslaender-fuer-die-fruehe-Bildung-in-Kindertageseinrichtungen-2027-de.html (13.02.2019).

Schmidt, C. (2015). Analyse von Leitfadeninterviews. In U. Flick (Hrsg.), *Qualitative Forschung. Ein Handbuch* (S. 447-456). Reinbek: Rowohlt.

Schmidt, R. (1982). Die Zählfähigkeit der Schulanfänger – Ergebnisse einer Untersuchung. *Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe, 12* (10), 371-376.

Schmidt, T. (2016). Chocolate-covered Drill & Practice? Möglichkeiten und Grenzen des 'gamifizierten', adaptiven Übens mit Fremdsprachenlern-Apps. In E. Burwitz-Melzer, F. G. Königs, L. Schmelter & C. Riemer (Hrsg.), *Üben und Übungen beim Fremdsprachenlernen. Perspektiven und Konzepte für Unterricht und Forschung.* (S. 200-210). Tübingen: Narr Francke Attempto.

Schmitz, A. & Yanenko, O. (2019). Web Server Logs und Logfiles. In N. Baur & J. Blasius (Hrsg.), *Handbuch Methoden der empirischen Sozialforschung* (S. 991-999). Wiesbaden: Springer.

Schmitz, U. (1995). Neue Medien und Gegenwartssprache. Lagebericht und Problemskizze. *Osnabrücker Beiträge zur Sprachtheorie, 50,* 7-51.

Schnell, R. (2019). *Survey-Interviews. Methoden standardisierter Befragungen*. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Schneider, W. (2008). *Entwicklung von der Kindheit bis zum Erwachsenenalter. Befunde der Münchner Längsschnittstudie LOGIK*. Weinheim: Beltz.

Schneider, W., Krajewski, K. & Küspert, P. (Hrsg.). (2013). *Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen*. Paderborn: Schöningh.

Schöner, P. (2017). Prozesse bei der (strukturierten) Mengenwahrnehmung und Anzahlbestimmung. In A. S. Steinweg (Hrsg.), *Mathematik und Sprache. Tagungsband des AK Grundschule in der GDM 2017* (S. 105-108). Bamberg: University of Bamberg Press.

Schöner, P. & Benz, C. (2016). Visual Structuring Processes of Children When Determining the Cardinality of Sets – The Contribution of Eye-Tracking. In T. Meaney, O. Helenius, M. L. Johansson, T. Lange & A.

Wernberg (Hrsg.), *Mathematics education in the early years. Results from the POEM2 Conference, 2014* (S. 123-143). Cham: Springer.

Schuler, S. (2008). Was können Mathematikmaterialien im Kindergarten leisten? – Kriterien für eine gezielte Bewertung. In É. Vásárhelyi (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2008.* (S. 721-724). Münster: WTM.

Schuler, S. (2012). Zwischen Anleitung und Begleitung - Zur Rolle der Erzieherin beim Mathematiklernen im Kindergartenalltag. In K. Fröhlich-Gildhoff, I. Nentwig-Gesemann & H. R. Leu (Hrsg.), *Forschung in der Frühpädagogik V. Schwerpunkt: Naturwissenschaftliche Bildung - Begegnungen mit Dingen und Phänomenen* (S. 65-100). Freiburg, i. Br.: FEL Verlag Forschung Entwicklung Lehre.

Schuler, S. (2013). *Mathematische Bildung im Kindergarten in formal offenen Situationen. Eine Untersuchung am Beispiel von Spielen zum Erwerb des Zahlbegriffs*. Münster: Waxmann.

Schuler, S. (2014). Mathematische Spielsituationen im Kindergarten untersuchen – Die Herausforderung der Datenaufbereitung im Umgang mit Videodaten. In C. Moritz (Hrsg.), *Transkription von Video- und Filmdaten in der Qualitativen Sozialforschung. Multidisziplinäre Annäherungen an einen komplexen Datentypus* (S. 495-521). Wiesbaden: Springer.

Schuler, S. (2017). Lernbegleitung als Voraussetzung für mathematische Lerngelegenheiten beim Spielen im Kindergarten. In S. Schuler, C. Streit & G. Wittmann (Hrsg.), *Perspektiven mathematischer Bildung im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule* (S. 139-156). Wiesbaden: Springer.

Schuler, S., Bönig, D., Thöne, B., Wenzel-Langer, D. & Wittkowski, A. (2014). Anschlussfähigkeit von Kindergarten und Grundschule. In G. Wittmann, A. Levin & D. Bönig (Hrsg.), *AnschlussM. Anschlussfähigkeit der mathematikdidaktischen Überzeugungen und Praktiken von ErzieherInnen und GrundschullehrerInnen* (S. 19-39). Münster: Waxmann.

Schuler, S. & Wittmann, G. (2009). Forschung zur frühen mathematischen Bildung - Bestandsaufnahme und Konsequenzen. In M. Neubrand (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2009* (S. 359-360). Münster: WTM.

Schuler, S. & Wittmann, G. (2018). Zur Konzeptualisierung allgemeiner mathematischer Kompetenzen für den Elementarbereich. In P. Bender & T. Wassong (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018.* (S. 1647-1650). Münster: WTM.

Schulmeister, R. (2009). Im Land der Null-Hypothesen. In R. Schulmeister (Hrsg.), *Grundlagen hypermedialer Lernsysteme. Theorie - Didaktik - Design* (S. 387-414). München: Oldenbourg.

Schulz, A. & Walter, D. (o. J.). *Stellenwerte üben. Didaktischer Kommentar für Lehrerinnen und Lehrer zu einer Übungsapp für Android-Tablets.* Abgerufen von https://www.mathematik.tu-dortmund.de/sites/daniel-walter/download/DidaktischerKommentar_Stellenwerte.pdf (13.06.2018).

Segal, A. (2011). *Do Gestural Interfaces Promote Thinking? Embodied Interaction: Congruent Gestures and Direct-Touch Promote Performance in Math.* (Nicht veröffentlichte Dissertation). New York: Columbia University. Abgerufen von https://academiccommons.columbia.edu/doi/10.7916/D8DR32GK (15.02.2019).

Selter, C. (1995). Zur Fiktivität der Stunde Null im arithmetischen Anfangsunterricht. *Mathematische Unterrichtspraxis, 16,* 11-19.

Selter, C. (2000). Vorgehensweisen von Grundschüler(inne)n bei Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 1000. *Journal für Mathematik-Didaktik, 21,* 227-258.

Selter, C. & Spiegel, H. (1997). *Wie Kinder rechnen (Programm Mathe 2000)*. Leipzig: Klett.

Selter, C. & Wollring, B. (2017). Prozessbezogene mathematische Kompetenzen. In C. Benz et al. (Hrsg.), *Frühe mathematische Bildung –Ziele und Gelingensbedingungen für den Elementar-und Primarbereich* (S. 33–42). Opladen: Barbara Budrich.

Siegler, R. S. & Shrager, J. (1984). Strategy choices in addition and subtraction: How do children know what to do? In C. Sophian (Hrsg.), *Origins of cognitive skills. The Eighteenth Annual Carnegie Symposium on Cognition* (S. 229-293). Hillsdale: Erlbaum Associates.

Silinskas, G., Leppänen, U., Aunola, K., Parrila, R. & Nurmi, J.-E. (2010). Predictors of mothers' and fathers' teaching of reading and mathematics during kindergarten and Grade 1. *Learning and Instruction, 20,* 61-71.

Sill, H.-D. (2006). PISA und die Bildungsstandards. In T. Jahnke & W. Meyerhöfer (Hrsg.), *PISA & Co - Kritik eines Programms* (S. 293-330). Hildesheim: Franzbecker.

Sinclair, N. & Baccaglini-Frank, A. (2015). Digital Technologies in the Early Primary School Classroom. In L. D. English & D. Kirshner (Hrsg.), *Handbook of international research in mathematics education*. (S. 662-686). New York: Routledge.

Sinclair, N. & Heyd-Metzuyanim, E. (2014). Developing number sense with TouchCounts. In S. Ladel & C. Schreiber (Hrsg.), *Von Audiopodcast bis Zahlensinn* (S. 125-149). Münster: WTM.

Skwarchuk, S.-L. (2009). How Do Parents Support Preschoolers' Numeracy Learning Experiences at Home? *Early Childhood Education Journal, 37* (3), 189-197.

Slate Science (2019a). Matific Student [Mobile application software]. Abgerufen von https://play.google.com/store/apps/details?id=com.slatescience.Matific (14.02.2019).

Slate Science (2019b). [Matific]. Abgerufen von www.matific.com (14.02.2019).

Spector, J. M., Merrill, M. D., Elen, J. & Bishop, M. J. (Hrsg.). (2014). *Handbook of Research on Educational Communications and Technology*. Dordrecht: Springer.

Spitzer, M. (2014). *Digitale Demenz. Wie wir uns und unsere Kinder um den Verstand bringen*. München: Droemer Knaur.

Sprenger, P. (2018). Strukturwahrnehmung von Kindern im letzten Kindergartenjahr bei der Anzahlerfassung. In P. Bender & T. Wassong (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018*. Münster: WTM.

Starkey, P. & Cooper, R. G. (1995). The development of subitizing in young children. *British Journal of Developmental Psychology, 13* (4), 399-420.

Starkey, P., Spelke, E. S. & Gelman, R. (1990). Numerical abstraction by human infants. *Cognition, 36*, 97-127.

Steffe, L. P., Cobb, P. & Glasersfeld, E. (1988). *Construction of arithmetical meanings and strategies*. New York: Springer.

Steinhauer, E. W. (2018). Datenschutz im Mobile Learning. In C. de Witt & C. Gloerfeld (Hrsg.), *Handbuch Mobile Learning* (S. 219-229). Wiesbaden: Springer.

Steinmann, M. & Groner, R. (Hrsg.). (2008). *Exkursionen in Sophies zweiter Welt. Neue Beiträge zum Thema des Wirklichkeitstransfers aus psychologischer und medienwissenschaftlicher Sicht.* Bern: Haupt.

Steinweg, A. S. (2003). Gut, wenn es etwas zu entdecken gibt - Zur Attraktivität von Zahlen und Mustern. In S. Ruwisch & A. Peter-Koop (Hrsg.), *Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule* (S. 56-74). Offenburg: Mildenberger.

Steinweg, A. S. (2007). Mathematisches Lernen. In Stiftung Bildungspakt Bayern (Hrsg.), *Das KIDZ-Handbuch: Grundlagen, Konzepte und Praxisbeispiele aus dem Modellversuch „KIDZ- Kindergarten der Zukunft in Bayern“* (S. 136-203). Köln: Wolters Kluwer.

Steinweg, A. S. (2008a). Grundlagen mathematischen Lernens vor der Schule. In É. Vásárhelyi (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2008* (S. 273-276). Münster: Martin Stein Verlag.

Steinweg, A. S. (2008b). Zwischen Kindergarten und Schule - Mathematische Basiskompetenzen im Übergang. In F. Hellmich & H. Köster (Hrsg.), *Vorschulische Bildungsprozesse in Mathematik und Naturwissenschaften* (S. 143-159). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Steinweg, A. S. (2009). "Rechnest du noch mit den Fingern? - Aber sicher!". *MNU Primar, 1* (4), 124-128.

Steinweg, A. S. (2013). Mathematische Bildung. In J. Sechtig, R. Sommer-Himmel, S. Schönhöfer & M. Lotz (Hrsg.), *"Augen auf im Kita-Alltag!". Bildungs- und Lerngelegenheiten von Kindern auf die Spur kommen und professionell mitgestalten* (S. 73-89). Berlin: logos.

Steinweg, A. S. (2016). MaiKe: A New App for Mathematics in Kindergarten. In T. Meaney, O. Helenius, M. L. Johansson, T. Lange & A. Wernberg (Hrsg.), *Mathematics education in the early years. Results from the POEM2 Conference, 2014* (S. 341-357). Heidelberg: Springer.

Steinweg, A. S., Sommerlatte, A., Gönder, D., Magister, C. & Brunner, M. (2015). Lernausgangslage Berlin: Schülerheft Mathematik. In M. Brunner, D. Gönder & C. Magister (Hrsg.), *Lernausgangslage Berlin.* Berlin: Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Wissenschaft.

Steinweg, A. S. & Weth, T. (2014). Auch das noch? Tablets im Kindergarten. In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 1167-1170). Münster: WTM.

Stern, E. (2003). Lernen ist der mächtigste Mechanismus der kognitiven Entwicklung: Der Erwerb mathematischer Kompetenzen. In W.

Schneider & M. Knopf (Hrsg.), *Entwicklung, Lehren und Lernen. Zum Gedenken an Franz Emanuel Weinert* (S. 207-217). Göttingen: Hogrefe.

Stertkamp, W. & Schüler, L. (2014). Transkription multimodaler Gefüge: Herausforderungen bei der Untersuchung interaktiver Prozesse am PC. In C. Moritz (Hrsg.), *Transkription von Video- und Filmdaten in der Qualitativen Sozialforschung. Multidisziplinäre Annäherungen an einen komplexen Datentypus* (S. 311-358). Wiesbaden: Springer.

Stevenson, H. W. & Stigler, J. W. (1994). *The learning gap. Why our schools are failing and what we can learn from Japanese and Chinese education.* New York: Simon & Schuster.

Stocké, V. (2014). Persönlich-mündliche Befragung. In N. Baur & J. Blasius (Hrsg.), *Handbuch Methoden der empirischen Sozialforschung* (S. 619-629). Wiesbaden: Springer.

Stoll, C. (2001). *LogOut. Warum Computer nichts im Klassenzimmer zu suchen haben und andere High-Tech-Ketzereien.* Frankfurt am Main: Fischer.

Süss, D. (2004). *Mediensozialisation von Heranwachsenden. Dimensionen - Konstanten – Wandel.* Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Süss, D., Lampert, C. & Wijnen, C. W. (2013). *Medienpädagogik. Ein Studienbuch zur Einführung.* Wiesbaden: Springer.

Sw-soft (2015). MaiKe [Mobile application software]. Abgerufen von https://play.google.com/store/apps/details?id=de.unierlangen.maike (14.02.2019).

Sw-soft (2018). [MaiKe – Mathematik im Kindergarten entdecken]. Abgerufen von http://sw-software.net/produkte.php (14.02.2019).

Sweller, J. (1988). Cognitive Load During Problem Solving. Effects on Learning. *Cognitive Science, 12* (2), 257-285.

Sweller, J. (1993). Some cognitive processes and their consequences for the organisation and presentation of information. *Australian Journal of Psychology, 45* (1), 1-8.

Sweller, J. (2004). Instructional Design Consequences of an Analogy between Evolution by Natural Selection and Human Cognitive Architecture. *Instructional Science, 32* (1/2), 9-31.

Sweller, J. (2005). Implications of Cognitive Load Theory for Multimedia Learning. In R. E. Mayer (Hrsg.), *The Cambridge handbook of multimedia learning* (S. 19-30). Cambridge: Cambridge University Press.

Thierbach, C. & Petschick, G. (2019). Beobachtung. In N. Baur & J. Blasius (Hrsg.), *Handbuch Methoden der empirischen Sozialforschung* (S. 1165-1181). Wiesbaden: Springer.

Thüringen (2015). *Thüringer Bildungsplan bis 18 Jahre. Bildungsansprüche von Kindern und Jugendlichen*. Abgerufen von https://www.bildungsserver.de/Bildungsplaene-der-Bundeslaender-fuer-die-fruehe-Bildung-in-Kindertageseinrichtungen-2027-de.html (13.02.2019).

Tiedemann, K. (2012). *Mathematik in der Familie. Zur familialen Unterstützung früher mathematischer Lernprozesse in Vorlese- und Spielsituationen*. Münster: Waxmann.

Tillmann, A., Fleischer, S. & Hugger, K.-U. (Hrsg.). (2014). *Handbuch Kinder und Medien*. Wiesbaden: Springer.

Tucker, S. I., Lommatsch, C. W., Moyer-Packenham, P. S., Anderson-Pence, K. L. & Symanzik, J. (2017). Kindergarten Children's Interactions with Touchscreen Mathematics Virtual Manipulatives: An Innovative Mixed Methods Analysis. *International Journal of Research in Education and Science, 3* (2), 646-665.

Tudge, J. R. H. & Doucet, F. (2004). Early mathematical experiences: observing young Black and White children's everyday activities. *Early Childhood Research Quarterly, 19* (1), 21-39.

Tulodziecki, G. (2008). Medienerziehung. In U. Sander, F. Gross & K.-U. Hugger (Hrsg.), *Handbuch Medienpädagogik* (S. 110-115). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Tulodziecki, G. & Herzig, B. (2002). *Computer & Internet im Unterricht. Medienpädagogische Grundlagen und Beispiele*. Berlin: Cornelsen.

Tuma, R., Schnettler, B. & Knoblauch, H. (2013). *Videographie. Einführung in die interpretative Videoanalyse sozialer Situationen*. Wiesbaden: Springer.

Urff, C. (2014). *Digitale Lernmedien zur Förderung grundlegender mathematischer Kompetenzen. Theoretische Analysen, empirische Fallstudien und praktische Umsetzung anhand der Entwicklung virtueller Arbeitsmittel*. Berlin: Mensch und Buch Verlag.

Uttal, D. H., O'Doherty, K., Newland, R., Hand, L. L. & DeLoache, J. (2009). Dual Representation and the Linking of Concrete and Symbolic Representations. *Child Development Perspectives, 3* (3), 156-159.

Van Luit, J.E.H., van de Rijt, B.A.M. & Hasemann, K. (2001). *Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung (OTZ)*. Göttingen: Hogrefe.

Vandermaas-Peeler, M., Boomgarden, E., Finn, L. & Pittard, C. (2012). Parental support of numeracy during a cooking activity with four-year-olds. *International Journal of Early Years Education, 20* (1), 78-93.

Vandermaas-Peeler, M., Nelson, J. & Bumpass. (2007). "Quarters Are What You Put into the Bubble Gum Machine": Numeracy Interactions during Parent-Child Play. *Early Childhood Research & Practice, 9* (1), 1289-1307.

Vandermaas-Peeler, M., Nelson, J., Bumpass, C. & Sassine, B. (2009). Numeracy-related exchanges in joint storybook reading and play. *International Journal of Early Years Education, 17* (1), 67-84.

Vereinigung der Bayerischen Wirtschaft (2018). *Digitale Souveränität und Bildung. Gutachten*. Münster: Waxmann.

Victor, A., Elsäßer, A., Hommel, G. & Blettner, M. (2010). Wie bewertet man die p-Wert-Flut? Hinweise zum Umgang mit dem multiplen Testen. *Deutsches Ärzteblatt, 107* (4), 50-56.

Vogel, J. J., Vogel, D. S., Cannon-Bowers, J., Bowers, C. A., Muse, K. & Wright, M. (2006). Computer Gaming and Interactive Simulations for Learning. A Meta-Analysis. *Journal of Educational Computing Research, 34* (3), 229-243.

Voß, G. G., Boehnke, K. & Holly, W. (2000). *Neue Medien im Alltag. Begriffsbestimmungen eines interdisziplinären Forschungsfeldes*. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Walter, D. (2018). *Nutzungsweisen bei der Verwendung von Tablet-Apps. Eine Untersuchung bei zählend rechnenden Lernenden zu Beginn des zweiten Schuljahres*. Wiesbaden: Springer.

Warren, E. & Young, J. (2002). Parent and School Partnerships in Supporting Literacy and Numeracy. *Asia-Pacific Journal of Teacher Education, 30*, 217-228.

Wartha, S., Hörhold, J., Kaltenbach, J. & Schu, S. (2019). *Grundvorstellungen aufbauen - Rechenprobleme überwinden*. Braunschweig: Westermann.

Weinert, F. E. (2001). *Leistungsmessungen in Schulen*. Weinheim: Beltz.

Weinert, F. E. & Helmke, A. (Hrsg.). (1997). *Entwicklung im Grundschulalter*. Weinheim: Beltz.

Weißhaupt, S., Peucker, S. & Wirtz, M. (2006). Diagnose mathematischen Vorwissens im Vorschulalter und Vorhersage von Rechenleistungen und Rechenschwierigkeiten in der Grundschule. *Psychologie in Erziehung und Unterricht, 53*, 236-245.

Wember, F. B. (1986). *Piagets Bedeutung für die Lernbehindertenpädagogik. Untersuchungen zur kognitiven Entwicklung und zum schulischen Lernen bei Sonderschülern*. Heidelberg: Ed. Schindele.

Weth, T. (2014). Zur mathematischen Begriffsbildung im Vorschulalter. *Der Mathematikunterricht, 6*, 4-10.

Williams, R. B. (1991). Relations among Tasks Assessing Young Children's Number Concepts. *Perceptual and Motor Skills, 72* (3), 1031-1038.

Wilson, A. J., Dehaene, S., Pinel, P., Revkin, S. K., Cohen, L. & Cohen, D. (2006). Principles underlying the design of "The Number Race", an adaptive computer game for remediation of dyscalculia. *Behavioral and brain functions, 2*. Abgerufen von https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC1550244/ (15.02.2019).

Winn, M. (1977). *Die Droge im Wohnzimmer*. Reinbek: Rowohlt.

Winter, H. W. (2011). *Mathematikunterricht in der Grundschule im Geiste Fröbels*. Abgerufen von http://www.sinus-an-grundschulen.de/fileadmin/uploads/Material_aus_SGS/Handreichung_Winter_2011-1.pdf (16.10.2017).

Wittmann, E. C. (o.J.). *Das Zahlenbuch-Frühförderprogramm*. Abgerufen von https://www.mathe2000.de/sites/default/files/das-zahlenbuch-fruehfoerderprogramm.pdf (15.10.2018).

Wittmann, E. C. (1985). Clinical Interviews embedded in the "philosophy of teaching units". A means of developing teachers' attitudes and skills. In B. Christiansen (Hrsg.), *Mini-conference at ICME 5*. (S. 18-31). Copenhagen: Royal Danish School of Educational, Department of Mathematics.

Wittmann, E. C. (2004). Design von Lernumgebungen zur mathematischen Frühförderung. In G. Faust-Siehl (Hrsg.), *Anschlussfähige Bildungsprozesse im Elementar- und Primarbereich*. (S. 49-63). Bad Heilbrunn/Obb.: Klinkhardt.

Wittmann, E. C. (2017). Wider die Flut der „bunten Hunde“ und der „grauen Päckchen“: Die Konzeption des aktiv-entdeckenden Lernens und des produktiven Übens. In E. C. Wittmann & G. N. Müller (Hrsg.), *Vom Einspluseins zum Einmaleins* (S. 152-166). Seelze: Klett.

Wittmann, E. C. & Müller, G. N. (2006). *Das kleine Formenbuch. Teil 1: Legen - Bauen - Spielen*. Seelze: Kallmeyer.

Wittmann, E. C. & Müller, G. N. (2007). *Das kleine Formenbuch. Teil 2: Falten - Bauen - Zeichnen*. Seelze: Kallmeyer.

Wittmann, E. C. & Müller, G. N. (2008a). *Das kleine Denkspielbuch*. Seelze: Kallmeyer.

Wittmann, E. C. & Müller, G. N. (2008b). Muster und Strukturen als fachliches Grundkonzept. In G. Walther (Hrsg.), *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret*. (S. 42-65). Berlin: Cornelsen.

Wittmann, E. C. & Müller, G. N. (2009a). *Das Zahlenbuch. Handbuch zum Frühförderprogramm*. Stuttgart: Klett.

Wittmann, E. C. & Müller, G. N. (2009b). *Das Zahlenbuch. Spiele zur Frühförderung 2*. Stuttgart: Klett.

Wittmann, E. C. & Müller, G. N. (2014). *Plättchen & Co. 6 mal 6 Module für die Grundschulmathematik*. Stuttgart: Klett.

Wouters, P., van Nimwegen, C., van Oostendorp, H. & van der Spek, E. (2013). A meta-analysis of the cognitive and motivational effects of serious games. *Journal of Educational Psychology, 2* (105), 249-265.

Wullschleger, A. (2017). *Individuell-adaptive Lernunterstützung im Kindergarten*. Münster: Waxmann.

Wynn, K. (1992a). Addition and subtraction by human infants. *Nature, 358,* 749-750.

Wynn, K. (1992b). Children's Acquisition of the Number Words and the Counting System. *Cognitive Psychology, 24,* 220-251.

Xu, F. & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition, 74,* B1-B11.

Young-Loveridge, J. (1998). Enhancing the Mathematics of Four Year-Olds. *Journal for Australian Research in Early Childhood Education, 2,* 82-93.

Zaranis, N. (2017). Does the use of Information and Communication Technology through the use of Realistic Mathematics Education help kindergarten students to enhance their effectiveness in addition and subtraction? *Preschool and Primary Education, 5* (1), 46.

Zaranis, N., Kalogiannakis, M. & Papadakis, S. (2013). Using Mobile Devices for Teaching Realistic Mathematics in Kindergarten Education. *Creative Education, 4* (7A1), 1-10.

Zaranis, N. & Valla, V. (2017). Tablet computer assisted counting and calculating activities for kindergarten children. In L. Gómez Chova, A. López Martínez & I. Candel Torres (Hrsg.), *Proceedings of Edulearn 17 Conference* (S. 9680-9689). Barcelona: IATED Academy.

Zopfi, E. (2007). Computer und Lernen. In H. Mitzlaff (Hrsg.), *Internationales Handbuch Computer (ICT), Grundschule, Kindergarten und neue Lernkultur* (S. 41-45). Baltmannsweiler: Schneider.

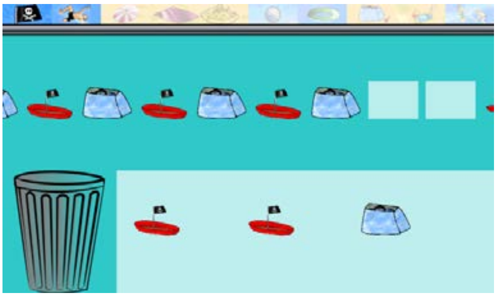
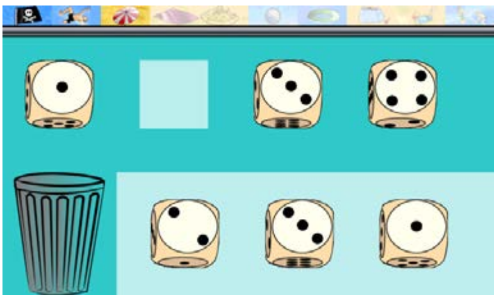
Abbildungs- und Tabellenverzeichnis

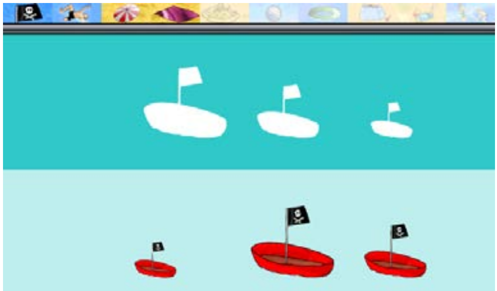
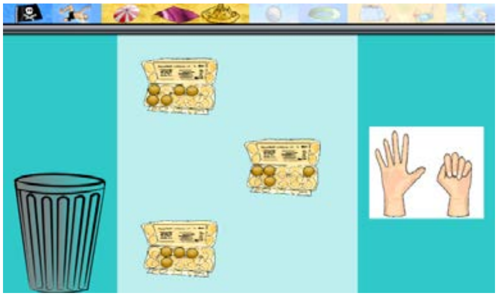
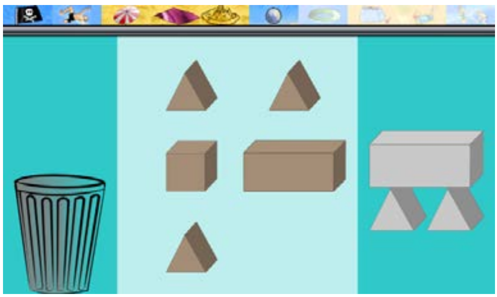
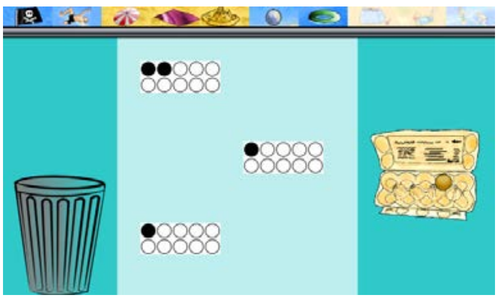
Tabellenverzeichnis

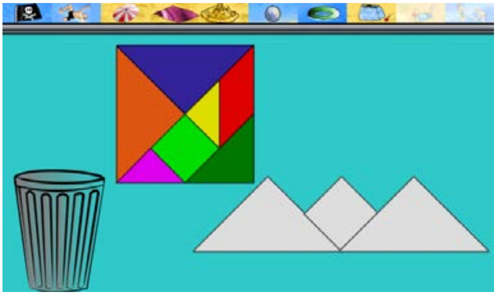
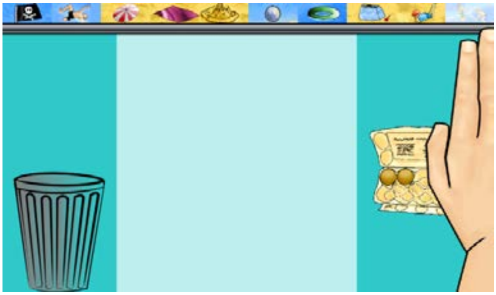
Anhang A
Übersicht über die Spiele der App *MaiKe*

Die folgende Übersicht enthält alle 60 Spiele der App MaiKe mit einem Screenshot einer Beispielaufgabe des Spiels:

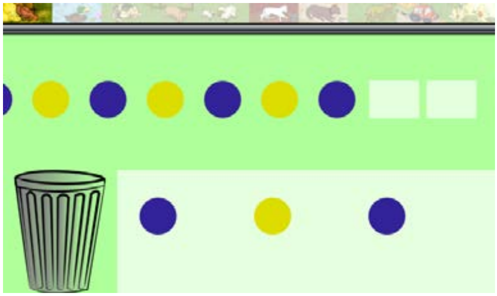
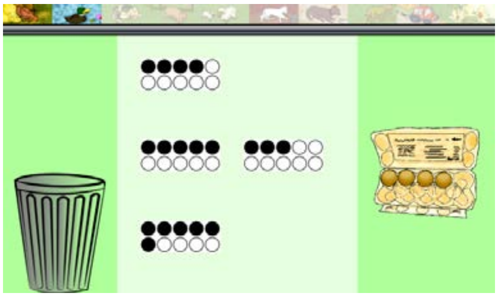
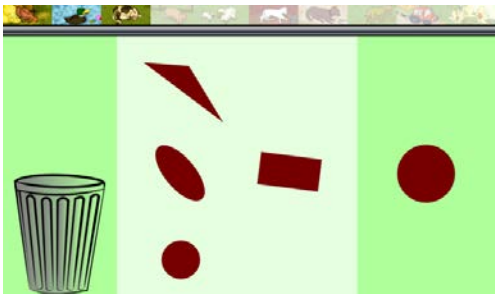
Welt 1 (6 Aufgaben pro Spiel)

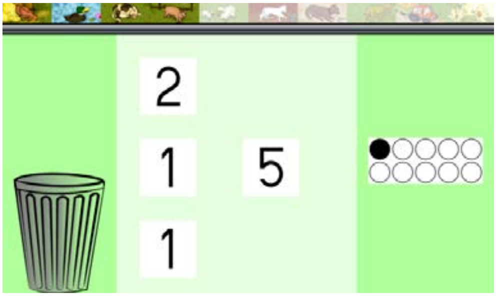
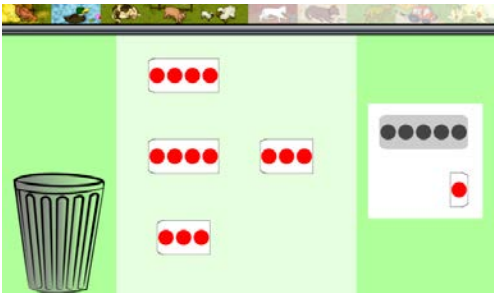
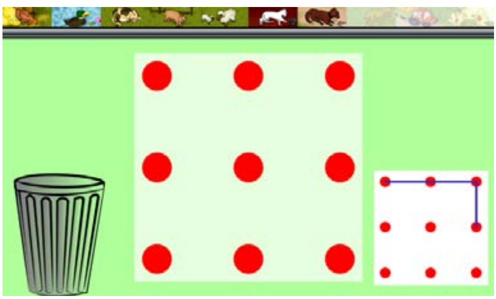
Spiel	Screenshot
Bezeichnung: 1.1 *Bereich*: Kardinal *Darstellungsarten:* 10er-Eierkartons *Zahlenraum* bis 5	
Bezeichnung: 1.2 *Bereich*: Muster *Darstellungsarten:* verschieden	
Bezeichnung: 1.3 *Bereich*: Ordinal *Darstellungsarten:* Würfelbilder bis 4	

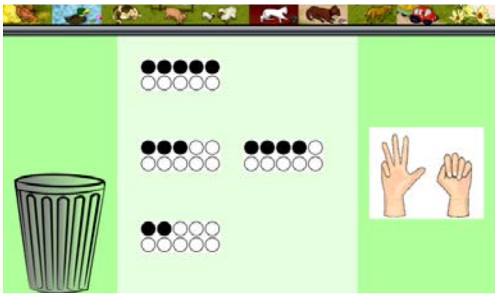
Bezeichnung: 1.4 *Bereich:* Größen *Darstellungsarten*: verschieden	
Bezeichnung: 1.5 *Bereich:* Kardinal *Darstellungsarten*: Fingerbilder, 10er-Eierkartons, *Zahlenraum* bis 5	
Bezeichnung: 1.6 *Bereich:* Geometrie *Darstellungsarten:* Bauklötze	
Bezeichnung: 1.7 *Bereich:* Kardinal *Darstellungsarten*: 10er-Eierkartons, 10er-Punktefelder *Zahlenraum* bis 5	

Bezeichnung: 1.8 *Bereich:* Geometrie *Darstellungsarten:* Tangram	
Bezeichnung: 1.9 *Bereich:* Kardinal *Darstellungsarten:* 10er-Eierkartons, 10er-Punktefelder *Zahlenraum* bis 5	
Bezeichnung: 1.10 *Bereich:* Geometrie *Darstellungsarten:* (symmetrische) Schmetterlingshälften	

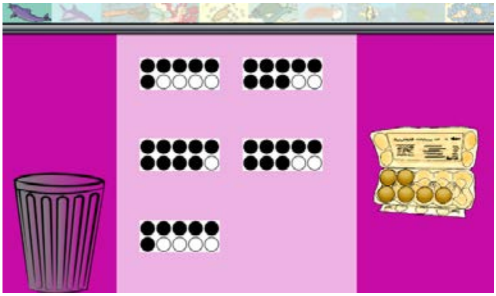
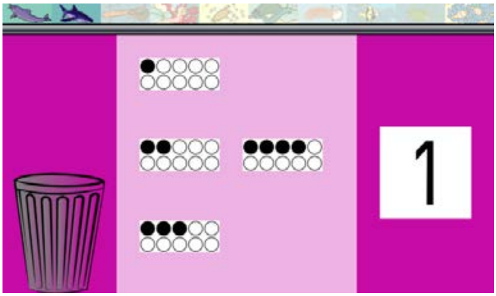
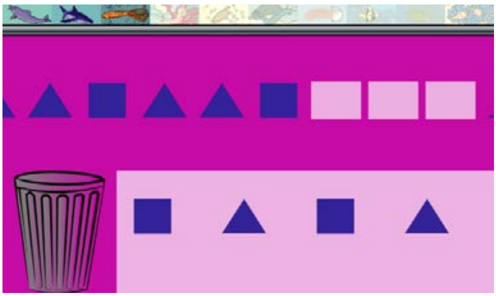
Welt 2 (6 Aufgaben pro Spiel)

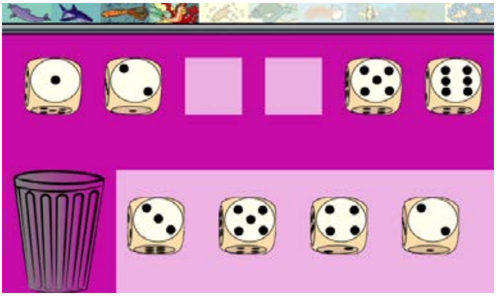
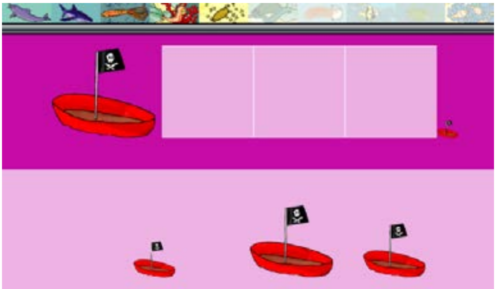
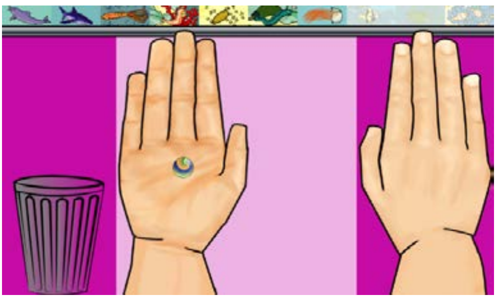
Spiel	Screenshot
Bezeichnung: 2.1 *Bereich*: Muster *Darstellungsarten:* geometrische Formen unterschiedlicher Farbe	
Bezeichnung: 2.2 *Bereich*: Kardinal *Darstellungsarten:* 10er-Eierkartons, 10er-Punktefelder *Zahlenraum* bis 10	
Bezeichnung: 2.3 *Bereich:* Geometrie *Darstellungsarten:* Kreis, Dreieck, Viereck	

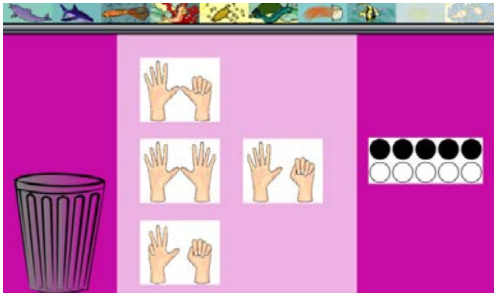
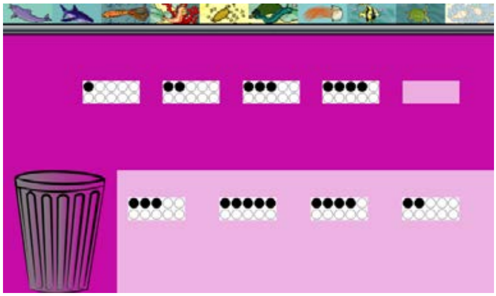
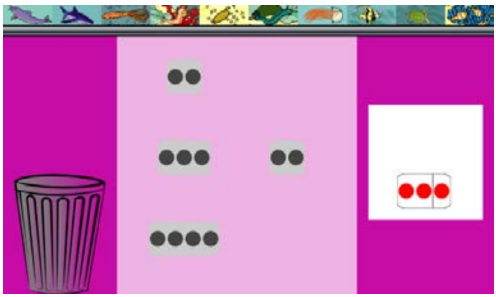
<table>
<tr><td>Bezeichnung: 2.4
Bereich: Ziffern
Darstellungsarten:
Ziffern bis 5</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Bezeichnung: 2.5
Bereich:
Rechenoperationen
Darstellungsarten:
Punktestreifen
Zahlenraum bis 5</td><td></td></tr>
<tr><td>Bezeichnung: 2.6
Bereich: Kardinal
Darstellungsarten:
10er-Eierkartons,
Fingerbilder
Zahlenraum bis 10</td><td></td></tr>
<tr><td>Bezeichnung: 2.7
Bereich: Geometrie
Darstellungsarten:
3x3-Matrix, Linien-
muster</td><td></td></tr>
</table>

Bezeichnung: 2.8 *Bereich*: Ordinal *Darstellungsarten:* Würfelbilder bis 6	
Bezeichnung: 2.9 *Bereich:* Rechenoperationen *Darstellungsarten:* Murmeln, Handanimation *Addition* bis 4+1	
Bezeichnung: 2.10 *Bereich*: Kardinal *Darstellungsarten:* Fingerbilder, 10er-Punktefelder *Zahlenraum* bis 10	

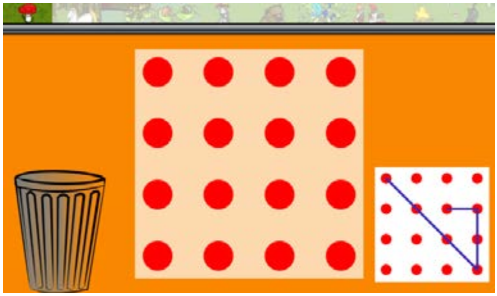
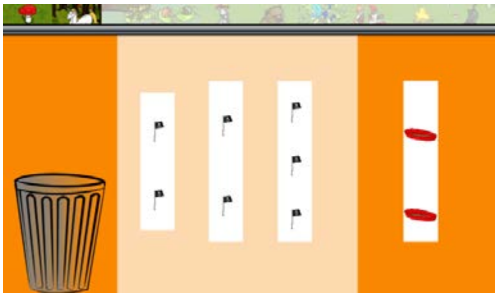
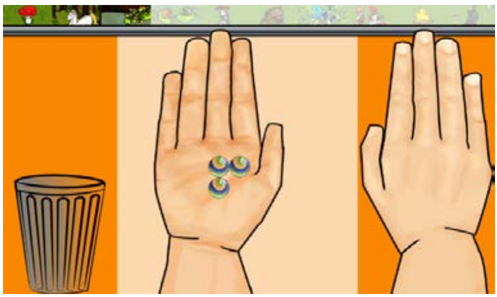
Welt 3 (8 Aufgaben pro Spiel)

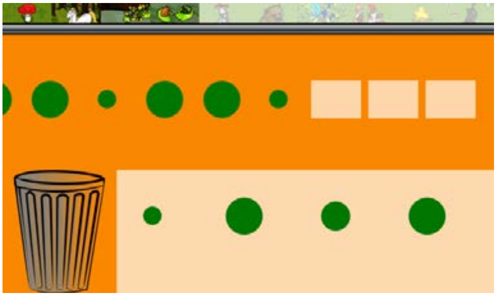
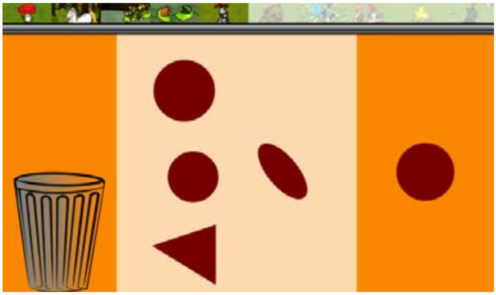
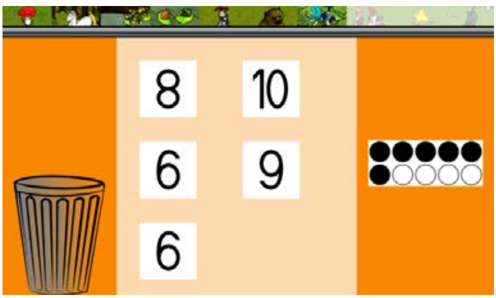
Spiel	Screenshot
Bezeichnung: 3.1 *Bereich*: Kardinal *Darstellungsarten:* 10er-Eierkartons, 10er-Punktefelder *Zahlenraum* bis 10	
Bezeichnung: 3.2 *Bereich*: Kardinal/Ziffern *Darstellungsarten:* Ziffern, 10er-Punktefelder *Zahlenraum* bis 5	
Bezeichnung: 3.3 *Bereich:* Muster *Darstellungsarten:* verschiedene geometrische Formen	

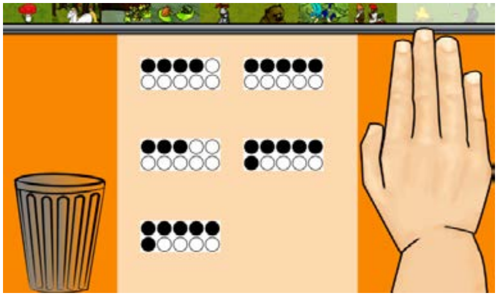
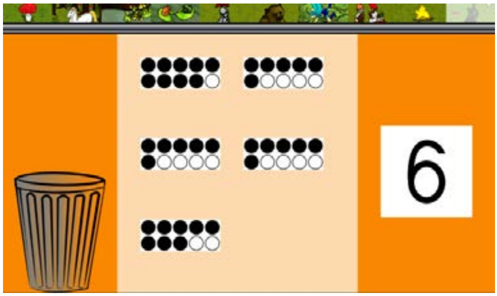
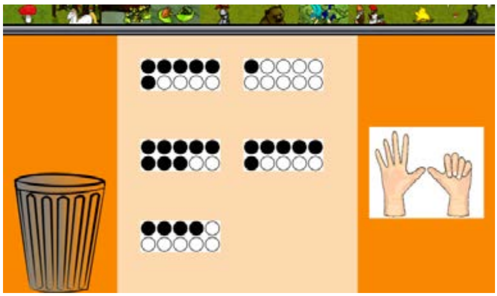
Bezeichnung: 3.4 *Bereich:* Ordinal *Darstellungsarten:* Würfelbilder bis 6	
Bezeichnung: 3.5 *Bereich:* Größen *Darstellungsarten:* verschieden	
Bezeichnung: 3.6 *Bereich:* Geometrie *Darstellungsarten:* (symmetrische) Schmetterlingshälf- ten	
Bezeichnung: 3.7 *Bereich:* Rechenoperationen *Darstellungsarten:* Murmeln, Handanimation *Subtraktion* ab 4-1	

Bezeichnung: 3.8 *Bereich*: Kardinal *Darstellungsarten:* Fingerbilder, 10er-Punktefelder *Zahlenraum* bis 10	
Bezeichnung: 3.9 *Bereich*: Ordinal *Darstellungsarten:* 10er-Punktefelder *Zahlenraum* bis 5	
Bezeichnung: 3.10 *Bereich*: Rechenoperationen *Darstellungsarten:* Punktestreifen *Zahlenraum* bis 5	

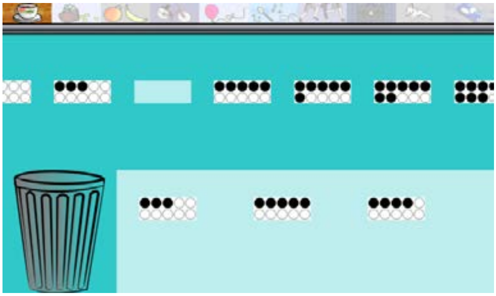
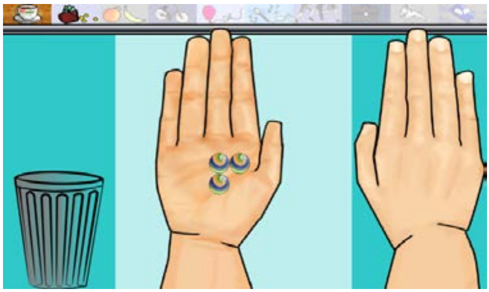
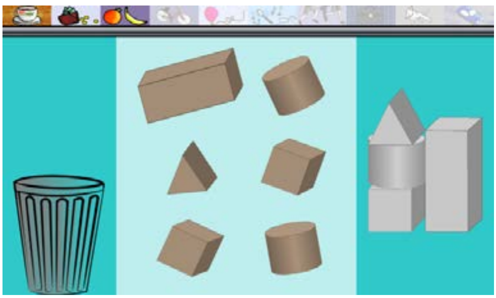
Welt 4 (8 Aufgaben pro Spiel)

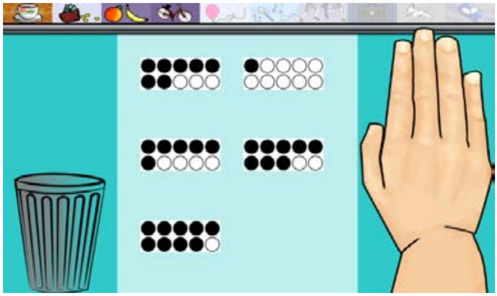
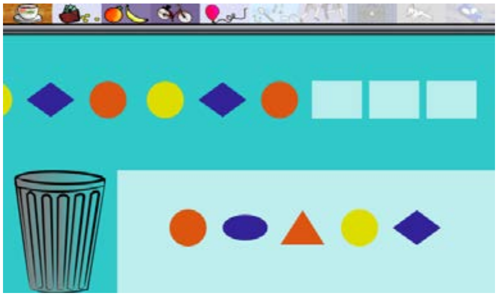
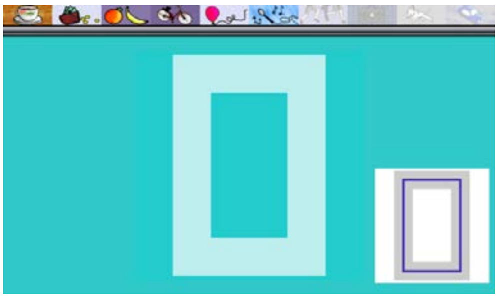
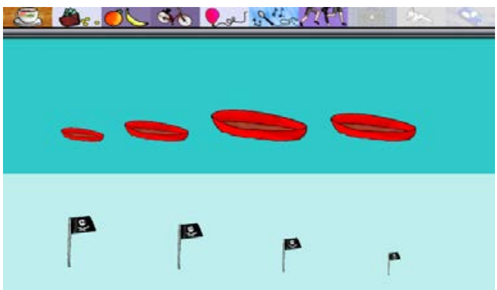
Spiel	Screenshot
Bezeichnung: 4.1 *Bereich*: Geometrie *Darstellungsarten:* 4x4 Matrix, Linien-muster	
Bezeichnung: 4.2 *Bereich:* Mengen-korrespondenz *Darstellungsarten:* verschieden	
Bezeichnung: 4.3 *Bereich*: Kardinal *Darstellungsarten:* 10er-Punktefelder *Zahlenraum* bis 10	

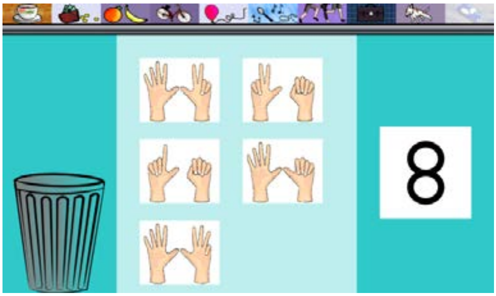
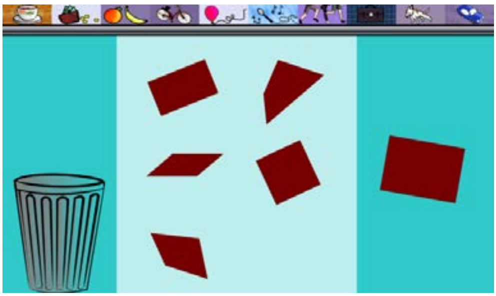
Bezeichnung: 4.4 *Bereich*: Muster *Darstellungsarten:* geometrische Formen unterschiedlicher Größe	
Bezeichnung: 4.5 *Bereich*: Geometrie *Darstellungsarten:* Kreis, Dreieck, Viereck	
Bezeichnung: 4.6 *Bereich*: Ordinal *Darstellungsarten:* 10er-Punktefelder *Zahlenraum* bis 10	
Bezeichnung: 4.7 *Bereich*: Kardinal, Ziffern *Darstellungsarten:* 10er-Punktefelder, Ziffern *Zahlenraum* bis 10	

Bezeichnung: 4.8 *Bereich*: Rechenoperationen *Darstellungsarten:* Murmeln, Handanimation *Addition* bis 6+3	
Bezeichnung: 4.9 *Bereich*: Kardinal/Ziffern *Darstellungsarten:* Ziffern, 10er-Punktefelder *Zahlenraum* bis 10	
Bezeichnung: 4.10 *Bereich*: Kardinal *Darstellungsarten:* Fingerbilder, 10er-Punktefelder *Zahlenraum* bis 10	

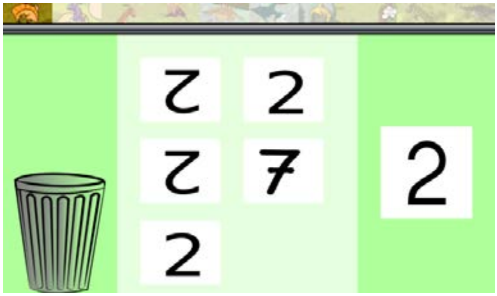
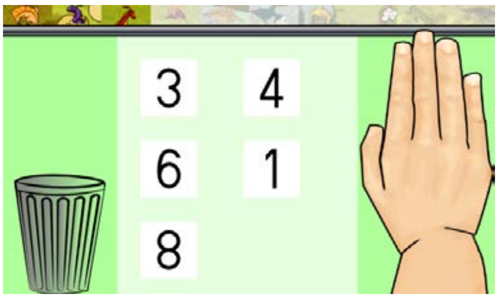
Welt 5 (10 Aufgaben pro Spiel)

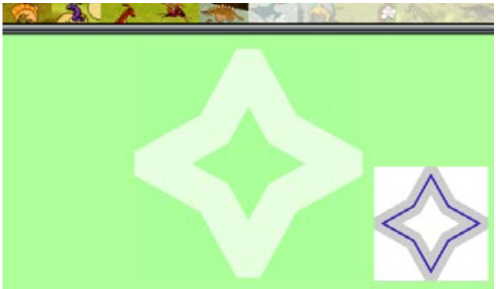
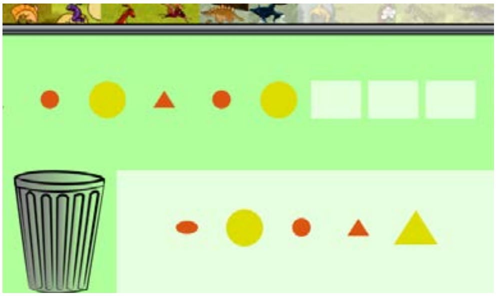
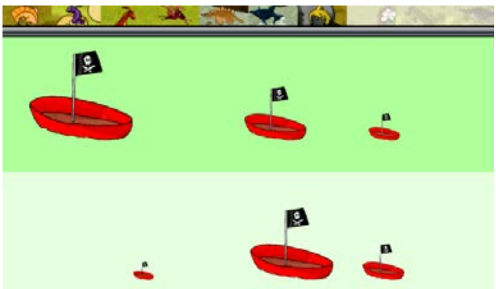
Spiel	Screenshot
Bezeichnung: 5.1 *Bereich:* Ordinal *Darstellungsarten:* 10er-Punktefelder *Zahlenraum* bis 10	
Bezeichnung: 5.2 *Bereich:* Kardinal *Darstellungsarten:* Würfelbild, 10er-Punktefelder *Zahlenraum* bis 6	
Bezeichnung: 5.3 *Bereich:* Geometrie *Darstellungsarten:* Bauklötze	

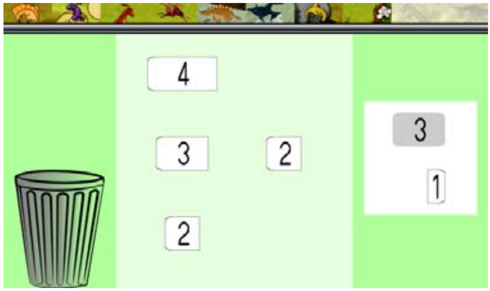
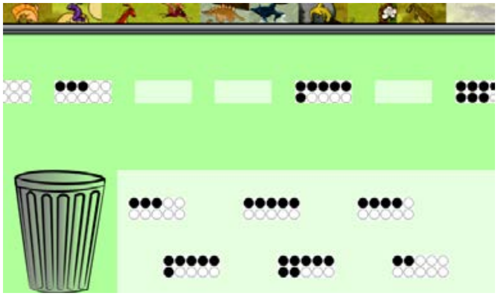
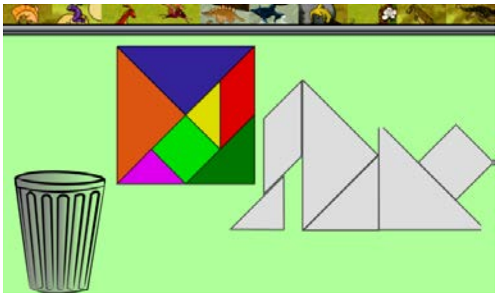
Bezeichnung: 5.4 *Bereich:* Rechenoperationen *Darstellungsarten:* Murmeln, Handanimation *Subtraktion* bis 6-3	
Bezeichnung: 5.5 *Bereich:* Muster *Darstellungsarten:* verschiedene geometrische Formen unterschiedlicher Farbe	
Bezeichnung: 5.6 *Bereich*: Geometrie *Darstellungsarten:* Spurlinien unterschiedlicher Form zum Nachzeichnen	
Bezeichnung: 5.7 *Bereich*: Größen *Darstellungsarten:* verschieden	

Bezeichnung: 5.8 *Bereich:* Ordinal *Darstellungsarten:* Ziffern bis 5	
Bezeichnung: 5.9 *Bereich*: Kardinal/Ziffern *Darstellungsarten:* Ziffern, Fingerbilder *Zahlenraum* bis 10	
Bezeichnung: 5.10 *Bereich*: Geometrie *Darstellungsarten:* Kreis, Dreieck, Viereck	

Welt 6 (10 Aufgaben pro Spiel)

Spiel	Screenshot
Bezeichnung: 6.1 *Bereich:* Ziffern *Darstellungsarten:* Ziffern, falsch und richtig	
Bezeichnung: 6.2 *Bereich:* Ordinal, Ziffern *Darstellungsarten:* Ziffern *Zahlenraum* bis 10	
Bezeichnung: 6.3 *Bereich:* Kardinal, Ziffern *Darstellungsarten:* 10er-Punktefelder, Ziffern *Zahlenraum* bis 10	

Bezeichnung: 6.4 *Bereich:* Geometrie *Darstellungsarten:* (symmetrische) Schmetterlinge	
Bezeichnung: 6.5 *Bereich:* Formen nachzeichnen *Darstellungsarten:* Spuren von Formen	
Bezeichnung: 6.6 *Bereich:* Muster *Darstellungsarten:* verschiedene geometrische Formen unterschiedlicher Größe und Farbe	
Bezeichnung: 6.7 *Bereich:* Größen *Darstellungsarten:* verschieden	

Bezeichnung: 6.8 *Bereich:* Rechenope-rationen *Darstellungsarten:* ‚Ziffernstreifen'	
Bezeichnung: 6.9 *Bereich:* Ordinal *Darstellungsarten:* Zehnerfelder *Zahlenraum* bis 10	
Bezeichnung: 6.10 *Bereich:* Geometrie *Darstellungsarten:* Tangram	

Anhang B

Zusatzitems Testinstrument

Zur Erhebung der mathematischen Kompetenzen in den beiden Interventionssettings und der Kontrollgruppe wurde der mathematische Teil der Lernausgangslage Berlin (LauBe, 2015; vgl. auch Steinweg, Sommerlatte, Gönder, Magister & Brunner, 2015) herangezogen.

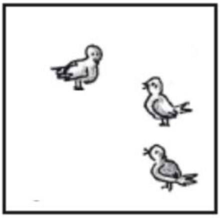
Im Folgenden sind die Zusatzitems dargestellt, die über das Grund- und Ergänzungsmodul des Testinstruments LauBe hinaus eigens für die vorliegende Untersuchung entwickelt und ergänzt wurden:

E6 Mengen und Zahlen

„Immer zwei Karten gehören zusammen.“
Die Lehrkraft zeigt auf die zwei Beispielkarten.

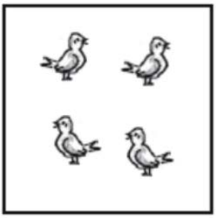
„Wie viele Vögel gibt es jeweils? Schreibe die Zahl auf.“

Bsp.

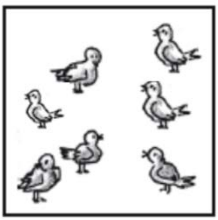


3

E6.1



E6.2



Anzahl der Punkte

(max. 2)

E13 Rechnen ohne Mengendarstellung

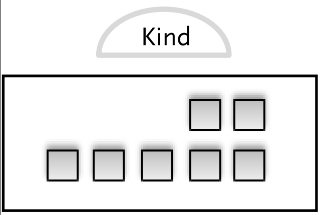
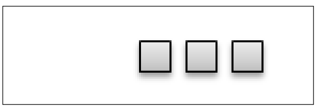
Material E13.5 10 gleich große, gleichfarbige Holzwürfelchen (o.Ä.)

E13.6 Die Ziffernkarten 5 und 2

Bewertung Nennt das Kind die richtige Lösung, erhält es jeweils einen Punkt.

Abbruch Kein Abbruch

Instruktion Die aufgabenspezifischen Instruktionen finden Sie in der Tabelle.

Nr.	Instruktion	Lösung	Antwort des Kindes	Punkte	
E13.5	7 Würfel laut abzählen und wie dargestellt vor das Kind legen.  Dann 3 Würfel laut abzählen und wie dargestellt vor sich selbst legen.  **„Ich habe 3 Würfel, du hast 7. Wie viele muss ich bekommen, damit ich genauso viele habe wie du?“**	4		0	1

E13.6	Die Ziffernkarten je so legen, dass das Kind sie richtig herum sehen kann. **„Stell dir vor du hast 5 Würfel.“** Ziffernkarte 5 vor das Kind legen. **„Und ich habe 2.“** Ziffernkarte 2 vor sich selbst legen. **„Wie viele muss ich bekommen, damit ich genauso viele habe wie du?“**	3		0	1

Anzahl der Punkte ☐

(max. 2)

E18 Symmetrie

Bei diesem Schmetterling fehlt die Hälfte. Kreuzt die untere Hälfte an, die genau dazu passt!

Anhang C
Beobachtungsbogen
(Setting A)

Um (über die Logfiledaten hinaus) Informationen zum Spielverhalten der Kinder im Setting A zu erheben, wurden Beobachtungsbögen entwickelt, die von den Erziehenden halbjährig für jedes teilnehmende Kind ausgefüllt werden sollten

Beobachtungsbogen – *MaiKe*

Einrichtung: ______________________ Beobachtungszeitraum: ______________

Name des Kindes: ______________________ Geburtstag: ______________

- Holen Sie gern auch die Beobachtungen und Erfahrungen Ihrer Kolleginnen ein.
- Zusätzlich kann zu jedem Punkt gern unter „Anmerkungen" eine Einschätzung mit eigenen Worten ergänzt werden. Diese kann besonders hilfreich sein.

trifft *nie* zu — trifft *immer* z

Beurteilungen zum Spielverhalten	**1**	**2**	**3**	**4**
... spielt (nach einer Einführung) selbstständig mit der App.	1	2	3	4
Anmerkungen:				
... spielt die App nur mit erwachsener Begleitung.	1	2	3	4
Anmerkungen:				
... spielt die App mit einem Kind oder mehreren Kindern zusammen.	1	2	3	4
Anmerkungen:				
... nutzt das Angebot nur, wenn er/sie dazu aufgefordert wird.	1	2	3	4
Anmerkungen:				

Laura Birklein, Otto-Friedrich-Universität, Didaktik der Mathematik & Informatik
0951 8631978 laura.birklein@uni-bamberg.de

... kommuniziert über die Inhalte der App mit ErzieherInnen.	1	2	3	4
Anmerkungen:				
... kommuniziert über die Inhalte der App mit anderen Kindern.	1	2	3	4
Anmerkungen:				
... benötigt Hilfe bei der Bedienung des Tablets und der App.	1	2	3	4
Anmerkungen:				
... benötigt Hilfe bei den mathematischen Inhalten der App.	1	2	3	4
Anmerkungen:				

Weitere Anmerkungen zu diesem Kind
z.B. Auffälligkeiten/ Besonderheiten beim Spielverhalten oder im Umgang mit dem Tablet/der App, Sonstiges,...
Nutzen Sie gern auch die Rückseite für weitere Anmerkungen

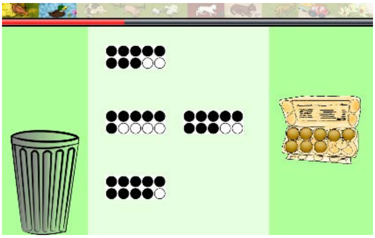
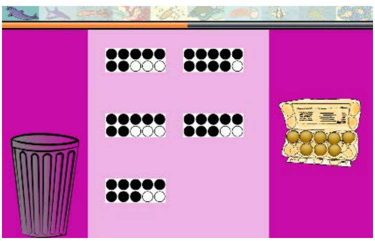
Vielen Dank für Ihre Unterstützung!

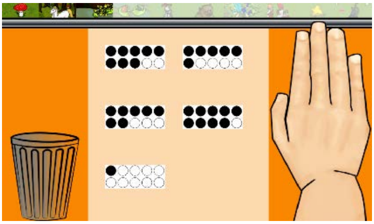
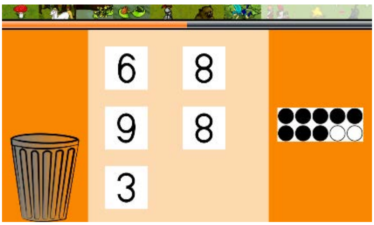
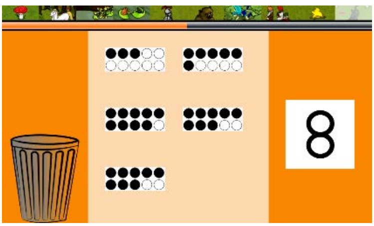
Laura Birklein, Otto-Friedrich-Universität, Didaktik der Mathematik & Informatik
✆ 0951 8631978 ✉ laura.birklein@uni-bamberg.de

Anhang D
Interviewleitfaden
(Setting B)

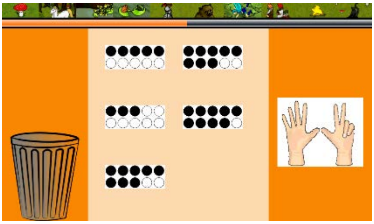
Im Setting B wurden die Spielsitzungen mit den Kindern von der Forscherin begleitet und videografiert. Um Einblicke in Denkweisen, Lernprozesse und Lösungswege der Kinder im ausgewählten Bereich der *Anzahlerfassung* zu gewinnen, wird das Erhebungsverfahren des klinischen Interviews angewandt.

Im Folgenden sind die relevanten Aufgabenstellungen der App *MaiKe* und die dazugehörigen Leitfragen dargestellt:

Spiel und Screenshot	**Leitfaden**
Welt 2, Spiel 2 (2.2) 	Im Spielverlauf; frühestens bei Aufgabe 2 (von 6): „Wie kann man denn schnell erkennen, was hier passt?“ Bezieht sich das Kind bei seiner Antwort auf Zählen, mögliche Nachfrage: „Kann man auch ohne Zählen erkennen, wie viele das sind?“
Welt 3, Spiel 1 (3.1) 	Im Spielverlauf; frühestens bei Aufgabe 2 (von 8) nach richtiger Zuordnung: „Wie konntest du denn so schnell erkennen, was hier passt?“ Oder (falls das Kind die Anzahl x schon spontan genannt hat): „Wie konntest du denn sehen, dass das x sind?“ Bezieht sich das Kind bei seiner Antwort auf Zählen, mögliche Nachfrage: „Kann man auch ohne Zählen erkennen, wie viele das sind?“

Welt 4, Spiel 3 (4.3) 	Im Spielverlauf; frühestens bei Aufgabe 2 (von 8) nach richtiger Zuordnung: „Wie konntest du denn so schnell erkennen, was hier passt?“ Oder (falls das Kind die Anzahl x schon spontan genannt hat): „Wie konntest du denn so schnell sehen, dass das x sind?“ Bezieht sich das Kind bei seiner Antwort auf Zählen, mögliche Nachfrage: „Kann man auch ohne Zählen erkennen, wie viele das sind?“
Welt 4, Spiel 7 (4.7) 	Im Spielverlauf; frühestens bei Aufgabe 2 (von 10) nach richtiger Zuordnung: „Wie konntest du denn sehen, wie viele das sind?“ Falls das Kind das Zahlwort noch nicht genannt hat, mögliche Nachfrage: „Wie viele waren es denn?“
Welt 4, Spiel 9 (4.9) 	Im Spielverlauf; frühestens bei Aufgabe 2 (von 8) nach richtiger Zuordnung: „Wie konntest du denn erkennen, was hier passt?“ Oder (falls das Kind die Anzahl x schon spontan genannt hat): „Wie konntest du denn sehen, dass das x sind?“ Bezieht sich das Kind bei seiner Antwort auf Zählen, mögliche Nachfrage: „Kann man auch ohne Zählen erkennen, wie viele das sind?“

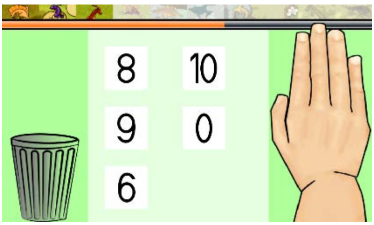
<table>
<tr>
<td>Welt 4, Spiel 10 (4.10)

</td>
<td>Im Spielverlauf; frühestens bei Aufgabe 2 (von 8) nach richtiger Zuordnung:

„Wie konntest du denn erkennen, was hier passt?“

Oder (falls das Kind die Anzahl x schon spontan genannt hat): „Wie konntest du denn sehen, dass das x sind?“

Bezieht sich das Kind bei seiner Antwort auf Zählen, mögliche Nachfrage: „Kann man auch ohne Zählen erkennen, wie viele das sind?“</td>
</tr>
<tr>
<td>Welt 6, Spiel 3 (6.3)


</td>
<td>Im Spielverlauf; frühestens bei Aufgabe 2 (von 10) nach richtiger Zuordnung:

„Wie konntest du denn so schnell sehen, wie viele das sind?“

Falls das Kind das Zahlwort noch nicht genannt hat, mögliche Nachfrage: „Wie viele waren es denn?“</td>
</tr>
</table>

Anhang E

Logfileauswertungen

Im Folgenden ist die gesamte spielbezogene Auswertung der Logfiles der App MaiKe dargestellt.

Die Tabellen enthalten die Werte zu allen 60 Spielen der App MaiKe (1.1 – 6.10) in einer Gesamtübersicht und anschließend für Setting A und Setting B getrennt.

Logfileauswertungen (gesamt)

Welt. Spiel	Gespielt von … Kindern (n)	Gespielt … mal	Fehler-anzahl	Lösungs-quote	Zeit mm:ss
1.1	44	3,43	2,66	85,51	00:03:24
1.2	44	2,41	2,16	88,27	00:01:55
1.3	44	1,84	1,85	89,93	00:01:27
1.4	44	1,61	0,49	97,32	00:01:23
1.5	44	1,77	1,64	91,22	00:01:39
1.6	44	1,84	1,38	95,56	00:01:45
1.7	44	1,52	1,59	91,36	00:01:34
1.8	44	1,48	2,70	93,92	00:03:09
1.9	44	1,68	2,20	88,21	00:01:32
1.10	44	2,02	2,66	86,92	00:01:18
2.1	44	2,14	3,38	79,41	00:01:26
2.2	44	1,27	1,08	95,65	00:01:40
2.3	44	5,82	8,86	63,34	00:01:35
2.4	43	1,51	1,74	92,89	00:01:20
2.5	43	2,77	6,05	75,18	00:01:56
2.6	43	1,72	3,22	86,84	00:01:40
2.7	43	2,74	7,34	80,52	00:02:39
2.8	42	1,38	2,66	89,19	00:01:49
2.9	42	1,98	5,93	75,37	00:02:32
2.10	42	1,24	2,18	91,05	00:01:26
3.1	42	2,05	9,06	75,88	00:03:10
3.2	41	1,24	1,25	96,21	00:01:35
3.3	41	2,46	8,21	74,83	00:02:44

3.4	40	1,30	2,50	92,39	00:02:12
3.5	39	1,69	3,12	87,35	00:01:34
3.6	38	1,34	2,14	91,58	00:01:32
3.7	38	1,50	4,03	87,74	00:02:54
3.8	38	1,50	5,42	83,41	00:03:03
3.9	38	1,11	2,17	93,39	00:02:34
3.10	38	1,11	2,85	91,37	00:02:02
4.1	37	1,92	12,17	75,95	00:04:48
4.2	37	2,35	5,72	76,57	00:02:19
4.3	36	1,36	6,14	86,29	00:02:50
4.4	36	2,36	10,21	68,55	00:02:33
4.5	36	2,89	9,85	69,68	00:01:53
4.6	35	1,46	6,79	86,30	00:05:09
4.7	35	1,06	1,70	95,67	00:02:22
4.8	33	1,36	6,42	84,21	00:03:35
4.9	32	1,25	2,61	93,74	00:02:00
4.10	31	1,03	1,55	96,36	00:02:18

Logfileauswertung Setting A

Welt. Spiel	Gespielt von ... Kindern (n)	Gespielt ... mal	Fehler anzahl	Lösungs-quote	Zeit mm:ss
1.1	22	5,55	2,88	84,33	00:01:57
1.2	22	3,18	1,81	90,16	00:01:49
1.3	22	2,41	2,00	89,13	00:01:27
1.4	22	2,18	0,58	96,81	00:01:29
1.5	22	2,32	1,92	89,80	00:01:33
1.6	22	2,18	0,81	97,27	00:01:45
1.7	22	1,77	1,51	91,79	00:01:41
1.8	22	1,77	2,62	94,10	00:03:18
1.9	22	1,77	2,33	87,51	00:01:36
1.10	22	2,45	2,52	88,22	00:01:21
2.1	22	2,36	3,31	82,00	00:01:27
2.2	22	1,50	1,21	95,15	00:01:34
2.3	22	8,64	9,51	60,79	00:01:34
2.4	21	1,81	1,63	93,34	00:01:23
2.5	21	3,62	7,04	71,05	00:01:59
2.6	21	2,10	3,39	86,23	00:01:41
2.7	21	4,05	7,01	81,32	00:02:31
2.8	20	1,45	2,24	90,97	00:01:51
2.9	20	2,25	5,78	76,24	00:02:30
2.10	20	1,45	3,10	87,24	00:01:27
3.1	20	2,40	10,75	73,33	00:03:09
3.2	19	1,37	0,69	97,92	00:01:40
3.3	19	3,47	9,45	70,97	00:02:52
3.4	18	1,44	2,50	92,42	00:02:19
3.5	17	1,82	2,87	88,32	00:01:36
3.6	16	1,38	1,86	93,27	00:01:31
3.7	16	1,88	4,37	86,70	00:02:56
3.8	16	1,63	6,65	79,58	00:03:12
3.9	16	1,25	3,65	88,85	00:02:45

3.10	16	1,00	2,88	91,25	00:02:08
4.1	16	1,94	14,90	73,90	00:05:18
4.2	16	2,50	5,95	75,58	00:02:19
4.3	16	1,38	9,50	76,45	00:03:22
4.4	16	3,06	11,71	63,82	00:02:34
4.5	16	4,00	11,81	63,50	00:01:51
4.6	15	1,47	8,00	83,77	00:04:54
4.7	14	1,07	2,33	94,33	00:02:19
4.8	13	1,54	6,75	83,35	00:03:28
4.9	12	1,25	2,47	94,07	00:02:04
4.10	11	1,09	2,17	94,75	00:02:27
5.1	10	1,30	1,85	94,08	00:03:10
5.2	9	1,22	3,09	93,82	00:03:09
5.3	9	1,44	5,08	91,92	00:03:20
5.4	9	2,44	10,14	74,86	00:03:53
5.5	8	1,00	5,00	90,00	00:04:12
5.6	7	1,57	3,64	97,18	00:02:50
5.7	7	2,57	7,11	82,39	00:03:08
5.8	7	1,14	1,38	96,63	00:02:39
5.9	7	1,14	3,25	93,50	00:03:40
5.10	6	3,17	20,53	58,95	00:02:48
6.1	6	1,83	7,82	84,36	00:02:24
6.2	6	1,00	1,33	98,00	00:05:01
6.3	6	1,17	6,57	86,86	00:02:55
6.4	6	1,00	0,17	99,50	00:01:29
6.5	6	1,50	1,00	99,56	00:02:19
6.6	5	1,00	3,60	92,80	00:05:03
6.7	5	1,80	4,56	85,22	00:02:18
6.8	5	2,40	8,75	78,42	00:02:25
6.9	5	2,20	15,55	74,45	00:06:26
6.10	5	1,40	6,29	91,43	00:05:13

Logfileauswertung (Setting B)

Welt. Spiel	Gespielt von ... Kindern (n)	Gespielt ... mal	Fehler anzahl	Lösungs- quote	Zeit mm:ss
1.1	22	1,32	2,93	83,93	00:07:49
1.2	22	1,64	2,94	83,97	00:02:06
1.3	22	1,27	1,82	90,07	00:01:27
1.4	22	1,05	0,35	98,17	00:01:13
1.5	22	1,23	1,78	90,26	00:01:52
1.6	22	1,50	2,64	91,52	00:01:47
1.7	22	1,27	2,07	88,64	00:01:23
1.8	22	1,18	3,27	92,62	00:02:59
1.9	22	1,59	2,60	85,97	00:01:31
1.10	22	1,59	2,97	83,80	00:01:13
2.1	22	1,91	3,62	75,57	00:01:29
2.2	22	1,05	1,17	95,22	00:01:52
2.3	22	3,00	6,56	72,15	00:01:31
2.4	22	1,23	2,59	89,37	00:01:22
2.5	22	1,95	5,84	76,00	00:02:00
2.6	22	1,36	3,60	85,27	00:01:41
2.7	22	1,50	7,03	80,97	00:02:47
2.8	22	1,32	3,69	84,86	00:01:53
2.9	22	1,73	5,84	75,00	00:02:41
2.10	22	1,05	1,48	93,96	00:01:27
3.1	22	1,73	7,32	79,29	00:03:11
3.2	22	1,14	1,80	94,52	00:01:28
3.3	22	1,59	7,43	77,26	00:02:38
3.4	22	1,18	2,23	93,19	00:02:02
3.5	22	1,59	3,80	84,54	00:01:30
3.6	22	1,32	2,69	89,07	00:01:34
3.7	22	1,23	4,48	86,33	00:02:57
3.8	22	1,41	4,23	87,13	00:02:58
3.9	22	1,00	1,27	96,14	00:02:29

3.10	22	1,18	3,19	90,35	00:01:56
4.1	21	1,90	12,40	75,80	00:04:49
4.2	21	2,24	6,02	75,32	00:02:04
4.3	21	1,29	3,96	94,04	00:02:32
4.4	21	1,71	9,00	72,42	00:02:35
4.5	21	1,90	7,93	75,88	00:01:45
4.6	21	1,38	7,31	85,31	00:05:11
4.7	21	1,05	1,82	95,05	00:02:14
4.8	20	1,25	6,40	84,24	00:03:38
4.9	20	1,25	3,92	90,48	00:02:06
4.10	20	1,00	1,50	96,55	00:02:11
5.1	18	1,28	2,83	90,83	00:02:48
5.2	18	1,11	3,65	92,70	00:03:04
5.3	18	1,17	5,10	91,81	00:02:44
5.4	18	1,67	6,77	83,37	00:04:11
5.5	16	1,31	4,86	90,29	00:03:42
5.6	15	1,07	2,81	98,13	00:02:42
5.7	14	2,07	6,69	83,48	00:02:36
5.8	14	1,07	0,47	98,93	00:02:00
5.9	14	1,29	3,00	94,00	00:02:49
5.10	14	2,21	15,16	69,68	00:02:25
6.1	15	1,20	7,50	85,00	00:02:19
6.2	13	1,00	3,62	94,31	00:03:57
6.3	12	1,08	4,77	90,46	00:03:03
6.4	12	1,00	0,42	98,67	00:01:26
6.5	11	1,27	1,21	99,29	00:02:26
6.6	9	1,22	7,09	85,82	00:03:35
6.7	9	1,78	5,06	83,38	00:02:09
6.8	9	1,56	9,43	76,71	00:02:44
6.9	9	1,56	9,64	84,14	00:05:33
6.10	9	1,33	6,92	90,58	00:04:38

Anhang F
Auswertungsleitfaden
(Kategoriensystem)

Im Forschungsschwerpunkt 3 wurde ein Kategoriensystem entwickelt, um der folgenden Frage nachzugehen:

Welche Lern- und Entwicklungsprozesse lassen sich exemplarisch bezüglich digitaler Aufgabenformate zur Anzahlerfassung nachvollziehen?

Die Analyse der vorliegenden (Video-)Daten orientiert sich an einem Interpretationsverfahren im Mixed-Method-Design, beschrieben von Schmidt (2015). Der zweite Schritt sieht die Bildung eines Auswertungsleitfadens vor, der genaue Beschreibungen und Ausprägungen der entwickelten Kategorien beinhaltet. Dieser ist an dieser Stelle für die fünf Kategorien 0-4 mit Beschreibung, Ausprägungen und Ankerbeispielen dargestellt.

Auswertungsleitfaden (Kategoriensystem)

Code	Kategorie	Beschreibung	Ausprägungen	Ankerbeispiele
4	**Struktur-nutzung**	Die Gesamtzahl 8 wird bestimmt. Bei Spielen mit Ziffern genügt eine schnelle Zuordnung (<3 Sek.). Bei Spielen ohne Ziffern muss entweder - die Anzahl 8 vorher bestimmt worden sein und eine anschließende schnelle Zuordnung erfolgen	Bezug zur 5er-Reihe	„Oben sind es 5. 8!“
			Bezug zum 10er-Feld	„Weil 2 fehlen, sind es 8.“
			Ableitung aus (anderer) bekannter Struktur oder aus Teilanzahlen	*Schiebt R (Mengendarstellung) zu L (Ziffer).* „Weil es nur 1 weniger war als davor bei den 9.“

		oder - in der Erklärung des Kindes wird die Strukturnutzung (z.B. durch Hinweis auf Teilanzahlen) deutlich <u>und</u> die Gesamtzahl 8 wird nachweislich bestimmt.		„3, 2, 3. 8. Nein! (..) Doch 8!“
			mehr nicht erkennbar	*(<3 Sek.) Schiebt R (Mengendarstellung) zu L (Ziffer)*

Code	Kategorie	Beschreibung	Ausprägungen	Ankerbeispiele
3	**Gestaltvergleich**	Die Gesamtzahl 8 wird nicht (nachweislich) bestimmt. Bei Spielen mit Ziffern ist diese Kategorie nicht relevant.	Bezug zur 5er-Reihe	„Also das kenne ich nicht, aber eine Reihe und dann noch 3 dazu.“ *Schiebt R (Mengendarstellung) zu L (Mengendarstellung).*
		Bei Spielen ohne Ziffern muss entweder - eine schnelle Zuordnung (< 3 Sek.) erfolgen	Bezug zum 10er-Feld	„Es fehlen 2“ *Schiebt R (Mengendarstellung) zu L (Mengendarstellung).*
		oder	Ableitung aus (anderer) bekannter Struktur oder aus Teilanzahlen	4. *Tippt nacheinander auf die unteren Punkte von F1 (9er-Punktefeld).* 1,2,3,4.

		- in der Erklärung des Kindes wird eine Strukturnutzung (z.B. durch Hinweis auf Teilanzahlen) deutlich und die Gesamtzahl 8 wird nicht nachweislich bestimmt.		Das kann es nicht sein. (..) Dann ist es das hier. *Schiebt R (Mengendarstellung) zu L (Mengendarstellung).*
			mehr nicht erkennbar	(>3 Sek.) *Schiebt R (Mengendarstellung) zu L (Mengendarstellung)*

Code	Kategorie	Beschreibung	Ausprägungen	Ankerbeispiele
2	**Alles Zählen**	Die einzelnen Elemente der Menge werden nachweislich abgezählt, z.B. durch - lautes Zählen - Tippen auf die Elemente		*Tippt mit dem Pen auf die Punkte von L (Mengendarstellung).* (flüstert) 1,2,3,4,5,6,7,8

Code	Kategorie	Beschreibung	Ausprägungen	Ankerbeispiele
1	**Trial & Error**	Wenn kein anderer Hinweis auf probierendes Vorgehen, z.B. durch Erklärung des Kindes vorliegt, müssen mindestens 3 Fehlversuche vorliegen.		„Habe ich einfach geraten.“
				Schiebt R1 zu L. *Versucht F3 zu L zu schieben.* *Versucht F2 zu L zu schieben. Schiebt F2 in den Müll.* *Versucht F3 zu L zu schieben.*

Code	Kategorie	Beschreibung	Ausprägungen	Ankerbeispiele
0	**Keine Zuordnung**	Keine Erklärung bzw. keine Indizien, die eine zuverlässige Zuordnung zu einer anderen Kategorie (1-4) zulassen.		(..) *Schiebt F3 Richtung L.* Nein. *Schiebt F3 wieder in die Mitte. Schiebt R1 nach L.*
				(>3 Sek.) *Schiebt R zu L.*

University
of Bamberg
Press

Unsere heutige digitalisierte Welt eröffnet für die Förderung mathematischer Basiskompetenzen neue Wege und Möglichkeiten, deren Potenziale es zu beforschen gilt. Diese Studie leistet einen Beitrag aus mathematikdidaktischer Perspektive, indem der Einsatz einer App (MaiKe) zur mathematischen Frühförderung untersucht wird.

Die Evaluation in zwei unterschiedlichen Interventionssettings ermöglicht es, den Einfluss differenter Rahmenbedingungen auszumachen, um Hinweise auf eine möglichst optimale Organisation des App-Einsatzes zu generieren. In einem Pre- und Posttest Design mit Kontrollgruppe werden die mathematischen Kompetenzen der Gruppen über verschiedene Messzeitpunkte hinweg verglichen. Die quantitativen Ergebnisse werden durch qualitative Analysen im ausgewählten Inhaltsbereich der (strukturierten) Anzahlerfassung vertieft und ergänzt.

Die integrative Diskussion aller Ergebnisse weist darauf hin, dass der Einsatz einer App (wie MaiKe) in bestimmten Settings positive Effekte auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen der Kinder haben kann. Zwar können digitale Medien eine vielseitige und anregende Spiel- und Lernumgebung für Kinder nicht ersetzen – durchaus aber sinnvoll ergänzen.

ISBN 978-3-86309-742-4
9 783863 097424
www.uni-bamberg.de/ubp/