

Beitrag III: Mona Gerve

[mona.gerve@uni-osnabrueck.de](mailto:mona.gerve@uni-osnabrueck.de)

## **Zehnerüberschreitende Aufgaben im Zahlenraum bis 20**

### **– Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern Anfang und Ende des zweiten Schuljahres**

Rechenkompetenzen im Zahlenraum bis 20 sind ein wesentlicher Inhalt im ersten Schuljahr. Sie sind Voraussetzung für das Rechnen in höheren Zahlenräumen – sowohl für das halbschriftliche als auch das schriftliche Rechnen. Zehnerüberschreitende Aufgaben stellen dabei eine besondere Herausforderung dar. Zur Lösung dieser gibt es verschiedene Herangehensweisen, wobei im Wesentlichen zwischen Zählstrategien, heuristischen Strategien und dem Faktenabruf unterschieden wird.

#### **1 Theoretischer und empirischer Hintergrund**

Zählstrategien sind oftmals eine erste Herangehensweise an Aufgaben im Zahlenraum bis 20 – auch vor der unterrichtlichen Erarbeitung. Da diese aber zeitaufwändig und fehleranfällig sind, gelten sie als langfristig nicht tragfähig. Deshalb sollte eine Ablösung von Zählstrategien zugunsten von heuristischen Strategien und dem Faktenabruf erfolgen. Wenn die Aufgaben im Zahlenraum bis 20 bis Ende Jahrgangsstufe 2 nicht flexibel mit heuristischen Strategien gelöst oder als Fakten abgerufen werden, handelt es sich um „verfestigtes zählendes Rechnen“. Dieses ist nicht tragfähig für das weitere Rechnen und ein Zeichen für besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen (Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018; Schipper, 2009; Gaidoschik et al., 2021). Ziel des Unterrichts bis Ende Jahrgangsstufe 2 ist deshalb neben dem sicheren Lösen der Aufgaben das flexible Nutzen heuristischer Strategien (z. B. Niedersächsisches Kultusministerium, 2017).

Für das erste Schuljahr zeigen bisherige Studien, dass zur Lösung zehnerüberschreitender Aufgaben noch häufig Zählstrategien genutzt werden (Gaidoschik, 2010; Doschko, 2011). Ergebnisse von Gaidoschik et al. (2017) deuten an, dass der Anteil an Zählstrategien jedoch bei gezielter Thematisierung von heuristischen Strategien im Unterricht geringer ist.

Im zweiten Schuljahr werden zehnerüberschreitende Additionsaufgaben im Zahlenraum bis 20 größtenteils mithilfe heuristischer Strategien gelöst, wobei das schrittweise Rechnen dominiert (Gasteiger et al., 2020). Auch der Anteil automatisierter Aufgaben nimmt zu (Reindl, 2016).

Aufgaben im Zahlenraum bis 20 sind zwar schwerpunktmäßig Inhalt des ersten Schuljahres, sie stellen aber ab Anfang Klasse 2 eine zentrale Grundlage für das Rechnen im Zahlenraum bis 100 dar. Bisher ist weitestgehend unklar, ob Aufgaben im Zahlenraum bis 20 Anfang Klasse 2 – als Grundlage für die Erarbeitung des Zahlenraums bis 100 – beherrscht werden und inwieweit tragfähige heuristische Strategien genutzt werden. Da außerdem von Interesse ist, ob das fachdidaktische und bildungspolitische Ziel der Beherrschung und flexiblen Strategienutzung erreicht wird, stellt sich die Frage, inwiefern sich diese Kompetenzen im Laufe des zweiten Schuljahres noch verändern:

- Inwiefern zeigen sich Unterschiede hinsichtlich Lösungsrichtigkeit und Herangehensweisen bei Aufgaben im Zahlenraum bis 20 Anfang und Ende der Jahrgangsstufe 2?

## **2 Untersuchungsdesign**

Zur Erhebung der Herangehensweisen wurden in Interviews mit Kindern Anfang ( $N = 100$ ) und Ende ( $N = 98$ ) Jahrgangsstufe 2 jeweils 6 zehnerüberschreitende Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 20 gestellt. Die Antwort auf die Frage „Wie hast du deine Lösung herausgefunden?“ wurde (incl. Gestik) ausgewertet und in die Herangehensweisen Zählstrategien, heuristische Strategien und Faktenabruf unterschieden, wobei die ersten beiden Kategorien noch detaillierter klassifiziert wurden. Bei der Kategorie Faktenabruf handelt es sich um die Selbstauskunft des Kindes („habe es gewusst“). Diese kann somit nicht mit Sicherheit einer Automatisierung gleichgesetzt werden. Beschreibungen, die keiner der drei Herangehensweisen entsprachen, wurden der Kategorie „Sonstiges“ zugeordnet. Außerdem wurde die Lösungsrichtigkeit erhoben.

### 3 Ergebnisse

Es zeigte sich kein signifikanter Unterschied in der Lösungsrichtigkeit der zehnerüberschreitenden Aufgaben Anfang und Ende Jahrgangsstufe 2 ( $t(98) = -1.699$ ,  $p = .092$ ) (siehe Tab.).

Ende Klasse 2 wurden heuristische Strategien signifikant häufiger zur Lösung herangezogen als Anfang Klasse 2 ( $t(98) = -3.369$ ,  $p = .001$ ,  $d = 0.34$ ) (siehe Tab. 1).

Tab. 1 Mittelwerte und Standardabweichungen (von je 12 Aufgaben)

	Richtig gelöste Aufgaben		Mit heuristischen Strategien gelöste Aufgaben	
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>
<b>Anfang Klasse 2</b>	10,4	1,9	8,9	4,3
<b>Ende Klasse 2</b>	10,8	1,5	10,1	3,5

Unter den heuristischen Strategien war das schrittweise Rechnen zur 10 die meistgenutzte Strategie: Anfang Klasse 2 liegt der Anteil bei 61,9%, Ende Klasse 2 nimmt dieser auf 67,8% zu.

Der Anteil der Zählstrategien nimmt zum Ende des Schuljahres zugunsten der heuristischen Strategien ab, dennoch wurden noch 11% aller Aufgaben mithilfe von Zählstrategien gelöst (Anfang Klasse 2: 16,5%). Dabei wurde Ende Klasse 2 häufiger die Kommutativität genutzt und vom größeren Summanden aus weitergezählt (28,4% Anfang, 40,3% Ende Klasse 2).

### 4 Diskussion und Fazit

Auch wenn zehnerüberschreitende Aufgaben am Ende des Schuljahres nicht signifikant häufiger korrekt gelöst wurden, so wurden sie aber signifikant häufiger mithilfe tragfähiger Herangehensweisen gelöst. Dass heuristische Strategien Ende Klasse 2 häufiger eingesetzt wurden als noch zu Schuljahresbeginn, deutet darauf hin, dass auch während des zweiten Schuljahres, in dem nach Lehrplan keine explizite Thematisierung dieser Aufgaben mehr erfolgt, eine Ablösung von nicht tragfähigen Herangehensweisen hin zur Nutzung heuristischer Strategien stattfindet. Denkbar wäre, dass bei der Thematisierung des Zahlenraums bis 100 auch die Wiederholung der Aufgaben im Zahlenraum bis 20 eine zentrale Rolle eingenommen hat. Zudem könnte sich die Thematisierung von Strategien und Rechenvorteilen bei Aufgaben im

Zahlenraum bis 100 auch auf die Strategienutzung bei Aufgaben im Zahlenraum bis 20 auswirken. Um dies zu überprüfen, wäre eine Untersuchung des Unterrichts notwendig.

Dennoch werden Ende Klasse 2 noch immer nicht-tragfähige Herangehensweisen genutzt, was insbesondere mit Blick auf die bereits erfolgte Zahlenraumerweiterung bis 100 problematisch ist. Eine weiterführende Analyse, ob die Zählstrategien bei Kindern vereinzelt auftreten oder wenige Kinder über alle Aufgaben hinweg zählend vorgehen, steht noch aus.

## Literatur

Doschko, D. (2011). *Lösungshäufigkeiten, Rechenmethoden, Lösungswege und Fehler von Erstklässlern beim Bearbeiten von Aufgaben im Zahlenraum bis Zwanzig*. Kovač.

Gaidoschik, M. (2010). *Wie Kinder rechnen lernen – oder auch nicht. Eine empirische Studie zur Entwicklung von Rechenstrategien im ersten Schuljahr*. Lang.

Gaidoschik, M., Fellmann, A., Guggenbichler, S. & Thomas, A. (2017). Empirische Befunde zum Lehren und Lernen auf Basis einer Fortbildungsmaßnahme zur Förderung nicht-zählenden Rechnens. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 38(1), 93-124.

Gaidoschik, M., Moser Opitz, E., Nührenbörger, M., & Rathgeb-Schnierer, E. (2021). Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen. Special Issue der *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 47(111S).

Gasteiger, H., Gerve, M., Nüsse, J., Schliefl, L., Schröder, G., & Tabeling, L. (2020). Strategieverwendung bei Additionsaufgaben mit Zehnerübergang Ende Jahrgangsstufe 2. In A. Frank, S. Krauss & K. Binder (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2019* (S. 249-252). WTM-Verlag.

Niedersächsisches Kultusministerium (2017). *Kerncurriculum für die Grundschule Schuljahrgänge 1-4. Mathematik*.

Rathgeb-Schnierer, E. & Rechtsteiner, C. (2018). *Rechnen lernen und Flexibilität entwickeln. Grundlagen – Förderung – Beispiele*. Springer.

Reindl, S. (2016). *Lösungsstrategien Addition und Subtraktion. Eine Studie zur Nutzung und Wirkung im Grundschulalter*. Waxmann.

Schipper, W. (2009). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Schroedel.