11 | Mathematikdidaktik Grundschule

Mathematische Bildung heute und morgen: Herausforderungen und Perspektiven

Tagungsband des AK Grundschule in der GDM 2022

hg. von Anna Susanne Steinweg

University of Bamberg Press

11 Mathematikdidaktik Grundschule

Mathematikdidaktik Grundschule

hrsg. von Anna Susanne Steinweg
(Didaktik der Mathematik und Informatik)

Band 11

University
of Bamberg
Press
2022

Mathematische Bildung heute und morgen: Herausforderungen und Perspektiven

Tagungsband des AK Grundschule in der GDM 2022

hg. von Anna Susanne Steinweg

University
of Bamberg
Press
2022

Bibliographische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.dnb.de/ abrufbar.

Herstellung und Druck: docupoint Magdeburg
Umschlaggestaltung: University of Bamberg Press
Umschlagfoto: © A. Steinweg

ISSN: 2193-2905 (Print) eISSN: 2750-8439 (Online)
ISBN: 978-3-86309-878-0 (Print) eISBN: 978-3-86309-879-7 (Online)
URN: urn:nbn:de:bvb:473-irb-557994
DOI: https://doi.org/10.20378/irb-55799

Inhaltsverzeichnis

... aus den Arbeitsgruppen

Arithmetik

Frühe mathematische Bildung

Geometrie

Kommunikation & Kooperation

Lehrer:innenbildung

Lehren, Lernen und Forschen mit digitalen Medien (PriMaMedien)

Sachrechnen

Vorwort

In dem hier vorliegenden elften Band der Reihe „Mathematikdidaktik Grundschule“ sind die Ergebnisse der Herbsttagung des Arbeitskreises Grundschule in der GDM zusammengefasst. Die Tagung fand am 11. und 12. November 2022 wiederum online statt. Das diesjährige Tagungsthema „Mathematische Bildung heute und morgen – Herausforderungen und Perspektiven“ wurde mit großem Interesse unter verschiedenen Blickwinkeln diskutiert. Dabei wurden sowohl Themenstränge aufgenommen, die schon seit längerem im Gespräch sind, wie die Digitalisierung, aber auch die Auswirkungen aktueller Entwicklungen auf Aspekte wie Mehrsprachigkeit und Inklusion betrachtet.

Günter Krauthausen (Hamburg) referierte „Zur Digitalisierungsdebatte im Mathematikunterricht der Grundschule“. Er stellte dar, wie sich die Situation seit den 1990er Jahren entwickelt hat und in welcher Weise Technik, Bildungspolitik, Schule und Fachdidaktik dies beeinflusst haben. Weiter gab der Vortrag Anregungen für eine begründete und nachhaltige Konzeption für das fachliche Lernen und Lehren mit digitalen Medien in der Grundschule.

Rebecca Klose (Gießen) stellte in ihrem Vortrag „Mehrsprachigkeit als Ressource beim Mathematiklernen – Zum Fachsprachengebrauch bilingual unterrichteter Kinder“ dar, in welcher Weise Mehrsprachigkeit im Unterricht von Bedeutung sein kann. Sie berichtete über ein Forschungsprojekt, das die Bildung mathematischer Begriffe im bilingualen Mathematikunterricht untersucht und dabei insbesondere den Fachsprachengebrauch bilingual unterrichteter Grundschulkinder analysiert.

Unter dem Titel „Was ist die 35? – Ist das inklusive Mathematik?“ analysierte Birgit Werner (Heidelberg) die vorhandenen fachlichen, fachdidaktischen sowie sonder- und inklusionspädagogischen Wissensbestände auf ihr Potential, Teilhabe und Partizipation aller Lernenden im Mathematikunterricht der Grundschule zu sichern.

Auch in diesem Jahr haben wieder eine Reihe von Kolleginnen und Kollegen ihre Arbeiten aus der aktuellen mathematikdidaktischen Grundschulforschung im Rahmen der Arbeitsgruppen vorgestellt und somit neue Denkanstöße geboten. Wir bedanken uns dafür herzlich bei allen Vortragenden. Unser Dank gilt auch den Koordinatorinnen und Koordinatoren der Arbeitsgruppen. Durch ihr kontinuierliches Engagement war es auch in diesem Jahr und unter den veränderten Organisationsbedingungen möglich, dass u. a. auch Nachwuchsforscherinnen und -forscher Gelegenheit zur Präsentation und Diskussion ihrer Projekte bekamen.

Prof. Dr. Barbara Ott

Prof. Dr. Elisabeth Rathgeb-Schnierer

Prof. Dr. Daniel Walter

Prof. Dr. Gerald Wittmann

Webpräsenz des Arbeitskreises https://didaktik-der-mathematik.de/arbeitskreise

Mehrsprachigkeit als Ressource beim Mathematiklernen – Zum Fachsprachengebrauch bilingual unterrichteter Kinder

Von Rebecca Klose

Mehrsprachigkeit kann im Mathematikunterricht vielfältige Formen einnehmen. Im Beitrag geht es um den besonderen Fachsprachengebrauch bilingual unterrichteter Grundschulkinder. Dazu werden zum einen Hintergründe zur Begriffsbildung und zur Verwendung von Fachsprache im noch wenig erforschten Feld des bilingualen Mathematikunterrichts aufgezeigt. Zum anderen werden Erkenntnisse aus einem Dissertationsprojekt dargelegt, bei dem als Erhebungsinstrument die Methode ‚PriMaPodcast' zum Einsatz kam.

Schlüsselwörter: Mehrsprachigkeit, bilinguales Mathematiklernen, Begriffsbildung, Fachsprachengebrauch, PriMaPodcast

1 Mehrsprachigkeit als Ressource

Mehrsprachigkeit wird als „vielfältiges Phänomen" (Terhart & Winter, 2020, S. 30) beschrieben, „welches in der Grundschule auf unterschiedliche Weise präsent ist" (ebd.). Der Mehrsprachigkeit kommt gerade im Kontext der Globalisierung eine immer größere Bedeutung zu. Sie stellt ein weltweites Phänomen dar (Belke, 2012) und wird als ein Merkmal der deutschen Gesellschaft angesehen (Gogolin et al., 2005). In diesem Beitrag geht es bei der Mehrsprachigkeit um die individuelle Nutzung mehrerer natürlicher Sprachen. In einem funktionalen Verständnis kann eine mehrsprachige Person in den meisten Situationen von der einen Sprache zur anderen wechseln, wenn es nötig ist. Das Verhältnis der Sprachen kann dabei verschieden sein (Oksaar, 1980). Verschiedene Disziplinen beschäftigten sich mit der Mehrsprachigkeit in den letzten Jahren auf unterschiedliche Weise, z. B. über die Feststellung möglicher Erwerbsbedingungen, der Beschreibung von Kompetenzniveaustufen oder der Darstellung variabler Gebrauchskontexte (Terhart & Winter, 2020). Mehrsprachigkeit wurde zuletzt auch bildungspolitisch verankert: Im Kontext sprachlicher Bildung und Sprachförderung wird Mehrsprachigkeit als Ressource angesehen. Erfahrungen und Kompetenzen mehrsprachiger Schülerinnen und Schüler sollen erkannt, aufgegriffen und angemessen genutzt werden (KMK, 2019).

In neuerer Zeit gibt es in der Mathematikdidaktik zunehmend Forschungen, die das fachliche und sprachliche Lernen bei einer mehrsprachigen Schülerschaft untersuchen und Ressourcen in den Blick nehmen (z. B. Wessel, 2015; Maisano, 2019). Der Stand und Perspektiven zum Mathematiklernen im Zusammenhang mit Mehrsprachigkeit werden auf nationaler Seite von Prediger und Özdil (2011) in einem Sammelband sowie in Meyer und Tiedemann (2017) zusammengestellt. Auch die Projekte MuM-Multi I+II beforschten das Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit im deutschen Schulsystem (Sekundarstufe I) und setzten sich u.a. zum Ziel, Konzepte und Beiträge zur Theoriebildung einer Didaktik des mehrsprachigen Fachunterrichts zu entwickeln (Prediger & Redder, 2022). Barwell et al. (2017) geben Einblicke in internationale Forschungen und Ansätze. Die Beiträge zeigen, dass Mehrsprachigkeit im Mathematikunterricht vielfältige Formen einnehmen kann. Es gibt verschiedene Möglichkeiten, die Erfahrungen und Kompetenzen der mehrsprachigen Schülerschaft im Mathematikunterricht aufzugreifen: von der Einbindung verschiedener Herkunftssprachen in sprachlich heterogenen Regelschulklassen, über die Verwendung einer zusätzlichen Zielsprache im bilingualen Unterricht bis hin zum Einsatz verschiedener Sprachen (v.a. in multilingualen Ländern).

2 Bilinguales Mathematiklernen

Eine Möglichkeit, der Mehrsprachigkeit und der sprachlich-kulturellen Vielfalt im Unterricht in einem ressourcenorientierten Sinne zu begegnen, stellt das bilinguale Lernen dar. Bilinguales Lernen impliziert die (zusätzliche) Verwendung einer Fremdsprache zur Erschließung fachlicher Inhalte. Dabei werden die spezifischen Ziele des Sachfaches mit den Anforderungen an einen modernen Fremdsprachenunterricht verbunden (Böttger, 2013). Im Zusammenhang mit der sprachen- und gesellschaftspolitischen Perspektive der Europäischen Union und den im europäischen Kontext geprägten Konzept *Content and Language Integrated Learning* (CLIL) haben bilinguale Angebote eine erhebliche Aufwertung bekommen (Zydatiß, 2010). Bei CLIL werden das Fach- und das Sprachlernen als integriert betrachtet. Das Konzept umfasst verschiedene bilinguale Modelle. Im Gegensatz zum traditionellen

Fremdsprachenunterricht geht es dabei nicht primär um das *Erlernen* einer Fremdsprache. Es findet vielmehr ein *Erwerb* natürlicher Sprachen an authentischen Fachinhalten statt. Aus mathematikdidaktischer Sicht mangelt es jedoch diesbezüglich an Untersuchungen und empirischer Fundierung. Obwohl das Fach Mathematik schon seit Ende der 1990er Jahren in den bilingualen Fächerkanon aufgenommen wurde (KMK, 2006), liegt für den Mathematikunterricht noch kein eigenes theoretisch fundiertes Konzept vor. Dennoch wird bilinguales Mathematiklernen an Schulen derzeit praktiziert. Nach Hallet (2005) rücken im bilingualen Sachfachunterricht, anders als im Fremdsprachenunterricht, nicht Alltagsbegriffe, sondern vielmehr wissenschaftliche Begriffe bzw. Fachbegriffe in den Fokus des Interesses.

3 Mathematische Begriffsbildung

3.1 Begriffsbildung im Mathematikunterricht

Begriffe wie *Symmetrie* oder *Quader* nehmen im Mathematikunterricht eine zentrale Rolle ein. Ein Begriff kann ein Objekt bezeichnen sowie eine Klasse von Gegenständen, einen Sachverhalt, ein Verfahren oder eine Handlung ausdrücken. Aus fachdidaktischer Perspektive ist es Ziel der Bildung mathematischer Begriffe, dass die Lernenden im Unterricht tragfähige Begriffsvorstellungen entwickeln und ein Begriffsverständnis aufbauen. Basierend auf psychologischen und lerntheoretischen Annahmen sollen Lernende tragfähige Vorstellungen zu Merkmalen und Eigenschaften eines mathematischen Begriffs aufbauen (Begriffsinhalt), einen Überblick über die Gesamtheit aller Objekte erhalten, die unter den Begriff fallen (Begriffsumfang) sowie Beziehungen des Begriffs zu anderen Begriffen aufzeigen können (Begriffsnetz). Kenntnisse über die Anwendungen des Begriffs sowie der Erwerb von Fähigkeiten im Umgang mit dem Begriff gehören ebenso zum Aufbau eines umfangreichen Begriffsverständnisses (Weigand, 2015). Neben der Sinnkonstituierung des Begriffs, stehen für Weber (2007) der Aufbau von (visuellen) Repräsentationen und Verinnerlichungen sowie die Fähigkeiten zur Anwendung des Begriffs auf die Realität im Vordergrund.

Im Mathematikunterricht der Grundschule werden Begriffe im aktiven Umgang mit Objekten (handelnd, modellhaft, materialgebunden) und in Verbindung mit Sprache gebildet (Franke & Reinhold, 2016). Der Sprache mit ihren unterschiedlichen Registern (Fachsprache, Alltagssprache, Bildungssprache) wird dabei eine wichtige Rolle zugeschrieben. Unter einer angemessenen Berücksichtigung des kindlichen Sprachverhaltens sollen bereits Grundschulkinder an die mathematische Fachterminologie herangeführt werden.

3.2 Begriffsbildung im bilingualen Kontext

Begriffsbildungsprozesse stellen im *bilingualen* Unterrichtskontext die Schnittmenge der beiden Komponenten des (fremd)sprachlichen und fachlichen Lernens dar. Eine allgemeine, theoriegeleitete Auseinandersetzung findet dazu von Seiten der CLIL-Forschung eher selten statt (Fries, 2013). Im bilingualen Unterricht erfolgen Begriffsbildungsprozesse meist in zwei unterschiedlichen Zielsprachen. Durch die zweisprachige Vermittlung der Fachbegriffe im Unterricht durchdringen die Lernenden die Konzepte in zwei Sprachen. Somit erhalten sie nach Golay (2007) einen Perspektivenwechsel, der sich zum einen auf der sprachlichen Ebene abspielt, zum anderen aber auch zu einer „erweiterten Bilingualität der fachlichen Konzepte“ (S. 110) führt. Somit kann Fachwissen ergänzt und gefestigt werden.

Überlegungen der CLIL-Forschung zur didaktisch-methodischen Umsetzung eines bilingualen Unterrichts decken sich zum Teil mit mathematikdidaktischen Grundlagen zur Bildung mathematischer Begriffe (Klose, 2022). Dies betrifft u.a. den *Darstellungswechsel*. Für den Aufbau eines tragfähigen Verständnisses sollten mit mathematischen Begriffen unterschiedliche Darstellungen anschaulich verknüpft werden. Nach Leisen (2005) erweist sich der Wechsel von Darstellungsformen *auf* und *zwischen* den verschiedenen Ebenen als „der didaktische Schlüssel zum fachlichen Verstehen“ (S. 2) und „als ein Anlass zur fachlichen Kommunikation“ (ebd.). Durch den gezielten Einsatz von Darstellungsformen können mathematische Tätigkeiten und Erkenntnisprozesse unterschiedlich gut gestützt werden (Jörissen & Schmidt-Thieme, 2015). Nicht nur im Fachunterricht, sondern auch im bilingualen Unterricht sollen verschiedene Darstellungsformen zum Einsatz kommen (Leisen, 2013). Ein Wechsel der verschiedenen Darstellungsformen *auf* einer Ebene sowie *zwischen* verschiedenen Ebenen stellt den „Kern einer Didaktik des bilingualen Fachunterrichts“ (ebd., S. 156) dar.

3.3 Zur Bedeutung der Fachsprache

Findet ein fachlicher Austausch über mathematische Inhalte im Unterricht statt, wird solch eine „fachspezifische Kommunikation“ (Jörissen & Schmidt-Thieme, 2015, S. 394) unter einer sozio-linguistischen Perspektive gemeinhin als Fachsprache bezeichnet. Mit der kommunikativen Funktion der Fachsprache geht ihre Funktion der Erkenntnis- und Wissensbildung einher (Schmidt-Thieme, 2003). Begriffswissen schärft sich im kommunikativen Austausch und in Interaktion mit anderen aus. In ihrer Funktion als Kommunikationsmedium fungiert die Fachsprache insbesondere für die Lehrkraft als *Lehrmedium*, für Lernende ist sie vielmehr ein *Lernmedium*. Durch ihre gezielte Einbindung in den Unterricht wird mathematische Fachsprache zum *Lerngegenstand* (Meyer & Tiedemann, 2017). Die Dichte der formalen fachsprachlichen Einheiten, der sogenannte Fachlichkeitsgrad, sollte dabei stets der Kommunikationssituation angepasst sein (Schmidt-Thieme, 2003).

Neben der Berücksichtigung vielfältiger semiotischer Modi als Mittel zur Kommunikation und Bedeutungsaushandlung (z. B. schriftliche, mündliche, gestische und visuelle Darstellungsformen) lassen sich in Abhängigkeit von dem jeweiligen Gegenstand und der kommunikativen Situation typische fachsprachliche Merkmale auf den verschiedenen Sprachebenen (Wort-, Satz-, Text- und Symbolebene) in den jeweiligen natürlichen Sprachen bestimmen und voneinander abgrenzen (Schleppegrell, 2007).

Auf *Wortebene* gibt es im Deutschen Fachwörter (z. B. Quadrat, Körper, symmetrisch), Nominalisierungen (z. B. schriftliches Multiplizieren), Komposita (z. B. Würfelgebäude, Symmetrieachse), Präpositionen (z. B. über, um), Partikel und Adverbien (z. B. je, zusammen) sowie Begriffe, die Verhältnisse zwischen Elementen angeben (z. B. gegenüberliegend, unterschiedlich). Auf *Satzebene* findet man vor allem Nebensatz- und Passivkonstruktionen sowie Imperativformen (z. B. messen – Miss!). Pronomen, Adverbien (z. B. dazu) und Synonyme (z. B. Raute, Rhombus) lassen sich auf *Textebene* vernehmen. Die *symbolsprachliche Ebene* umfasst Symbole, Fachzeichen und graphische Darstellungen, die *formalsprachliche Ebene* wiederum Terme (Maier & Schweiger, 1999; Leisen, 2011; Weis, 2013). Eine Übersicht zur Klassifizierung fachsprachlicher Mittel *im Englischen* ist in Klose (2022) nachzulesen.

4 Einblicke in eine empirische Studie

4.1 Zielsetzung

Im Rahmen eines interdisziplinär angelegten Dissertationsprojektes (Klose, 2022) wurden mathematische Begriffsbildungsprozesse bilingual unterrichteter Grundschulkinder untersucht. Ziel der empirischen Studie war es zu ermitteln, inwieweit die Lernenden am Ende der Grundschulzeit mathematische Fachsprache zur Darstellung geometrischer Begriffe in den Zielsprachen Deutsch und Englisch verwenden.

Die Arbeit ist in der qualitativen Schul- und Unterrichtsforschung zu verorten und folgt einem rekonstruktiv-interpretativen Paradigma. Auf der Grundlage von Transkripten sowie durch Interaktionsanalysen (Krummheuer & Naujok, 1999) und Komparative Analysen (Brandt & Krummheuer, 2000) wurde untersucht, auf welche Begriffsvorstellungen bzw. welches Begriffsverständnis die Äußerungen hindeuten, welche fachsprachlichen Mittel sie verwenden und welche Kommunikationsmittel und kommunikativen Strategien in den Bearbeitungsprozessen zur Darstellung der Begriffe zum Einsatz kommen.

4.2 PriMaPodcasts als Erhebungsinstrument

Als innovatives Erhebungsinstrument für fachdidaktische und sprachwissenschaftliche Forschungszwecke kam die Methode ‚PriMa-Podcast' (Schreiber & Klose, 2017; Klose, 2020) zum Einsatz. In forschungsmethodischer Hinsicht handelt es sich um eine Art Verbalisationsmethode. In einem sechsstufigen Erstellungsprozess (Abb. 1) werden Begriffe durchweg interaktiv und kommunikativ von Grundschulkindern in Teamarbeit ausgehandelt.

Abb. 1 Vorgehen bei der Erstellung von Audio-Podcasts

Im Prozess werden im Sinne mathematischer Begriffsbildung (vgl. Kapitel 3) verschiedene Darstellungsformen berücksichtigt und es entstehen diverse Lernartefakte (z. B. Audio-Aufnahmen, Drehbücher, Modelle, Zeichnungen). Diese eröffnen Einblicke in die Begriffsbildungsprozesse und den Fachsprachengebrauch.

Die Lernenden verbalisieren ihre Begriffsvorstellungen und ihr Begriffsverständnis zunächst spontan, ohne weitere Hilfsmittel. Mit einer Spontanaufnahme gleichen sie ihre Vorstellungen und ihr Wissen zu mathematischen Begriffen mit einer anderen Person ab. Daraufhin planen die Teams ihre Aufnahmen. Ihre Ideen halten sie schriftlich-grafisch in einem Drehbuch fest (Drehbuch I). Zur Unterstützung stehen ihnen (zweisprachige) Materialien zur Verfügung. Diese gestatten im Sinne mathematischer Begriffsbildung konkrete Handlungen und stützen mathematische Kommunikations- und Argumentationsprozesse. Auf Grundlage des Drehbuchs nehmen die Kinder eine mündliche Aufnahme auf (Rohfassung). Eine Rückmeldung zu ihrer bisherigen Fassung erhalten sie in einer anschließenden Redaktionssitzung mit der Lehrkraft und einer anderen Gruppe. Durch gezieltes Nachfragen erhält die Lehrkraft Einblick in das Begriffsverständnis der Lernenden. Auf diese Weise findet eine gemeinsame Reflexion über fachliche und sprachliche Aspekte statt. Mit den Rückmeldungen und Hinweisen aus der Redaktionssitzung überarbeiten die Lernenden daraufhin das Drehbuch (Drehbuch II). Die Kinder überlegen nun gezielter, wie sie Inhalte ansprechend und verständlich für eine potentielle Zuhörerschaft darstellen können. Anschließend nehmen sie auf Grundlage des zweiten Drehbuchs die mündliche Endfassung (Audio-Podcast) auf. Der Podcast wird auf einem bilingualen Blog veröffentlicht:
http://podcast.math.uni-giessen.de/primapodcast-bili/

4.3 Erkenntnisse zum Fachsprachengebrauch

Im Folgenden werden die aus den Analysen hervorgehenden empirischen Erkenntnisse zum Fachsprachengebrauch bilingual unterrichteter Grundschulkinder zusammengefasst und an ausgewählten Beispielen veranschaulicht (für ausführliche Analysen und Auswertungen s. Klose, 2022):

In der empirischen Studie zeigten *alle* Grundschulkinder einen *sachgemäßen* Fachsprachengebrauch, d.h. Fachbegriffe wurden in sprachlicher Hinsicht der Sache angemessen, sowohl syntaktisch als auch semantisch korrekt genutzt. Im Vergleich der Teams und auch innerhalb der Teams wurde der Fachsprachengebrauch in unterschiedlichem Maße realisiert. Bei *allen* Lernenden ist in den Erstellungsprozessen auch ein *nicht sachgemäßer* Fachsprachengebrauch festzustellen. Auch dieser zeigt sich in unterschiedlichem Ausmaß. Es handelt sich auch um einen *individuellen* Fachsprachengebrauch. Die Verwendung von fachsprachlichen Mitteln steht einerseits mit den *individuellen Verstehens- und Kommunikationsprozessen* und andererseits mit den *Interaktionsprozessen* innerhalb und zwischen den Teams in einem engen Zusammenhang. Des Weiteren hängt der Fachsprachengebrauch von den *Themen* und auch von den *geforderten Sprachen* ab. Hinsichtlich der beiden Zielsprachen lässt sich festzustellen, dass die Kinder passend zur Aufgabenstellung deutsche und englische Fachausdrücke nutzten. Folgende spezielle Erkenntnisse gehen zur Verwendung von Fachsprache aus der empirischen Studie hervor *(FS 1– FS 9)*:

(FS 1) Verwendung fachsprachlicher Mittel auf verschiedenen Sprachebenen:

Der Fokus richtet sich auf die Wort- und Satzebene. Neben Substantiven benutzen die Kinder verschiedene Verben, Adjektive und Präpositionen und betten diese in syntaktische Strukturen ein, um ihren Begriffsvorstellungen und ihrem Begriffsverständnis Ausdruck zu verleihen. Zur Formulierung von Aussagen für das Drehbuch benutzen die Lernenden vermehrt mit Nebensatzkonstruktionen, Pronomen, Adverbien und Partikeln fachsprachliche Mittel auf der Satz- und Textebene.

(FS 2) Verwendung fachsprachlicher, alltagssprachlicher und bildungssprachlicher Mittel:

Anstelle von fachsprachlichen Mitteln verwenden die Lernenden vor allem in den Interaktionsphasen an vielen Stellen alltagssprachliche Mittel (z. B. für Flächen – Seiten, für Würfel – Viereck, für cone – bowling), nicht konventionell festgelegtes Fachvokabular sowie mehrdeutige Ausdrücke und Phrasen. Neben fachsprachlichen Mitteln setzen sie auch gezielt alltagssprachliche und bildungssprachliche Mittel in ihre Äußerungen ein. Auf bildungssprachliche Mittel wird bewusst zugegriffen, damit die Lernenden in ihrem Audio-Podcast ‚erwachsener' und ‚wissenschaftlicher klingen'. Alltagssprachliche Mittel kommen dann gezielt zum Einsatz, wenn Fachbegriffe für die potentielle Zuhörerschaft im Audio-Podcast anschaulich erklärt werden, z. B. *„Eine Symmetrieachse ist eine Linie die man durch die Mitte von einer symmetrischen Form zieht" (S9, Audio-Podcast, Symmetrie*).

(FS 3) Bereichs- und begriffsspezifischer Fachsprachengebrauch:

Die Lernenden beziehen sich von Beginn an auf den Bereich Geometrie (z. B. shapes, Formen, Figuren). Anfangs handelt es sich dabei oft um nicht feststehende Ausdrücke bzw. um unspezifisches und mehrdeutiges Vokabular. Das entsprechende Wortfeld mit dem konventionell festgelegten Vokabular stecken sie meist erst im Verlauf des Prozesses sprachlich ab.

(FS 4) Fachsprachengebrauch in den Zielsprachen Deutsch und Englisch:

Die Lernenden verwenden je nach Kontext und Aufgabenstellung sowohl englische als auch deutsche Fachausdrücke. Insbesondere im Englischen treten Auffälligkeiten hinsichtlich der Sprachproduktion auf. Dies betrifft sowohl die aktive Benennung, die Aussprache und die Schreibweise von englischen Fachwörtern. Mitunter zeigen sie auch Auffälligkeiten und Ungereimtheiten hinsichtlich der Satzbildung sowie Schwierigkeiten beim Sprachverstehen. Das Deutsche wird von allen als Verständigungsmittel in den Interaktionsprozessen und bei der Äußerung von Denkprozessen genutzt. Zur Begriffserschließung nehmen sie auch die jeweils andere Sprache als Ressource hinzu, z. B. *„Denk mal in Englisch nach, symmetrical figures!" / „Stimmt." / „Also drei D Formen" (S5 und S6, Spontanaufnahme, Symmetrie).*

(FS 5) Kreativer Fachsprachengebrauch auf verbaler Ebene:

Es zeigt sich insofern ein kreativer Fachsprachengebrauch, dass die Lernenden zur Erschließung und Darstellung der Begriffe kommunikative Strategien nutzen und von Mitteln der Wortbildung Gebrauch machen. Dabei treten vor allem Wortneuschöpfungen (z. B. *right eck für Rechteck, verture anstelle von vertex*), Übertragungen (z. B. *quader für Quader*), Kompositionen (z. B. *symmetry lines*), Abkürzungen (z. B. *drei D Form*) und Wortangleichungen (z. B. *syommetrisch aus symmetrisch und geometrisch*) in Erscheinung. Auch stilistische Mittel wie Metaphern (z. B. *Zelt / tent für Pyramide, runde Säule für Zylinder*), Synonyme (z. B. *Sechseck und Hexagon*) und Antonyme (z. B. *viereckig und rund*) kommen oft zum Einsatz.

(FS 6) Kreativer Fachsprachengebrauch auf nonverbaler und paraverbaler Ebene:

In den mündlichen Darstellungsprozessen nehmen para- und nonverbale Mittel der bilingual unterrichteten Grundschulkinder eine wichtige Rolle ein. Als paraverbale Mittel kommen vor allem Betonungen und Wiederholungen zum Einsatz, um die Relevanz von Fachwörtern bzw. fachlichen Inhalten hervorzuheben, z. B. *„Symmetrie ist eigentlich nur ge<u>nau</u>e Spiegelbilder malen“ (S7, Rohfassung, Symmetrie*). Als nonverbale Kommunikationsmittel werden Gesten und Handlungen genutzt, um fachsprachliche Aussagen zu stützen und Bedeutung herzustellen.

(FS 7) Kontextspezifischer Fachsprachengebrauch:

Passend zum bilingualen Kontext werden von den Lernenden Übersetzungs- und Code-Switching Strategien genutzt. Englische Aussagen übersetzen sie ins Deutsche oder umgekehrt, um Bedeutung zu übermitteln, Formulierungen abzustimmen, Aussagen zu bestätigen und diese auch zu hinterfragen. Haben sie sich bewährt, übersetzen sie diese wieder zurück. Bei der Verwendung von Strategien des Code-Switchings (z. B. *„symmetrical is das nicht“, S3, Redaktionssitzung, symmetry*) wird deutlich, dass die Lernenden die Regularitäten der jeweiligen Sprache für sich erkannt haben und nutzen. Es fällt auf, dass in allen Erstellungsprozessen die Ausdrücke *drei D Form* bzw. *zwei D*

Form verwendet werden. Dabei handelt es sich einerseits um Abkürzungen, andererseits um wörtliche Übersetzungen der englischen Begriffe *3-D shape* und *2-D shape*. Diese Ausdrücke werden nicht weiter hinterfragt.

(FS 8) Fachsprachengebrauch durch Formen des Scaffoldings:

Für eine adäquate Verwendung von Fachwörtern nehmen die Lernenden mitunter im Erstellungs- und Überarbeitungsprozess das Wörterbuch und Schulbuchseiten hinzu. Das Scaffolding und die Auseinandersetzung mit den (zweisprachigen) Materialien führt bei den Lernenden im Sinne der Sprachmittlung zu einer vertieften Auseinandersetzung mit den Fachwörtern sowie deren Schreibweise und Aussprache.

(FS 9) Kritisch-reflektierter Fachsprachengebrauch:

Im Prozess kommt es vor, dass Fachwörter verwechselt oder unzutreffend verwendet werden und dies im Nachgang von den Lernenden hinterfragt wird. Sie bringen auch ihre Verwunderung über Fachbezeichnungen (z. B. *sphere, cone, Quader*) zum Ausdruck bzw. zur Diskussion. Bei ihrer kritisch-reflektierten Herangehensweise orientieren sie sich zur Sprachmittlung am Wortklang und der Silbenanzahl und -betonung (z. B. *Ecken – edges, cube und cone*) sowie der Sprech- und Schreibweise von Fachwörtern (z. B. *Kugel und Kegel, cube und Kugel*).

5 Resümee und Ausblick

Das bilinguale Mathematiklernen stellt *eine* Möglichkeit dar, Mehrsprachigkeit in einem ressourcenorientierten Sinne im Unterricht aufzugreifen. Betrachtet man das umfangreiche Themenfeld der Bildung von Begriffen, wird deutlich, wie groß der Forschungsbedarf im Hinblick auf das Lehren und Lernen von Begriffen in bilingualen Mathematikunterricht ist: von Fragen der (zweisprachigen) Einführung mathematischer Begriffe über die (zweisprachige) Übung und Vertiefung bis hin zur (zweisprachigen) Anwendung der Begriffe über die Schuljahre hinweg. Der Fokus wurde in der empirischen Studie auf die Äußerungen der Lernenden gerichtet. Der Untersuchungsschwerpunkt könnte aber auch auf der sprachlichen Rolle der Lehrkraft liegen.

Zu der Frage, wie der Mathematikunterricht unter den Bedingungen von Mehrsprachigkeit gestaltet werden kann, bedarf es insbesondere im Bereich der Grundschule weiterer Forschung und der Entwicklung praxisnaher Ansätze. Dabei sollten die kommunikativen Strategien der Lernenden noch mehr in den Fokus gerückt und als Ressource anerkannt werden. Auch der Verwendung von Gesten sollte sowohl in interaktionstheoretischer als auch in sprachwissenschaftlicher Hinsicht eine größere Bedeutung beigemessen werden.

Literatur

Barwell, R., Moschkovich, J. & Setati Phakeng, M. (2017). Language diversity and mathematics: Second language, bilingual and multilingual learners. In J. Cai (Hrsg.), *First compendium for research in mathematics education* (S. 583–606). National Council of Teachers of Mathematics.

Belke, G. (2012). *Mehr Sprache(n) für alle. Sprachunterricht in einer vielsprachigen Gesellschaft*. Schneider.

Böttger, H. (2013). Bilingualer Unterricht in Primarschulen. Die Fremdsprache in den Lernbereichen der Grundschule. In W. Hallet & F.G. Königs (Hrsg.), *Handbuch Bilingualer Unterricht. Content and Language Integrated Learning* (S. 66–73). Kallmeyer in Verbindung mit Klett.

Brandt, B. & Krummheuer, G. (2000). Das Prinzip der Komparation im Rahmen der Interpretativen Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik. *Journal für Mathematikdidaktik, 21* (3/4), 193–226.

Franke, M. & Reinhold, S. (2016). *Didaktik der Geometrie in der Grundschule* (3. Aufl.). Springer Spektrum.

Fries, V. (2013). Begriffsbildung und Begriffslernen. In W. Hallet & F. G. Königs (Hrsg.), *Handbuch Bilingualer Unterricht. Content and Language Integrated Learning* (S. 145–152). Kallmeyer in Verbindung mit Klett.

Gogolin, I., Krüger-Portratz, M. & Neumann, U. (2005). Migration, Mehrsprachigkeit und sprachliche Bildung. In I. Gogolin, M. Krüger-Portratz, U. Neumann & F. Wittek (Hrsg.), *Migration und schulische Bildung* (S. 1–12). Waxmann.

Golay, D. (2007). Sachfachlicher Leistungsnachweis im bilingual deutsch-französischen Geographieunterricht in der Sekundarstufe I: Ergebnisse einer empirischen Studie und deren Folgerungen für die Praxis. In O. Mentz, S. Nix &

P. Palmen (Hrsg.), *Bilingualer Unterricht in der Zielsprache Französisch – Entwicklung und Perspektiven* (S. 87–114). Narr.

Hallet, W. (2005). Bilingualer Unterricht: Fremdsprachig denken, lernen und handeln. *Der fremdsprachliche Unterricht Englisch, 78*, 1–8.

Jörissen, St. & Schmidt-Thieme, B. (2015). Darstellen und Kommunizieren. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 385–410). Springer Spektrum.

Klose, R. (2022). *Mathematische Begriffsbildung. PriMaPodcasts im bilingualen Kontext*. Waxmann.

Klose, R. (2020). PriMaPodcasts als Erhebungsinstrument im bilingualen Kontext. In S. Ladel, R. Rink, Chr. Schreiber & D. Walter (Hrsg.), *Forschung zu und mit digitalen Medien. Befunde für den Mathematikunterricht der Primarstufe* (S. 165–180). WTM.

KMK (2019). *Bildungssprachliche Kompetenzen in der deutschen Sprache stärken.* https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2019/2019_12_05-Beschluss-Bildungssprachl-Kompetenzen.pdf

KMK (2006). *Konzepte für den bilingualen Unterricht- Erfahrungsbericht und Vorschläge zur Weiterentwicklung.* https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2006/2006_04_10-Konzepte-bilingualer-Unterricht.pdf

Krummheuer, G. & Naujok, N. (1999). *Grundlagen und Beispiele Interpretativer Unterrichtsforschung*. Leske + Budrich.

Leisen, J. (2013). Darstellungs- und Symbolisierungsformen im Bilingualen Mathematikunterricht. In W. Hallet & F. G. Königs (Hrsg.), *Handbuch Bilingualer Unterricht. Content and Language Integrated Learning* (S. 152–160). Kallmeyer in Verbindung mit Klett.

Leisen, J. (2011). *Praktische Ansätze schulischer Sprachförderung – Der sprachsensible Fachunterricht.* https://www.hss.de/fileadmin/media/downloads/Berichte/111027_RM_Leisen.pdf

Leisen, J. (2005). Wechsel der Darstellungsformen. Ein Unterrichtsprinzip für alle Fächer. *Der Fremdsprachliche Unterricht Englisch, 78,* 9–11.

Maier, H. & Schweiger, F. (1999). *Mathematik und Sprache. Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Mathematikunterricht*. öbv & hpt.

Maisano, M.-L. (2019). *Beschreiben und Erklären beim Lernen von Mathematik. Rekonstruktion mündlicher Sprachhandlungen von mehrsprachigen Grundschulkindern*. Springer Spektrum.

Meyer, M. & Tiedemann, K. (2017). *Sprache im Fach Mathematik*. Springer.

Prediger, S. & Özdil, E. (Hrsg.) (2011). *Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit. Stand und Perspektiven der Forschung und Entwicklung in Deutschland*. Waxmann.

Prediger, S. & Redder, A. (2022). Einsichten zur Mehrsprachigkeit im Fachunterricht. In J. Wagner, A. Krause, Á. Uribe, S. Prediger & A. Redder (Hrsg.), *Mehrsprachiges Mathematiklernen. Von sprachhomogenen Kleingruppen zum Regelunterricht in sprachlich heterogenen Klassen*. Waxmann.

Oksaar, E. (1980). Mehrsprachigkeit, Sprachkontakt, Sprachkonflikt. In P.H. Nelde (Hrsg.), *Sprachkontakt und Sprachkonflikt* (S. 43–52). Steiner.

Schleppegrell, M. J. (2007). The linguistic challenges of mathematics teaching and learning: A research review. *Reading & Writing Quarterly, 23:2*, 139–159.

Schmidt-Thieme, B. (2003). Die Funktion der Sprache als Lehr- und Lernmedium im Mathematikunterricht. *Sache, Wort, Zahl, Heft 31,* 41–47.

Schreiber, Chr. & Klose, R. (2017). Audio-Podcasts zum Darstellen und Kommunizieren. In Chr. Schreiber, R. Rink & S. Ladel (Hrsg.), *Digitale Medien im Mathematikunterricht der Primarstufe: Ein Handbuch für die Lehrerausbildung* (S. 63–88). WTM.

Terhart, H. & Winter, Ch. (2020). Mehrsprachigkeit als Normalfall!? *Die Grundschulzeitschrift 321/2020*, 30–33.

Weber, Chr. (2007). *Mathematische Vorstellungen bilden. Praxis und Theorie von Vorstellungsübungen im Mathematikunterricht der Sekundarstufe II*. hep.

Weigand, H.-G. (2015). Begriffsbildung. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 255–279). Springer Spektrum.

Weis, I. (2013). *Wie viel Sprache hat Mathematik in der Grundschule? Über die Notwendigkeit der Verbindung von sprachlichem und fachlichem Lernen im Mathematikunterricht der Grundschule*. https://www.uni-due.de/imperia/md/content/prodaz/wie_viel_sprache_mathematik_grundschule.pdf

Wessel, L. (2015). *Fach- und sprachintegrierte Förderung durch Darstellungsvernetzung und Scaffolding. Ein Entwicklungsforschungsprojekt zum Anteilbegriff.* Springer Spektrum.

Zydatiß, W. (2010). Parameter einer „bilingualen Didaktik" für das integrierte Sach-Sprachlernen im Fachunterricht: die CLIL-Perspektive. In B. Ahrenholz (Hrsg.), *Fachunterricht und Deutsch als Zweitsprache* (2. Aufl., S. 133–152). Narr Francke Attempto.

Dr. Rebecca Klose
Justus-Liebig-Universität Gießen
Institut für Didaktik der Mathematik
Karl-Glöckner-Straße 22C
35394 Gießen
Rebecca.Klose@math.uni-giessen.de

Zur Digitalisierungsdebatte im Mathematikunterricht der Grundschule

von Günter Krauthausen

Dieser Beitrag[1] *soll zeigen, dass viele der heute aktuellen Fragen nicht neu sind. Es gilt, aus den Erfahrungen mit der Einführung des PCs zu lernen und nicht a-historisch vorzugehen, wie es bzgl. der Tablets bisweilen geschieht.*

Schlüsselwörter: Digitalisierung, Apps, Tablets, Grundschule

1 Vier relevante Player im Entwicklungsverlauf

Leider – wie könnte es auch anders sein – ist das Feld nicht eindimensional zu verstehen. Insbesondere vier Mitspieler sind so miteinander verflochten, dass man von einem systematischen Dilemma (s. 2) sprechen kann.

1.1 Erster Player: Technikentwicklung

Bei den heute weit verbreiteten Geräten, Apps und Nutzungsroutinen vergisst man leicht, dass das erste iPad 2010 auf den Markt kam. Features, die heute ganz selbstverständlich sind, waren vor wenigen Jahren nicht ansatzweise vorstellbar. Es darf wohl angenommen werden, dass es auch in Zukunft ähnlich sein wird.

Anfang der 1990er-Jahre (der PC war bis 1990 in Grundschulen offiziell verboten) erschien ein aus heutiger Sicht nahezu hellseherischer Text von Stephen Heppell (1993) über die wohl zu erwartende Entwicklung. Seine damalige Prognose ist in den allermeisten Fällen eingetreten, im Detail sogar noch übertroffen worden. Heppell benennt folgende Entwicklungsstufen des technischen Wandels (s. auch Abb.1):

- *Stufe 1 – Der Computer als Thema*: Die Vertrautheit mit der Hardware wurde als ein lohnender Selbstzweck verstanden und die Benutzung eines PC als per se angemessene Maßnahme.

---

[1] Diese Skizze bleibt naturgemäß lückenhaft. Ohne folgende Stichwörter ignorieren zu wollen, bleiben sie hier aus Platzgründen außen vor: (a) *Coding* (Programmieren), (b) sinnvolle Nutzungsformen von Anwendersoftware wie Textverarbeitung, Tabellenkalkulation (zu beidem gab es bereits seit den 1990er Jahren konkrete Beispiele und Diskurse in der Grundschule!) und (c) neue, offene Tools wie z. B. der Book Creator (2022; vgl. Krauthausen & Pilgrim, 2020).

- *Stufe 2 – Der Computer als Motivator*: Die motivationalen Anreize und die Interaktivität des PCs wurden zur Unterstützung für Lernprozesse genutzt. Die Software orientierte sich noch stark an Prinzipien des programmierten Lernens, auch wenn bunte Oberflächen und allerlei Gimmicks das zu verdecken versuchten. Es gehörte zum guten Ton, ausdrücklich zu bestreiten, dass man die Lehrperson ersetzen wolle. Dennoch wurde implizit genau das versucht: eine Lehrperson mit den (klischeehaften) Merkmalen eines traditionellen Lernverständnisses ›nachzubauen‹. Die Produkte lagen deutlich hinter dem fachdidaktischen Erkenntnisstand (auch weil die Fachdidaktik sich ihrerseits kaum ernsthaft damit befasste; vgl. 2.3.1).
- *Stufe 3 – Software als offene, kontextfreie Tools*: Signifikant höher entwickelte Anwendungssoftware wie Textverarbeitung, Tabellenkalkulation, Datenbanken, DTP, Grafik wurde zum selbstverständlichen Bestandteil der Arbeitswelt. Es mangelte aber an pädagogisch-didaktischen Einbettungen.
- *Stufe 4 – Modulare Tools zur spezifischen Kompetenzförderung*: In Abgrenzung zum Konzept ›Die ganze Mathematik der 3. Klasse auf 1 CD-ROM‹ handelt es sich hier um spezifische Werkzeuge für einen didaktisch gerahmten und bewusst begrenzten Inhalts-/Anwendungsbereich (s. 2.3.2).

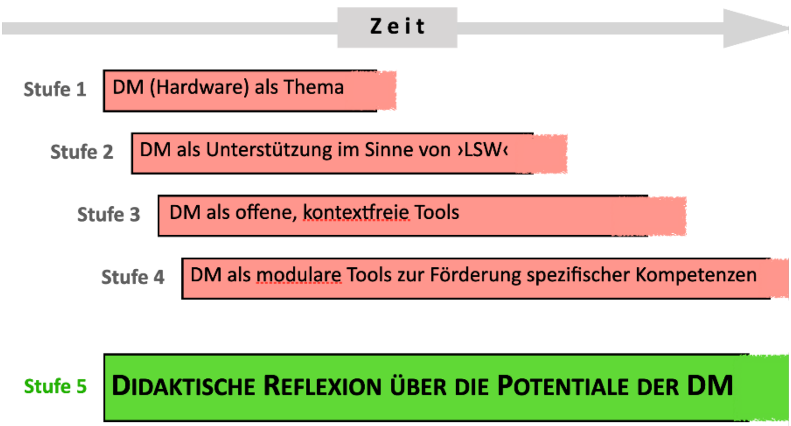


Abb. 1 Entwicklungsstufen digitaler Medien (DM; nach Heppell, 1993)

Im heutigen App-Angebot für die Grundschule dominiert weithin noch die Stufe 2. Bisherige Bestandsanalysen (z. B. Goodwin & Highfield, 2013; Larkin, 2014 & 2015) zeigen zudem eine thematische Dominanz von *Number and Algebra* bzw. der *Leitidee Zahlen und Operationen* sowie ein nach wie vor instruktives Design bei etwa ¾ des Angebots. Auch Walter (2022) fand in seiner Bestandsaufnahme des App-Stores unter 137 Apps kaum solche zu den weiteren Leitideen der KMK-Standards und ebenso wenig Apps, mit denen ausdrücklich auch die *allgemeinen, prozessbezogenen Kompetenzen* (KMK, 2005) adressiert werden. Eine noch umfangreichere, kriteriengeleitete Analyse (227 Apps) haben Walter & Schwätzer (2022) inzwischen vorgenommen und bereits in eine Datenbank einfließen lassen (https://mappsa.de).

Eine aktuelle Situationsbeschreibung könnte wie folgt lauten: (1) Von didaktisch akzeptablen Entwicklungsbeispielen der Stufe 4 gibt es immer noch viel zu wenige. (2) Wir brauchen eine Stufe 5: Denn die *technischen* Möglichkeiten liegen heute (anders als 1993) vor. Wir wissen auch im Prinzip, was wir *didaktisch* wollen (oder wollen sollten). Die didaktische Bewusstheit, die in der Unterrichtrealität den digitalen Medien entgegengebracht wird, ist aber gleichwohl noch ausbaufähig – in der Breite wie in der Tiefe. Das betrifft sowohl ausgearbeitete Konzepte als auch didaktische *high-quality* (*HiQ*) Apps und *good practice*-Beispiele einer *integrativen* Nutzung von analogen und digitalen Medien – im Rahmen, und das scheint mir fundamental wichtig, eines auch *ansonsten bereits professionellen guten* Unterrichts.

1.2 Zweiter Player: Bildungspolitik

Die hochgradig vage Textsorte bildungspolitischer Verlautbarungen, Vorgaben oder Maßnahmen macht sie zum einen spontan allgemein zustimmungsfähig: »Kluge Lernsoftware kann enorm viel dazu beitragen, dass man sehr stark auf ganz individuelle Schülerpersönlichkeiten eingeht« (Bildungsministerin Wanka in Fiebig, 2016); dagegen kann wohl niemand etwas haben! Aber wo sind diese »klugen« Applikationen? Und muss es wirklich ›Lernsoftware‹ im klassischen Sinne sein? Differenzierung, Individualisierung und Heterogenität bedeuten für gut ausgebildete Lehrkräfte eine höchst anspruchsvolle Aufgabe.

Die genauere Betrachtung konkreter Beispiele lässt nicht vermuten, dass das von einer Maschine (besser) gelöst werden könnte (s. 1.3).

Und wenn die damalige Schulsenatorin aus Bremen meint: »Mit der richtigen Software kann jeder in seinem Tempo lernen und selbstständig Aufgaben bearbeiten. Schüler können zu Hause Lernvideos schauen, notfalls mehrfach, um den Stoff richtig zu durchdringen« (Olbrisch, 2016, S. 49), dann verwundert das Lernverständnis, demzufolge das mehrfache Anschauen von Lernvideos zur Durchdringung von Inhalten führen soll.

Bildungspolitischen Aussagen zum Thema stellen seit Ende der 1980er Jahre bis heute vielfach wahltaktisch motivierte Schlingerkurse dar und lassen aktuelle z. B. fachdidaktische Erkenntnisstände außer Acht. Notwendig wäre hier mehr Kontinuität, Nachhaltigkeit und Verlässlichkeit in den Ausrichtungen und Maßnahmen.

1.3 Dritter Player: Schulentwicklung

Schule als Institution ist – verglichen mit politischen Entscheidungen und erst recht der Technik – ein ›schwerfälliger Tanker‹, weder abrupt umzusteuern, noch sind in kurzer Zeit Innovationen mit großer Breitenwirkung zu erwarten. Von daher und bzgl. der Entwicklung didaktisch tragfähiger Konzeptionen kann man schmunzeln, wenn in der Tagespresse der Vorwurf suggeriert wird, warum denn nach zwei Jahren Distanzlernen-Erfahrung durch Corona die Digitalisierung der Schule ›immer noch nicht‹ funktioniere.

Zweifellos ist durch die Pandemie der bundesweite Rückstand bei der Digitalisierung besonders augenfällig geworden. Aber Schule kann noch so Wünschenswertes weder *ad hoc* realisieren, noch generell *selbst* entscheiden und gestalten, wie die *Problemkaskade der Erfordernisse* (Abb. 2) zeigt.

1. **Medienbildungskonzept** der Schule
2. Leistungsfähige **Server**
3. Strukturierte **Vernetzung (LAN), WLAN**
4. **Interaktive Hardware** (z. B. Whiteboards)
5. **Mobile Endgeräte** (Laptops, Tablets)
6. **Lernplattform**
7. **Software/Apps** (gem. *fachdidaktischen* Gütekriterien)
8. Konkrete **(fach-)didaktische Unterrichts-Konzepte**
9. **Aus-/Fortbildung** der Lehrkräfte

Technischer Support

☑ *professionell* +

☑ *Alltagsadministration*

Abb. 2 Problemkaskade der Erfordernisse

Selbst gestalten kann die Schule im Prinzip nur bei 1. und 8. Und bei 2. bis 7. ist zweierlei Support vonnöten: professionell von extern (nicht von technik-affinen Kolleg:innen im ›Nebenamt‹ zu erledigen!) und eine verlässliche (schulinterne) Alltagsadministration.

Insbesondere aber muss (vgl. 1.1) eine 5. Stufe adressiert werden – eine Herausforderung, für die auch bereits Heppell (1993) prognostiziert hat, dass sie uns viele Jahre beschäftigen wird: »Die Frage ›Welche Vorstellungen haben wir von guten Lernumgebungen?‹ ist ein viel interessanterer, herausfordernderer und bedeutsamerer Fokus als die Fülle technischer Schwierigkeiten, die unsere bisherige Praxis des Einsatzes digitaler Medien in Bildungsumgebungen bisher geprägt haben (Heppell, 1993, S. 113; Übers. GKr). Und diese Vorstellungen von wünschenswerten Lernumgebungen werden nicht zuletzt auch durch *Erwartungen der Lehrpersonen* geprägt, die sie (zurecht oder zu unrecht) gegenüber digitalen Medien hegen, z. B.:

- *Umgang mit Heterogenität*: Ein Lernangebot bereitzustellen, das für alle Kinder gleichermaßen optimale Lernchancen bietet, ist eine ausgesprochen anspruchsvolle Aufgabe. Es gibt analog wie digital ein schier unüberschaubares Angebot. Leider werden die Erwartungen allzu oft didaktisch enttäuscht. Nicht weil digitale Medien hier prinzipiell nicht hilfreich wären, sondern wenn ihnen ein Differenzierungsverständnis zugrunde liegt, das sich als unvollständig herausgestellt hat (vgl. Krauthausen & Scherer, 2022). Die meisten Apps arbeiten in oft naiver Weise mit quantitativer oder qualitativer Differenzierung traditionellen Zuschnitts und ignorieren dabei die bekannten Probleme (ebd.). Die Versprechungen gerade bzgl. digitaler Medien und Individualisierung/Differenzierung können bis heute als die beharrlichsten und größten Lügen bezeichnet werden.

- *Öffnung des Unterrichts*: Viele Apps kommen mit bunten, lebendigen Oberflächen daher und suggerieren ›aktive‹ Kinder. Ihre Offenheit verführt aber allzu oft zu Beliebigkeit und führt zum Verschwinden des Sachanspruchs. Die Folgen wurden beschrieben: Offener Unterricht mit geschlossener Mathematik (Steinbring, 1999) oder Bürostil-Unterricht mit Kinderverdummungsaufgaben (Bartnitzky, 2009). Fachliche Rahmungen, erkennbare stoffdidaktische Analysen sind in aller Regel Fehlanzeige. So etwas kann aber nicht selbstwirksam in eine App implementiert und erst recht nicht an die Kinder selbst delegiert werden.
- *Motivation und spielerisches Lernen,* der Dauerbrenner seit den 1980er Jahren! Erst mit Tablets (wie zuvor der PC) werde Lernen ›endlich fun‹?! Das ist ›Marketing-Sprech‹ ohne wirkliche Expertise, weder für das Lernen, noch für das Fach. Digitale Medien sind kein Zauberstab. Lernfreude, Motivation und auch Spaß sind notwendig, aber nicht hinreichend. Und sie sollen aus der Sache erwachsen, nicht aus der Verpackung. Dass Kinder etwas mit großer Motivation oder Hingabe tun, bedeutet ja noch nicht, dass es sie auch geistig beansprucht. Lernfreude kann auch vordergründig sein, z. B. wenn sich ein Kind gezielt einer anforderungsarmen Tätigkeit widmet, um echten Anforderungen aus dem Weg zu gehen.
- *Entlastung der Lehrpersonen*: Digitale Medien sind auch hier nicht grundsätzlich fehl am Platze. Problematisch wird es aber dort, wo die Grenzen der erhofften Unterstützung nicht respektiert und Verantwortlichkeiten ausgelagert werden, wie bei sog. Online-Systemen, die z. B. auf der Basis hochgeladener Schülerarbeiten eine Unterstützung bei der Diagnose & Förderung versprechen. »Für wie blöd halten die Verlage eigentlich die Lehrerinnen und Lehrer der Grundschule?« fragt Bartnitzky (2011, S. 14) und wirft den Anbietern fehlende Seriosität und irreführende Suggestionen vor.

1.4 Vierter Player: Fachdidaktik

Der Erkenntnisstand der Fachdidaktiken entwickelt sich – je nach Sichtweise – einerseits schneller, andererseits aber auch langsamer als Schule, wenn man die beeindruckende Nachhaltigkeit in den Blick nimmt. Denn klassische Konzepte und Publikationen der Vergangenheit (z. B. Kühnel, Oehl, Freudenthal, Winter, ...) werden auch heute noch referenziert! *Schnell* ist also nicht immer auch schon *gut*. Bewährtes, Tragfähiges braucht seine (auch Diskurs-)Zeit, um eben genau dazu – zu Bewährtem und Tragfähigen – werden zu können. Daraus kann der Fachdidaktik eine relevante Aufgabe erwachsen!

2 Was tun ...? Der lange Weg zu *High Quality*

Aus der Gemengelage dieser vier Player eine begründete und nachhaltige Konzeption für das Lernen mit digitalen Medien abzuleiten, ist keine triviale Aufgabe. Denn sie steht vor dem *systematischen* Dilemma, dass die Entwicklungen auf diesen vier Ebenen (a) selten parallel erfolgen, (b) wenig aufeinander abgestimmt sind – wg. offenkundig divergierender primärer Interessenslagen (nächster Wahltermin, Absatzzahlen am Markt, Belastungsgrenze von Schule durch immer mehr Aufgaben und Innovationen etc.) – und (c) mit gravierenden Geschwindigkeitsunterschieden und ›Sprüngen‹ ablaufen. Man kann weder einen dieser Akteure ausblenden, noch einfach einen an die anderen anpassen; Technikentwicklung wartet nicht auf Schule, und Schule lässt sich nicht beliebig beschleunigen.

Vielleicht sollte man daher auf die nachhaltigste Stufe setzen, ohne dabei die anderen, insbesondere ihre *Genese*, aus dem Auge zu verlieren! Dieser Vorschlag drängt sich auf, wenn man, wie der Autor, die Entwicklung der letzten 35 Jahre miterlebt und -gestaltet hat – theoretisch, unterrichtspraktisch und dreimal in der Entwicklerrolle.

Die Fachdidaktik böte eine solide Basis, unter anderem *weil* sie sich nicht sprunghaft oder hastig entwickelt hat, und Mittel und Werkzeuge bereithält, um mit gesellschaftlichen Innovationen angemessen umzugehen – authentisch, begründet und ihrem Bildungsauftrag entsprechend, auch im Hinblick auf das Lernen *über* und *mit* digitalen Medien. Insofern wäre hier (immer noch) zu Gelassenheit statt Aktionismus zu raten und zu einem wohlüberlegten Diskurs im Konkreten:

2.1 Welche Inhalte ...?

Die Grundschule sieht sich vor offizielle Erwartungen zur Nutzung digitaler Medien gestellt, der Handlungsdruck ist unübersehbar. Was aber soll mit den fünf Mrd. Euro des Digitalpakts geschehen, was soll gelernt werden? Die Kompetenzerwartungen (KMK, 2016; Medienberatung NRW, 2018) formulieren wohlklingende Keywords, deren Ausformulierungen weitgehend *fachunabhängige* Kompetenzerwartungen beschreiben. Diese sollen nicht in einem eigenen Fach Informatik, sondern in den bestehenden Fächern erworben werden, was zwingend eine Konkretisierung durch die Fachdidaktiken erfordert. Anderenfalls ist zu befürchten, dass externe Anbieter aus einem durchaus anderen Eigeninteresse die Initiative übernehmen:

So schwärmte auf dem Apple Special Education Event in Chicago (2018) Greg Joswiak, Vice President für Produkt Marketing, dass es im App Store nahezu 200.000 Apps (heute sind es bereits doppelt so viele!) für den Bildungsbereich gäbe: »They can do virtually anything we can imagine« (ebd.). Schaut man sich den Bereich *Education* näher an, dann fällt u. a. auf, dass es nahezu ausschließlich um Zeichnen, Fotografie, Video, Musik und Programmieren geht – und dies ausschließlich mit den hauseigenen Softwareprodukten. Statt Kerninhalte des (hiesigen) Curriculums findet man für die Grundschule nur klassische Lern-Apps mit einer Perpetuierung altbekannter didaktischer Mängel der frühen PC-›Lernsoftware‹.

2.2 Schulbuchverlage

Nach den Erfahrungen der PC-Ära haben die Verlage erneut erwartet, mit den Tablets gehe die digitale Revolution wirklich los. Im *Angebot* sind neben angereicherten eBooks digitale Unterrichtsassistenten, Lern-Apps, Online-Diagnose-Tools, Augmented Reality (AR) und Virtual-Reality-Anwendungen (VR), für Grundschulen aber eher keine (innovativen) Angebote für Kernaufgaben des Unterrichtsalltags.

Entweder wird nach wie vor zu traditionell (Lernsoftware, digitale Arbeitsblätter) oder zu exotisch (AR/VR) gedacht. Demgegenüber begrenzt sich die konkrete *Nachfrage* der Schule im Wesentlichen auf CD-ROMs mit Material, das zu Hause vorbereitet und ausgedruckt werden kann, oder klassische Schulbücher als PDF, digital angereichert durch einen hinterlegten Videoclip oder ein interaktives Quizelement.

Wie werden Verlage in Zukunft (re-)agieren, auch weil im Bereich der Tablet-Apps die App Stores eine deutlich größere Rolle spielen? Aktuelle konkrete Verlags-Erfahrungen des Autors lassen befürchten: Aus Kosten- und Marketinggründen sind keine nennenswerten Investitionen in *innovative HiQ*-Apps zu erwarten, solange sich der *Primat der Didaktik* (Krauthausen, 1991; vgl. 2.3.1) durch die Autor:innen nicht durchsetzt. Im Gegenteil gar: Die Pandemie-Situation lässt einen Rückfall in Zeiten fertigkeitsorientierter Produkte der Kategorie digitale Arbeitsblätter erkennen.

2.3 Wünschenswerte Angebote

2.3.1 *Wo suchen und finden ...?*

Der auch heute noch extrem hohe Anteil didaktisch fragwürdiger Apps erklärt sich auch dadurch, dass eigentlich erst seit 2010 mit Erscheinen des iPads als neue Geräte-Kategorie auch die fachdidaktische Community ernsthaft begonnen hat, sich als relevante Instanz für die *Entwicklung* von *HiQ*-Apps zu verstehen. Und so sind in dieser Zeitspanne bereits einige wegweisende Produkte erschienen, die erkennbar auf fachdidaktischer Expertise beruhen (z. B. Kortenkamp, 2021; Etzold, 2015 & 2017; Urff, 2022; MLC, 2022; Ventura, 2022). Außerdem ist in der Mathematikdidaktik eine deutliche Zunahme der *Beforschung* von Apps und ihrer Integration in Unterricht unverkennbar (vgl. die Aktivitäten im einschlägigen GDM-Arbeitskreis www.pri-ma-medien.de oder auch DTS, 2015-2018).

Diese Entwicklung stimmt hoffnungsfroh. Der Autor, der sich bei seiner über 30 Jahre langen Befassung mit der Thematik als *kritischer Optimist* verstand, wurde hin und wieder gefragt, ob nicht das Kritische bei ihm überwiege und das Optimistische schwieriger auszumachen sei. Das lag aber nicht an einer persönlichen Aversion gegenüber digitalen Medien, sondern an seiner (ansonsten weniger vertretenen) *Konsequenz* beim Abwägen der Pro-/Contra-Argumente und dem Beharren auf einem Primat der Didaktik. Und bis zur ›Ära‹ der Tablets dominierte aus o. g. Grund eben leider das Kritikwürdige. Inzwischen aber überwiegen der Optimismus und die Neugier des Autors auf zukünftige Entwicklungen (mit Blick auf die fachdidaktischen Potentiale; Walter, 2018), die sich erkennbar abzeichnen und verstärkt zu erwarten sind.

Angesichts von rund 400.000 Apps im strukturellen Chaos der App Stores wird für die Lehrkräfte aber das vorrangige Problem vorerst eine effektive Suchstrategie und das Mittel der Wahl die Mundpropaganda bleiben. Denn die Kategorien der App Stores sind viel zu unspezifisch: Wer kommt schon auf den Suchbegriff *Klipp Klapp* oder kennt den englischen Begriff *number rack* für Rechenrahmen? Von den häufig benutzten Fantasie-Namen ganz zu schweigen!

Im Internet kursieren zwar diverse Seiten mit App-Empfehlungen, allerdings wird meist nicht klar, was die Auswahlkriterien waren und wie ›vollständig‹ (im Sinne von die Breite weitgehend abdeckend) die Liste ist bzw. ob und wie sie auch weiterhin gepflegt wird. Die wenigsten lassen, z. B. durch die Autorenschaft eines mathematikdidaktischen Universitätsinstituts wie bei PIKAS digi (2022), die gebotene spezifische Expertise erkennen.

2.3.2 *Unerschlossene Kategorie*

Noch weitgehend unerschlossene Möglichkeiten für das Betreiben von Mathematik liegen in *Simulations- und Experimentierumgebungen*, in denen zeitbasierte Prozesse mit diversen Parametern als Stellschrauben für Veränderungen untersucht werden können, um daraus Muster, Strukturen oder Gesetzmäßigkeiten abzuleiten und begründen zu lernen. Beispiele dazu findet man eher im Zusammenhang physikalischer Phänomene (Edoki Academy, 2020) oder in Spielen (ZeptoLab, 2021), kaum hingegen in der Grundschulmathematik. Und auch die *allgemeinen* mathematischen Kompetenzen werden bislang von nahezu keiner App *explizit* gefördert und gefordert.

Dabei gab es bereits in der Vergangenheit Entwicklungen für den Grundschulunterricht mit solchen Optionen. Aus heutiger Sicht waren sie aber damals ihrer Zeit aus mehreren Gründen zu weit voraus und blieben folglich ohne nennenswerte Nachahmerprodukte.

Z. B. eine sog. Hypermedia-Arbeitsumgebung, hervorgegangen aus dem NRW Modellversuch Computer in der Grundschule (CompiG, Fischer/Fankhänel, 1993). Im Rahmen einer umfangreichen themenbezogenen und multimedialen Datenbank bot sie grundschulgemäße Werkzeuge zum Suchen & Finden (Boolsche Suchalgebra), Schreiben & Lesen (Textverarbeitung), Rechnen & Kalkulieren (Taschenrechner, Tabellenkalkulation), Zeichnen und Gestalten (Grafik-Tool) und Modellieren & Simulieren (ebd.). Wie auch beim Zahlenforscher (Krauthausen, 2006) und der gerade erst erschienenen App zum Nim-Spiel (Etzold, 2022; Etzold & Krauthausen, 2022) waren/sind in allen drei Produkten das Erkunden mathematikhaltiger Zusammenhänge, das Experimentieren und die allgemeinen mathematischen Kompetenzen bewusst intendiert und ›eingearbeitet‹. Ebenso war/ist in diesen Fällen die bereits von Heppell (1993) propagierte Breite der *Funktionalitäten* bis zur ausgefeilten 3. Stufe realisiert:

1.) *Narrativ*: Heppell nennt es die ›visuelle Grammatik des Fernsehens‹, wenn eine App z. B. dem Überblick, der Einführung in einen Sachverhalt dient oder der (festigenden) Übung. Die dominierende ›Aktivität‹ des Nutzers ist zuschauen, zuhören, Anweisungen folgen und … man könnte prägnant sagen: Lerngehorsam zu praktizieren. Viele sog. Lernprogramme gingen und gehen heute nach wie vor kaum über diese Stufe hinaus.

2.) *Interaktiv*: Diese Stufe erlaubt das Blättern, Erforschen, Erkunden und Auswählen von Inhalten, die ein angebotener Datenbestand zur Verfügung stellt (›Enzyklopädie-Metapher‹).

3.) *Partizipativ*: Dieses Funktionalitäts-Niveau bietet einen noch größeren Möglichkeitsraum: Nutzerinnen und Nutzer können hier Daten, Informationen oder Beispiele sammeln, (re-)organisieren, (re-)präsentieren, selbst produzieren, gestalten, teilen sowie (gemeinsam) Hypothesen bilden und prüfen.

3 Blick nach vorne: Wie kann es weiter gehen …?

Das A & O bleibt weiterhin ein klares Bekenntnis der Schule zu didaktisch begründeten *HiQ*-Produkten. Das war schon in Blütezeiten sog. Lernsoftware von Schulbuchverlagen wichtig, auch wenn die Schule ihr Kaufverhalten damals kaum als wirkmächtigen Einflussfaktor wahrgenommen hat. Gleichwohl bleibt es dabei, dass die Schule bestimmt, was für Unterricht akzeptiert wird – nicht zuletzt auch als Empfehlung für Eltern. Mit Blick auf die Historie digitaler Medien in der Grundschule sollen abschließend folgende Hoffnungen oder Wünsche formuliert werden:

1.) Als Leitlinie für Entscheidungen jenseits einer einseitigen Mehrwert-Fokussierung ist die *fachspezifische* Diskussion von Potentialen digitaler Medien hilfreich (Walter, 2018).

2.) Auch heute noch kann es sinnvoll sein, sich hin und wieder noch einmal *Grundsatzfragen* zu stellen: Wie (im Wortsinne) *›notwendig‹* ist der Einsatz digitaler Medien, welche Not der *Grundschule* wenden sie ab? Und wie notwendig *für was?* Oder: Welche didaktischen Abstriche muss eine Lehrperson in Kauf nehmen, wenn sie (aus welchen Gründen auch immer) auf digitale Medien in ihrem Mathematikunterricht teilweise oder ganz verzichtet?

3.) *Relationen* wahren! Es handelt sich um eine (wenn auch nicht-triviale) curriculare *Revision*, aber nicht um eine Revolution des Mathematiklernens in der Grundschule. Weder der Erkenntnisstand der Fachdidaktik noch das gewachsene Praxiswissen der Grundschule sind obsolet geworden.

4.) Den Kopf in den Sand zu stecken war zuvor schon keine Lösung und ist es heute erst recht nicht. Konstruktive Argumente und Entwicklungen sollten gezielter die *medienspezifischen* Vorteile nutzen, also die Stärken bei der Verarbeitung zeitbasierter Daten, durch einen Fokus auf *Prozesse* statt vorrangig auf Produkte.

5.) Diesbezüglich bislang vernachlässigte *innovative* Kategorien wie Experimentier- und Simulationsumgebungen könnten nutzbar gemacht werden für kreatives Mathematiktreiben, produktives Üben und allgemeine mathematische Kompetenzen; das schließt eine gleichzeitige Förderung von Basisfertigkeiten nicht aus.

6.) Die Fachdidaktik kann und sollte ihre Rolle bei der Entwicklung und Beforschung von *HiQ*-Apps und Implementierungskonzepte ausbauen und hier *der* nennenswerte Akteur werden – als deutliche Alternative zu gefühlten, aber fachfremden ›Selbstberufenen‹.

7.) Zukunftsträchtiger als komplexe Softwarepakete scheint (nicht nur, aber auch aus Kostengründen) das Motto ›klein, aber fein‹ zu sein. Denn gebraucht wird nicht »die ganze Mathematik der 3. Klasse auf 1 CD-ROM«.

Die ›ganze Mathematik‹ möge bitte in einem professionellen zeitgemäßen Unterricht stattfinden, der *dann* (!) gerne durch qualitativ hochwertige digitale Medien unterstützt und angereichert werden darf. »Computer haben uns den Mythos ausgetrieben, dass wir die Originalität individueller Lernprozesse effektiv kontrollieren könnten« schrieb Heppell (1993, S. 113; Übers. GKr) schon sehr früh. Haben sie das tatsächlich ...? Der Versuch, Lernprozesse kleinteilig zu zerlegen, zu operationalisieren, zu kontrollieren und zu evaluieren, ist (nicht nur bzgl. digitaler Medien) durchaus noch vorhanden, auch befeuert durch die Versprechungen im Hinblick auf den Einsatz künstlicher Intelligenz.

Schule aber braucht – neben didaktischen *HiQ*-Apps und didaktischen Konzepten für ihren Einsatz – zunächst einmal wirklich verlässliche technische Voraussetzungen. Die enormen Investitionen werden vermutlich im Sande verlaufen, wenn die Technik von den Lehrkräften nicht absehbar als selbstverständlich wahrgenommen werden kann. Und das heißt: so selbsterklärend zu *installieren, aufrechtzuerhalten* und so selbstverständlich zu *verwalten*, wie z. B. der Overheadprojektor: Fiel der einmal aus, war ein Lampenwechsel schnell erledigt, und der Unterricht ging weiter. Wer schon einmal erlebt hat, wenn es im Zusammenspiel von Tablet, Apps, IWB oder WLAN hakt, der wird Verständnis dafür haben, wenn Lehrpersonen im Wiederholungsfall die Geräte beiseite legen und sich für einen erneuten Einsatz schwerlich motivieren lassen. Diese Reform wird daher nicht gelingen, wenn man nicht diejenigen mitnimmt, die sie vor Ort umsetzen sollen ...

Literatur

Bartnitzky, H. (2009). Wie Kinder selbstständiger werden können ... und wie ›modernistischer‹ Unterricht dies verhindert. In H. Bartnitzky & U. Hecker

(Hrsg.), *Allen Kindern gerecht werden. Aufgaben und Wege* (S. 206–221). Grundschulverband.

Bartnitzky, H. (2011). Von wegen: einfach und passgenau! Förderung ist eine didaktisch anspruchsvolle Aufgabe. *Grundschule aktuell,* (116), 14–17.

Book Creator (2022). https://bookcreator.com

DTS – Deutsche Telekom Stiftung (2015-2018): Digitales Lernen Grundschule. https://www.telekom-stiftung.de/aktivitaeten/digitales-lernen-grundschule

Edoki Academy (2020). Crazy Gears. https://apps.apple.com/de/app/crazygears/id967327312

Etzold, H. (2015). Klötzchen. https://apps.apple.com/at/app/klötzchen/id1027746349

Etzold, H. (2017). Klipp Klapp. https://apps.apple.com/at/app/klipp-klapp/id1157365733

Etzold, H. (2022). Nim. https://apps.apple.com/de/app/nim/id1590325148

Etzold, H., & Krauthausen, G. (2022). *Nim-Spiel – Handreichung für Lehrerinnen und Lehrer (Version 1.0)*. https://heiko-etzold.github.io/nim-material/de/1.0/

Fiebig, U. (2016). *Vorstoß von Bildungsministerin Wanka: Fünf Milliarden fürs digitale Klassenzimmer*. https://www.tagesschau.de/inland/wanka-bildung-103.html

Fischer, T., & Fankhänel, K. (1993). *Handbuch zu den Hypermedia-Arbeitsumgebungen*. Landesinstitut für Schule und Weiterbildung.

Goodwin, K., & Highfield, K. (2013). A Framework for Examining Technologies and Early Mathematics Learning. In L. D. English & J. T. Mulligan (Hrsg.), *Reconceptualizing Early Mathematics Learning, Advances in Mathematics Education,* (S. 205–226). Springer Science+Business Media.

Heppell, S. (1993). Eyes on the horizon, feet on the ground. In C. Latchem, J. Williamson, & L. Henderson-Lancett (Hrsg.), *Interactive Multimedia. Practice and Promise* (S. 97–114). Kogan Page.

KMK – Sekretariat der Kultusministerkonferenz (Hrsg.). (2005). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich*. Luchterhand Wolters Kluwer.

KMK – Sekretariat der Kultusministerkonferenz (Hrsg.). (2016). *Bildung in der digitalen Welt. Strategie der Kultusministerkonferenz*.

Kortenkamp, U. (2021). Stellenwerttafel. Das Zahlsystem erleben! https://apps.apple.com/de/app/stellenwerttafel/id568750442

Krauthausen, G. (1991). Software im Mathematikunterricht: Eine Betrachtung aus fachdidaktischer Sicht. *Schulpraxis/Computer Bildung,* (5/6), 36–41.

Krauthausen, G. (2006). *Zahlenforscher 1. Zahlenmauern. CD-ROM*. Auer.

Krauthausen, G., & Pilgrim, A. (2020). Das Projekt APPsicht – Anregungen zur Förderung der Raumvorstellung. In G. Krauthausen, K. Michalik, C. Krieger, J. Florian, C. Metzler, A. Pilgrim, A. Schwedler-Diesener, & M. Thumel (Hrsg.), *Tablets im Grundschulunterricht. Fachliches Lernen, Medienpädagogik und informatische Bildung* (S. 17-36). Schneider.

Krauthausen, G., & Scherer, P. (2022). *Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht – Konzepte und Praxisbeispiele aus der Grundschule* (4. Aufl.). Kallmeyer.

Larkin, K. (2014). iPad apps that promote mathematical knowledge? Yes, they exist! *Australian Primary Mathematics Classroom* (APMC), *19*(2), 28–32.

Larkin, K. (2015). »An App! An App! My Kingdom for an App«: An 18-month quest to determine whether apps support mathematical knowledge building. In T. Lowrie & R. Jorgensen (Hrsg.), *Digital games and mathematics learning: Potential, promises and pitfalls* (S. 249–274). Springer Science+Business Media Dordrecht.

Medienberatung NRW (Hrsg.). (2018). *Medienkompetenzrahmen NRW*. Schulministerium NRW.

MLC – The Math Learning Center (2022). Math Apps. www.mathlearningcenter.org/resources/apps

Olbrisch, M. (2016). »Handyverbote sind von gestern«. *DER SPIEGEL,* (46), 48–49.

PIKAS digi (2022). Software. https://pikas-digi.dzlm.de/software

Steinbring, H. (1999). Offene Kommunikation mit geschlossener Mathematik? *Grundschule,* (3), 8–13.

Urff, C. (2022). Digitale Lernmedien. Apps und mehr. http://www.lernsoftware-mathematik.de

Ventura – Ventura Educational Systems (2022). iOS Apps Available for Apple iPad & iPhones. https://www.venturaes.com/iosapps/index.html

Walter, D. (2018). *Nutzungsweisen bei der Verwendung von Tablet-Apps. Eine Untersuchung bei zählend rechnenden Lernenden zu Beginn des zweiten Schuljahres.* Springer Spektrum.

Walter, D. (2022). Durchblick im App-Dschungel. *Mathematik differenziert,* (3), 6–8.

Walter, D., & Schwätzer, U. (2022). Mathematikapps für die Grundschule analysieren. *Zeitschrift für Mathematikdidaktik in Forschung und Praxis.* Manuskriptfassung, 33 S., im Review.

ZeptoLab (2021). Cut the rope. https://de.wikipedia.org/wiki/Cut_the_Rope

Prof. Dr. Günter Krauthausen
Universität Hamburg
Von-Melle-Park 8
20146 Hamburg
krauthausen@uni-hamburg.de

Warum ist das die 35?
Ist das inklusive Mathematik?

von Birgit Werner

Eine der wichtigsten Erfahrungen – sowohl aus der Inklusionsforschung als auch aus der Pandemie und der Digitalisierung - ist die Prämisse, dass Lernen in sozialen Räumen stattfindet und der unmittelbaren, personalen Kommunikation unter Anwesenden bedarf.
Der Vortrag analysiert die vorhandenen fachlichen, fachdidaktischen sowie sonder- und inklusionspädagogischen Wissensbestände auf ihr Potential, die Teilhabe und Partizipation aller Lernenden im Unterricht zu sichern.

Schlüsselwörter: Inklusion, Fachdidaktik, Sonderpädagogik, Digitalisierung, Teilhabe

1 Anlass / Ausgangspunkt

Diese unscharfe Formulierung des Beitrags „inklusive Mathematik" soll - zugegeben etwas provokant - auf die Komplexität des Rahmenthemas „Mathematische Bildung heute und morgen" hinweisen.

Neben den bekannten fachdidaktischen und schulpolitischen Herausforderungen, mathematische Bildung zu definieren und umzusetzen, wird dieses Thema seit vielen Jahren von der Umgestaltung des separierenden Schulsystems auf ein inklusives sowie in den letzten Jahren von der Forderung nach Digitalisierung gerahmt. Im Kern beleibt die aktuelle und zukünftige Herausforderung des Mathematikunterrichts die Gestaltung eines Mathematikunterrichts für alle Schüler:innen, unabhängig von ihren individuellen Lernvoraussetzungen und -möglichkeiten.

Diese Diskussion soll anhand einer zwar unerwarteten, dennoch nicht ungewöhnlichen Situation illustriert werden. Die Schüler:innen sollten die Zahlkärtchen 35 und 53 benennen und ihre Entscheidung, „warum ist das die 35?" begründen. Danuta[1], argumentierte wie folgt:

> *Weil die 3 muss hinten sein, aber die ist ja vorn und das ist richtig – die 5 war hier vorn und nun ist sie hinten. Man hört zuerst die 5 und dann hört man die 3, aber es ist umgekehrt. Die 3 ist die erste Zahl und die 5 ist halt hinten, man hört zwar, dass die 5 vorne ist,*

[1] Name geändert

aber das ist halt falsch und man kann da durcheinanderkommen. Das hier ist die 35.

Die Herausforderung im Umgang mit dieser Antwort begründet sich u.a. mit der Klassenstufe und Schulform. Diese Sequenz stammt aus einer Klasse 3 /4 einer Förderschule mit dem sonderpädagogischem Schwerpunkt Lernen. Damit ist die zentrale Problematik umrissen: Ist Danutas Argumentation nun eine individuelle Leistung, die im Rahmen einer Vielfalt normal ist oder markiert sie eine signifikante Leistungsabweichung?

2 Diskursanalyse - Inklusiver Mathematikunterricht

Zunächst sei der aktuelle Diskurs um einen inklusiven Mathematikunterricht skizziert.

2.1 Gemeinsame Grundannahmen

Inklusiver Unterricht generell meint den professionellen Umgang mit Heterogenität, Verschiedenheit oder auch Diversität und den damit verbundenen individuellen Lern- und Entwicklungsmöglichkeiten aller Lernenden. Konsens besteht auch in der Prämisse, dass inklusiver Unterricht nicht wesentlich andere Inhalte, sondern die zentralen Inhalte, basierend auf den Bildungsstandards auf unterschiedlichen Niveaus erfasst (Werner 2019; Jütte & Lüken 2021). Der "gemeinsame Gegenstand“ gilt - zusammen mit Formen der kooperativen Erarbeitung - als Voraussetzung, Wesensmerkmal und auch Gelingensfaktor inklusiver Bildungsangebote. Intendiert ist damit weitergehend die Teilhabe aller Lernenden an curricular definierten Lerninhalten. In der Ausdifferenzierung von Inklusion werden jedoch je nach Fachdisziplin verschiedene Foki deutlich.

2.2 Fachdidaktische Perspektiven

Die fundamentalen mathematischen Grundideen und deren curricular-spiralige Aufarbeitung bilden den „Rahmen für die Ausgestaltung eines für alle Kinder gemeinsamen mathematischen Themas“ (Häsel-Weide & Nührenbörger, 2017, S. 13).

Der Zugang zum Lerngegenstand wird aus der fachlichen Logik der „Sache“ Mathematik, seinem hierarchischen Aufbau sowie der Abstraktheit seiner Objekte abgeleitet. Diese Sichtweise begründet die Annahme, dass Schüler:innen sich die Inhalte adäquat der Sachstruktur aneignen können. Prominent schlägt sich dies in den zahlreichen fachwissenschaftlich begründeten Kompetenzmodellen oder auch Lernwegelisten nieder. Sie spiegeln die domänenspezifischen, sachlich-strukturellen Anforderungen wider, die meist nach den Prinzipen „vom Leichten zum Schweren" oder auch nach dem „Spiralprinzip" didaktisch aufbereitet werden. Die Individualisierung versteht sich hier als Prognose eines idealtypischen Lernverlaufs.

Dominierend sind gerade im Fachunterricht Mathematik spätestens seit den 2000er Jahren die Gegenstandsbeschreibung und deren Operationalisierung über die Bildungsstandards der KMK (KMK, 2004). Die hier definierten Kompetenzen konzentrieren sich auf kognitive Erträge von Lehr-Lernprozessen des jeweiligen Faches. In der Mathematikdidaktik werden gegenwärtig zwei Heterogenitätsebenen in den Fokus genommen:

- Schulleistung, resp. das Nichterreichen der Regelstandards der jeweiligen Schulstufe
- Sprache, insbesondere für Lernende mit nicht deutscher Familiensprache.

Während der ersten Gruppe mit Konzepten wie Individualisierung, innere Differenzierung, Adaptivität usw. begegnet wird, wird den Bedarfen der zweiten Gruppe vor allem durch einen sprachsensiblen (Fach)Unterrichts Rechnung getragen.

Ist Danutas Argumentation aus fachdidaktischer Perspektive nun eine kompetente Antwort? Nach dem Kompetenzstufenmodell der Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4) (IQB, 2017) wird in dieser Klassenstufe für die Leitidee „Zahlen und Operationen" auf der Stufe I erwartet, dass die Grundlagen der Struktur des Dezimalsystems wie die Einteilung in Einer, Zehner, Hunderter usw. bekannt sind, alle Grundaufgaben des kleinen Einspluseins und Einmaleins beherrscht und kleinere Zahlen halbschriftlich addiert und subtrahiert werden können (IQB, 2017).

Es ist offensichtlich, dass diese Schülerin die Standards verfehlt. Ist sie damit mathematisch inkompetent oder entpuppen sich die Bildungsstandards als Teilhabebarriere?

2.3 Perspektive der Sonderpädagogik

Sonderpädagogik konzentriert sich als interdisziplinäre, reflektierende erziehungswissenschaftliche Disziplin auf zwei zentrale Aufgabenfelder:

- *Sicherung der Teilhabe* des Kindes/des Jugendlichen/des jungen Erwachsenen an der jeweiligen konkreten sozialen Situation (Schule, Unterricht, Freizeit, Ausbildung, Erwerbsarbeit)
- *Erkennen, Vermeidung und Abbau von Exklusionsrisiken* vor allem in bildungsbiografisch relevanten Handlungsfeldern wie Schule, Ausbildung, Erwerbsarbeit

Um die Teilhabe der Lernenden am Unterricht zu sichern, wechselt die Sonderpädagogik die Perspektive von der ‚Sache' auf die ‚Person'. Es werden Fragen gestellt wie: Was können die Schüler:innen lernen? Welchen Beitrag leistet der Lerngegenstand für den Bildungsanspruch des Einzelnen (Sansour & Zentel 2016, S. 50)? Welche Förderbedarfe, die über den fachlichen Gegenstand hinausgehen, dennoch Voraussetzung zur Teilhabe am Unterricht sind, müssen in den Blick genommen werden? Die derzeitigen, standardisierten fachdidaktischen Modelle, die sich auf das Erreichen der Regelstandards fokussieren, sind nicht hinreichend differenziert, um das gesamte Leistungsspektrum aller Schüler:innen abzubilden. Ebenso steht eine adäquate Schulleistungsdiagnostik gerade für Schüler:innen in zieldifferenten Bildungsgängen derzeit noch aus.

Aus dieser Perspektive haben sich in sonderpädagogischen Handlungsfeldern mathematikaffine Lernbereiche entwickelt, die bislang in fachdidaktischen Konzeptionen kaum berücksichtigt wurden. Sie betreffen vor allem teilhaberelevante, gesellschaftliche Handlungsfelder wie z. B. Gesundheit, Freizeit, öffentlicher Nah- und Fernverkehr sowie Wohn-, Ausbildungs- und Arbeitsmarkt. In den Bildungsplänen der jeweiligen Förderschwerpunkte werden diese Lernfelder unter Kategorien wie „besondere Bildungsbereiche“ oder auch „spezifische Curricula“ subsummiert (Degenhardt et al., 2016; Werner, 2019).

Dieser Perspektivwechsel führt zu einer anderen Interpretation von Danutas Antwort. Ihre Erläuterung ist weniger dem normierten mathematischen Spektrum, sondern eher dem Bereich sprachlicher Bildung zuzuordnen. Die beobachtbaren Kompetenzen der Schülerin lassen sich im Bereich der Sprachwissenschaften, genauer im Feld sprachlich-pragmatischer Fähigkeiten verorten[2]. Der Sinn des Zahlwortes ergibt sich durch die Kombination der Artikulation des Zahlwortes mit dem Wissen über die Komponenten der Sprechsituation (hier der Mathematikunterricht) sowie ihrem individuellen Erfahrungs- bzw. Weltwissen. Danutas Erklärung ist intuitiv, vorrangig erfahrungsbasiert und rekrutiert sich vermutlich stärker aus alltagssprachlichen Erfahrungen als aus schulisch vermittelten, innermathematischen Überlegungen. Diese Momente sind in einer Klassenstufe 3 / 4 jedoch nicht (mehr) genuin Gegenstand des Mathematikunterrichts. Die Einsicht in das dekadische Positionssystem einschließlich seiner kulturell-historisch geprägten, unsystematischen sprachlichen Abbildung in den Zahlwörtern wird in dieser Klassenstufe vorausgesetzt. Unter dem Aspekt der Anbahnung von Bildungs-, resp. Fachsprache ist Danutas Aussage zwar altersgemäß unerwartet, aber dennoch dem Spektrum mathematischer Kompetenzen zuzuordnen. Bleibt jedoch ihr individuelles Konstrukt über die Bildung von Zahlwörtern unberücksichtigt, droht der Schülerin eine Nicht-Teilhabe bzw. Exklusion aus dem Unterricht.

2.4 Perspektive der Inklusionspädagogik

Inklusive Pädagogik meint eine „›nonkategoriale[n]‹, kindzentrierte[n]Pädagogik für alle ..., die aber zugleich vulnerablen sowie von Marginalisierung und Ausschluss bedrohten Gruppen besondere Beachtung schenkt (Lindmeier & Lütje-Klose, 2022, S. 638).

---

[2] Pragmatik: Teildisziplin der Linguistik, die sich mit der Bedeutung von dem auseinandersetzt, was in einer konkreten Situation gesagt oder geschrieben wird.

Inklusiver Unterricht kann sich daher nicht allein auf die Perspektiven aus Fachdidaktik bzw. Sonderpädagogik beschränken. Der Blick muss weiter gefasst werden und Unterricht als grundlegende Form systemischen pädagogischen Handelns analysieren (Klieme, 2022, S. 411). Inklusiver (Mathematik-)Unterricht orientierte sich an den allgemein gültigen Merkmale guten Unterrichts (vgl. Herkenhoff, 2020) und zeichnet sich dadurch aus,

> dass alle Kinder einer unausgelesenen und ungeteilten Lerngruppe sich allgemeine Bildung nach individuellem Vermögen, nach individuellen Bedürfnissen, in vielfältigen Lernprozessen, mit gemeinsam und differentiellen Lernsituationen, unter Nutzung förderlicher Ressourcen, ohne behindernde Lernbarrieren und ohne diskriminierende und exkludierende Praxen sowie mit entwicklungsorientierter Lernevaluation aneignen können, und zwar mit aktiver Unterstützung von kooperierenden Pädagogen und sozialen Netzwerken. (Wocken 2010, S. 208)

Der Kern pädagogischen Handelns liegt in der Initiierung und Aufrechterhaltung sozialer Interaktion resp. Kommunikation (vgl. Abb. 1). Damit erweitern sich die Anforderungen an inklusiven Unterricht neben den skizzierten fachdidaktischen und sonderpädagogischen Aspekten z. B. um die Momente der Lehrerprofessionalisierung (Einstellungen, Kompetenzen und Teamfähigkeit von Lehrpersonen) sowie der Schulentwicklung (Organisationsmodelle). Inklusion hebt die bislang scheinbar klar erkennbaren Grenzen zwischen den Domänen Pädagogik, Schulentwicklung und Didaktik auf bzw. provoziert deren Vernetzung (Koch-Priewe et al., 2022, S. 440).

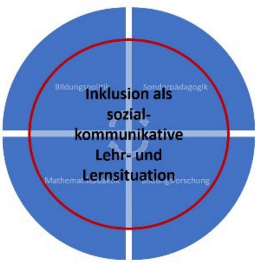


Abb. 1 Inklusiver Unterricht als sozial-kommunikative Lehr- und Lernsituation

Die skizzierte Unterrichtssequenz würde – wenn sie im inklusiven Setting stattgefunden hätte – einer zentralen Grundanforderung gerecht werden. Danuta nimmt am Unterricht teil und wird mit ihren Leistungsmöglichkeiten wahr- und angenommen. Sie ist sozial eingebunden und kann das Lernangebot - hier die Auseinandersetzung mit den Zahlwörtern im Zahlenraum bis 100 - für sich nutzen.

Herausforderungen aus dieser Perspektive stellen Fragen der Leistungsbewertung, der Anschlussfähigkeit der notwendigen, gegebenenfalls auch zieldifferenten Bildungsangebote für weiterführende Schulen sowie die konzeptionelle Berücksichtigung von Bildungsangeboten auch außerhalb der curricularen Vorgaben dar (Werner, 2017; 2020).

3 Herausforderungen

Gerade die Berücksichtigung individueller Lernausgangslagen und -möglichkeiten sowie besonderer Lernbedarfe entpuppt sich als eine zentrale und hochkomplexe Anforderung des gegenwärtigen zukünftigen Mathematikunterrichts. Sie besteht darin, allen Schüler:innen einen barrierefreien Zugang zum Erwerb mathematischer Kompetenzen zu garantieren. Fachdidaktische Modelle lassen derzeit keinen Raum für die Beschreibung individueller Aneignungsweisen und weitergehende Lernbedarfe. Bleiben psychosoziale Komponenten wie Motiv, Motivation, Selbst- und Begabungskonzept, ebenso wie umwelt- bzw. lebenslagenspezifische Faktoren unberücksichtigt, können sich daraus gravierende Teilhabebarrieren entwickeln. Individuelle Lernbedarfe, die sich z. B. in den Heterogenitätsdimensionen Sprache, Kultur, Ethnie, sozial-emotionale Befindlichkeiten, Behinderungen und Benachteiligungen sowie domänenspezifischen Vorerfahrungen begründen, liegen häufig weit außerhalb des fachlichen Lerngegenstandes. Genau diese individuellen Differenzen – verstanden als das „Andere“, das „Nicht-Gleichartige“ – müssen, um nicht zu Exklusionsfaktoren zu werden, im inklusiven Unterricht zum Bezugspunkt unterrichtlicher Handlungspraxen werden (Sturm, 2017).

Ein entscheidendes Dilemma inklusiver Didaktik begründet sich mit dem „curriculum dilemma“ (Norwich, 2013, S. 54). Das Prinzip der Adaptivität von Lehrinhalten und -zielen, die für eine inklusive Erziehung und Bildung auf der Ebene der Einzelschule maßgeblich ist, sowie die Forderung, allen Schüler:innen den Zugang zu einem gemeinsamen Curriculum und gemeinsamen Bildungsinhalten zu ermöglichen, birgt das Risiko, dass die Anpassung an die individuellen Lernmöglichkeiten misslingt (Lindmeier & Lütje-Klose, 2022, S. 640). Hier ist insbesondere die Frage nach der Bezugsnormorientierung des Unterrichts maßgeblich, denn ein individuell-förderdiagnostisch ausgerichteter Unterricht stellt eine Grundbedingung für erfolgreiche Bildungsprozesse insbesondere solcher Schüler:innen dar, die besondere Unterstützung benötigen und ggf. „zieldifferent" unterrichtet werden. Ein zieldifferenter Unterricht meint dabei aber nicht, lediglich Bildungsansprüche abzusenken bzw. einen curricular reduktiven Unterricht zu implementieren. Zieldifferenter Unterricht muss die individuellen Lernbedarfe wie beispielsweise Konzentration, Sprache und Verhaltenssteuerung berücksichtigen und zunächst die Teilhabe am schulischen Lernen ermöglichen. Darüber hinaus muss zieldifferenter Unterricht weitergehende Lerninhalte und Bildungsangebote, so beispielsweise „Ungleichheiten in den Lebenswelten und Verschiedenheiten der Personen" (KMK, 2011, S. 7) thematisieren (Werner, 2020, S. 152).

Mehr denn je zeichnet sich ab, dass die alleinige Orientierung an schulischen, mehrheitlich kognitiv geprägten Standards als Normwert nicht ausreicht, um Lern- und Entwicklungsprozesse außerhalb dieser Standards bzw. unterhalb definierter Kompetenzstufen abzubilden.

4 Digitalisierung – ein Lösungsansatz?

Die Digitalisierung im Bildungswesen erfuhr in den vergangenen zwei Jahren eine unerwartete Aufmerksamkeit und wurde - fast reflexartig - als universelles und probates Mittel propagiert.

Prozesse der Digitalisierung führen zu einem globalen Anstieg und nahezu universellen Verfügbarkeit des Wissensumfangs. Digitale Medien ergänzen, erweitern und verändern die traditionelle Wissensvermittlung. Zweifelsohne bieten Formen und Methoden digital gestützten Lernen zahlreiche Chancen. Ein zeit- und ortsunabhängiger Wissensabruf, der Einsatz digitaler Medien in Form von Lernhilfen und Lernformen kann die Qualität des Unterrichts verbessern.

Digitalisierung erscheint als ein attraktiver Begriff mit nahezu vielversprechender Wirkung auf das Lernen der Schüler:innen. Doch evidenzbasierte Befunde liegen derzeit nur ansatzweise vor. Bei näherer Betrachtung zeigen sich in den derzeitigen Konzepten zur Digitalisierung von Lernprozessen noch viele begriffliche und konzeptionelle Unschärfen.

Die Prämisse, dass Lernen in sozialen Räumen stattfindet und der unmittelbaren, personalen Kommunikation unter Anwesenden bedarf, bestätigt sich insbesondere durch die in der Pandemie gewonnenen Erkenntnisse. Fehlende persönliche Kontakte bzw. die Möglichkeiten eines zeitlich und räumlich analogen unmittelbaren Austausches sowohl zwischen Lehrkräften und Schüler:innen als auch zwischen den Lernenden selbst – schränken die Lernmöglichkeiten resp. die Bildungsteilhabe erheblich ein (Hübner & Schmitz, 2020; Zierer, 2021; Tenzer, 2021; Gresch & Schmitt, 2021). Entscheidende Aspekte einer sozialen Situation wie Mimik, Gestik, körperliche Nähe, Authentizität usw. fehlen und erschweren das gegenseitige Verstehen. Dies belegen nicht zuletzt die Befunde aus der Zeit veränderter Lehr- und Lernformate in der Pandemie, die besonders bei Schüler:innen mit eingeschränkten Lern- und Kommunikationsmöglichkeiten mehrheitlich negative Auswirkungen hatte (Goldan et al., 2021; Gresch & Schmitt, 2021; Hübner & Schmitz, 2020; Kuhn, 2020; StäWiKo, 2021; Wößmann et al., 2021).

Entscheidend für Lernerfolg sind die immer wieder empirisch belegten Tiefenstrukturen des Unterrichts: kognitive Aktivierung, strukturierte Klassenführung und konstruktive Unterstützung (Kunter & Ewald, 2016). Sie erfassen, wie sich Lernende mit den Lerninhalten auseinandersetzen und verschiedene Personen im Unterricht miteinander interagieren. Die Oberflächenstrukturen des Unterrichts (Methoden, Lehrgangskonzepte, Klassengrößen, Schulform usw.) hingegen erklären deutlich weniger den Lernerfolg. Genau die Tiefenstrukturen bleiben auch in digital gestützten Lern- und Lernprozessen wie im herkömmlichen Unterricht entscheidend und können durch den Einsatz von digitalen Tools nicht ersetzt werden (Gröschner, 2021). Digitale Bildung stellt kein Bildungsziel per se dar, sondern hat immer dann einen Mehrwert, wenn sie in ein konkretes pädagogisches Handlungskonzept integriert wird resp. soziale Teilhabe ermöglicht.

5 Perspektiven

Die Interpretation der Äußerung von Danuta sensibilisiert den Blick auf eigentlich (alt-)bekannte und auch zukünftige pädagogische Phänomene und Herausforderungen.

1. Die Prämisse, dass *Lernen in sozialen Räumen* stattfindet und der unmittelbaren, personalen Kommunikation unter Anwesenden bedarf, bestätigt sich nicht zuletzt durch die Pandemie. Für diesen sozial-kommunikative Austausch ist eine kontinuierliche, verlässliche Beziehungsarbeit zentral. Fehlende persönliche Kontakte bzw. die Möglichkeiten eines zeitlich und räumlich analogen Austausches – sowohl zwischen Lehrkräften und Schüler:innen als auch zwischen den Schüler:innen selbst – schränken die Lernmöglichkeiten resp. die Bildungsteilhabe erheblich ein. Gerade bei Schüler:innen in spezifisch herausfordernden Lebenslagen/mit sonderpädagogischem Förderbedarf ist der Weg-, Ausfall von Beziehungen bzw. deren Verlagerung auf digitale Medien besonders problematisch.
2. Gerade ein (Mathematik-)Unterricht für alle Schüler:innen, unabhängig von individuellen Lernvoraussetzungen und Entwicklungsmöglichkeiten offenbart das *Spannungsfeld zwischen Standardisierung und Heterogenität.*

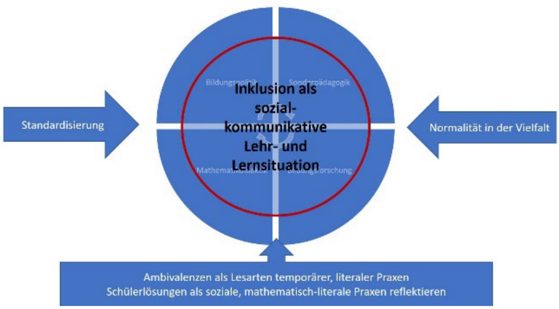


Abb. 2 Spannungsverhältnis zwischen Standardisierung und Heterogenität

Vermutlich lassen sich die beiden Pole ‚Standardisierung' und ‚Heterogenität', resp. „gemeinsam lernen und effektiv fördern" (Jütte & Lüke, 2021, S. 44) auch zukünftig nicht auflösen (vgl. Abb. 2). Ihr Potential aber liegt darin, beide Pole als zwei Lesarten ein und derselben sozialen Praxis zu verstehen. Eine Entspannung zwischen beiden Polen lässt sich über Reflexionen der jeweils disziplininternen Verortung herbeiführen. Diese Reflexionen lassen potenzielle Verweisungshorizonte sichtbar werden, die Neubewertungen, aber auch Negierungen ermöglichen.

Individuelle Lösungen von Lernenden können einerseits als subjektive Leistungen und als qualitativ Wertvolles im Rahmen einer Vielfalt von Normalität, andererseits aber auch als signifikante Abweichungen von normativen Setzungen interpretiert werden. Diese oft nicht erwartungsgemäßen, dennoch nachvollziehbaren Lösungen sind als individuelle Vorerfahrungen, als Form informeller Alltagsbildung, als die „andere Seite von Bildung" (Rauschenbach, 2007, S. 439) auszuwerten und auf ihre Anschlussfähigkeit an formales, institutionalisiertes Wissen zu prüfen (Bremer, 2008; Resnick, 1986). Auch wenn Danutas Argumentation außerhalb der fachdidaktischen Standards liegt, dokumentiert sie eine fachaffine, individuelle Leistung, die es wertzuschätzen, intraindividuell und fachdidaktisch einzuordnen und zu nutzen gilt.

Sowohl für die Bildungsforschung als auch für die Didaktik gilt es, bisherige Konzepte, Modelle und Standards an die Vielfalt der Lernenden anzupassen, bzw. die Vielfalt als externes Validitätskriterium bisheriger Denkmuster zu nutzen. Dafür sind disziplinäre Verschiebungen (vgl. Abb. 3) auf verschiedenen Ebenen notwendig, die hier nur kurz skizziert werden können:

- *Schulpädagogik / Schulpolitik*: Höhere Gewichtung der Merkmale soziale Herkunft, familiale Migrationserfahrung und sonderpädagogische Förderschwerpunkte zum Abbau von Bildungsbarrieren und sozialen Ungleichheiten. Schule muss mehr denn je zukünftig ein „Ort nicht nur der Leistungs-, sondern auch der sozioemotionalen Entwicklung" sein (Bildungsbericht, 2022, S. 121).

- *Fachdidaktik*: Erweiterung bisheriger Kompetenzmodelle, um das Leistungsspektrum aller Lernenden abbilden zu können; Abkehr vom Primat der Fachorientierung als zwingende Logik des Lernprozesses und stärkere Einbeziehung fachaffiner Vorerfahrungen und Wissenskonzepte
- *Bildungsforschung*: Umgang mit exkludierenden Praxen z. B. Leistungsbewertung
- *Sonderpädagogik*: Nutzung der (Bildungs-)Standards als Referenzrahmen und Validitätskriterium für individuelle Bildungsangebote

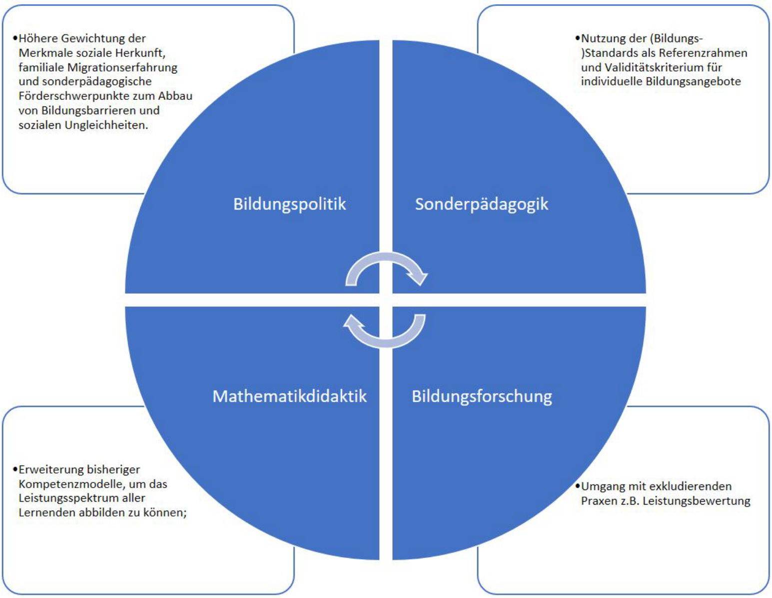


Abb. 3 Disziplinäre Verschiebungen

Dieses Spannungsverhältnis zwischen Standardisierung und Heterogenität zu akzeptieren und zu respektieren, bietet die Chance, die Schnittstellen zwischen den Wissen-, Wert- und Handlungsfeldern der jeweiligen Disziplinen für eine „Kooperation angesichts extern induzierter, aus der sozialen Wirklichkeit heraus definierter bzw. fokussierter Problemlagen“ (Terhart, 2016, S. 80) gewinnbringend zu nutzen.

Mathematische Bildung heute und morgen ist und bleibt im Kern der Versuch, allen Lernenden die Gelegenheiten zu geben, sich individuell angemessen mit mathematischen Lerninhalten auseinander zu setzen.

Entscheidende Basis dafür ist es, Offenheit für verschiedene Perspektiven und Transparenz herzustellen sowie die unterschiedlichen Expertenkulturen mit ihren innerdisziplinären Logiken anzuerkennen, wertzuschätzen und zu nutzen.

Literatur

Bildungsbericht (2022). *Bildung in Deutschland kompakt 2022.* Bildungsbericht. https://www.bildungsbericht.de/de/bildungsberichte-seit-2006/bildungsbericht-2022/pdf-dateien-2022/bildungsbericht-2022-kompakt.pdf

Bremer, H. (2008). Die Möglichkeit von Chancengleichheit: Pierre Bourdieus Entzauberung der Natürlichkeit von Bildung und Erziehung – und deren ungebrochene Aktualität. In K. Rehberg (Hrsg.), *Die Natur der Gesellschaft: Verhandlungen des 33. Kongresses der Deutschen Gesellschaft für Soziologie in Kassel 2006. Teilband 1 u. 2* (S. 1528–2539). Frankfurt a. M.: Campus Verlag. Verfügbar unter: https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0168-ssoar-152605

Degenhardt, S., Gewinn, W. & Schütt, M. (2016). *Spezifisches Curriculum für Menschen mit Blindheit und Sehbehinderung: für die Handlungsfelder Schule, Übergang von der Schule in den Beruf und Berufliche Rehabilitation*. Norderstedt: Druck on demand.

Goldan, J., Kullmann, H., Zentarra, D., Geist, S. & Lütje-Klose, B. (2021). Schulisches Wohlbefinden von Schülerinnen und Schülern mit und ohne sonderpädagogischen Unterstützungsbedarf während der COVID-19-Pandemie. *Zeitschrift für Heilpädagogik, 72*(12), 640–652.

Gresch, C. & Schmitt, M. (2021). *Lernen und Wohlergehen von Schülerinnen und Schülern mit und ohne sonderpädagogische Förderbedarfe während der ersten Schulschließung 2020. Auswertungen des Projekts INSIDE zu Corona*. LIfBi. https://www.lifbi.de/Portals/13/Transferberichte/LIfBi-Forschung-kompakt_03_INSIDE.pdf

Gröschner, A. (2021). *Was macht guten Unterricht aus?* Deutsches Schulportal. https://deutschesschulportal.de/unterricht/was-macht-guten-unterricht-aus/?utm_source=+CleverReach+GmbH+%26+Co.+KG&utm_medium=email&utm_campaign=Newsletter+KW+45%2F2021&utm_content=Mailing_13132094

Häsel-Weide, U. & Nührenbörger, M (2017). Grundzüge eines inklusiven Mathematikunterrichtes. Mit allen Kindern rechnen. In U. Häsel-Weide & M. Nührenbörger (Hrsg.), *Gemeinsam Mathematik lernen – mit allen Kindern rechnen* (S. 8 - 21). Frankfurt: Grundschulverband.

Herkenhoff, J. (2020). *Inklusiver Mathematikunterricht: Entwicklung eines Instruments zur Planung von Mathematikunterricht in einem inklusiven Setting.* Wiesbaden: Springer.

Hübner, M. & Schmitz, L. (2020). *Corona-Schulschließungen: Verlieren leistungsschwächere SchülerInnen den Anschluss?* DIW. https://www.diw.de/documents/publikationen/73/diw_01.c.758242.de/diw_aktuell_30.pdf

IQB (2017) *Bildungsstandards: Kompetenzstufenmodelle.* IQB. https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/ksm/

Jütte, H. & Lüken, M. (2021). Mathematik inklusiv unterrichten – Ein Forschungsüberblick zum aktuellen Stand der Entwicklung einer inklusiven Didaktik für den Mathematikunterricht in der Grundschule. *Zeitschrift für Grundschulforschung, 14*(1), 31–48. https://doi.org/10.1007/s42278-020-00094-4

Klieme, E. (2022). Unterrichtsqualität. In M. Harring, C. Rohlfs & M. Gläser-Zikuda (Hrsg.), *Handbuch Schulpädagogik* (S. 411–435). Münster: Waxmann.

KMK (2004). Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland. (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Hauptschulabschluss. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004.* München: Luchterhand.

KMK (2011). Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland. (2011). *Inklusive Bildung von Kindern und Jugendlichen mit Behinderungen in Schulen. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 20.10.2011.* KMK. http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2011/2011_10_20-Inklusive-Bildung.pdf

Koch-Priewe, B., Köker, A. & Störtländer, J. (2022). Fachunterricht und Fachdidaktik. In M. Harring, C. Rohlfs & M. Gläser-Zikuda (Hrsg.), *Handbuch Schulpädagogik* (S. 436–445). Münster: Waxmann.

Kuhn, A. (2020). *Wie Förderschulen die Corona-Krise bewältigen*. Deutsches Schulportal. https://deutsches-schulportal.de/unterricht/wie-foerderschulen-die-corona-krise-bewaeltigen/

Kunter, M. & Ewald, S. (2016). Bedingungen und Effekte von Unterricht: aktuelle Forschungsperspektiven aus der pädagogischen Psychologie. In N. McElvany, W. Bos, G. Holtappels, M. Gebauer & F. Schwabe (Hrsg.), *Bedingungen und Effekte guten Unterrichts*. (S. 9–31). Münster: Waxmann.

Lindmeier, C. & Lütje-Klose, B. (2022). Inklusion. In M. Harring, C. Rohlfs & M. Gläser-Zikuda (Hrsg.), *Handbuch Schulpädagogik* (S. 635–646) Münster: Waxmann.

Norwich, B. (2007). *Dilemmas of Difference, Inclusion and Disability*. London: Routledge.

Rauschenbach, T. (2007). Im Schatten der formalen Bildung. Alltagsbildung als Schlüsselfrage der Zukunft. *Diskurs Kindheits- und Jugendforschung, 2*(4), 355–356.

Resnick, L. (1986). The development of mathematical intuition. In M. Perlmutter (Ed.), *Perspectives on intellectual development: The Minnesota symposium on child psychology* (S. 159–194). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Sansour, T. & Zentel, P. (2016). Bildung und ihre Gegenstände. Spurensuche in der Bildungstheorie, Allgemeiner Didaktik und Fachdidaktik. In: Musenberg, O./ Riegert, J. (Hrsg.) *Didaktik und Differenz*. (S. 44–52) Bad Heilbrunn: Klinkhardt

Stäwiko (2021). Ständige wissenschaftliche Kommission der KMK. *Pandemiebedingte Lernrückstände aufholen – Unterstützungsmaßnahmen fokussieren, verknüpfen und evaluieren*. KMK. https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/pdf/KMK/SWK/2021/2021_06_11-Pandemiebedingte-Lernruckstaende-aufholen.pdf

Sturm, T. (2017). Differenz. In K. Ziemen (Hrsg.), *Lexikon Inklusion* (S. 44f.). Göttingen: Vandenhoeck & Rupert.

Tenzer, E, (2021). Wie geht es unseren Kindern? *Bild der Wissenschaft*, (11/2021), 39.

Terhart, E. (2016). Empirische Bildungsforschung und ihre Disziplinen – Wandlungsprozesse und Konfliktlinien in instabilen Expertenkulturen. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 19(Suppl. 1),* 73–87. https://doi.org/10.1007/s11618-016-0708-0

Werner, B. (2017). *Teilhabe durch Grundbildung. Die Förderung Benachteiligter im Sekundarbereich I*. Stuttgart: Kohlhammer.

Werner, B. (2019). *Mathematik inklusive. Grundriß einer inklusiven Fachdidaktik*. Stuttgart: Kohlhammer.

Werner, B. (2020). Empfehlungen zur schulischen Bildung, Beratung und Unterstützung von Kindern und Jugendlichen im sonderpädagogischen Schwerpunkt LERNEN – pädagogische und didaktische Implikationen. *Sonderpädagogische Förderung heute. Heft 2/2020,* 149–160.

Wocken, H. (2010). Was ist inklusiver Unterricht? Eine Checkliste zur Zertifizierung schulischer Inklusion. *Gemeinsam leben. Zeitschrift für Inklusion,* (4), 203–208.

Wößmann, L., Freundl, V., Grewenig E., Lergetporer, P., Werner, K. & Zierow, L. (2021). Wie haben die Schulkinder die Zeit der Schulschließung verbracht? In D. Dohmen & K. Hurrelmann (Hrsg.), *Generation Corona?* (S. 127–148). Weinheim: Beltz.

Zierer, K. (2021). *Ein Jahr zum Vergessen. Wie wir die Bildungskatastrophe nach Corona verhindern*. Freiburg, Basel, Wien: Herder.

Prof. Dr. Birgit Werner
Pädagogische Hochschule Heidelberg
Keplerstr. 87
69120 Heidelberg
birgit.werner@ph-heidelberg.de

Arbeitsgruppe Arithmetik

Koordination: Charlotte Rechtsteiner

rechtsteiner@ph-ludwigsburg.de

Beitrag I: Timo Flückiger und Elisabeth Rathgeb-Schnierer

Flueckiger@uni-kassel.de

Rathgeb-schnierer@mathematik.uni-kassel.de

Konzeption eines halbstandardisierten Interviews zur Erfassung flexibler Rechenkompetenzen über die Referenzebene

Die Entwicklung flexibler Rechenkompetenzen gehört zu den zentralen Zielen des Grundschulmathematikunterrichts (KMK, 2022). Im Forschungsdiskurs lassen sich jedoch verschiedene Operationalisierungen des *flexiblen Rechnens* voneinander unterscheiden (Rechtsteiner & Rathgeb-Schnierer, 2017). In diesem Beitrag werden zwei verschiedene Operationalisierungen beschrieben und im Weiteren die Bedeutsamkeit der Betrachtung der Referenzebene herausgearbeitet. Auf Basis dessen wird die Konzeption der vorliegenden Studie dargestellt.

1 Hintergrund

Es herrscht Einigkeit darüber, dass flexibles Rechnen als aufgabenadäquates Handeln verstanden werden kann, bei dem auf ein Repertoire von verschiedenen strategischen Werkzeugen zurückgegriffen und aufgabenadäquate Lösungswerkzeuge verwendet werden. *Aufgabenadäquates Handeln* wird jedoch bisweilen in verschiedenen Forschungsarbeiten unterschiedlich definiert und operationalisiert. Grundsätzlich lassen sich so zwei Arten der Operationalisierungen zur Erfassung der flexiblen Rechenkompetenzen voneinander unterscheiden (Rechtsteiner & Rathgeb-Schnierer, 2017). Im Kern besteht der Unterschied zwischen den Operationalisierungen im Verständnis von aufgabenadäquatem Handeln, d.h. der Nutzung aufgabenadäquater Lösungswerkzeuge. Einerseits kann normativ festgelegt werden, welche Lösungswerkzeuge zu (vorher definierten) Aufgabenmerkmalen passen und welche nicht. Weitere Indikatoren für das flexible Rechnen sind in diesem Zusammenhang das korrekte und schnelle Lösen von Aufgaben (u. a. Nemeth et al., 2021; Torbeyns et al., 2009). Eine andere

Art der Operationalisierung nimmt in Anlehnung an das Modell der Ebenen im Lösungsprozess (Rathgeb-Schnierer, 2011) die Referenzen des Individuums in den Blick, d. h. die grundlegenden Erfahrungen, auf die sich der Lösungsprozess stützt. In diesem Zusammenhang kann flexibles Rechnen als die Fähigkeit verstanden werden, im Lösungsprozess Aufgabenmerkmale und Zahlbeziehungen zu erkennen und auf Basis dieser passende strategische Lösungswerkzeuge zu nutzen (u. a. Rathgeb-Schnierer & Green 2013; Rechtsteiner-Merz, 2013). Die Instrumente zur Erfassung der flexiblen Rechenkompetenzen über die Referenzebene wurden bisher aber noch nicht hinreichend evaluiert und es ist nicht geklärt, wie das Zusammenspiel zwischen der Referenzebene und den verwendeten Lösungswerkzeugen (halb)standardisiert erfasst werden kann.

2 Studiendesign

Die vorliegende Studie begegnet diesem Forschungsdesiderat. Es wird unter anderem der Frage nachgegangen, wie sich halbstandardisiert erfassen lässt, ob Grundschüler:innen Aufgabenmerkmale und Zahlbeziehungen sehen und auf Basis dessen entsprechende Lösungswerkzeuge nutzen. Hierfür wurde im Verlauf der Studie ein halbstandardisiertes Erhebungsinstrument entwickelt und evaluiert. Die konkrete Umsetzung wird in den nächsten Kapiteln erläutert.

2.1 Datenerhebung

Die verbale Interaktion mit entsprechenden Fragen ermöglicht es Rückschlüsse auf die individuelle Referenzebene ziehen zu können (Rathgeb-Schnierer, 2011). Daher werden in der vorliegenden Studie videografierte Interviews mit den Kindern geführt. Ein für diese Studie konzipierter und detailliert ausformulierter halbstandardisierter Interviewleitfaden strukturiert das Interview. Der Leitfaden wurde im Verlauf von zwei Pilotierungsphasen (insgesamt führten drei geschulte Mitarbeiter:innen 25 Interviews) optimiert. Durch die Kombination der umfassenden Interviewschulung und dem Leitfaden ist sichergestellt, dass der Interviewablauf sich zwischen den verschiedenen Personen, die das Interview führen, nicht unterscheidet.

Die Aufgabenauswahl in den Bereichen der Addition und Subtraktion basiert auf der Studie von Rathgeb-Schnierer und Green (2013) und wurde in den Pilotierungsphasen validiert und angepasst. Im ersten Interviewteil sortieren die Schüler:innen 12 Aufgaben in die Kategorien *leicht* und *schwer* ein. Anschließend begründen sie ihre Einordnungen, wodurch Rückschlüsse auf die Referenzebene möglich sind. Weiterhin wird der Lösungsweg thematisiert. So kann das Zusammenspiel zwischen der Referenzebene und den verwendeten Lösungswerkzeugen erfasst werden. Eine neue Komponente kommt durch das Kontrastieren und Vergleichen von Aufgabenpaaren im zweiten Interviewteil hinzu. Hier werden dem Kind immer zwei Aufgaben zusammen vorgelegt: Eine Aufgabe aus dem ersten Interviewteil und eine neue Aufgabe im selben Zahlenraum, jedoch mit anderen inhärenten Merkmalen. Auch hier ordnet das Kind die Aufgaben ein und begründet die Einordnung anschließend. Die Begründung kann auf den aufgabeninhärenten Merkmalen oder beispielsweise auf den gleichen Zahlenräumen basieren.

2.2 Datenauswertung

Die videografierten Interviews werden mittels der qualitativen Inhaltsanalyse (Mayring, 2022) ausgewertet. Die deduktive Grundlage für das Kategoriensystem basiert auf Rathgeb-Schnierer und Green (2013). Das Kodiermanual wurde weiterentwickelt und mit Hilfe der Datenauswertung der beiden Pilotierungsphasen ergänzt und optimiert. Mit dem Manual sind Kodierungen auf den folgenden Ebenen möglich: Einordnung, Art der Begründung, verwendete Lösungswerkzeuge und Lösungsrichtigkeit. Dieses Vorgehen ermöglicht sowohl qualitative als auch quantitative Analysen –bezüglich des Vorgehens bei einzelnen Aufgaben sowie unter Einbezug aller Aufgaben.

2.3 Hauptstudie

Im Mai 2022 startete die Haupterhebungsphase mit 13 Klassen an fünf Schulen (Stichprobe $N > 100$). Neben dem dargestellten Interview werden weitere Variablen über einen Schüler:innen-Fragebogen, einen Mathematikkompetenztest, einen Wortschatz- und Wortfindungstest sowie einen Rechenstrategietest erfasst. Durch das Studiendesign ergeben sich unterschiedlichste Analysemöglichkeiten.

Literatur

KMK: Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (2022). *Bildungsstandards für das Fach Mathematik Primarbereich. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004, i.d.F. vom 23.06.2022.*

Mayring, P. (2022). *Qualitative Inhaltsanalyse: Grundlagen und Techniken*. Beltz Verlagsgruppe. http://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-epflicht-2019387

Nemeth, L., Werker, K., Arend, J. & Lipowsky, F. (2021). Fostering the acquisition of subtraction strategies with interleaved practice: An intervention study with German third graders. *Learning and Instruction, 71*, 101354. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2020.101354

Rathgeb-Schnierer, E. (2011). Warum noch rechnen, wenn ich die Lösung sehen kann? Hintergründe zur Förderung flexibler Rechenkompetenzen bei Grundschulkindern. In R. Haug & L. Holzäpfel (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2011* (S. 15-32). WTM, Verl. Für Wiss. Texte und Medien.

Rathgeb-Schnierer, E. & Green, M. (2013). Flexibility In Mental Calculation In Elementary Students From Different Math Classes. In B. Ubuz, Ç. Haser & M. A. Mariotti (Hrsg.), *CERME 8: Proceedings of the Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (S. 353-362). Middle East Technical University.

Rechtsteiner, C. & Rathgeb-Schnierer, E. (2017). "Zahlenblickschulung" as Approach to Develop Flexibility in Mental Calculation in all Students. *Journal of Mathematics Education, 10*(1). https://doi.org/10.26711/007577152790001

Rechtsteiner-Merz, C. (2013). *Flexibles Rechnen und Zahlenblickschulung: Entwicklung und Förderung von Rechenkompetenzen bei Erstklässlern, die Schwierigkeiten beim Rechnenlernen zeigen. Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik: Bd. 19*. Waxmann.

Torbeyns, J., Smedt, B., Ghesquière, P. & Verschaffel, L. (2009). Jump or compensate? Strategy flexibility in the number domain up to 100. *ZDM, 41*(5), 581–590. https://doi.org/10.1007/s11858-009-0187-3

Beitrag II: Svenja Bruhn

svenja.bruhn@uni-due.de

Die individuelle mathematische Kreativität von Erstklässler:innen – wie Kinder arithmetische Muster und Strukturen bei der Bearbeitung offener Aufgaben entdecken und nutzen

Im Mathematikunterricht kreativ tätig zu werden, stellt ein bedeutsames Lernziel für alle Schüler:innen dar (OECD, 2019). In diesem Beitrag wird daher die kreative Bearbeitung offener Aufgaben von jungen Schulkindern fokussiert, bei der diese arithmetische Muster und Strukturen entdecken und nutzen.

1 Theoretischer Rahmen

Mathematische Kreativität wird im Folgenden im Kontext des divergenten Denkens (Guilford, 1967; Leikin & Lev, 2013; Torrance, 2008) und daher bei der Bearbeitung offener Aufgaben (Yeo, 2017) betrachtet. In diesem Sinne drückt sich kreativ zu sein bei Schulkindern dadurch aus, dass sie zu einer offenen Aufgabe verschiedene Ideen produzieren (*Denkflüssigkeit*), dabei verschiedene Ideentypen zeigen und zwischen diesen wechseln (*Flexibilität*), ihren Lösungsraum reflektieren und erweitern (*Originalität*) sowie die Aufgabenbearbeitung sprachlich begleiten (*Elaboration*). Der zentrale Begriff der Ideen verweist hier auf den schöpferischen Gedanken, der zur Produktion einer Lösung geführt hat.

Um verschiedene Ideen zu einer offenen Aufgabe produzieren zu können, benötigen Schüler:innen einen gewissen inhaltsspezifischen „Werkzeugkasten“ wie etwa die mündliche/schriftliche Fachsprache (Csikszentmihalyi, 2014) oder mathematische Konventionen, Gesetze und Algorithmen (Ervynck, 1991). Da im Mathematikunterricht der Grundschule ein Schwerpunkt auf dem Ausbau eines tragfähigen Zahl- und Operationsverständnisses liegt (KMK, 2022), erwerben Schulkinder sukzessive ein Repertoire an arithmetischen Mustern und Strukturen. Daher bietet sich vor allem der Einsatz arithmetisch offener Aufgaben an, damit junge Schulkinder ihre individuelle mathematische Kreativität und damit auch verschiedene *arithmetische Ideentypen* zeigen können. Doch welche arithmetischen Muster und Strukturen entdecken und nutzen junge Schulkinder bei der kreativen Bearbeitung offener Aufgaben? Und welche dieser arithmetischen Ideentypen prägen die kreativen Aufgabenbearbeitungen?

2 Methodisches Vorgehen

Es werden Daten aus der Mixed Methods-Studie meines Dissertationsprojekts zur Kreativität von Erstklässler:innen (Bruhn, 2022) genutzt. In dieser bearbeiteten 18 junge Schulkinder im Mai/Juni 2019 die folgenden beiden arithmetisch offenen Aufgaben: *Finde verschiedene Aufgaben mit der Zahl 4* und *Finde verschieden Aufgaben mit dem Ergebnis 12.* Die Kinder bearbeiteten die offene Aufgabe zunächst selbstständig und konnten so ihre Denkflüssigkeit und Flexibilität zeigen (Produktionsphase). Anschließend wurden die Schüler:innen aufgefordert, ihr kreatives Tun zu reflektieren und dabei ihre Originalität zu zeigen (Reflexionsphase).

Die herangezogene Methode des *lauten Denkens* (Konrad, 2010) ermöglichte einen Zugang zur Ideenwelt der Kinder, sodass mittels einer *qualitativen Video-Inhaltsanalyse* (Mayring et al., 2005) die von den Kindern gezeigten arithmetischen Muster und Strukturen kategorisiert werden konnten. Darauf aufbauend wurde für die Produktions- und Reflexionsphase separat analysiert, in welchem Ideentyp die Kinder eine besonders große *Variation* zeigten (hohe Anzahl Subkategorien) und welcher Ideentyp eine gewisse *Präferenz* aufwies (häufige Anzahl in Relation zu allen Ideen). Durch eine Kombination dieser beiden Aspekte konnten die prägenden Ideentypen ermittelt werden.

3 Ergebnisse

Die Erstklässler:innen zeigten vier verschiedene *arithmetische Ideentypen*[1]: Der erste Typ beschreibt solche Ideen, bei denen die Erstklässler:innen Zahlensätze passend zur arithmetisch offenen Aufgabe frei auswählten und dabei Besonderheiten von Zahlen(-sätzen) assoziierten (*frei-assoziierte Ideen*). Die anderen drei Typen bilden Ideen ab, bei denen die Schulkinder mind. zwei Zahlensätze in Verbindung brachten und dabei entweder numerische Muster bildeten (*muster-bildende*

[1] Das Kategoriensystem konnte im Rahmen der Intercoder-Übereinstimmung als reliabel angenommen werden *(Krippendorffs* $\alpha_{Hauptkat.} = .833, \alpha_{Subkat.} = .802$*)*.

Ideen), arithmetische Strukturen nutzen (*struktur-nutzende Ideen*) oder nach äußerlichen Merkmalen klassifizierten (*klassifizierende Ideen*) (ausführlich Bruhn, 2022).

Darauf aufbauend wurden diejenigen Ideentypen identifiziert, welche die kreativen Aufgabenbearbeitungen in der Produktions- und Reflexionsphase der Erstklässler:innen prägten, d. h. mit besonderer Variation und Präferenz auftraten. Tabelle 1 verdeutlicht, welche Kombinationen an prägenden arithmetischen Ideentypen in welcher Häufigkeit analysiert wurden.

Tab. 1 Anzahl der Kombinationen prägender arithmetischer Ideentypen

		Reflexionsphase			
		frei-assoziiert	muster-bildend	struktur-nutzend	klassifizie-rend
Produktions-phase	frei-assoziiert	2	10	10	5
	muster-bildend	1	3	1	
	struktur-nutzend		1	2	1
	klassifizie-rend				

In der Produktionsphase dominierten insbesondere die frei-assoziierten Ideen, wobei die Lernenden dann in der Reflexionsphase häufig arithmetische Muster oder Strukturen entdeckten und nutzen, um weitere Zahlensätze zu produzieren. War hingegen die Produktionsphase bereits von muster-bildenden oder struktur-nutzenden Ideen geprägt (häufig wachsende Zahlenfolge oder Nachbaraufgaben), dann dominierten diese arithmetischen Ideentypen häufiger auch die Reflexionsphase. Klassifizierende Ideen dominierten ausschließlich in der Reflexionsphase der Lernenden, was auf die Tätigkeit des Reflektierens und damit Ordnen von Zahlensätzen zurückgeführt werden kann.

4 Perspektiven

Die Ergebnisse verdeutlichen die Bedeutung verschiedener Phasen bei der kreativen Bearbeitung arithmetisch offener Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule. Während die selbstständige Bearbeitung primär von frei-assoziierten Ideen geprägt ist, dominieren bei einer gezielten Reflexion der eigenen Antwort auch muster-bildende, struktur-nutzende und selten klassifizierende Ideen. Wie ältere Schulkinder arithmetische Muster und Strukturen kreativ entdecken und nutzen, ist durch weitere Studien auszudifferenzieren.

Literatur

Bruhn, S. (2022). *Die individuelle mathematische Kreativität von Schulkindern. Theoretische Grundlegung und empirische Befunde zur Kreativität von Erstklässler*innen*. Springer.

Csikszentmihalyi, M. (Ed.). (2014). *The Systems Model of Creativity: The Collected Works of Mihaly Csikszentmihalyi*. Springer Netherlands.

Ervynck, G. (1991). Mathematical creativity. In D. Tall (Hrsg.), *Advanced mathematical thinking* (S. 42–53). Kluwer Academic Publ.

Guilford, J. P. (1967). *The nature of human intelligence*. McGraw-Hill.

KMK (2022). Bildungsstandards für das Fach Mathematik. Primarbereich. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004, i.d.F. vom 23.06.2022. https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-Primarbereich-Mathe.pdf

Konrad, K. (2010). Lautes Denken. In G. Mey & K. Mruck (Hrsg.), *Handbuch Qualitative Forschung in der Psychologie* (1. Aufl., S. 476–490). VS, Verl. für Sozialwiss.

Leikin, R., & Lev, M. (2013). Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: What makes the difference? *ZDM Mathematics Education*, *45*(2), 183–197.

Mayring, P., Gläser-Zikuda, M., & Ziegelbauer, S. (2005). Auswertung von Videoaufnahmen mit Hilfe der Qualitativen Inhaltsanalyse - ein Beispiel aus der Unterrichtsforschung. *MedienPädagogik*, *9*, 1–17.

OECD. (2019). OECD Future of Education and Skills 2030. OECD Learning Compass 2030: A Series of Concept Notes. (03.12.2021). https://www.oecd.org/education/2030-project/contact/OECD_Learning_Compass_2030_Concept_Note_Series.pdf

Torrance, E. P. (2008). *Torrance Tests of Creative Thinking: Steamlined Scoring Guide for Figural Forms A and B*. Scholastic Testing Service.

Yeo, J. B. W. (2017). Development of a Framework to Characterise the Openness of Mathematical Tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *15*(1), 175–191.

Beitrag III: Mona Gerve

mona.gerve@uni-osnabrueck.de

Zehnerüberschreitende Aufgaben im Zahlenraum bis 20 – Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern Anfang und Ende des zweiten Schuljahres

Rechenkompetenzen im Zahlenraum bis 20 sind ein wesentlicher Inhalt im ersten Schuljahr. Sie sind Voraussetzung für das Rechnen in höheren Zahlenräumen – sowohl für das halbschriftliche als auch das schriftliche Rechnen. Zehnerüberschreitende Aufgaben stellen dabei eine besondere Herausforderung dar. Zur Lösung dieser gibt es verschiedene Herangehensweisen, wobei im Wesentlichen zwischen Zählstrategien, heuristischen Strategien und dem Faktenabruf unterschieden wird.

1 Theoretischer und empirischer Hintergrund

Zählstrategien sind oftmals eine erste Herangehensweise an Aufgaben im Zahlenraum bis 20 – auch vor der unterrichtlichen Erarbeitung. Da diese aber zeitaufwändig und fehleranfällig sind, gelten sie als langfristig nicht tragfähig. Deshalb sollte eine Ablösung von Zählstrategien zugunsten von heuristischen Strategien und dem Faktenabruf erfolgen. Wenn die Aufgaben im Zahlenraum bis 20 bis Ende Jahrgangsstufe 2 nicht flexibel mit heuristischen Strategien gelöst oder als Fakten abgerufen werden, handelt es sich um „verfestigtes zählendes Rechnen". Dieses ist nicht tragfähig für das weitere Rechnen und ein Zeichen für besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen (Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018; Schipper, 2009; Gaidoschik et al., 2021). Ziel des Unterrichts bis Ende Jahrgangsstufe 2 ist deshalb neben dem sicheren Lösen der Aufgaben das flexible Nutzen heuristischer Strategien (z. B. Niedersächsisches Kultusministerium, 2017).

Für das erste Schuljahr zeigen bisherige Studien, dass zur Lösung zehnerüberschreitender Aufgaben noch häufig Zählstrategien genutzt werden (Gaidoschik, 2010, Doschko, 2011). Ergebnisse von Gaidoschik et al. (2017) deuten an, dass der Anteil an Zählstrategien jedoch bei gezielter Thematisierung von heuristischen Strategien im Unterricht geringer ist.

Im zweiten Schuljahr werden zehnerüberschreitende Additionsaufgaben im Zahlenraum bis 20 größtenteils mithilfe heuristischer Strategien gelöst, wobei das schrittweise Rechnen dominiert (Gasteiger et al., 2020). Auch der Anteil automatisierter Aufgaben nimmt zu (Reindl, 2016).

Aufgaben im Zahlenraum bis 20 sind zwar schwerpunktmäßig Inhalt des ersten Schuljahres, sie stellen aber ab Anfang Klasse 2 eine zentrale Grundlage für das Rechnen im Zahlenraum bis 100 dar. Bisher ist weitestgehend unklar, ob Aufgaben im Zahlenraum bis 20 Anfang Klasse 2 – als Grundlage für die Erarbeitung des Zahlenraums bis 100 – beherrscht werden und inwieweit tragfähige heuristische Strategien genutzt werden. Da außerdem von Interesse ist, ob das fachdidaktische und bildungspolitische Ziel der Beherrschung und flexiblen Strategienutzung erreicht wird, stellt sich die Frage, inwiefern sich diese Kompetenzen im Laufe des zweiten Schuljahres noch verändern:

- Inwiefern zeigen sich Unterschiede hinsichtlich Lösungsrichtigkeit und Herangehensweisen bei Aufgaben im Zahlenraum bis 20 Anfang und Ende der Jahrgangsstufe 2?

2 Untersuchungsdesign

Zur Erhebung der Herangehensweisen wurden in Interviews mit Kindern Anfang (N = 100) und Ende (N = 98) Jahrgangsstufe 2 jeweils 6 zehnerüberschreitende Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 20 gestellt. Die Antwort auf die Frage „Wie hast du deine Lösung herausgefunden?“ wurde (incl. Gestik) ausgewertet und in die Herangehensweisen Zählstrategien, heuristische Strategien und Faktenabruf unterschieden, wobei die ersten beiden Kategorien noch detaillierter klassifiziert wurden. Bei der Kategorie Faktenabruf handelt es sich um die Selbstauskunft des Kindes („habe es gewusst“). Diese kann somit nicht mit Sicherheit einer Automatisierung gleichgesetzt werden. Beschreibungen, die keiner der drei Herangehensweisen entsprachen, wurden der Kategorie „Sonstiges“ zugeordnet. Außerdem wurde die Lösungsrichtigkeit erhoben.

3 Ergebnisse

Es zeigte sich kein signifikanter Unterschied in der Lösungsrichtigkeit der zehnerüberschreitenden Aufgaben Anfang und Ende Jahrgangsstufe 2 ($t(98) = -1.699$, $p = .092$) (siehe Tab.).

Ende Klasse 2 wurden heuristische Strategien signifikant häufiger zur Lösung herangezogen als Anfang Klasse 2 ($t(98) = -3.369$, $p = .001$, $d = 0.34$) (siehe Tab. 1).

Tab. 1 Mittelwerte und Standardabweichungen (von je 12 Aufgaben)

	Richtig gelöste Aufgaben		Mit heuristischen Strategien gelöste Aufgaben	
	M	*SD*	*M*	*SD*
Anfang Klasse 2	10,4	1,9	8,9	4,3
Ende Klasse 2	10,8	1,5	10,1	3,5

Unter den heuristischen Strategien war das schrittweise Rechnen zur 10 die meistgenutzte Strategie: Anfang Klasse 2 liegt der Anteil bei 61,9%, Ende Klasse 2 nimmt dieser auf 67,8% zu.

Der Anteil der Zählstrategien nimmt zum Ende des Schuljahres zugunsten der heuristischen Strategien ab, dennoch wurden noch 11% aller Aufgaben mithilfe von Zählstrategien gelöst (Anfang Klasse 2: 16,5%). Dabei wurde Ende Klasse 2 häufiger die Kommutativität genutzt und vom größeren Summanden aus weitergezählt (28,4% Anfang, 40,3% Ende Klasse 2).

4 Diskussion und Fazit

Auch wenn zehnerüberschreitende Aufgaben am Ende des Schuljahres nicht signifikant häufiger korrekt gelöst wurden, so wurden sie aber signifikant häufiger mithilfe tragfähiger Herangehensweisen gelöst. Dass heuristische Strategien Ende Klasse 2 häufiger eingesetzt wurden als noch zu Schuljahresbeginn, deutet darauf hin, dass auch während des zweiten Schuljahres, in dem nach Lehrplan keine explizite Thematisierung dieser Aufgaben mehr erfolgt, eine Ablösung von nicht tragfähigen Herangehensweisen hin zur Nutzung heuristischer Strategien stattfindet. Denkbar wäre, dass bei der Thematisierung des Zahlenraums bis 100 auch die Wiederholung der Aufgaben im Zahlenraum bis 20 eine zentrale Rolle eingenommen hat. Zudem könnte sich die Thematisierung von Strategien und Rechenvorteilen bei Aufgaben im

Zahlenraum bis 100 auch auf die Strategienutzung bei Aufgaben im Zahlenraum bis 20 auswirken. Um dies zu überprüfen, wäre eine Untersuchung des Unterrichts notwendig.

Dennoch werden Ende Klasse 2 noch immer nicht-tragfähige Herangehensweisen genutzt, was insbesondere mit Blick auf die bereits erfolgte Zahlenraumerweiterung bis 100 problematisch ist. Eine weiterführende Analyse, ob die Zählstrategien bei Kindern vereinzelt auftreten oder wenige Kinder über alle Aufgaben hinweg zählend vorgehen, steht noch aus.

Literatur

Doschko, D. (2011). *Lösungshäufigkeiten, Rechenmethoden, Lösungswege und Fehler von Erstklässlern beim Bearbeiten von Aufgaben im Zahlenraum bis Zwanzig.* Kovač.

Gaidoschik, M. (2010). *Wie Kinder rechnen lernen – oder auch nicht. Eine empirische Studie zur Entwicklung von Rechenstrategien im ersten Schuljahr*. Lang.

Gaidoschik, M., Fellmann, A., Guggenbichler, S. & Thomas, A. (2017). Empirische Befunde zum Lehren und Lernen auf Basis einer Fortbildungsmaßnahme zur Förderung nicht-zählenden Rechnens. *Journal für Mathematik-Didaktik, 38*(1), 93-124.

Gaidoschik, M., Moser Opitz, E., Nührenbörger, M., & Rathgeb-Schnierer, E. (2021). Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen. Special Issue der *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 47*(111S).

Gasteiger, H., Gerve, M., Nüsse, J., Schlief, L., Schröder, G., & Tabeling, L. (2020). Strategieverwendung bei Additionsaufgaben mit Zehnerübergang Ende Jahrgangsstufe 2. In A. Frank, S. Krauss & K. Binder (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2019* (S. 249-252). WTM-Verlag.

Niedersächsisches Kultusministerium (2017). *Kerncurriculum für die Grundschule Schuljahrgänge 1-4. Mathematik.*

Rathgeb-Schnierer, E. & Rechtsteiner, C. (2018). *Rechnen lernen und Flexibilität entwickeln. Grundlagen – Förderung – Beispiele*. Springer.

Reindl, S. (2016). *Lösungsstrategien Addition und Subtraktion. Eine Studie zur Nutzung und Wirkung im Grundschulalter*. Waxmann.

Schipper, W. (2009). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen.* Schroedel.

Arbeitsgruppe Frühe mathematische Bildung

Koordination: Julia Bruns und Meike Grüßing

julia.bruns@uni-paderborn.de meike.gruessing@uni-vechta.de

Beitrag: Carolin Strahl

carolin.strahl@upb.de

Mathematische Inhalte in alltäglichen Situationen der Kindertagesstätte – Perspektiven frühpädagogischer Fachkräfte

Um Erfahrungen von Kindern mathematisch anreichern oder strukturieren zu können, müssen frühpädagogische Fachkräfte das mathematische Potenzial in (Sprach-)Handlungen von Kindern erkennen. Diese Fähigkeit zur situativen Beobachtung und Wahrnehmung wird als eine Schlüsselfacette professioneller Kompetenz betrachtet (Gasteiger & Benz, 2016).

Aus bisherigen Studien ist bekannt, dass mathematikbezogenes Wissen die situative Beobachtung und Wahrnehmung (Dunekacke et al., 2016; Strahl & Bruns, in Vorb.) beeinflusst. Unklar ist, welches mathematische Potenzial Fachkräfte erkennen und artikulieren, wenn sie Situationen beschreiben, die sie zuvor als mathematisch wahrgenommen haben.

Im Rahmen einer qualitativen Feldstudie wurden 16 frühpädagogische Fachkräfte zu den mathematischen Potenzialen und Inhalten von Situationen befragt, die sie während einer teilnehmenden Beobachtung in ihrem pädagogischen Alltag als mathematisch kennzeichneten. In leitfadengestützten Einzelinterviews beschreiben sie diese Situationen und erläutern deren mathematische Inhalte.

Erste Analysen der Interviews werden in der Arbeitsgruppensitzung mittels der dokumentarischen Methode betrachtet und diskutiert.

1 Theoretische Verankerung

In der Kindertagesstätte lernen Kinder insbesondere in informellen, ungeplanten Lernsituationen, in denen sie von frühpädagogischen Fachkräften alltagsintegriert gefördert werden – auch im Bereich Mathematik (Gasteiger, 2012; Gasteiger & Benz, 2016). Um dieses mathematische Lernen in natürlichen Lernsituationen (Gasteiger, 2012) zu ermöglichen, ist es nötig, dass die Fachkräfte mathematische Potenziale in (Spiel-)Erfahrungen im Alltag der Kindertagesstätte sowie in (Sprach-)Handlungen der Kinder wahrnehmen, das konkrete mathematische Potenzial identifizieren und dieses zur Lernbegleitung nutzen (*situative Beobachtung und Wahrnehmung*, Gasteiger & Benz, 2016), um den Situationen eine mathematische Bedeutung zu verleihen (van Oers, 2004, 2010). Dies kann nach van Oers (ebd.) bspw. so geschehen, dass die Fachkraft auf eine (Sprach-)Handlung eines Kindes, die sie zuvor als mathematisch wahrgenommen hat, auf einer inhaltlichen mathematischen Ebene reagiert und so den mathematischen Gehalt der Handlung in den Fokus rückt. Dem Kind wird dadurch ermöglicht, die mathematische Bedeutung der Situation bzw. der eigenen Handlung zu erkennen.

Die Fähigkeit zur situativen Beobachtung und Wahrnehmung nimmt demnach innerhalb des Kompetenzgefüges frühpädagogischer Fachkräfte im Bereich Mathematik eine zentrale Rolle ein (Gasteiger & Benz, 2016). Aus bisherigen Studien ist bekannt, dass diese Kompetenzfacette vom mathematikbezogenen Wissen (Dunekacke et al., 2016; Strahl & Bruns, in Vorb.) sowie von den Lerngelegenheiten u.a. in der Ausbildung (Strahl & Bruns, in Vorb.) beeinflusst wird. Zudem zeigt eine Studie, die auf Selbstberichten frühpädagogischer Fachkräfte in Schweden basiert, dass diese in geplanten Situationen Mathematik wahrnehmen und beschreiben (Björklund & Barendregt, 2016). Bisher unklar ist, inwiefern frühpädagogische Fachkräfte in Deutschland mathematische Potenziale aus den Situationen ihres Alltags in der Kindertagesstätte erkennen und beschreiben. Diesem Forschungsdesiderat wird im Projekt *MaPoSi* mit folgenden Forschungsfragen begegnet: Welches mathematische Potenzial weisen frühpädagogische Fachkräfte Situationen, die sie als mathematisch gekennzeichnet haben, zu? Wie beschreiben frühpädagogische Fachkräfte das mathematische Potenzial dieser Situationen?

2 Projekt *MaPoSi*

Das Projekt *MaPoSi* (Mathematische Potenziale in der Kindertagesstätte situativ erkennen und nutzen) untersucht diese Fragen in zwei

Teilstudien. In der ersten Teilstudie sind die Situationen, die die Fachkräfte in ihrem pädagogischen Alltag als mathematisch erachten von besonderem Interesse. Um diese Situationen zu untersuchen, wurde eine qualitative Beobachtungsstudie im Feld mit 20 frühpädagogischen Fachkräften durchgeführt. Aufgrund der Erkenntnisse zur Rolle der Lerngelegenheiten wurde eine maximal heterogene Stichprobe in Bezug auf die Berufserfahrung der Fachkräfte von weniger als 3 oder mehr als 5 Jahren zusammengestellt. Während der teilnehmenden Beobachtung im Alltag der frühpädagogischen Fachkräfte dokumentierten zwei geschulte Beobachterinnen diejenigen Situationen, die die Fachkräfte mittels eines vereinbarten Signals als mathematisch kennzeichneten. Im Anschluss an die Beobachtung wurden die Fachkräfte im Rahmen eines leitfadengestützten Einzelinterviews zu den Situationen, die sie als mathematisch gekennzeichnet haben, befragt. Im Fokus der Interviews standen Beschreibungen dieser Situationen aus Perspektive der Fachkräfte sowie die mathematischen Bedeutungen, die die Fachkräfte den Situationen zuweisen. Aus verschiedenen Gründen mussten 4 Interviews ausgeschlossen werden, sodass für die zweite Teilstudie 16 Interviews zur Auswertung vorliegen. Zur Auswertung werden ausgewählte Abschnitte der transkribierten Interviews mittels der dokumentarischen Methode (bspw. Nohl, 2017) ausgewertet. Dabei werden die Beschreibungen der mathematischen Potenziale der Situationen dokumentarisch interpretiert, indem die Aussagen der Fachkräfte zu den verschiedenen mathematischen Potenzialen innerhalb zweier Interpretationsschritte auf wörtlicher (formulierende Interpretation) und abstrakterer Ebene (reflektierende Interpretation) analysiert werden (ebd.). Die dokumentarische Interpretation zielt auf eine komparative Analyse mit anschließender Typenbildung (ebd.) ab, in der die unterschiedlichen Deutungen der mathematischen Potenziale in den gekennzeichneten Situationen charakterisiert werden sollen.

Im Rahmen der Sitzung in der Arbeitsgruppe *Frühe mathematische Bildung* wurden die Analyse sowie erste Erkenntnisse anhand zweier Fälle exemplarisch diskutiert.

Literatur

Dunekacke, S., Jenßen, L., Eilerts, K., & Blömeke, S. (2016). Epistemological beliefs of prospective preschool teachers and their relation to knowledge, perception, and planning abilities in the field of mathematics: a process model. *ZDM Mathematics Education, 48*(1), 125–137. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0711-6

Gasteiger, H. (2012). Fostering early mathematical competencies in natural learning situations—Foundation and challenges of a competence-oriented concept of mathematics education in kindergarten. *Journal Für Mathematik-Didaktik, 33*(2), 181–201. https://doi.org/10.1007/s13138-012-0042-x

Gasteiger, H., & Benz, C. (2016). Mathematikdidaktische Kompetenz von Fachkräften im Elementarbereich – ein theoriebasiertes Kompetenzmodell. *Journal für Mathematik-Didaktik, 37*(2), 263–287. https://doi.org/10.1007/s13138-015-0083-z

Nohl, A.-M. (2017). *Interview und Dokumentarische Methode. Anleitungen für die Forschungspraxis.* (5., aktual., erw. Auflage). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-658-16080-7

Strahl, C., & Bruns, J. (in Vorb.). Warum sehe ich was, was du nicht siehst? Fachbezogenes Wissen, Einstellungen und Lerngelegenheiten als Einflussfaktoren der Fähigkeit zur situativen Beobachtung und Wahrnehmung angehender frühpädagogischer Fachkräfte im Kontext Mathematik.

van Oers, B. (2004). Mathematisches Denken bei Vorschulkindern. In W. E. Fthenakis & P. Oberhuemer (Hrsg.), *Frühpädagogik international: Bildungsqualität im Blickpunkt* (S. 313–328). VS Verlag für Sozialwissenschaften. https://doi.org/10.1007/978-3-322-95041-3_21

van Oers, B. (2010). Emergent mathematical thinking in the context of play. *Educational Studies in Mathematics, 74*(1), 23–37. https://doi.org/10.1007/s10649-009-9225-x

Arbeitsgruppe Geometrie

Koordination: Carla Merschmeyer-Brüwer, Simone Reinhold und Elisabeth Unterhauser

c.merschmeyer-bruewer@tu-bs.de simone.reinhold@uni-leipzig.de
elisabeth.unterhauser@uni-osnabrueck.de

Beitrag I: Donatus Coerdt

donatus.coerdt@uni-bielefeld.de

Entwicklung und Erprobung eines diagnostischen Interviews zur Erhebung geometrischer Fähigkeiten zum Schulanfang

Während diagnostische Verfahren zur Erhebung geometrischer Fähigkeiten zum Schulanfang mithilfe von Paper-Pencil-Tests bereits erprobt sind, fehlt es an Verfahren, die „durch Bilder und Material handlungsgestützte Ausdrucksmöglichkeiten“ (Benz et al., 2015) anbieten. Ziel der hier berichteten Studie ist die Entwicklung eines handlungsbasierten und materialgestützten Erhebungsinstruments, um einen Beitrag dazu zu leisten, diese Lücke zu schließen. Anschließend an die Darstellung der theoretischen Grundlagen werden im Folgenden auch erste Ergebnisse in Bezug auf die Analyse der Items sowie auf die Dimensionalität des Interviews vorgestellt.

1 Testentwicklung des SpaCE3 (Spatial Competences in Elementary Early Education)

Die hier dargestellte Arbeit zielt in Form eines halbstandardisierten Interviews, wie das ElementarMathematische BasisInterview (EMBI) *Zahlen und Operationen*, auf eine handlungsleitende Diagnostik (vgl. Flottmann et al., 2021), welche die Grundlage für individuelle Förderansätze liefern soll. Nach Eid und Schmidt (2014) ist der erste Schritt der Testentwicklung die Festlegung des zu erfassenden Konstruktes. Franke und Reinhold (2016) stellen zur Diagnostik geometrischer Fähigkeiten drei Bereiche (siehe Abb. 1) heraus, an denen sich die Entwicklung des Interviews orientiert: *Geometrisches Begriffswissen* (1) umfasst die Bezeichnung grundschulrelevanter geometrischer Figuren (z. B. Kreis, Dreieck).

Räumliches Wahrnehmungsvermögen (2) wird ursprünglich nach Frostig und in der deutschen Übersetzung und Weiterentwicklung von Büttner (2021) in insgesamt sieben Subfaktoren untergliedert. *Räumliches Vorstellungsvermögen* (3) umfasst unter Bezugnahme auf die Reanalyse von Lohman (1979), in der sich die von Thurstone entwickelte Drei-Faktoren-Struktur als plausibel herausgestellt hat, demnach drei Subfaktoren.

Geometrisches Begriffswissen	Räumliches Wahrnehmungsvermögen	Räumliches Vorstellungsvermögen
- Formenkenntnis	- Auge-Hand-Koordination - Abzeichnen - Figur-Grund Unterscheidung - Gestaltschließen - Formkonstanz - Lage im Raum - Räumliche Beziehungen (real)	- Räumliche Beziehungen (mental) - Räumliche Veranschaulichung - Räumliche Orientierung

Abb. 1 Theoretische Zuordnung der Subfaktoren zu den 3 Bereichen geometrischer Fähigkeiten

Nach der Festlegung des theoretischen Konstruktes mit insgesamt 11 Subfaktoren wurden Items generiert, welche die Fähigkeiten von Kindern im Übergang von der Kita in die Grundschule erfassen sollen. Jedoch besteht aufgrund der nicht immer überschneidungsfreien geometrischen (hier genauer: räumlich-visuellen) Subfaktoren die Schwierigkeit, diese trennscharf zu erfassen. Franke und Reinhold (2016, S. 40) betonen jedoch, dass „eine theoretische Differenzierung – beispielsweise bei der Beobachtung von Kindern im Anfangsunterricht – zu einer Ausrichtung der Aufmerksamkeit auf Teilbereiche, die ggf. gezielter Förderung bedürfen“ dennoch hilfreich ist.

Die Item-Generierung erfolgte nach der Top-down-orientierten Vorgehensweise (vgl. Bühner, 2021). Innerhalb dieses Vorgehens wurde zum einen die Methode des erfahrungsgeleitet-intuitiven Ansatzes als auch die Analyse von Testverfahren mit räumlich-visuellen Aufgaben angewandt. Aus dem so generierten Itempool entstand ein Testentwurf, der in den nächsten beiden Phasen des Entwicklungsprozesses nach Moosbrugger und Kelava (2020) sowohl qualitativen Verständlichkeitsanalysen als auch statistischen Item-Analysen unterzogen wurde. Die drei Erprobungen jeweils zum Schulstart 2019, 2020 und 2021 fanden mit insgesamt N = 157 Kindern statt und zielten ausschließlich auf Optimierungen des Interviews ab. Die revidierte Interviewversion wurde von Mai bis Juli 2022 in der ersten Phase der Hauptstudie mit N = 195 Kindern aus dem vorschulischen Bereich erprobt. Neben der Itemanalyse lag der Fokus auf der Bestimmung der Dimensionalität.

In der zweiten Phase der Hauptstudie wird das Interview mit N = 150 SchulanfängerInnen zu Beginn des Schuljahrs 2022/23 durchgeführt.

2 Erste Ergebnisse

Die Ergebnisse beziehen sich zum einen auf die Qualität der Items, wobei hier die wichtigsten Kennwerte (Item-Schwierigkeit und Item-Trennschärfe) beleuchtet werden sollen (Schmidt-Atzert, 2012). Zum anderen können aufgrund der explorativen Faktorenanalyse erste Aussagen zur Dimensionalität getroffen werden.

Die Itemschwierigkeiten belegen die Differenzierung in verschiedene Schwierigkeiten der Teilaufgaben, wie sie in der Item-Generierung beabsichtigt wurde. Die Spanne der Trennschärfen geht von .130 bis .527 mit einem Mittelwert von .33. Diese Spanne war aufgrund der differenzierten Items zu erwarten, da „heterogene, vielschichtige Merkmale [...] moderate Trennschärfen“ verlangen (ebd.). Die Struktur des diagnostischen Interviews zur Erhebung räumlich-visueller Fähigkeiten wurde mithilfe der explorativen Faktorenanalyse geprüft. Sowohl der Bartlett-Test (Chi-Quadrat (1225) = 3439,974, $p < 001$) als auch das Kaier-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy (KMO = .703) zeigen, dass sich die Variablen für eine Faktorenanalyse eignen. Es wurde eine Maximum-Likelihood-Analyse mit Varimax-Rotation durchgeführt. Diese weist auf das Vorliegen von 17 Faktoren mit Eigenwerten größer als 1.0 hin, welche 54,09% der Gesamtvarianz erklären. Die Faktoren, auf die lediglich differenzierende Teilaufgaben eines Items laden, werden entsprechend zusammengefasst. Dadurch ergeben sich insgesamt 11 Faktoren, welche mit zwei Ausnahmen den oben genannten Subfaktoren (s. Abb. 1) entsprechen. Zum einen werden für den Subfaktor *„Räumliche Beziehungen (real)"* zwei Faktoren extrahiert (*„Gleiche Figur wiedererkennen"* und *„Muster"*). Zum anderen lädt das Item zur *„Wahrnehmungskonstanz"* nicht auf einen eigenen Faktor, sondern mit einer schwachen Ladung (.197) auf den Faktor *„Formenkenntnis"*. Dieses Ergebnis deutet darauf hin, dass Kinder im vorschulischen Bereich die geometrischen Figuren mithilfe bestimmter Eigenschaften (z. B. „vier Ecken") sortieren, anstatt diese als „gleichartig" wahrzunehmen.

Sobald die Daten der zweiten Phase der Hauptstudie erhoben sind, wird mithilfe einer weiteren Item-Analyse und einer konfirmatorischen Faktorenanalyse das Testinstrument erneut überarbeitet, sodass die Endversion des Interviews SpaCE[3] entsteht. Eine abschließende Normierung ermöglicht die Bewertung von Einzelpersonen.

Literatur

Benz, C., Peter-Koop, A. & Grüßing, M. (2014). *Frühe mathematische Bildung: Mathematiklernen der Drei- bis Achtjährigen*. Springer.

Bühner, M. (2021). *Einführung in die Test- und Fragebogenkonstruktion*. Pearson.

Büttner, G., Dacheneder, W., Müller, C., Schneider, W. & Hasselhorn, M. (2021). *FEW-3: Frostigs Entwicklungstest der visuellen Wahrnehmung-3*. Hogrefe.

Eid, M. & Schmidt, K. (2014). *Testtheorie und Testkonstruktion*. Hogrefe.

Flottmann, N., Streit-Lehmann, J. & Peter-Koop, A. (2021). *ElementarMathematisches BasisInterview*. Mildenberger.

Franke, M. & Reinhold, S. (2016). *Didaktik der Geometrie in der Grundschule* (3. Auflage). Springer.

Lohman, D. F. (1979). *Spatial ability: A review and reanalysis of the correlational literature*. Technical report no. 8 aptitude research project school of education stanford university.

Moosbrugger, H. & Kelava, A. (Hrsg.) (2020). *Testtheorie und Fragebogenkonstruktion*. (3. Auflage). Springer.

Schmidt-Atzert, L., Amelang, M (2012). *Psychologische Diagnostik*. Springer.

Beitrag II: Simone Reinhold

simone.reinhold@uni-leipzig.de

Perspektiven für den Geometrieunterricht in der Grundschule: Beiträge zur empirischen Fundierung und zur curricularen Rahmung

Während der Herbsttagung 2021 kehrte die AG Geometrie zum Format einer Grundlagendiskussion zurück. Passend zum damaligen Tagungsthema *Blick auf Schulcurricula: Empirische Fundierung?* wurden dazu grundlegende Positionen erörtert, die in der Vergangenheit unter Bezugnahme auf Hans Freudenthal in die mathematikdidaktische Diskussion um den Geometrieunterricht (der Grundschule) eingeflossen sind. Ergänzend führten referierte Auszüge aus der gegenwärtigen, empirisch geprägten geometriedidaktischen Forschung im deutschsprachigen Raum zu einer intensiven Diskussion über daraus abzuleitende Desiderata in Bezug auf (künftige) Anliegen der geometriedidaktischen Forschung und im Hinblick auf curriculare Überlegungen (Wollring & Reinhold, 2021). Die Fortsetzung dieser Diskussion erfährt 2022 eine ergänzende Akzentuierung durch die unlängst verabschiedete Novellierung der Bildungsstandards für das Fach Mathematik im Primarbereich (KMK, 2022): Wo sehen wir Bedarfe in der Forschung? Und (wie?) wirkt unsere Forschung auf diese curricularen Rahmungen zurück?

1 Wo steht die geometriedidaktische Forschung?

In den vergangenen 15 bis 20 Jahren ist einerseits eine Belebung der deutschsprachigen Forschungsaktivitäten zu räumlich-visuellen Fähigkeiten bzw. zur Begriffsbildung von Vor- und Grundschulkindern zu konstatieren. Andererseits fällt die Zahl entsprechender Studien im Verhältnis zu anderen inhaltlichen Schwerpunkten (etwa mit direktem Bezug zur Leitidee *Zahl und Operation*) oder zu übergeordneten Fragestellungen (etwa zur *Professionalisierung von Lehrkräften*) deutlich geringer aus.

So wurde während der Herbsttagung 2021 (vgl. Wollring & Reinhold, 2021) herausgearbeitet, dass die empirisch geprägte deutschsprachige Forschung zur Didaktik der Geometrie im Elementar- und Primarbereich in den letzten beiden Jahrzehnten einen starken Akzent auf individuelle Bearbeitungsprozesse in der Begegnung mit geometrischen, (Problemlöse-)Strategien provozierenden räumlichen Settings gelegt hat. Untersuchungen zum Einsatz solcher Strategien beziehen sich vornehmlich auf Inhalte der euklidischen Geometrie, umfassen kognitive Strategien beim Erfassen, Vorstellen oder (gedanklichen) Verändern einer geometrischen Ausgangssituation bzw. beinhalten (kognitiv geleitete) Vorgehensweisen (u. a. beim Falten, Zeichnen, Bauen; vgl. Reinhold, 2018). In Studien zur Entwicklung geometrischer Begriffe stellt die Analyse von Eigenproduktionen (z. B. Zeichnungen, Anordnungen von Figuren) weithin eine wertvolle erkenntnistheoretisch ausgerichtete Interpretationsgrundlage dar. Gemeinsam ist diesen Forschungsinteressen ein von Neugier, Entdeckungs- und Dokumentationsfreude geprägter Habitus, den bereits Freudenthal (1978, S. 2) hervorhebt:

> Look and listen with an open mind and have the courage to notice and to report events that most people would consider as too silly to be noticed and to be reported – there might be a minority who can appreciate them, and this minority will be right.

2 Standards und der Geometrieunterricht in der GS

Auf der Basis dieser und weiterer ausgewählter Einblicke liegt es nahe, kritisch zu hinterfragen, auf welchen Ebenen und in welchem Umfang die gegenwärtige geometriedidaktische Forschung einen mittel- bis langfristigen Einfluss erzielen kann. Dahinter verbirgt sich die Überlegung, dass die Forschung zu räumlich-visuellen Kompetenzen von Vor- und Grundschulkindern bzw. zu deren Entwicklung geometrischer Begriffe zwar im Sinne einer Grundlagenforschung immer auch einen eigenen, erkenntniserweiternden wissenschaftlichen Wert hat. Ergänzend dazu steht die Position im Raum, dass uns als geometriedidaktischer Forschungsgemeinschaft die Aufgabe zukommt, Erkenntnisse dieser Forschung in allen Phasen der Aus- und Weiterbildung von Lehrkräften sowie schließlich in der Unterrichtspraxis der Grundschule wirksam werden zu lassen. Diese Position lässt sich sicher noch ausschärfen, aber es erscheint in diesem Zusammenhang doch bedeutsam, curriculare Rahmungen und deren Entwicklung näher zu betrachten.

Beispielsweise lässt sich aus der novellierten Fassung der Bildungsstandards (KMK, 2022) eine neuartige Akzentuierung in Bezug auf die Herausbildung räumlich-visueller Fähigkeiten herauslesen: Während die Leitidee *Raum und Form* 2004 die vier Bereiche *sich im Raum orientieren, geometrische Figuren erkennen und darstellen, einfache geometrische Abbildungen erkennen, benennen und darstellen* sowie *Flächen- und Rauminhalte vergleichen und messen* umfasste, heißt es nun einleitend zu den drei hier ausdifferenzierten Bereichen

- *Über räumliches Vorstellungsvermögen verfügen*
- *Geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen*
- *Geometrische Abbildungen erkennen, benennen, darstellen*

(KMK, 2022, S. 16):

> Diese Leitidee (*Raum und Form*, Anm. S. R.) ist auf die Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens gerichtet und beinhaltet den Umgang mit Objekten in Ebene und Raum sowie darauf bezogene Prozesse wie das geometrische Abbilden.

Die Entwicklung geometrischer Begriffe und auch das geometrische Zeichnen werden weiterhin in den inhaltsbezogenen Kompetenzerwerb einbezogen. Dabei wird ihnen nun allerdings stärker eine „übergreifende Rolle" (a. a. O.) zugeschrieben. Spielen Begriffe bzw. geometrische Eigenschaften von Figuren und Objekten damit eher eine Rolle im Hinblick auf ihre räumlich-visuell erfahrbaren Beziehungen, die es in einem prozessorientierten Geometrieunterricht „mit geeigneten Medien (einschließlich digitaler Mathematikwerkzeuge)" (a. a. O.) zu reflektieren gilt? Liegt darin schon ein klarer Bezug zur Forschung der vergangenen Jahre? Hier besteht weiterer Diskussionsbedarf im geometriedidaktischen Diskurs.

3 Künftige Forschungsfelder und -bedarfe?

Die Frage nach der Entwicklung curricularer Vorgaben stellt naturgemäß lediglich einen Ausschnitt geometriedidaktischer Forschungsinteressen dar. So wurden bereits während der Herbsttagung 2021 daran anknüpfende, aber auch darüber hinaus reichende Desiderata identifiziert, denen die Diskussion in der AG weiter nachgeht:

- Welche neuen oder stärker zu akzentuierenden Forschungsfelder ergeben sich aktuell – im Hinblick auf die (fehlende bzw. noch nicht hinreichend ausgestaltete) Vernetzung geometrischer und arithmetischer Inhalte bzw. Prozesse, auch unter besonderer Berücksichtigung aller Belange zur Bildung in der digitalen Welt?

- Worin liegen besondere Entwicklungsbedarfe in der Begegnung mit geometrischen Inhalten im Elementar- und Primarbereich, aber auch im Hinblick auf die Qualifizierung von Lehrkräften?

Literatur

Freudenthal, H. (1978). Address to the First Conference of I.G.P.M.E. (International Group for the Psychology of Mathematical Education), at Utrecht 29 August 1977. *Educational Studies in Mathematics,* 9(1), 1–5. https://doi.org/10.1007/BF00352188 http://www.jstor.org/stable/3482138

KMK (Hrsg.) (2022). *Bildungsstandards für das Fach Mathematik im Primarbereich.* (Beschluss der KMK v. 15.10.2004 i. d. F. vom 23.06.2022). kmk. https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-Primarbereich-Mathe.pdf

Reinhold, S. (2018). Geometrische Abbildungen in der Vorstellung: Relevanz und (individuelle) Strategien von Grundschulkindern. In A. S. Steinweg (Hrsg.), *Inhalte im Fokus – Mathematische Strategien entwickeln* (S. 41–56). UBP. http://dx.doi.org/10.20378/irbo-53233

Wollring, B. & Reinhold, S. (2021). Beiträge zur empirischen Fundierung des Geometrieunterrichts in der Grundschule: Freudenthals Fundament, Blitzlichter aus den Jahren 2006 bis 2021 und (notwendige) Perspektiven. In A. S. Steinweg (Hrsg.), *Blick auf Schulcurricula: Empirische Fundierung?* (S. 73–76). UBP. https://doi.org/10.20378/irb-51936

Arbeitsgruppe Kommunikation & Kooperation

Koordination: Birgit Brandt und Uta Häsel-Weide

birgit.brandt@zlb.tu-chemnitz.de

uta.haesel.weide@math.uni-paderborn.de

Beitrag: Julchen Brieger

julchen.Brieger@zlb.tu-chemnitz.de

„Denk doch mal an die Un-Realität!“ – Philosophische Diskussionen über Unendlichkeit im Mathematikunterricht der Grundschule"

In einem Design-Based-Research-Ansatz eingebettet wurden philosophische Gespräche in einer Unterrichtsreihe videografiert und transkribiert. Inhaltlicher Fokus der zweiten Stunde war ein fiktiver Streit zwischen Georg Cantor und Gottfried Wilhelm Leibniz, ob man alle Zahlen in einen großen Beutel packen darf. In einer Gruppenarbeit sollen die Kinder sich zu diesem Problem positionieren. Auszüge aus den Gesprächen der Kinder Nadja, Nadine, Berat und Kilian werden im Folgenden präsentiert.

1 Motivation, Design, Sampling

Das Thema Unendlichkeit ist in vielen Inhalten des Mathematikunterrichts implizit enthalten, wird aber nicht explizit in den Curricula aufgeführt (Dötschel, 2011; Schimmöller, 2011). Besonders bei Inhalten, in denen Unendlichkeit implizit inbegriffen ist, treten an den weiterführenden Schulen einige Verständnisprobleme auf (Grenzwerte, Infinitesemalien, Inkommensurabilität, vgl. Davis & Vinner, 1986; Eisenmann, 2002; Williams, 1991). Aus dieser Problematik heraus entstand die Motivation, das Thema explizit im Unterricht mit Kindern zu besprechen. In Vorbereitung auf ein mögliches Propädeutikum[1], welches (vermutlich) den Verständnisproblemen in der Sekundarstufe II vorbeugen könnte, wurde zunächst exploriert, ob es in der Primarstufe generell möglich ist, philosophisch-mathematische Gespräche über Unendlichkeit zu führen. Hierzu wurden vier Unterrichtsstunden

[1] Ein solches Propädeutikum soll Forschungsanlass für weiterführende Arbeiten sein, aber nicht Fokus der Dissertation.

konzipiert, die in zwei Erhebungszyklen an einer Grundschule (3./4. Klasse – über 3 Halbjahre wegen COVID-19) und einer Gesamtschule[2] (5. Klasse) in Sachsen-Anhalt abgehalten wurden. In der hier relevanten zweiten Stunde wird darüber diskutiert, ob die natürlichen Zahlen durch Mengenklammern begrenzt werden dürfen. In Kl. 3 wurde der Begriff der Menge über die Metapher des Beutels[3] eingeführt, in Kl. 5 explizit als Menge von Zahlen. Das Datenmaterial wird mittels Interaktionsanalyse (Krummheuer & Brandt, 2001) im Rahmen der interpretativen Unterrichtsforschung ausgewertet.

2 „Denk doch mal an die Un-Realität!“

Im Folgenden wird eine erste Analyse der Gespräche im Rahmen einer Gruppenarbeit zur Frage *„darf man ALLE Zahlen in einen Beutel packen“* vorgestellt. Die Kinder Nadja, Nadine, Berat und Kilian arbeiten gemeinsam an einer Positionierung. Vor ihnen liegen Bilder von Cantor, Leibniz und einer Heuschrecke.

Im Verlauf des Gespräches nimmt Berat vorrangig Cantors Position ein, was möglicherweise daran liegen kann, dass die Illustration von Cantor auf seinem Platz liegt. Nadine bringt scherzhaft ab und an die Heuschrecke, deren Bild vor ihr liegt, als dritte Option ein. Da die Gruppe in der inhaltlichen Diskussion eher Leibniz‘ Position verteidigt, schlägt Berat vor, dass auch beide Recht haben könnten. Nadja und Nadine stimmen dem zu, Kilian argumentiert dagegen (beteiligt sich aber im Vergleich eher seltener am Gespräch). Es kommt die Idee auf, mehrere kleine Säcke[4] zu befüllen, die dann in den großen Sack gepackt werden. Nadja wendet ein, dass man dafür Milliarden kleinerer Säcke bräuchte. Die Gruppe fragt den Lehrer um Rat; er beschreibt seine Position, woraufhin die Kinder diese (mit Abstimmung in der Gruppe) annehmen. Nadine bringt Berats Idee, dass auch beide Recht haben könnten, wieder ins Gespräch. Die Kinder überlegen, wie Cantor Recht haben könnte und was für Sachen alle in den großen Beutel

[2] Eine 5. Klasse wurde zur Erzeugung konstrastierenden Materials herangezogen – auch, weil in manchen Bundesländern Kl. 5 und 6 noch zur Grundschule zählen.

[3] Rückwirkend betrachtet eine ungünstige Metapher, da die Kinder größtenteils in räumliches Denken verfielen und das Thema schwer abstrahieren konnten.

[4] Bzw. Beutel, die Kinder haben den Begriff umformuliert.

passen könnten. Nadja greift ihre vorherige Idee der Bündelung wieder auf und sagt, man bräuchte mini kleine Säckchen, damit alles in den einen großen Sack passt. An dieser Stelle beginnt die folgende Unterhaltung[5].

Nadja:	(*spricht erst Berat, dann Nadine an*) Man bräuchte mini kleine Zahlen, damit es in einen Beutel passt.
Nadine:	(*lachend*) Kopfexplosion
Berat:	Explosion (*stellt eine Explosion mit den Händen dar*)
Nadja:	*Ahmt lachend eine Explosion ihres Kopfes nach*

Nadja bezieht sich hier auf eine konkrete räumliche Manifestation der Zahlen, nicht auf bspw. extrem kleine reelle Zahlen. Sie meint damit, das Zahlen mit einer kleinen räumlichen Ausdehnung in einen großen Beutel gepackt werden sollen. Die anschließenden „Kopfexplosionen" und das Lachen von Berat und Nadine lockern das Gespräch in der Gruppe auf, zeigen aber wiederum auch die Motivation der Kinder für das Thema und könnten für eine kognitive Aktivierung stehen.

Nadine:	Wie geht das? Ich kann das nicht richtig zeichnen. (*parallel lacht Nadja weiter*)
Kilian:	(*parallel zu Nadine*) Trotzdem
Nadja:	Diese Welt spinnt mit mir
Kilian:	(*zu Nadja*) Trotzdem passt das dann nicht, weil es sind unendlich.
Berat:	(*parallel zu Kilian*) Ich versteh überhaupt gar nichts.
Nadja:	(*zu Kilian*) Kilian, du denkst zu sehr an die Realität. Denk mal an die (*lachend*) Un-Realität.

Nadine möchte den Gedanken zu den kleinen Zahlen von Nadja festhalten, kann aber die Idee nicht bis zur Paraphrase bzw. Verschriftlichung hin verstehen. Nadja möchte ihr helfen, greift aber selbst ihren Gedankengang noch nicht auf einer der Verschriftlichung würdigen

[5] Das Transkript wurde zur besseren Lesbarkeit in Orthografie und Grammatik angepasst. Mögliche Änderungen könnten bereits Interpretationen der Verfasserin beinhalten. Parasprachliche Äußerungen sind kursiv gesetzt.

Ebene. Eventuell kann sie die Bedeutung des Unendlichen nicht vollends erfassen. Kilian hat sich lange nicht am Gespräch beteiligt, möchte nun aber seine Bedenken zu Nadjas Vorschlag anbringen und wird dabei von Berat unterbrochen. Hier ist unklar, ob er einen kognitiven Konflikt äußern möchte oder Kilian (der zuvor Leibniz' Standpunkt verteidigt) gezielt unterbricht bzw. Nadjas Aussage angreifen möchte. Kilian kann die Idee der unendlich kleinen räumlichen Ausdehnung nicht greifen, für ihn sind unendlich viele unendlich kleine Zahlen trotzdem räumlich ausgedehnt und können in unendlicher Vielfachheit trotzdem nicht durch ein Gefäß wie den Beutel begrenzt werden. Nadjas Antwort darauf ist beachtenswert: sie fordert ihn direkt auf, zu abstrahieren und von den konkreten Vorstellungen abzusehen.

Das Gedankenexperiment hat die Kinder, wie im (kleinen) Transkriptausschnitt gezeigt, zum Denken und Abstrahieren angeregt. Bei der Analyse weiterer Ausschnitte sollen zukünftig Argumentationen sowie inhaltliche Ideen der Kinder eine Rolle spielen.

Literatur

Davis, R. B. & Vinner, S. (1986). The notion of limit: Some seemingly unavoidable misconception stages. *The Journal of Mathematical Behaviour, 5*(3), 281–303.

Dötschel, D. (2011). Zum Verständnis der [sic!] Unendlichkeitsbegriffs im Mathematikunterricht. In R. Haug & L. Holzäpfel (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (Band 45, S. 207–210). WTM-Verlag.

Eisenmann, P. (2002). Die Vorstellungen der Schüler vom Unendlichen. *Mathematica didactica, 25*(2), 52–64.

Krummheuer, G. & Brandt, B. (2001). *Paraphrase und Traduktion: partizipationstheoretische Elemente einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens in der Grundschule*. Beltz.

Schimmöller, T. (2011). Wie verstehen Schülerinnen und Schüler den Begriff der Unendlichkeit? In M. Helmerich, K. Lengnink, G. Nickel & M. Rathgeb (Hrsg.), *Mathematik Verstehen* (S. 179–188). Vieweg & Teubner.

Williams, S. R. (1991). Models of Limit Held by College Calculus Students. *Journal for Research in Mathematics Education, 22*(3), 219–236.

Arbeitsgruppe Lehrer:innenbildung

Koordination: Stephanie Schuler und Gerald Wittmann

stephanie_schuler@uni-landau.de gerald.wittmann@ph-freiburg.de

Beitrag: Clara Ries, Stephanie Schuler und Gerald Wittmann

c.ries@uni-landau.de stephanie_schuler@uni-landau.de
gerald.wittmann@ph-freiburg.de

Einsatz von Anschauungsmitteln im Mathematikunterricht – Theoretische Grundlagen und empirische Untersuchungen

Der Einsatz von Anschauungsmitteln im Mathematikunterricht in der Grundschule ist in der fachdidaktischen Diskussion grundlegender Konsens. Bedeutsam ist aber darüber hinaus, *wie* dieser Einsatz konkret gestaltet wird. Dabei stellen sich für die Lehrkraft verschiedene Fragen: *Welches* Anschauungsmittel nutze ich im Unterricht? *Wann* und *wie* setze ich dieses im Unterricht ein? *Wozu* setze ich es ein? Geleitet von diesen Fragen werden theoretische Grundlagen und empirische Befunde aufgearbeitet und Ergebnisse aus der Interviewstudie LEA vorgestellt.

1 Theoretischer Hintergrund

Unter einem Anschauungsmittel versteht Krauthausen (2018) „konkretes, ‚handgreifliches' Material" zum Aufbau eines Zahl- und Operationsverständnisses sowie zur Darstellung von Lösungswegen. Durch das Handeln am Anschauungsmittel und die Reflexion darüber sollen die Schüler:innen strukturgleiche mentale Vorstellungen, abstrahiert von den realen Objekten, aufbauen (Lorenz, 2011). Zwar kann die Lehrkraft auf diesen idiosynkratischen Prozess nur indirekt Einfluss nehmen, sie spielt aber mit ihren Entscheidungen über die Auswahl, die Dauer und Häufigkeit sowie die Art und Weise des Einsatzes eine entscheidende Rolle.

Im Unterricht eröffnen sich damit für die Lehrkraft verschiedene Spannungsfelder. Einerseits kann ein Anschauungsmittel an kindliche Erfahrungen anknüpfen und durch seinen Aufforderungscharakter das Interesse der Schüler:innen erhöhen. Andererseits soll es nicht von mathematischen Inhalten ablenken, sondern diese in den Vordergrund rücken und Abstraktion und Transfer ermöglichen (z. B. Söbbeke, 2005).

2 Forschungsstand

Auf der Ebene der Schüler:innen werden die Effekte von Anschauungsmitteln auf mathematisches Lernen, Leistung, Transfer oder die Schüler:innenwahrnehmung untersucht. Faktoren, die in unterschiedlichen Studien betrachtet werden, sind zum Beispiel der Merkmalsreichtum eines Anschauungsmittels, die Art und Weise der Thematisierung im Unterricht und die Zeitdauer des Einsatzes (z. B. Carbonneau et al., 2013). Insgesamt zeigen verschiedene Studien auf, dass lernförderliche Effekte von Anschauungsmitteln auch abhängig von den Bedingungen sind, unter denen diese eingesetzt werden (Laski et al., 2015). Damit rückt die Lehrkraft beim Einsatz von Anschauungsmitteln in den Vordergrund.

Auch auf der Ebene der Lehrkräfte gibt es zahlreiche Forschungsbefunde. Neben Wirksamkeitsuntersuchungen von Weiterbildungen, die den Einsatz von Anschauungsmitteln in den Blick nehmen, werden auch die Überzeugungen von Lehrkräften beleuchtet. Mithilfe von Fragebögen und Interviews werden so Hindernisse des Materialeinsatzes sowie Gründe für den Einsatz erfasst. Während als Hindernisse meist unterrichtspraktische und organisatorische Aspekte genannt werden (z. B. Marshall & Swan, 2008), sind die Gründe für den Einsatz von Material meist motivationaler Art (z. B. Moyer, 2001).

3 Erste Ergebnisse der Interviewstudie LEA

Im Rahmen der Interviewstudie LEA (**L**ehrkraftüberzeugungen zum **E**insatz von **A**nschauungsmitteln) wurden leitfadengestützte Interviews mit zwölf Lehrkräften zu ihren Erfahrungen und Einschätzungen des Einsatzes von Anschauungsmitteln in Klasse 1 geführt. Bei der Auswertung mit der Dokumentarischen Methode werden sowohl explizite als auch implizite Überzeugungen rekonstruiert.

In der Gesamtheit der Interviewanalysen ließen sich auf expliziter Ebene eine große Bandbreite an eingesetzten Anschauungsmitteln und Kriterien für deren Auswahl rekonstruieren. In Bezug auf die Kriterien zeigten sich vier Bereiche: *unterrichtspraktische, allgemeinpädagogische, mathematikdidaktische* und *persönliche*.

Die Lehrkräfte berichteten dabei jeweils von Kriterien aus mehreren Bereichen. Beispielsweise führte eine Lehrkraft sowohl die Ablösung vom zählenden Rechnen (mathematikdidaktisches Kriterium) als auch einen möglichen Verlust von Kleinteilen im Klassenzimmer (unterrichtspraktisches Kriterium) aus. Eine weitere Lehrkraft nannte die Vielfältigkeit, in der sich ein Anschauungsmittel einsetzen lässt, als Kriterium. Verfolgt man die Argumentation der Lehrkraft weiter, wird deutlich, dass sie allerdings nicht aus einem mathematikdidaktischen, sondern vielmehr unterrichtspraktischem Blickwinkel argumentiert. Sie führt aus, dass die Vielfältigkeit wichtig sei, um mit dem knappen Budget der Schule inhaltlich möglichst viel abzudecken.

Auch wenn die Lehrkräfte die Auswahl ihrer Anschauungsmittel auf Basis mehrerer Bereiche begründeten, ließ sich auf impliziter Ebene eine unterschiedliche Gewichtung der einzelnen Bereiche rekonstruieren. Meist wurden dabei die unterrichtspraktischen Kriterien höher gewichtet. Es zeigte sich, dass diese entweder zeitlich zuerst genannt oder als Konklusion zum Abschluss der Aussage angeführt werden. Ein von fast allen Lehrkräften genanntes unterrichtspraktisches Kriterium war die Orientierung am jeweiligen Lehrwerk. Auch eine hohe Gewichtung mathematikdidaktischer Kriterien konnte rekonstruiert werden. Auf impliziter Ebene zeigte sich diese durch ein zeitlich langes Verweilen in diesem Bereich und breites Aufzeigen und Begründen dieser Kriterien und eine nur beiläufige Nennung unterrichtspraktischer Kriterien.

Unabhängig davon, ob die Lehrkräfte an der Auswahl der Anschauungsmittel mitwirken dürfen oder das Anschauungsmittel extern bereits vorgegeben ist, unterscheidet sich die Haltung, die die Lehrkräfte bei der Auswahl einnehmen: In einer *aktiven Haltung* setzt sich die Lehrkraft mit dem Material auseinander, kennt Vorzüge aber auch Nachteile und steht persönlich hinter dem Anschauungsmittel oder kann sich bewusst davon abgrenzen. Im Gegensatz dazu verlässt sich die Lehrkraft in einer *passiven Haltung* auf äußere Vorgaben oder Empfehlungen und setzt sich nicht selbst mit dem Anschauungsmittel auseinander.

4 Ausblick

Im weiteren Verlauf der Studie soll das Zusammenspiel der Überzeugungen analysiert werden, mit dem Ziel Denk- und Handlungsmuster sichtbar zu machen. Daran könnte in Lehrer:innenfortbildungen angeknüpft werden, um Einfluss auf bestehende Überzeugungen und Denkmuster zu nehmen und den Einsatz von Anschauungsmitteln im Unterricht nachhaltig zu beeinflussen.

Literatur

Carbonneau, K. J., Marley, S. C. & Selig, J. P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology, 105*(2), 380–400. https://doi.org/10.1037/a0031084

Krauthausen, G. (2018). *Einführung in die Mathematikdidaktik – Grundschule*. Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-662-54692-5

Laski, E. V., Jor'dan, J. R., Daoust, C. & Murray, A. K. (2015). What Makes Mathematics Manipulatives Effective? Lessons From Cognitive Science and Montessori Education. *SAGE Open*, *5*(2). https://doi.org/10.1177/2158244015589588

Lorenz, J. H. (2011). Die Macht der Materialien (?): Anschauungsmittel und Zahlenrepräsentationen. In A. S. Steinweg (Hrsg.), *Mathematikdidaktik Grundschule: Bd. 1. Medien und Materialien: Tagungsband des AK Grundschule in der GDM 2011* (S. 39–55). Univ. of Bamberg Press.

Marshall, L. & Swan, P. (2008). *Exploring the Use of Mathematics Manipulative Materials: Is It What We Think It Is?* EDU-COM International Conference, Perth Western Australia. https://ro.ecu.edu.au/ceducom/33

Moyer, P. S. (2001). Are We Having Fun Yet? How Teachers Use Manipulatives to Teach Mathematics. *Educational Studies im Mathematics, 47*(2), 175–197.

Söbbeke, E. (2005). *Zur visuellen Strukturierungsfähigkeit von Grundschulkindern: Epistemologische Grundlagen und empirische Fallstudien zu kindlichen Strukturierungsprozessen mathematischer Anschauungsmittel*. Franzbecker.

Arbeitsgruppe Lehren, Lernen und Forschen mit digitalen Medien

Koordination: Roland Rink und Daniel Walter

rrink@uni-bremen.de dwalter@uni-bremen.de

Beitrag: Ulrich Schwätzer

ulrich.schwaetzer@uni-due.de

Vorkenntnisse Schulanfangender mit digitalen Bild-Sachaufgaben erheben

1 Diagnose mathematischer Vorkenntnisse zu Schulbeginn

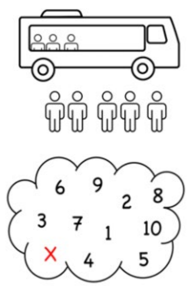
In den ersten Wochen des ersten Schuljahres ist es üblich, mathematische Vorkenntnisse und Entwicklungsstände zu erheben (Benz et al., 2015), um bei Rückständen diagnosegeleitet Prozesse individueller Förderung initiieren zu können (Kaufmann & Wessolowski, 2017).

Als diagnostische Instrumente würden sich standardisierte Tests einsetzen lassen, die jedoch eher einen ergebnisorientierten Blick auf Lernstände ermöglichen und damit als „Etikettierungstests" (Schipper, 2005, S. 27) mehr zur Abgrenzung von Normerwartungen geeignet scheinen. Dagegen gelten diagnostische Gespräche und standortbestimmende Diagnoseaufgaben (Scherer & Moser Opitz, 2010) als qualitative Verfahren einer lernprozessorientierten Diagnose, da hier Einblicke in Denk- und Vorgehensweisen möglich sind. Während Diagnoseaufgaben gut in größeren Lerngruppen als ‚schnelles Screening' einsetzbar sind, lassen diagnostische Gespräche mit dazu ausgewählten Kindern einen tieferen Einblick in deren Denkweisen zu. Eine Kombination beider Verfahren gilt daher als ökonomisch (Selter, 2017). Für beide Instrumente existieren verschiedene Vorschläge. Anlässlich der hier beschriebenen Erprobung wurde eine Kombination aus den Bildsachaufgaben zu arithmetischen Vorkenntnissen (Knapstein & Spiegel, 1995) gewählt, die den Vorteil haben, auch ohne Lese- und Schreibkompetenz zu Schulbeginn bearbeitet werden zu können, und dem über Implementierungsstudien abgesicherten und damit aussagesicheren ElementarMathematischen BasisInterview *EMBI* (Wollring et al., 2013).

2 Bildsachaufgaben: Vom Original zur digitalen Version

Im Seminar *Diagnose und Förderung* an der Universität Duisburg-Essen entstand im COVID-Sommersemester 2021 die Idee, eine digitale und damit auch distanzfähige Version zunächst des Originals zu erproben. Nach ermutigenden Erfahrungen wurde dann eine modifizierte Version der Bildsachaufgaben als *KST-digital* (Knapstein-Spiegel-,Test' in digitaler Form, ,Test' im Sinne eines Diagnoseaufgaben-Sets) entwickelt und an zwei Grundschulen in deren Einschulungsklassen im Sommer 2021 erprobt. Der Entwicklungsprozess, die vorhandenen Items, sowie der schulpraktische Einsatz werden in Schwätzer (2022) detailliert beschrieben. Unter *kst-digital.de* ist das Entwicklungsprodukt im Open Access zugängig und kann auf Tablet-Computern in Gruppen mit bis zu vier Kindern eingesetzt werden.

Das Ziel der Erprobung war zunächst, die Tragfähigkeit einer digitalen Variante des Originals zu ermitteln, das hierzu inhaltlich nur leicht verändert (beispielsweise Ersetzen von DM durch EUR,) und grafisch überarbeitet, in der Auswahl der Aufgabenhinhalte jedoch beibehalten wurde.



KST Admin Panel				Kind 31581		Kind 31582		Kind 31583	
Nr	Aufgabe	Kompetenz	Erw.	Gew.	Erg.	Gew.	Erg.	Gew.	Erg.
1	**Gummib.1**	Anzahlerfassung	7	7	erw.	7	erw.	7	erw.
2	**Gummib.2**	Anzahlerfassung	10	10	erw.	10	erw.	10	erw.
3	**Lineal 1**	Vorgänger	4	4	erw.	4	erw.	X	n.b.
4	**Lineal 2**	Vorgänger	10	10	erw.	10	erw.	X	n.b.
5	**Bus 1**	Add. zählbar	8	8	erw.	7	+/-1	3	abw.
6	**Bus 2**	Add. nicht zählb.	10		warte...		warte...		warte...
7	Bus 3	Add. nicht zählb.	7		warte...		warte...		warte...
8	**Bus 4**	Sub. zählbar	5		warte...		warte...		warte...
9	**Bus 5**	Sub. nicht zählb.	4		warte...		warte...		warte...
10	Bus [illegible]	Sub. nich[illegible]			wart[illegible]				warte.

Abb. 1 Laufender Durchgang des KST-digital, links die Darstellung von Item 5 auf einem der Kinder-Tablets, rechts die synchrone Lehrkraftansicht

Die 16 Bildsachaufgaben-Items werden den Kindern auf Tablet-Computern digital automatisiert vorgelegt, die Antworten geben sie wie im Original über eine Zahlenwolke, jetzt durch Antippen einer Zahl (Abb. 1 links). Die Digitalisierung ermöglicht eine automatische Protokollierung und Auswertung der gegebenen Antworten in Echtzeit, die in einem Admin-Panel für die durchführende Lehrkraft sichtbar werden (Abb. 1 rechts). Zudem kann die Lehrkraft auf einem Beobachtungsbogen weitere Notizen anfertigen. Anschließen würden sich nun diagnostische Gespräche mit denjenigen Kindern, die nach Betrachtung der gegebenen Antworten vermuten lassen, dass weiterer Diagnosebedarf bestehen könnte.

3 Erprobung der digitalen Version

Durch die Erprobung des KST-digital an zwei Grundschulen mit jeweils der kompletten Einschulungspopulation konnten im Sommer 2021 N = 113 Datensätze der teilnehmenden Kinder aggregiert werden. Es zeigte sich, dass 8 der 16 Items (in Abb. 1 und Tab. 1 fettgedruckt) in der Regel von der Mehrheit der Kinder richtig beantwortet werden. Diese werden nun als Kern-Item bezeichnet.

Tab. 1 Anzahl richtig beantworteter Antworten in Prozent pro Item (*N* = 113)

Gummib.1	**Gummib.2**	**Lineal 1**	**Lineal 2**	**Bus 1**	**Bus 2**	Bus 3	**Bus 4**	**Bus 5**	Bus 6	Geld +	Geld -	Plus 1	Plus 2	Minus 1	Minus 2
77	**89**	**59**	**58**	**70**	**63**	49	**69**	**56**	14	43	37	44	31	13	16

Zunächst sollten Kinder mit auffälligem Antwortverhalten genauer diagnostiziert werden, dazu wurde mit den beteiligten Lehrkräften einer der beiden Schulen Kind für Kind (*N* = 77) auf der Basis der einzelnen Item-Antworten überlegt, ob es zu einem diagnostischen Gespräch eingeladen werden sollte. Hier zeigte sich ein Muster: Schien eine tiefere Diagnose sinnvoll, so wurden von den 8 Kern-Items weniger als 3 und von allen 16 Items weniger als 6 mit erwartetem Ergebnis beantwortet (11/77). Bei Kindern, die weniger prioritär erschienen, wurde zunächst eine Beobachtung im Unterricht als ausreichend befunden – hier war in der Regel nur eines der beiden vorgenannten Kriterien erfüllt (13/77). Bei allen weiteren Kindern schien zunächst kein weiterer Handlungsbedarf (53/77) vorhanden zu sein.

Mittels *EMBI* wurden 12 Kindern aus allen 3 Gruppen diagnostiziert, und die Einschätzungen weitestgehend bestätigt. Kinder der ersten Gruppte zeigten auch im *EMBI* hohe Entwicklungsrückstände im Bereich mathematischer Vorkenntnisse (vor allem im Bereich der Zählkompetenzen und des Begriffsverständnisses), lediglich 2 Kinder schnitten besser ab, so dass die *KST-digital*-Einschätzung nach oben korrigiert werden musste. Die Lehrkräfte wurden zudem nach einem halben Schuljahr befragt, und konnten die Einschätzung mittels *KST-digital* und ggf. des Diagnosegesprächs bestätigen.

4 Zusammenfassung

Die digitale Variante der Bildsachaufgaben *KST-digital* erweist sich als tragfähig, die automatische Protokollierung und Auswertung der Einzelantworten als vorteilhaft. Zudem unterstützt die Auszählung richtiger Antworten zu Kern-Items und weiteren Items die Priorisierung der Identifikation jener Kinder, die mittels diagnostischer Gespräche genauer kennengelernt werden sollten. Wenngleich die Stichprobe nicht repräsentativ ist, konnte durch die Überprüfung ausgewählter Kinder an einer der Erprobungsschulen mittels *EMBI* und der anschließenden Ergebnisrevision durch die beteiligten Lehrkräfte gezeigt werden, dass der *KST-digital* hier *mindestens* jene Kinder identifizieren konnte, die ggf. ein Risikopotenzial für Rechenschwäche haben könnten, und kein solches Kind übersehen wurde.

Literatur

Benz, C., Peter-Koop, A. & Grüßing, M. (2015). *Frühe mathematische Bildung: Mathematiklernen der Drei- bis Achtjährigen*. Springer Spektrum.

Kaufmann, S. & Wessolowski, S. (2017). *Rechenstörungen: Diagnose und Förderbausteine*. Klett Kallmeyer.

Knapstein, K. & Spiegel, H. (1995). Testaufgaben zur Erhebung arithmetischer Vorkenntnisse zu Beginn des 1. Schuljahres. In G.N. Müller & E.C. Wittmann (Hrsg.), *Mit Kindern rechnen* (S. 65–73). Arbeitskreis Grundschule.

Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2010). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe*. Spektrum, Akademischer Verlag.

Schipper, W. (2005). SINUS-Transfer Grundschule Mathematik. Modul G4: Lernschwierigkeiten erkennen - verständnisvolles Lernen fördern. IPN Kiel.

Schwätzer, U. (im Druck). KST-Digital – eine bewährte Eingangsdiagnostik in neuem Format. In J. Bonow, T. Dexel, C. Schreiber & D. Walter (Hrsg.), *Digitale Medien und Heterogenität. Chancen und Herausforderungen für die Mathematikdidaktik*. WTM-Verlag.

Selter, C. (2017). Förderorientierte Diagnose und diagnosegeleitete Förderung. In A. Fritz, G. Ricken & S. Schmidt (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie* (S. 375–394). Beltz.

Wollring, B., Peter-Koop, A. & Grüßing, M. (2013). Das ElementarMathematische BasisInterview EMBI. In M. Hasselhorn, A. Heinze, W. Schneider & U. Trautwein (Hrsg.), *Diagnostik mathematischer Kompetenzen. Tests und Trends* (Band 11, S. 81–96). Hogrefe.

Arbeitsgruppe Sachrechnen

Koordination: Dagmar Bönig

dboenig@uni-bremen.de

Beitrag: Johanna Zöllner

zoellner@ph-karlsruhe.de

„Das ist eine Messe" – Verständnisorientierter Umgang mit konventionellen Längenmessgeräten

Viele Lernbegleiter:innen im Elementar- und Primarbereich machen die Erfahrung, dass Kinder schon früh konventionelle Messgeräte (k. M.), vor allem Lineale nutzen. K. M. vereinen als „Kondensat bereits durchgeführter Operationen" (Piaget et al. 1974, S. 43) die drei Kernideen des Messens: Auswahl der Einheit, Unterteilen der zu messenden Länge in Einheiten und Zählen dieser (Peter-Koop & Nührenbörger 2011, S. 92). Diese Tätigkeiten nehmen sie der Person, die den Messprozess durchführt, gewissermaßen ab. Deshalb kann ihr Einsatz dazu verleiten, dem zu messenden Objekt „lediglich eine Zahl zuzuordnen, ohne dass der Messprozess verstanden werden muss" (Ruwisch 2014, S. 40). Ein verständnisbasierter Umgang mit k. M. beinhaltet jedoch weitere Aspekte wie das Nachvollziehen von Aufbau und Bedeutung der Messskala, das Erkennen des Nullpunkts als Anfangspunkt der Messung und die Interpretation von Messergebnissen.

Die hier referierte empirische Studie nimmt in klinischen Interviews mit 40 Kindern im Alter von vier bis sechs Jahren Komponenten des Längenkonzepts in den Fokus. Einige Aufgaben der Studie und die Vorgehensweisen der Kinder geben Einblick in die Aspekte, die im Umgang mit k. M. aus dem Größenbereich Länge zum Tragen kommen.

1 Benennung und Funktion konventioneller Messgeräte

Den Kindern wurden zunächst unterschiedliche k. M. vorgelegt (Lineale, ein Gliedermaßstab, Maßbänder). Alle Kinder der Studie nennen das Messen als Funktion (Zöllner 2020, S. 167). Einige Kinder nutzen diese Funktion auch bei der Benennung der angebotenen Messgeräte: neben den üblichen Bezeichnungen (Lineal, Maßband usw.) werden auch Bezeichnungen wie „Messe“ genannt, die sich aus der Messfunktion des Messgeräts ableiten lassen. Die Kinder nutzen für indirekte Vergleiche bevorzugt k. M. Werden sie aufgefordert, die Länge zweier auf dem Boden angebrachter Streifen zu vergleichen (durch die Position der beiden Streifen war ein visueller oder direkter Vergleich nicht möglich), werden von 44 Versuchen 40 mit einem der oben genannten k. M. durchgeführt.

Die Beobachtung, dass Kinder k. M. bereits früh kennen und nutzen, wird somit an dieser Stelle bestätigt. Die genauere Betrachtung der Vorgehensweisen der Kinder bei diesen und weiteren Aufgaben gibt Aufschluss darüber, inwiefern die Nutzung tatsächlich verständnisbasiert erfolgt.

2 Aufbau und Bedeutung der Messskala

Die Messskala ist ein zentrales Element des Messgeräts. Sie veranschaulicht die Einheiten selbst und erlaubt das direkte Ablesen der Anzahl der abgetragenen Einheiten. Studien berichten, dass Grundschulkinder dazu neigen, Markierungsstriche anstelle der Längeneinheiten beim Bestimmen einer Länge zu zählen (Clements & Sarama 2009). Die Ähnlichkeit zwischen Skala und Zahlenstrahl ist eine mögliche Erklärung für diese Vorgehensweise. Auch auf dem Zahlenstrahl werden in gleichen Abständen senkrechte Markierungen angebracht, unter welchen fortlaufende Zahlen stehen. Beim Zahlenstrahl kennzeichnen die Markierungen die Position der darunter stehenden Zahlen, bei der Messskala hingegen veranschaulicht jede Markierung das Ende einer Längeneinheit. So gibt die Zahl unter dem Markierungsstrich an, in wie viele Einheiten die Länge bis zu diesem Punkt bereits geteilt wurde. In der referierten Untersuchung wird Kindern eine vereinfachte Skala vorgelegt (ein Stab mit Markierungen im gleichen Abstand, jedoch ohne Zahlen). Etwa die Hälfte der Vier- bis Sechsjährigen zählen tatsächlich die Längeneinheiten und nur ein Viertel die Markierungen (Zöllner 2020, S. 180; ein Viertel der Kinder zeigen andere Vorgehensweisen).

In einer weiteren Aufgabe wurden die Kinder aufgefordert, eine Längenmessskala zu zeichnen. Ein vorgegebenes Rechteck sollte so ergänzt werden, dass ein Lineal entsteht (vgl. Nührenbörger 2002,

S. 130). Fast alle Kinder (n = 39 von 40) notierten darauf Zahlen (wobei die Schreibweise nicht immer der Konvention entsprach), jedoch konnten nur 13 Kinder die Funktion der Zahlen als Hilfe für das Messen oder Zeichnen von Linien einer bestimmten Länge beschreiben. Zusätzlich zu Zahlen werden von neun Kindern auch Markierungen eingezeichnet und von zwei Kindern wird deren Bedeutung erklärt. So zeigt sich, dass die Skala von den Kindern je nach Situation unterschiedlich wahrgenommen und genutzt wird.

3 Anfangspunkt der Messung

Der verständnisbasierte Umgang mit k. M. beinhaltet ebenfalls das Verständnis für den Anfangspunkt der Messung. Die „Null" hat als Maßzahl eine andere als die kardinale Bedeutung, sie stellt den Anfangspunkt der Messung und damit den Anfangspunkt der ersten Einheit dar. Nicht immer entspricht der Anfang eines Messgeräts dem Nullpunkt der Skala. Legen Kinder ein Messgerät so an, dass zwar der Anfangspunkt des Geräts selbst mit dem Anfangspunkt der zu messenden Länge übereinstimmt, nicht aber der eigentliche Nullpunkt, haben sie wahrscheinlich noch kein ausreichendes Verständnis für die Null als Anfangspunkt der Messung gewonnen (Nunes et al. 1993, S. 46; Zöllner 2020, S. 150).

Bei dem beschriebenen indirekten Vergleich der Länge zweier auf dem Boden angebrachter Streifen legen 25 Kinder das gewählte Messgerät nicht mit dem Nullpunkt am Anfangspunkt eines Streifens an (Zöllner 2020, S. 146). Die übrigen 15 Kinder legen das Messgerät genau bei Null an, allerdings wählen alle diese Kinder ein Maßband oder einen Gliedermaßstab, bei welchen der Nullpunkt der Skala mit dem Anfangspunkt des Geräts übereinstimmt. Eine sichere Aussage über das Verständnis vom Anfangspunkt der Messung kann hier also nicht getroffen werden.

4 Angabe von Messergebnissen

Viele Kinder scheinen zu wissen, dass im Messprozess eine Quantifizierung vorgenommen wird und das Messergebnis somit auch mit einer Zahl anzugeben ist. Danach gefragt, wie lang der bereits beschriebene Stab mit Markierungen ist, geben alle Kinder eine Zahl als Antwort an (Zöllner 2020, S. 178). Ein verständnisbasierter Umgang mit

k. M. erfordert jedoch die Erkenntnis, dass die am Messgerät abgelesene Zahl die Anzahl der abgetragenen Einheiten angibt. Obwohl, wie oben erwähnt, die Hälfte der Kinder bei einer vereinfachten Skala in der Lage ist, Einheiten zu zählen, nennt keines der untersuchten Kinder die Maßeinheit beim Messen - weder beim Einsatz eines k. M. noch in anderen Situationen, z. B. bei einem indirekten Vergleich mit willkürlichen (kürzeren) Mittlern wie Streichhölzern.

5 Fazit

Obwohl die Handhabung von Messgeräten gerade im Größenbereich Längen als einfach gilt und von Kindern auf der prozeduralen Ebene schnell erlernt werden kann, ist es wichtig, dem Aufbau eines umfassenden Verständnisses für den Messprozess ausreichend Raum zu geben. Die im Rahmen der vorgestellten Studie gewonnenen Erkenntnisse unterstreichen die Komplexität des Umgangs mit k. M., der in Forschung und Praxis Rechnung getragen werden muss, indem Situationen mit unterschiedlichen Anforderungen geschaffen und Verknüpfungen mit anderen Komponenten des Längenkonzepts bewusst reflektiert und genutzt werden.

Literatur

Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The Learning Trajectories Approach*. Routledge.

Nunes, T., Light, P., & Mason, J. (1993). Tools for thought: The measurement of length and area. *Learning and Instruction*, (3), 39–54.

Nührenbörger, M. (2002). *Denk- und Lernwege von Kindern beim Messen von Längen. Theoretische Grundlegung und Fallstudien kindlicher Längenkonzepte im Laufe des 2. Schuljahres*. Franzbecker.

Peter-Koop, A., & Nührenbörger, M. (2011). Größen und Messen. In G. Walther, M. van den Heuvel-Panhuizen, D. Granzer, & O. Köller (Hrsg.), *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret* (S. 89–117). Cornelsen Verlag Scriptor GmbH & Co.KG.

Piaget, J., Inhelder, B., & Szeminska, A. (1974). *Die natürliche Geometrie des Kindes*. (1. Aufl.). Klett.

Ruwisch, S. (2014). Reichhaltiges Schätzen. Schätzaufgaben und Schätzstrategien systematisiert. *Grundschule Mathematik*, (42), 40–43.

Zöllner, J. (2020). *Längenkonzepte von Kindern im Elementarbereich*. Springer Fachmedien.

University of Bamberg Press

Dieser Tagungsband dokumentiert die Ergebnisse der 29. Jahrestagung des Arbeitskreises Grundschule in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM), die dieses Mal am 11. und 12. November 2022 digital stattfand. Die Tagung stand unter dem Thema „Mathematische Bildung heute und morgen – Herausforderungen und Perspektiven".

Mathematische Bildung in der Grundschule steht vor immer wieder neuen Herausforderungen, auch aufgrund gesellschaftlicher Veränderungen. Im Rahmen der Hauptvorträge wurden drei Aspekte genauer betrachtet: (1) die Digitalisierung des Mathematikunterrichts im Primarbereich, (2) die Rolle der Mehrsprachigkeit beim Mathematiklernen und (3) die Frage, was inklusiven Mathematikunterricht auszeichnet.

Weiter setzten sich sieben Arbeitsgruppen mit den Themenfeldern ‚Arithmetik', ‚Geometrie', ‚Sachrechnen', ‚Kommunikation & Kooperation', ‚PriMaMedien: Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien', ‚Frühe mathematische Bildung' sowie ‚Lehrerbildung' intensiv mit aktuellen Forschungs- und Praxisfragen auseinander. Die zentralen Inhalte der Arbeitsgruppen sind in diesem Band ebenfalls dokumentiert.

Die jährlich stattfindende Herbsttagung des Arbeitskreises Grundschule in der GDM richtet sich seit ihrem Bestehen an Personen, die den Dialog und die Zusammenarbeit zwischen Hochschule und allen Bereichen schulischer Praxis sowie den schulverwaltenden Institutionen suchen. Die Tagung ist von Beginn an in besonderer Weise durch eine offene und kollegiale Kooperation von Vertreter*innen aus Praxis und Theorie geprägt.

ISBN 978-3-86309-879-7

www.uni-bamberg.de/ubp