

Analyse von Einkommensverteilungen

Ansätze, Methoden und Empirie

von Johannes Schwarze und Susanne Elsas



UNIVERSITY OF
BAMBERG
PRESS

Schriften aus der Fakultät Sozial- und
Wirtschaftswissenschaften der
Otto-Friedrich-Universität Bamberg 8

Schriften aus der Fakultät Sozial- und
Wirtschaftswissenschaften der
Otto-Friedrich-Universität Bamberg

Band 8



University of Bamberg Press 2013

Analyse von Einkommensverteilungen

Ansätze, Methoden und Empirie

von Johannes Schwarze und Susanne Elsas



University of Bamberg Press 2013

Bibliographische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der
Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische
Informationen sind im Internet über <http://dnb.ddb.de/> abrufbar

Dieses Werk ist als freie Onlineversion über den Hochschulschriften-
Server (OPUS; <http://www.opus-bayern.de/uni-bamberg/>) der
Universitätsbibliothek Bamberg erreichbar. Kopien und Ausdrücke
dürfen nur zum privaten und sonstigen eigenen Gebrauch
angefertigt werden.

Herstellung und Druck: docupoint GmbH, Barleben
Umschlaggestaltung: University of Bamberg Press, Andra Brandhofer

© University of Bamberg Press Bamberg 2013
<http://www.uni-bamberg.de/ubp/>

ISSN: 1867-6197
ISBN: 978-3-86309-158-3 (Druckausgabe)
eISBN: 978-3-86309-159-0 (Online-Ausgabe)
URN: urn:nbn:de:bvb:473-opus4-35944

Inhaltsverzeichnis

Vorwort von Prof. Dr. Guido Heineck	V
Vorwort von Prof. em. Dr. Richard Hauser	IX
Dank	XIV
1 Einführung	1
1.1 Funktionelle Einkommensverteilung	3
1.2 personelle Einkommensverteilung	11
1.3 Zusammenfassung	16
2 Einkommen: Konzepte und Erhebung	19
2.1 Methodische Überlegungen	19
2.1.1 Personen und Haushalte	19
2.1.2 Einkommen und Vermögen	22
2.1.3 Analyseperiode	26
2.2 Ein idealtypisches Einkommenskonzept	29
2.3 Erhebung von Einkommen	40
2.3.1 Das Sozio-oekonomischen Panel (SOEP)	42
2.3.2 Erhebungskonzepte im SOEP	44
2.3.3 Datengrundlage des Buches	48

3	Äquivalenzskalen	51
3.1	Beispiele für Äquivalenzskalen	54
3.2	Theoretische Fundierung von Äquivalenzskalen	57
3.3	Empirische Bestimmung von Äquivalenzskalen	61
3.3.1	Ökonometrische Analyse von Konsumdaten	62
3.3.2	Ökonometrische Analyse subjektiver Daten	67
3.4	Vergleich von Äquivalenzskalen	70
3.4.1	Die Skalenelastizität	70
3.4.2	Wirkungen auf die Ergebnisse von Einkommensanalysen	72
3.5	Wahl der Äquivalenzskala: Schlussfolgerungen?	79
4	Deskription von Einkommensverteilungen	81
4.1	Graphische Darstellungen einer Einkommensverteilung	83
4.1.1	Häufigkeitsverteilung und Histogramm	83
4.1.2	Kerndichteschätzungen	89
4.2	Zentrale Parameter zur Beschreibung der Einkommensverteilung	94
4.2.1	Lageparameter der Einkommensverteilung	94
4.2.2	Streuungsparameter	95
4.2.3	Warum ist die Einkommensverteilung linkssteil?	97
4.3	Charakterisierung der Einkommensverteilung durch Quantile	103
4.3.1	Die Empirische Lorenzkurve	106
4.3.2	Der Gini-Koeffizient	115
4.3.3	Konfidenzintervalle für den Ginikoeffizienten	117
4.3.4	Lorenzkurve und Gini-Koeffizient für stetige Verteilungen	121

4.4	Interpretation verschiedener empirischer Ungleichheitsmaße	124
4.4.1	Eigenschaften von Ungleichheitsmaßen	129
4.4.2	Bewertung von Einkommensverteilungen mit mehreren Ungleichheitsmaßen	132
A4	Anhang	135
5	Ungleichheit und Soziale Wohlfahrt	141
5.1	Die Soziale Wohlfahrtsfunktion (SWF)	142
5.1.1	Axiome sozialer Wohlfahrtsfunktionen	146
5.1.2	Eine SWF nach Axiomen (1) bis (5)	155
5.2	Wohlfahrtsvergleiche	157
5.3	Explizit normative Ungleichheitsmaße	164
5.3.1	Das Maß von Dalton	169
5.3.2	Das Maß von Atkinson	169
6	Ableitung von Ungleichheitsmaßen aus der Informationstheorie	173
6.1	Grundlagen der Informationstheorie	173
6.2	Das Maß von Theil	176
6.3	Das strenge Transferprinzip (STP)	179
6.4	Entropiemaße	182
6.4.1	Die Familie der verallgemeinerten Entropiemaße	182
6.4.2	Empirische Ergebnisse	189
6.4.3	Entropiemaße und explizit normative Ungleichheitsmaße	193
6.5	Wünschenswerte Eigenschaften von Ungleichheitsmaßen	196
6.6	Zerlegung von Ungleichheitsmaßen	200

6.6.1	Zerlegung nach Bevölkerungsgruppen	201
6.6.3	Zerlegung nach Einkommensarten	209
A6	Anhang 6	216
Literaturverzeichnis		219
Schlagwortverzeichnis		224

Im Gedenken an Johannes Schwarze (1959-2010)

Johannes Schwarze war von Herbst 1997 bis zu seinem Tod am 12.09.2010 als Professor für Volkswirtschaftslehre an der Otto-Friedrich-Universität Bamberg tätig und war zunächst für den Bereich Sozialpolitik sowie später für den Bereich Empirische Mikroökonomik verantwortlich. Theoretische und empirische Arbeiten zu Fragen der Einkommensverteilung und Einkommensungleichheit finden sich indessen schon deutlich früher in seinem wissenschaftlichen Schaffen. Bereits in der Zeit seiner Promotion von 1981 bis 1985 hatte er sich im Teilprojekt „Determinanten des Arbeitseinkommens“ des DFG-Sonderforschungsbereichs 3 „Mikroanalytische Grundlagen der Gesellschaftspolitik“, und ab 1989 als damals frisch promovierter wissenschaftlicher Mitarbeiter am Deutschen Institut für Wirtschaftsforschung (DIW), Berlin, intensiv mit eben diesen Themen auseinandergesetzt. Die Beschäftigung mit diesem Forschungsfeld hatte ihn seither nicht mehr losgelassen: sie zieht sich wie ein roter Faden durch sein akademisches Lebenswerk und manifestiert sich in zahlreichen Veröffentlichungen in internationalen Fachzeitschriften mit höchster wissenschaftlicher Reputation.

Sein Interesse an diesem Themengebiet war Ausdruck einer tiefen Überzeugung von einem im Grunde menschenfreundlichen Bild der Ökonomik. Wohlfahrt und Nutzen etwa waren für ihn nicht nur in Modellform gegossene, und allzu oft von vielen als unrealistisch angeprangerte Schlagworte, sondern gelebte Inhalte, für die es sich nicht nur zu interessieren, sondern häufig auch im Diskurs mit Kolleginnen und Kollegen sowie Mitarbeiterin-

nen und Mitarbeitern zu streiten lohnte. Verkrampft war sein Umgang mit der eigenen Zunft dabei nie. So erinnere ich mich, dass er die Studierenden in volkswirtschaftlichen Grundlagenveranstaltungen mit der Frage „Kennen Sie etwa Ihre Nutzenfunktion nicht?“ nicht etwa zu provozieren suchte, sondern damit zu einer bewussten und kritischen Reflektion der Inhalte anregen wollte. Und es passt auch ins Bild, dass er diese Frage für sich selbst zwar stets zu verneinen pflegte, es ihm aber ebenso wichtig war zu verdeutlichen, dass in diese Modellwelt, die oftmals nur als Vehikel des puren Eigennutzes bekannt ist, Altruismus ohne große Probleme eingefügt werden kann.

Auch war es Johannes Schwarze wichtig, dass die Ökonomie als Wissenschaft sich nicht nur mit sich selbst befassen sollte, sondern – als im Kern Gesellschaftswissenschaft – aktuelle Probleme aufgreifen und zu deren Lösung beitragen sollte. In diese Sichtweise fügte sich das von ihm im Lauf der Zeit entwickelte Lehrprogramm an der Universität Bamberg ein. Unter dem Begriff der Sozialpolitik vereinte er über mehrere Veranstaltungen hinweg die Vermittlung von sowohl theoretischen als auch methodischen Kenntnissen in den Bereichen Einkommensverteilung und Einkommensarmut, sowie zu Aspekten der Gesundheitsökonomie oder den institutionellen sozialpolitischen Strukturen in Deutschland.

Mit aus diesen Veranstaltungen heraus entwickelte sich schließlich die Idee, mit dem nun vorliegenden Buch die bis dato erste deutschsprachige Einführung zur modernen empirischen Einkommensverteilungsanalyse zu liefern. Angesichts der seit Mitte der 1990er Jahre steigenden Ungleichheiten, die weltweit zu beobachten sind, ist man versucht zu sagen, dass Kenntnisse über dieses einst klassische Thema der Wirtschafts- und Sozialwissenschaft-

ten, nach nun einigen Jahrzehnten im Abseits, leider erneut notwendig geworden sind.

Durch den viel zu frühen und tragischen Tod von Johannes Schwarze wäre dieses wichtige Projekt Ende 2010 fast zum Stillstand gekommen. Dass es so nicht gekommen ist, ist das große Verdienst von Frau Dipl.-Soziologin Susanne Elsas. Nicht nur war sie als Mitarbeiterin von Johannes Schwarze an diesem Buch fast von Beginn an beteiligt, sondern hielt zusammen mit Andreas Jobst, M.A., Frau Dipl.-Pol. Sara Kleyer, M.Sc.Stat., beide damals am Lehrstuhl beschäftigt, mit Frau Silvia Förtsch, B.A. Bildungswissenschaft, damals wie heute Mitarbeiterin am Lehrstuhl, sowie mit Professoren und weiteren Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern der Fachgruppe Volkswirtschaftslehre den Lehrstuhl- und Lehrbetrieb aufrecht.

Hierfür, sowie dafür, dass Susanne Elsas in den nun vergangenen eineinhalb Jahren neben der Arbeit an ihrer Promotion noch die Energie aufgebracht hat, das von Johannes Schwarze nicht mehr vollendete Manuskript fertig zu stellen, möchte ich, als zwischen 1998 und 2003 akademischer Schüler und seit Dezember 2011 Nachfolger von Johannes Schwarze auf dem Lehrstuhl, ihr meinen tiefen Dank aussprechen.

Zu danken ist zudem Frau Lea Schwarze, der älteren der beiden Töchter von Johannes Schwarze, die nach dem Tod ihres Vaters nicht nur die Kraft hatte, als studentische Hilfskraft an seinem, damals noch vakanten Lehrstuhl, sondern auch und insbesondere an diesem Buch mitzuwirken. Ich habe tiefsten Respekt davor.

Ein großer Dank gebührt schließlich Prof. em. Dr. Richard Hauser als international ausgewiesener Experte zu Fragen der Einkommensverteilung,

-ungleichheit und -armut, dem Johannes Schwarze bereits zu Beginn seiner Laufbahn im Sfb 3 erstmals begegnet ist und die im Gefolge dessen einige gemeinsame Publikationen vorgelegt haben. Nicht nur hatte er in der Vergangenheit in Gesprächen mit einem Verlag den Anstoß dafür gegeben, dass Johannes Schwarze mit diesem Lehrbuch-Projekt betraut würde, sondern er hat sich zudem unlängst die Zeit genommen, das Manuskript gegenzulesen und viele und hilfreiche Kommentare und Anregungen beigetragen, die in die nun vorliegende finale Fassung eingegangen sind.

Es ist zutiefst traurig, dass es Johannes Schwarze nicht vergönnt ist, die Fertigstellung und Veröffentlichung des Buches mitzuerleben. Umso mehr, da mit diesem Buch dem wieder aufgekommenen Interesse an dem Themengebiet der Einkommensverteilung und -ungleichheit eine theoretisch wie methodisch fundierte und mithin für die Ausbildung der nächsten Generation relevante Grundlage gegeben wird.

Dieses Buch, so technisch es auf diejenigen wirken mag, die mit dem Themengebiet nicht vertraut sind, wird das Andenken an Johannes Schwarze in würdiger Weise zu bewahren helfen. Uns, die wir ihn kannten und die wir versuchen, sein wissenschaftliches Erbe zu leben und weiterzuentwickeln, wird es stets an ihn als Wissenschaftler, Lehrer und – was ihm wohl selbst das Wichtigste wäre – als Menschen erinnern.

Bamberg, im Februar 2013,

Guido Heineck

Vorwort

Die personelle Verteilung der Einkommen ist nach einer langen Periode der Vernachlässigung wieder zu einem wichtigen Thema der Volkswirtschaftslehre geworden. Einen bedeutenden Anstoß gab der englische Ökonom Anthony B. Atkinson mit einem Aufsatz im *Economic Journal* von 1997, der den programmatischen Titel trug: „Bringing income distribution in from the cold“.¹ Auch der 1963 gegründete Sachverständigenrat zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung hat nach einer langen Phase der Enthaltensamkeit seit 1999² ebenfalls eine Darstellung der personellen Einkommensverteilung in seine Jahresgutachten aufgenommen. Sowohl auf der Ebene der Europäischen Union als auch weltweit gewinnen internationale Vergleiche der Einkommens- und Vermögensverteilung immer größeres Gewicht.^{3, 4} In einem vom französischen Präsidenten in Auftrag gegebenen Bericht über „Measurement of Economic and Social Progress“,⁵ an dem zwei Nobelpreisträger mitwirkten, wird darüber hinaus gefordert, dass

¹ Atkinson, Anthony B., *Bringing Income Distribution in From the Cold*, in: *Economic Journal* vol. 107 no. 441 (1997), pp.297-321.

² Sachverständigenrat zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung, Jahresgutachten 1999/2000, BT-Drucksache 14/2223, S. 190-194.

³ Atkinson, E. B./Marlier, E. (eds), *Income and Living Conditions in Europe*, Eurostat publication 2010

⁴ OECD, *Divided We Stand. Why Inequality Keeps Rising*, OECD Publishing 2011 (<http://dx.doi.org/10.1787/9789264119536-en>).

⁵ Stiglitz, Joseph E./Sen, Amartya/Fitoussi, Jean-Paul, *Report by the Commission on the Measurement of Economic Performance and Social Progress*, Paris 2009 (www.stiglitz-sen-fitoussi.fr).

der bisher bei internationalen Vergleichen dominierende Indikator des Bruttoinlandprodukts bzw. des BIP pro Kopf in einer integrierten Betrachtung durch eine verteilungsbezogene Haushaltsperspektive und durch weitere wohlfahrtsrelevante Aspekte ergänzt wird.

Das Verständnis von Verteilungsanalysen erfordert eine genaue Kenntnis dessen, was die verwendeten Verteilungsmaße besagen und was nicht in sie hineingelesen werden darf. Denn Messungen in den Sozialwissenschaften können niemals objektiv sein. Sie hängen von der genauen Abgrenzung der betrachteten Phänomene, von der Güte der verfügbaren Daten, von den Eigenschaften der verwendeten statistischen Maße, von den ihnen zugrunde liegenden Werturteilen und von den nicht zu vermeidenden Unsicherheitspielräumen jeder Punktmessung ab. Nur bei Kenntnis dieser methodischen Aspekte kann man Darstellungen und Studien sowie die damit begründeten wirtschafts- und sozialpolitischen Vorschläge zutreffend beurteilen.

Das vorliegende Lehrbuch beschränkt sich – ungeachtet der Forderung nach einer umfassenderen Betrachtung – auf die Verteilung des Einkommens als *eines* wesentlichen Elements der individuellen Wohlfahrt. Es behandelt wichtige Messmethoden, die zur Charakterisierung der personellen Einkommensverteilung aus wohlfahrtstheoretischer Sicht angewendet werden. Dabei steht das verfügbare Einkommen der Personen, also das Markteinkommen abzüglich der direkten Steuern und der Sozialabgaben und zuzüglich der vom Staat und den Sozialversicherungen empfangenen Transferzahlungen, im Mittelpunkt der Betrachtung. Ohne dass explizit darauf eingegangen wird, können viele methodische Aspekte aber auch auf die Verteilung des Vermögens oder des Konsums übertragen werden.

In einem einführenden Kapitel werden die grundlegenden Konzepte der funktionellen und der personellen Verteilung des Einkommens einer Volkswirtschaft auf aggregierter Ebene dargestellt und mit einigen Zahlenangaben aus der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung illustriert.

Das zweite Kapitel ist methodischen Überlegungen über die Abgrenzung des Einkommens als einer periodenbezogenen Stromgröße, über die Abgrenzung der Definitionsperiode, über das Verhältnis zwischen der Stromgröße Einkommen und der Bestandsgröße Vermögen und über die Auswahl der Untersuchungseinheiten gewidmet. Aus wohlfahrtstheoretischer Sicht wird dabei auf das Individuum fokussiert. Schließlich wird auch die Datenquelle vorgestellt, die den an späteren Stellen beispielhaft zitierten Verteilungsanalysen zugrunde liegt. Es handelt sich um das Sozio-oekonomische Panel, das im Deutschen Institut für Wirtschaftsforschung, Berlin, erhoben und aufbereitet wird. Ein Überblick über andere deutsche Quellen für Einzeldaten aus dem Einkommensbereich ergänzt diese Darstellung.

Das dritte Kapitel befasst sich mit einem meist wenig beachteten Problem: Der Ermittlung, Begründung und Auswahl einer geeigneten Äquivalenzskala. Nur Äquivalenzskalen ermöglichen es aus wohlfahrtstheoretischer Sicht, die Personen in Haushalten unterschiedlicher Größe und Zusammensetzung auf der Einkommensebene miteinander zu vergleichen und sie in eine Rangordnung zu bringen. Dabei sind Werturteile unvermeidlich. Es wird aber auch deutlich, dass Ergebnisse über das Ausmaß an Ungleichheit in einer personellen Einkommensverteilung wesentlich von der gewählten Äquivalenzskala abhängen.

Nach diesen Vorarbeiten kommt das vierte Kapitel dann zur Erläuterung verschiedener graphischer und analytischer Darstellungsformen und Maße zur zusammenfassenden Charakterisierung von Einkommensverteilungen; denn eine irgendwie ermittelte Rangordnung von Tausenden oder gar Millionen von Angaben über die Einkommen einer Personengruppe oder der Gesamtbevölkerung wäre nicht handhabbar. Zum einen werden graphisch dargestellte Häufigkeitsverteilungen in Form von Histogrammen, von kontinuierlichen Kerndichteschätzungen oder von Lorenzkurven erläutert; zum anderen wird die zusammenfassende Beschreibung von Einkommensverteilungen durch Lageparameter oder durch Quantile behandelt. Auf den Gini-Koeffizienten und seinem Bezug zur Lorenzkurve sowie auf Schätzverfahren zur Ermittlung von Konfidenzintervallen wird ausführlich eingegangen. An ausgewählten empirischen Auswertungen, die aus der Literatur entnommen sind, wird die Aussagekraft von Ungleichheitsmaßen demonstriert.

Das fünfte Kapitel befasst sich mit der Frage, ob man aus wenigen, weithin anerkannten Axiomen eine Soziale Wohlfahrtsfunktion ableiten kann, die dann eine weniger werturteilsbehaftete Basis für die Auswahl unter verschiedenen Verteilungsmaßen und für Urteile über das akzeptable oder nicht mehr akzeptable Ausmaß an Einkommensungleichheit und über die Erwünschtheit oder Unerwünschtheit von Umverteilungsmaßnahmen bilden kann. Damit wird eine Brücke zu den explizit normativen Ungleichheitsmaßen – beispielsweise zu den Maßen von Atkinson oder von Dalton – geschlagen.

Im sechsten Kapitel wird die Ableitung von Ungleichheitsmaßen aus der Informationstheorie behandelt. Eines dieser Maße ist als Theil-Maß bekannt geworden. Aus der Informationstheorie lässt sich aber eine ganze Familie

von Verteilungsmaßen mit unterschiedlichen Eigenschaften ableiten. Bei der Verwendung eines Maßes ist es wichtig zu wissen, ob bei einem Vergleich zweier Verteilungen Unterschiede im unteren, im mittleren oder im oberen Einkommensbereich stärker gewichtet werden. Weiterhin ist es für eine genauere Verteilungsanalysen bedeutsam, ob ein Maß zerlegbar ist; denn mit Hilfe eines solchen Maßes kann dann die Ungleichheit der Gesamtverteilung in die Ungleichheit innerhalb einzelner Personengruppen und die Ungleichheit zwischen den Gruppen aufgespaltet werden, so dass sich bereits ein erster Ansatzpunkt für weitergehende Untersuchungen ergibt. In gleicher Weise kann man auch den Beitrag der Ungleichverteilung einzelner Einkommensarten zur gesamten Ungleichheit ermitteln und daraus weitergehende Schlüsse ziehen.

Das faszinierende Feld der Verteilungsforschung erbringt Ergebnisse, die es - richtig interpretiert – erlauben, politische Maßnahmen auch im Hinblick auf ihre Verteilungswirkungen abzuschätzen und damit häufig vernachlässigte Nebenwirkungen ins Blickfeld zu rücken. Dieses Lehrbuch wird helfen, Verteilungsergebnisse und deren Änderungen auf einer methodisch soliden Basis zu beurteilen.

Richard Hauser

Goethe-Universität Frankfurt am Main

Dank

Dieses Buch hätte ohne die wohlwollende Erlaubnis von Frau Martina Schwarze nicht veröffentlicht werden können. Für ihr Vertrauen in der schweren Zeit nach dem Tod ihres Mannes, Johannes Schwarze, möchte ich mich besonders bedanken.

Lea Schwarze hat mich bei den Formatierungsarbeiten sehr ausdauernd unterstützt. Ihr gilt mein Dank und meine Bewunderung dafür, dass sie die Kraft aufbringen konnte und wollte, die Arbeit ihres Vaters mit mir zusammen fertig zu stellen.

Des Weiteren möchte ich dem Lehrstuhlnachfolger von Prof. Dr. Johannes Schwarze, Herrn Prof. Dr. Guido Heineck, und auch Frau Prof. Dr. Susanne Rässler danken, dass sie mir die Fertigstellung des Manuskripts ermöglicht und mich darin unterstützt haben, es im Verlag der Universität Bamberg zu veröffentlichen.

Wesentlich für die Entstehung des Buches war auch Prof. em. Dr. Richard Hauser, der nicht nur den ersten Anstoß zu dem Buch gab, sondern auch bereit war, das Manuskript durch inhaltliche Korrekturvorschläge abschließend zu verbessern.

Sara Kleyer gilt mein Dank für die Vorarbeiten zum Abschnitt 4.3.3 „Konfidenzintervalle für den Ginikoeffizienten“.

Schließlich danke ich meinem Vater für die sprachlichen Verbesserungen.

Als studentische Hilfskräfte haben darüber hinaus auch David Karl, Christian Putz, Lara Quack und Reinhard Uehleke mitgearbeitet.

Im Gedenken an meinen verstorbenen akademischen Lehrer, Prof. Dr. Johannes Schwarze.

Bamberg, im Februar 2013

Susanne Elsas

1. Einführung

Das vorliegende Buch beschäftigt sich mit der Verteilung von Einkommen aus einer wohlfahrtsökonomischen Perspektive. Im Vordergrund steht dabei nicht das Einkommen an sich, sondern die aus dem Einkommen resultierende individuelle Wohlfahrt und deren Verteilung. Nach der mikroökonomischen Theorie des Haushalts maximieren die Mitglieder der Gesellschaft ihren Nutzen durch die Wahl bestimmter Produktions- und Konsumarrangements bzw. durch Wahl eines bestimmten Bündels aus Freizeit und Konsum. Das beobachtete Einkommen kann unter bestimmten Annahmen als Approximation dieser individuellen Wohlfahrt verwendet werden. Dies wirft jedoch einige Probleme auf, da eine beobachtete Einkommensverteilung aus wohlfahrtsökonomischer Perspektive eigentlich nur dann analysiert werden kann, wenn auch die Präferenzen der Individuen bekannt sind. Bleiben die Präferenzen unberücksichtigt, kann folgende Situation eintreten: Eine Person mit einem beobachteten geringen Einkommen wird als arm klassifiziert, obwohl sie zufrieden ist bzw. einen hohen Nutzen aus der gegenwärtigen Situation zieht. Andererseits kann eine reiche Person als nicht arm klassifiziert werden, obwohl sie unzufrieden ist bzw. einen geringen Nutzen hat. Unter diesen Einschränkungen werden Einkommen und Wohlfahrt im Folgenden als synonyme Begriffe verwendet.

Die personelle Einkommensverteilung ist in vieler Hinsicht von gesellschaftlicher Bedeutung. Sie determiniert nicht nur die Partizipation am Wohlstand der Gesellschaft im engeren Sinn, sondern beeinflusst im weite-

ren Sinn auch die Teilhabe am politischen, kulturellen und gesellschaftlichen Leben. Wichtige Fragen betreffen das Ausmaß der Ungleichheit der Einkommen und ihre Entwicklung. Sind bestimmte Bevölkerungsgruppen besonders von Ungleichheit betroffen? Müssen sie gar als einkommensarm gelten? In welche Richtung bewegt sich die Entwicklung der Ungleichheit in einer Gesellschaft, z.B. im Zuge fortschreitender Globalisierung? Wie lässt sich überhaupt Ungleichheit zu verschiedenen Zeitpunkten vergleichen? Ein anderes Gebiet der Ungleichheitsforschung ist der internationale Vergleich. Wie lassen sich Wohlfahrtsniveau und Wohlfahrtsverteilung zwischen verschiedenen Ländern mit ganz unterschiedlichen gesellschaftlichen Strukturen vergleichen?

Neben der wohlfahrtsökonomischen Ungleichheits- und Armutsforschung existieren weitere Ansätze, die insbesondere in den Sozialwissenschaften aber auch in der ökonomischen Forschung verwendet werden. Grundsätzlich werden in der Literatur zwei nicht-wohlfahrtsökonomisch orientierte Ansätze unterschieden, die an dieser Stelle nur ganz knapp skizziert werden sollen: Der Grundbedürfnisse-Ansatz und der Befähigungs- oder Verwirklichungschancen-Ansatz (*Capability Approach*). Der erste Ansatz betont die Notwendigkeit der Erfüllung bestimmter Grundbedürfnisse wie Ernährung und Wohnraum, aber auch ein Minimum an gesellschaftlicher Teilhabe. Diese Idee findet sich auch in dem von dem Ökonomen Sen (1997) skizzierten *Functionings*-Konzept, nach dem sich individuelle Wohlfahrt nicht aus der Menge der zur Verfügung stehenden Güter und schon gar nicht aus einer eindimensionalen Größe wie Einkommen oder Konsum, ableiten lässt, sondern nur daraus, was die Individuen mittels dieser Güter tun oder sein können, welche Möglichkeiten ihnen diese Güter eröffnen. Auch der Befä-

higungsansatz baut auf diesem Konzept auf: *Capabilities* messen die Möglichkeiten, mit denen Individuen mittels der ihnen zur Verfügung stehenden *Functionings* ihre eigenen Ziele verwirklichen können. Die Lebensqualität und das Wohlergehen von Individuen lassen sich also durch die ihnen zur Verfügung stehenden *Functionings* und *Capabilities* beschreiben. Beide Ansätze messen Lebensqualität und den Mangel an Lebensqualität, also Armut, mehrdimensional. Damit gerät die empirische Umsetzung der Konzepte zu einem sehr aufwändigen und komplexen Verfahren. Dieses Buch beschränkt sich auf wohlfahrtsökonomisch basierte, also eindimensionale, Ansätze zur Messung der individuellen Wohlfahrt und deren Verteilung.

1.1 Die funktionelle Einkommensverteilung

Theorie und Empirie der Einkommensverteilung unterscheiden die funktionelle und die personelle Einkommensverteilung. Die funktionelle Einkommensverteilung beschreibt die Aufteilung der in einer Volkswirtschaft insgesamt erwirtschafteten Einkommen auf die am Produktionsprozess beteiligten Produktionsfaktoren. Die theoretische Grundlage ist die Grenzproduktivitätstheorie, der zufolge zur Produktion von Gütern Produktionsfaktoren kombiniert und entsprechend ihrer Grenzproduktivität entlohnt werden. Im Allgemeinen werden die Produktionsfaktoren Arbeit und Kapital unterschieden. Empirische Grundlage der funktionellen Einkommensverteilung ist die Volkswirtschaftliche Gesamtrechnung (VGR), deren Regeln im Europäischen System Volkswirtschaftlicher Gesamtrechnung (ESVG95) festgelegt sind. Die VGR soll als Teil der amtlichen Statistik das gesamte wirtschaftliche Geschehen einer Volkswirtschaft in einer festgelegten Periode darstellen. Daten der VGR werden für Wachstumsprognosen und Politikge-

staltung, wie z.B. Tarifverhandlungen verwendet. Unberücksichtigt bleiben dabei allerdings alle Produktionsleistungen und deren Entlohnung, die nicht marktlich, sondern z.B. ehrenamtlich oder innerfamiliär ablaufen, ebenso Schwarzarbeit. Auch positive und negative Externalitäten der Produktion einer Volkswirtschaft in einer Periode bleiben dabei (bisher) unberücksichtigt.

Die VGR stellt das gesamtwirtschaftliche Geschehen von verschiedenen Perspektiven aus dar. Die Entstehungsrechnung geht von der Produktion aller in einer Volkswirtschaft in einer Periode produzierten Güter und Dienstleistungen aus. Die Verteilung der daraus resultierenden Einkommen wird in der Verteilungsrechnung analysiert. Die Verwendung der Einkommen für Konsum und Investition wird in der Verwendungsrechnung beschrieben.

Die Entstehung des Volkseinkommens ist in den Übersichten 1.1 und 1.2 skizziert.

Übersicht 1.1: Güterentstehung nach der VGR (im Jahr 2011 in Mrd. EUR)

Bruttoproduktionswert (BPW)	5005,90
- Vorleistungen (V) (einschl. unterstellter Bankgebühr)	2710,40
= Bruttowertschöpfung (BWS)	2295,50
+ nicht abziehbare Umsatzsteuer (Nettogütersteuern)	275,30
= Bruttoinlandsprodukt zu Marktpreisen (BIP_M) (Inlandsprodukt)	2570,80
+ Saldo des Erwerbs- und Vermögenseinkommens zwischen Inländern und der übrigen Welt (S_{ia}) (+ Auslandseinkommen von Inländern: 208,10 - Inlandseinkommen von Ausländern: 158,40)	49,60
= Bruttosozialprodukt zu Marktpreisen (BSP_M) (Inländerprodukt, Bruttonationaleinkommen)	2620,40

Quelle: Statistisches Bundesamt (2012); eigene Darstellung.

Dabei wird vom Wert aller produzierten Güter und Dienstleistungen, dem Bruttoproduktionswert ausgegangen. Dieser Wert wird zu Herstellungskosten angegeben, weil auch nicht verkaufte Güter und Dienstleistungen berücksichtigt werden. Indem Vorleistungen abgezogen und Mehrwertsteuer aufgeschlagen werden, wird das Bruttoinlandsprodukt (BIP) ermittelt, die wichtigste Kennziffer zur Messung der Wirtschaftsleistung einer Volkswirtschaft, ausgedrückt in Marktpreisen. Das BIP enthält also die Faktorkosten, die im Inland anfallen. Das müssen nicht unbedingt die Einkommen derjenigen sein, die im Inland leben. Um die zu errechnen, wird der Saldo der Erwerbs- und Vermögenseinkommen zwischen Inländern und der übrigen Welt addiert. Das Bruttonationaleinkommen zeigt also die Wirtschaftsleistung der Inländer an und enthält die Faktorkosten, die als Faktoreinkommen auf die Inländer verteilt sind.

Übersicht 1.2: Volkseinkommen nach VGR (im Jahr 2011 in Mrd. EUR)

	Bruttosozialprodukt zu Marktpreisen (BSP_M)	
	(Inländerprodukt)	2620,40
-	Abschreibungen (D)	383,70
=	Nettosozialprodukt zu Marktpreisen (NSP_M)	
	(Primäreinkommen)	2236,70
-	Indirekte Steuern (T_{ind})	
	(Produktions- und Importabgaben)	292,30
+	Subventionen (Z_{ij})	26,20
=	Nettosozialprodukt zu Faktorkosten (NSP_F)	
=	Volkseinkommen (Y)	1970,60
=	Einkommen aus Unternehmertätigkeit und Vermögen (G)	651,90
	+ Einkommen aus unselbständiger Arbeit (L)	1318,70
	Lohnquote (λ)	66.90 %

Quelle: Statistisches Bundesamt (2012); eigene Darstellung.

Das Bruttonationaleinkommen enthält aber noch mehr als nur die Faktoreinkommen, so dass, um zur funktionellen Einkommensverteilung zu kommen, noch weitere Schritte nötig sind. Jener Teil des Sachkapitals, der im Produktionsprozess abgenutzt wird, muss als Abschreibung vom Bruttosozialprodukt abgezogen werden. Außerdem werden die Leistungen an und durch den Staat verrechnet: Die indirekten Steuern werden abgezogen und der Wert der Subventionen wird addiert. So wird der Wert des Volkseinkommens, der Summe der Faktoreinkommen, ermittelt.

Die funktionelle Einkommensverteilung berücksichtigt im Allgemeinen zwei Produktionsfaktoren: Arbeit und Kapital. Die Einkommen dieser beiden Produktionsfaktoren sind genauer definiert als

Bruttoeinkommen aus unselbständiger Arbeit (L): Summe aus Bruttolöhnen und -gehältern, Arbeitgeberbeiträgen zur Sozialversicherung und zusätzlichen Sozialaufwendungen der Unternehmen (für Krankheit, Altersvorsorge u.ä.). In der amtlichen Statistik wird diese Größe Arbeitnehmerentgelt genannt. Nicht dazu zählen: Trennungentschädigungen, Reise- und Umzugskostenerstattungen, Aufwendungen für Kantinen, Kindertagesstätten u.a. Dieser Einkommensbegriff ist nicht zu verwechseln mit dem Arbeitnehmereinkommen, das nicht die Arbeitgeberbeiträge zur Sozialversicherung enthält. Im Jahr 2011 betrug L 1.318,7 Mrd. EUR. Davon entfielen rund 18,5% oder 243,6 Mrd. EUR auf die Arbeitgeberanteile für die Sozialversicherung. Das Arbeitnehmereinkommen betrug damit 1.075 Mrd. EUR. Tabelle 1.1 zeigt die Zusammensetzung des Bruttoeinkommens aus unselbständiger Arbeit, des Arbeitnehmerentgelts.

Tabelle 1.1: Komponenten des Arbeitnehmerentgelts

Jahr	Arbeitnehmer- entgelt	Sozialbeiträge der Arbeitgeber	Bruttolöhne und -gehälter	Abzüge der Arbeitnehmer	Nettolöhne und -gehälter	Nachrichtlich: Bruttolöhne und - gehälter monatlich je Arbeitnehmer, in EUR
2001	1131,9	218,6	902,0	312,0	590,0	2134
2002	1138,8	220,2	908,4	317,0	591,5	2163
2003	1141,6	223,8	908,3	319,3	589,0	2190
2004	1145,4	222,7	914,6	311,2	603,3	2204
2005	1137,6	217,8	912,1	309,7	602,4	2210
2006	1156,1	223,0	926,6	321,5	605,0	2231
2007	1187,1	223,4	957,6	334,8	622,8	2266
2008	1229,8	227,5	1002,3	338,3	664,0	2327
2009	1231,5	231,4	1000,1	338,6	661,5	2319
2010	1262,9	236,2	1026,7	338,2	688,5	2368
2011	1318,7	243,6	1075,0	361,3	713,7	2447

Quelle: Statistisches Bundesamt (2006, 2008, 2011, 2012); eigene Darstellung.

Bruttoeinkommen aus Unternehmertätigkeit und Vermögen (G): Einkommen der privaten und öffentlichen Haushalte, der Unternehmen und des Auslandes in Form von Zinsen, Dividenden und anderen Ausschüttungen der Unternehmen mit eigener Rechtspersönlichkeit, nicht ausgeschüttete Gewinne dieser Unternehmen sowie Gewinne der Unternehmen ohne eigene Rechtspersönlichkeit. Dazu zählen auch: Einkommen aus Vermietung und Verpachtung (Eigentümer von Häusern und Grundstücken sind Unternehmer im Wirtschaftsbereich "Wohnungsvermietung") und die Einkommen aller Selbständigen.

Die Größen L und G sind also sehr heterogen zusammengesetzt. L enthält das Gehalt des angestellten Vorstandsvorsitzenden einer AG von 1 Mill. EUR im Jahr. G enthält das Einkommen des selbständigen Würstchenverkäufers mit 10.000 EUR im Jahr.

Das Volkseinkommen setzt sich also wie folgt zusammen:

$$(1.1) \quad NSP_F = Y = L + G$$

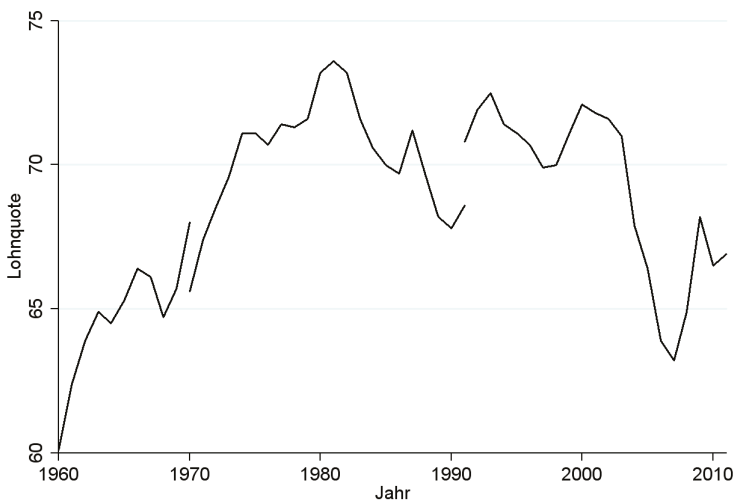
Die funktionelle Einkommensverteilung lässt sich in Form der Lohnquote λ zusammenfassen:

$$(1.2) \quad \lambda = \frac{L}{Y}$$

Die Lohnquote ist zentraler Gegenstand makroökonomischer Verteilungstheorien. Dabei geht es um Fragen der Stabilität der Lohnquote im Gleichgewicht oder um die Entwicklung der Lohnquote bei technischem Fortschritt. Die meisten makroökonomischen Ansätze basieren auf der neoklassischen Grenzproduktivitätstheorie. Post-Keynesianische Ansätze basieren

oft auf kreislauftheoretischen Betrachtungen. Die Lohnquote war – und ist auch heute noch – Gegenstand verteilungspolitischer Diskussionen zwischen Gewerkschaften und Arbeitgebern. Einige kontrovers diskutierte Fragen wurden von der Wissenschaft aufgegriffen: Kann die Lohnquote durch staatliche Lohnpolitik oder gewerkschaftliche Einflüsse langfristig beeinflusst werden, oder wirken Marktkräfte auf das Gleichgewicht ohne diese Einflüsse hin? Die Entwicklung der Lohnquote seit 1960 zeigt Abbildung 1.1.

Abbildung 1.1: Entwicklung der Lohnquote in Deutschland seit 1960



Anmerkung: Die Ergebnisse bis zur ersten Angabe für 1970, von der zweiten Angabe 1970 bis 1991 sowie die Angaben für Deutschland ab 1991 sind wegen konzeptioneller und definitorischer Unterschiede nicht voll vergleichbar.

Quelle: Statistisches Bundesamt (2012); eigene Darstellung.

Tabelle 1.2: Verteilung des Volkseinkommens

Jahr	Volkseinkommen		Bruttoeinkommen aus unselbständiger Arbeit			Unternehmens- - und Vermögenssein- -kommen in Mrd. EUR
	in Mrd. EUR	in EUR je Einwohner	in Mrd. EUR	in % vom Volksein- kommen	monatlich je Arbeitnehmer	
2001	1577,1	19153	1131,9	71,8	2651	445,2
2002	1591,4	19293	1138,8	71,6	2688	452,6
2003	1608,5	19492	1141,6	71,0	2727	466,9
2004	1686,8	20446	1145,4	67,9	2741	541,4
2005	1713,7	20781	1137,6	66,4	2738	576,1
2006	1808,7	21960	1156,1	63,9	2767	652,6
2007	1877,3	22821	1187,1	63,2	2788	690,2
2008	1894,21	23066	1229,8	64,9	2842	664,4
2009	1806,2	22060	1231,5	68,2	2848	574,7
2010	1897,8	23213	1262,9	66,5	2911	635,0
2011	1970,6	24096	1318,7	66,9	.	651,9

Quelle: Statistisches Bundesamt (2006, 2008, 2011, 2012); eigene Darstellung.

In den Jahren seit 1990 weist die Lohnquote eine gewisse Konstanz bei etwa 72% auf, seit 2003 sinkt sie. Anders ausgedrückt, werden Kapitaleinkommen bedeutsamer. Der Anstieg der Lohnquote seit 2008 ist damit zu erklären, dass die Kapitaleinkommen aufgrund der Finanzkrise gesunken sind. Das zeigt auch Tabelle 1.2.

Daraus kann aber nicht der Schluss gezogen werden, dass abhängig Beschäftigte weniger Einkommen zur Verfügung haben, denn auch abhängig Beschäftigte verfügen über Kapitaleinkommen, z.B. aus Aktien und festverzinslichen Wertpapieren oder aus einer Lebensversicherung. Dieses Phänomen wird als Querverteilung bezeichnet und macht deutlich, dass die funktionelle Verteilung nur bedingt geeignet ist, um die Verteilung der personellen Einkommen in einer Gesellschaft zu beschreiben.

1.2 Die personelle Einkommensverteilung

Ein erster Schritt hin zur personellen Einkommensverteilung ist die Analyse der verfügbaren Einkommen der privaten Haushalte nach der Systematik der VGR. Ausgangspunkt sind die Markt- oder Faktoreinkommen der privaten Haushalte. Die englischsprachige Literatur bezeichnet dies als *Pre Government*-Einkommen. Das Faktoreinkommen (Primäreinkommen) der privaten Haushalte ist gleich den Lohneinkommen und den an die Haushalte ausgeschütteten Unternehmensgewinnen und den Vermögenseinkommen:

$$(1.3) \quad Y_H = L + G_H$$

Der Staat erhebt von den privaten Haushalten direkte Steuern T_H^{dir} und zahlt Transfers Z_H . Als Ergebnis erhält man das verfügbare Einkommen der privaten Haushalte (Sekundäreinkommen oder *Post Government*-Einkommen):

$$(1.4) \quad Y_H^v = L + G_H - T_H^{dir} + Z_H$$

Übersicht 1.3 zeigt die Komponenten des verfügbaren Einkommens nach der VGR für das Jahr 2011. Der Übergang von Y_H auf Y_H^v spiegelt den Umverteilungsprozess der Einkommen durch den Staat in der VGR wider. Was hier sehr einfach aussieht, ist jedoch ein sehr komplexer Prozess, der mindestens zwei Dimensionen der Umverteilung enthält: Einerseits die interpersonelle Umverteilung, die die durch den Staat bewirkte Umverteilung von Einkommen von einem Haushalt zu einem anderen in der gleichen Periode bezeichnet und andererseits die intertemporale Umverteilung, die einen Verteilungsvorgang über die Zeit hinweg bedeutet; dabei werden in den einzelnen Lebensphasen Abgaben an den Staat geleistet und Ansprüche aufgebaut, aufgrund deren dann später Sozialleistungen erfolgen. Beide Formen der Umverteilung sind im Rahmen der VGR kaum zu trennen, solange sie über den Staat „abgewickelt“ werden.

Übersicht 1.3: Das verfügbare Einkommen der privaten Haushalte nach der VGR (Angaben für 2011 in Mrd. EUR)

Einkommen aus Unternehmertätigkeit und Vermögen der privaten Haushalte (G_H)		580,3
+ Einkommen aus unselbständiger Arbeit (L)		1318,7
Faktoreinkommen (Primäreinkommen) der privaten Haushalte (Y_H)		1899,1
-	direkte Steuern und Sozialversicherungsbeiträge (T_H^{dir}) darunter:	
	Einkommen- und Vermögenssteuern:	226,1
	Sozialversicherungsbeiträge der Arbeitgeber und Arbeitnehmer:	491,0
		746,3
+	Transferzahlungen an private Haushalte (Z_H)	472,2
=	Verfügbares Einkommen der privaten Haushalte (Y_H^v)	1625,0

Quelle: Statistisches Bundesamt (2012); eigene Darstellung.

Die Transferzahlungen des Staates an die privaten Haushalte sind in Übersicht 1.4 detaillierter dargestellt. Damit wird auch deutlich, warum Umverteilung ein komplexer Sachverhalt ist. Beispielsweise kann die Sozialhilfe als interpersonelle Umverteilung im engeren Sinn verstanden werden. Finanziert aus Einnahmen des progressiven Einkommensteuersystems – bei dem „Reiche“ relativ höhere Steuerzahlungen leisten als „Arme“, wird die Mindestsicherung (Sozialhilfe, Arbeitslosengeld II, bedarfsorientierte Grundsicherung im Alter und bei Erwerbsminderung) an Haushalte und Personen geleistet, die zuvor durch eine Bedürftigkeitsprüfung nachweisen müssen, dass ihr Einkommen ein bestimmtes, soziokulturelles Existenzminimum nicht übersteigt. Dagegen sind Rentenzahlungen aus der Gesetzlichen Rentenversicherung (GRV) nur bedingt bzw. fast gar nicht als interpersonelle Umverteilung zu werten, da den heutigen Leistungen frühere Beiträge gegenüberstehen.

Übersicht 1.4: Komponenten des verfügbaren Einkommens der privaten Haushalte

Bruttoeinkommen aus selbständiger Tätigkeit (G_H)	}	$(Y - G_U)$
+ Bruttoeinkommen aus unselbständiger Tätigkeit (L)		
- Direkte Steuern	}	(T^{dir}_H)
- Sozialversicherungsbeiträge		
+ Altersrenten (GRV, Beamtenversorgung)	}	(Z_H)
+ Arbeitslosengeld I, Arbeitslosengeld II		
+ Grundsicherung im Alter und bei Erwerbsminderung,		
+ Kindergeld		
+ Andere staatliche Transfers		
Verfügbares Einkommen		(Y^v_H)

Ist die Beziehung zwischen Beiträgen und Leistungen mehr oder weniger äquivalent, dann handelt es sich um eine intertemporale Umverteilung. In der VGR werden aber die Leistungen aus der Gesetzlichen Rentenversicherung (GRV) mit anderen Transferzahlungen an private Haushalte zusammengefasst, weil die GRV staatliche organisiert ist.

Ein großer Teil der Bevölkerung lebt nicht überwiegend von Markteinkommen - also Arbeits- oder Kapitaleinkommen (vgl. Tab.1.3). Bedeutsam für die Finanzierung des überwiegenden Lebensunterhalts dieser Personengruppe sind staatliche Transferzahlungen sowie die Unterstützung durch Angehörige. Das betrifft im Wesentlichen nicht erwerbstätige Partner und Kinder. An der Größe dieser Gruppe zeigt sich die Bedeutung der intrafamilialen Einkommensverteilung, die ein theoretisch wie empirisch interessantes Forschungsgebiet darstellt.

Tabelle 1.3: Deutsche Bevölkerung nach Quellen des überwiegenden Lebensunterhalts im Jahr 2011

	Erwerbs- tätigkeit	Arbeits- losen- geld ¹	Rente, Vermögen	An- gehörige	Gesamt
männlich					
in 1000	20112	2913	8872	8209	40106
in %	50,1	7,3	22,1	20,5	100
Weiblich					
in 1000	15798	2961	10156	12733	41648
in %	37,9	7,1	24,4	30,6	100
Gesamt					
in 1000	35910	5874	19028	20942	81754
in %	43,9	7,2	23,3	25,6	100

Anmerkung: ¹ Arbeitslosengeld I, II und u. a. Sozialgeld, Sozialhilfe, Elterngeld/Erziehungsgeld, Pflegeversicherung, BAföG.

Quelle: Statistisches Bundesamt (2012); eigene Darstellung.

Eine geschlossene positive Theorie zur Erklärung der personellen Einkommensverteilung existiert nicht. Vielmehr gibt eine ganze Reihe theoretischer Ansätze, die sich entweder mit einem partiellen Ausschnitt der Einkommensverteilung oder mit der Erklärung der Verteilung bestimmter Einkommensarten auseinandersetzen. Ein Beispiel ist die Humankapitaltheorie, die eine Erklärung der Arbeitseinkommen liefert. Theoretische Ansätze zur Erklärung der Einkommensverteilung sind nicht Gegenstand dieses Buches. Im Mittelpunkt steht vielmehr die Bewertung der Einkommensverteilung durch die Gesellschaft.

1.3 Zusammenfassung

Mit der personellen und der funktionellen Verteilung werden die Einkommen einer Volkswirtschaft aus unterschiedlichen Perspektiven betrachtet. Die funktionelle Einkommensverteilung analysiert die Einkommen der Produktionsfaktoren, die personelle Verteilung ist an den Einkommen der Personen in einer Volkswirtschaft interessiert. Die Einkommen der Produktionsfaktoren sind aber Teil der Einkommen der Personen, die Arbeit anbieten und entlohnt bekommen, und derjenigen, die ihr Kapital dem Produktionsprozess zur Verfügung stellen. Deswegen gibt es Zusammenhänge zwischen personeller und funktioneller Einkommensverteilung. Übersicht 1.8 zeigt einige der bisher diskutierten Verteilungsbegriffe noch einmal in einer Zusammenfassung.

In den Zeilen sind die Analyseeinheiten der personellen Einkommensverteilung abgetragen. Die Personen sind entsprechend ihrer Stellung im Erwerbsprozess klassifiziert. Die Spalten unterscheiden zwischen den Produktionsfaktoren Kapital und Arbeit, entsprechend der funktionellen Einkommensverteilung, und den Leistungen durch und an den Staat. Denn die verfügbaren Einkommen der Personen werden nicht nur durch die Markt- sondern auch stark durch die staatlich organisierte Umverteilung bestimmt.

Die zusammenfassende Darstellung in Übersicht 1.8 kommt nicht ohne Vereinfachungen aus. Die Komplexität der Umverteilung kann in dieser vereinfachenden Übersicht nicht dargestellt werden. So ist die Klassifizierung der einzelnen Transferleistungen als interpersonell oder intertemporal

nicht ganz eindeutig: Transfers an Arbeitslose sind zu einem gewissen Anteil auch ein intertemporaler Transfer. Schließlich kann die Finanzierung der Transferzahlungen auch aus indirekten Steuern erfolgen, da sie ebenfalls zum Steueraufkommen beitragen. Außerdem können die Einkommensquellen der Personen vielfältiger sein als in der Übersicht dargestellt: Nichterwerbspersonen, wie z.B. Kinder, können Kapitaleinkünfte beziehen, die dann auch prinzipiell versteuert werden müssen. Selbständige können, damit ihr Einkommen das Existenzminimum erreicht, zusätzlich Transferleistungen empfangen. Die einzelnen Komponenten der verfügbaren Einkünfte der Haushalte werden detailliert im folgenden Kapitel betrachtet.

Übersicht 1.8: Einige Zusammenhänge zwischen funktioneller und personeller Einkommensverteilung

Funktionelle Verteilung <i>Volkseinkommen (Primärverteilung)</i>		Umverteilung		
<i>Verfügbare Einkommen der Haushalte (Sekundärverteilung)</i>				
Faktoren → Haushalte/Personen ↓	<i>Arbeit, L</i>	<i>Kapital, G_H</i>	<i>Direkte Steuern, T_H^{dir}</i>	<i>Transfers, Z_H</i>
<i>Abhängig Beschäftigte</i>	Bruttoerwerb s-einkommen	Kapitalein- kommen (Zinsen, Dividenden)	Sozialversicherungs- beiträge / Einkommensteuern	
<i>Selbständige</i>		Kapitalein- kommen	Einkommensteuern	
<i>Arbeitslose</i>			Arbeitslosengeld I + II	
<i>Sonstige Nichterwerbs personen</i>			Sozialhilfe, Wohngeld, Grundsicherung	
<i>Schüler, Studenten</i>			BaFöG	
<i>Rentner, Pensionäre</i>		Kapital- einkommen	Einkommensteuern/ Sozialversicherungs- beiträge	Rente aus GRV, Pensionen
Personelle Verteilung				
Marktverteilung				
			Umverteilung	
			Interpersonell	
			Intertemporal	

2. Einkommen: Konzepte und Erhebung

Die Analyse der personellen Einkommensverteilung ist zugleich eine Analyse der Wohlfahrtsverteilung. Einkommen, über die Personen verfügen können, werden als Indikator für deren Wohlfahrt interpretiert. In diesem Kapitel werden die wohlfahrtsrelevanten Einkommensbegriffe herausgearbeitet und ein idealtypisches Einkommenskonzept vorgestellt. Fragen der empirischen Erhebung von Einkommen werden am Beispiel des Sozio-ökonomischen Panels (SOEP) diskutiert. Zuvor sind jedoch einige methodische Fragen zu klären.

2.1 Methodische Überlegungen

Die personelle Einkommensverteilung ist die Verteilung der Einkommen aller Personen einer Gesellschaft. Aber nicht alle Personen erzielen eigenes Einkommen. Anstelle von Einkommen könnten auch Konsum oder Vermögen als Indikatoren der Wohlfahrt verwendet werden. Wie stehen diese Konzepte zueinander? Und wenn schließlich Einkommen als Indikator für die Wohlfahrt dienen sollen, so bleibt noch die Frage, ob Monats- oder Jahres- oder permanentes Einkommen dazu verwendet werden sollten.

2.1.1 *Personen und Haushalte*

Personen und ihre Einkommen können nicht unabhängig von dem Haushaltszusammenhang, in dem sie leben betrachtet werden. Für die Ermittlung

der Einkommen von Personen ist der Haushaltszusammenhang von zentraler Bedeutung, da Ressourcen und Einkommen im Rahmen des gemeinsamen Lebens und Arbeitens erwirtschaftet werden.

Als Haushalt wird eine Gemeinschaft von Personen bezeichnet, die in einer Wohnung oder einem Haus zusammen leben und wirtschaften. Dabei muss es sich nicht um Familien im engeren Sprachgebrauch – also Blutsverwandte – handeln. Familien – im Sinne einer Verwandtschaft oder eines Netzwerkes – sind nicht unbedingt identisch mit dem Begriff des Haushalts. Neben einer Familie können in den Haushalten auch Nicht-Familienmitglieder wohnen. Dabei erscheint es sinnvoll, die Nicht-Familienmitglieder zum Haushalt zu rechnen, da sowohl diese als auch die Familie z.B. von den Vorteilen des gemeinsamen Wohnens und Wirtschaftens profitieren. Andererseits kann eine Familie durch den statistischen Begriff des Haushaltes nur sehr unvollständig beschrieben sein, wenn zum engeren Kreis der Familie zählende Personen zum Zeitpunkt einer Erhebung in einem anderen Haushalt leben (z.B. Kinder in der Ausbildung).

Das Einkommen eines Haushalts ist das Ergebnis gemeinsamer Entscheidungen der Haushaltsmitglieder über die Allokation der Zeit auf verschiedene Tätigkeiten, die jeweils spezifische Aspekte von Wohlfahrt produzieren: Zeit für Bildung, Zeit für Erwerbstätigkeit, Zeit für Kindererziehung, Zeit für Haushaltsproduktion, Insbesondere im Hinblick auf Haushalte, in denen mehrere Personen gemeinsam leben, dürfte der Aspekt der Zeitallokation von besonderer Bedeutung sein, da es im Wesen vieler privater Haushalte liegt, dass die Produktion von Wohlfahrt zu einem nicht geringen Teil durch Aktivitäten außerhalb des Marktes stattfindet. Die Haushaltsmitglieder erzeugen also in Abhängigkeit des Haushaltszusammenhangs durch

unterschiedliche Tätigkeiten Wohlfahrt, nicht nur indem sie Einkommen erwirtschaften. Idealerweise wird die gesamte Wohlfahrt, die ein Haushalt auf diese Weise erzeugt, unter alle Mitglieder des Haushalts aufgeteilt.

Von dieser Vorstellung gehen auch die meisten Transfer- und Besteuerungssysteme aus und legen deswegen den Haushaltszusammenhang bei der Bemessung der Leistungen bzw. Lasten zu Grunde. Beispielsweise werden zur Ermittlung von Leistungen der Mindestsicherung (Arbeitslosengeld II, Sozialhilfe) die Einkommensverhältnisse der Bedarfsgemeinschaft, die weitestgehend dem Haushalt entspricht, zugrunde gelegt. Viele der staatlichen Eingriffe, die dazu dienen, die Einkommenssituation von Personen in gegebenen Haushaltszusammenhängen zu regulieren, verändern darüber hinaus auch die Anreizstruktur der Personen und damit deren Entscheidungen über die Allokation ihrer Zeit auf z.B. Erwerbsarbeit und Haushaltsproduktion. Ein Beispiel dafür ist das Ehegattensplitting, also die Möglichkeit der gemeinsamen Veranlagung zur Einkommensteuer, das Anreize dafür setzt, dass sich ein Partner eher auf Erwerbstätigkeit und der andere auf Haushaltstätigkeiten konzentriert. Ein weiteres Beispiel ist das Betreuungsgeld. Beide Instrumente führen nicht nur zu einer Verbesserung der finanziellen Lage der Familien, sondern auch zu einer veränderten Allokation der Zeit für Erwerbstätigkeit, Haushaltsproduktion und Kindererziehung innerhalb der Familie und zwischen den Partnern.

Der Haushaltszusammenhang beeinflusst aber nicht nur die Entstehung des Einkommens und die Bemessung von Steuern und Transfers, sondern auch die Wohlfahrtswirkung eines gegebenen Einkommens. Mit zunehmender Anzahl der Haushaltsmitglieder kann der Haushalt Skalenerträge realisieren: Beim Konsum von Gütern, die ohne Konkurrenz von allen Haushalts-

mitgliedern gleichermaßen genutzt werden können, können Skalenerträge realisiert werden. Ein Vier-Personen-Haushalt benötigt z.B. nicht mehr Wärme im Wohnzimmer und auch keine teurere Waschmaschine als ein Drei-Personen-Haushalt. Selbst bei solchen Gütern, die einem Haushaltsmitglied nur dann zur Verfügung stehen, wenn sie nicht bereits von einem anderen Haushaltsmitglied konsumiert wurden, können mitunter Skalenerträge realisiert werden, wenn der durchschnittliche Preis für eine Einheit dieses Gutes um so niedriger ist, je größer die nachgefragte Menge des Gutes ist. Wenn also die Familienpackung Müsli tatsächlich relativ günstiger ist, als eine kleinere Menge. Eine allein lebende Person kann deshalb bei gleichem Einkommen möglicherweise ein geringeres Wohlfahrtsniveau realisieren als eine Person, die in einem Vier-Personen-Haushalt lebt. Die Arbeitsteilung innerhalb der Haushalte spielt dabei ebenfalls eine Rolle (wenn sie zu größerer Effizienz führt).

Ganz klar wird die Bedeutung des Haushaltszusammenhangs, wenn das Einkommen von Personen ermittelt werden soll, die kein eigenes Erwerbs- oder Kapitaleinkommen erzielen. In aller Regel kommt das Einkommen, das ein Haushaltsmitglied erzielt, z.B. Kindern oder nicht erwerbstätigen Partnern ebenfalls zugute, sodass deren Einkommen nur aus dem Haushaltszusammenhang, durch die innerfamiliäre Einkommensverteilung, erklärt werden kann.

2.1.2 *Einkommen und Vermögen*

Einkommen beschreibt die Möglichkeiten, über Güter und Dienstleistungen verfügen zu können, und ist damit ein Indikator für die ökonomische Wohlfahrt eines Haushalts, einer Familie oder einer einzelnen Person. Alternativ

kann ökonomische Wohlfahrt auch durch den realisierten Konsum gemessen werden. Einkommen ist aber insofern ein weitergehender Begriff, da dieses nicht nur konsumiert, sondern auch gespart werden kann, damit das Vermögen erhöht und so die Konsummöglichkeiten späterer Perioden erweitert. Einkommen – insbesondere Geldeinkommen – sind allerdings nur eine Ressource für Wohlfahrt. Auch Nicht-Geldeinkommen können einen wesentlichen Beitrag zur Wohlfahrt von Haushalten darstellen. Man denke etwa an den Wert der im Haushalt zum Zwecke des Konsums erbrachten Leistungen, die alternativ auch über den Markt bezogen werden können. Ferner werden bestimmte Leistungen aus Sozialversicherungssystemen in Form von Nicht-Geldleistungen abgegeben, in Deutschland z.B. die Leistungen der Gesetzlichen Krankenversicherung.

Die Erfassung und monetäre Bewertung von Nicht-Geldeinkommen zählt zu den schwierigsten und immer noch weitgehend ungeklärten Problemen der empirischen Wohlfahrtsforschung. Geld- und Nicht-Geldeinkommen unterscheiden sich aber nicht nur in der Schwierigkeit, sie empirisch zu erfassen, auch aus wohlfahrtsökonomischer Sicht ist ein zentraler Unterschied zu konstatieren. Wenn Haushalte Einkommen in Form von Geld beziehen, dann können sie nicht nur darüber entscheiden, ob und welche Teile sie davon sparen und welche sie konsumieren wollen. Sie können auch darüber entscheiden, welche Güter sie konsumieren möchten. Beides ist bei Nicht-Geldeinkommen – z.B. bei Realtransfers durch den Staat – nicht möglich.

Das Einkommen einer bestimmten Periode kann also für den Konsum von Gütern und Dienstleistungen ausgegeben oder aber gespart werden. Damit wird das Vermögen des Haushalts erhöht, also Konsummöglichkeiten in die

Zukunft verlegt. Der Möglichkeitsraum einer Person zu einem Zeitpunkt, ausgedrückt in Geldeinheiten, hängt also nicht nur vom Einkommen ab, sondern wird durch Einkommen und Vermögen gemeinsam bestimmt. Neben dem Einkommen könnte deshalb auch das Vermögen als ein Indikator für die Wohlfahrt von Haushalten und Personen genutzt werden. Allerdings wirft die empirische Analyse des Vermögens eine ganze Reihe theoretischer Fragen und praktischer Probleme auf. Ein umfassender Vermögensbegriff sollte (theoretisch) nicht nur finanzielles und Sachvermögen berücksichtigen, sondern darüber hinaus auch Humankapital und Sozialversicherungsvermögen (vgl. Übersicht 2.1). Besonders die beiden letzten Komponenten sind empirisch nur schwer zu messen. Die sozial- und wirtschaftswissenschaftliche Forschung beschränkt sich deshalb in aller Regel auf das Einkommen. Gleichwohl führt eine grundsätzliche Diskussion der Entstehung von Vermögen aus Einkommen und der Entstehung von Einkommen aus Vermögen zu einigen interessanten Einsichten.

Übersicht 2.1: Bestandteile des Vermögens

	Sachvermögen (z.B. Immobilien, Automobile)
+	Geldvermögen (z.B. Aktien, Anleihen, Sparguthaben, Lebensversicherungen)
+	Humankapital (Schul- und Berufsausbildung, Fähigkeiten)
+	Sozialversicherungsvermögen (Ansprüche an die Systeme der Sozialversicherung aufgrund von Beitragszahlungen)
=	Gesamtvermögen

Das Vermögen selbst ist eine entscheidende Ressource für die Entstehung von Einkommen (z.B. Zinsen oder andere Kapitalerträge). Das Einkommen, das aus den vier in Übersicht 2.1 dargestellten Vermögensbestandteilen entsteht, kann in Geld- und in Nicht-Geldeinkommen (z.B. die Nutzung von

Freizeit) unterschieden werden. Ein für die Wohlfahrtsanalyse geeigneter Einkommensbegriff wäre das *Full Income*, das Gesamteinkommen aus beiden Komponenten. Da sich die nicht-monetäre Komponente aber nur schwierig empirisch erfassen lässt, beschränken sich Einkommensanalysen zumeist auf die monetäre Komponente. Diese Einschränkung sollte bedacht werden.

Auch die Vermögenskomponenten einzelner Personen können nicht unabhängig vom Haushaltszusammenhang betrachtet werden, weil ihre Entstehung vom Haushaltskontext abhängt. Die individuelle Entscheidung, ob und in welche Vermögenskomponente investiert wird, hängt eng zusammen mit der Wahl des Partners und mit den Opportunitätskosten beider Partner. Deutlich wird dies am Humankapitalvermögen verheirateter Frauen und Männer, aber auch am Umfang des Sozialversicherungsvermögens, wie z.B. der Alterssicherung von Frauen. Den individuellen Vermögenskomponenten in Partnerschaften liegen simultane und interdependente Entscheidungen über die Zeitallokation im Haushalt zu Grunde, die von der Konstellation der Partner mit ihren spezifischen Wünschen und Fähigkeiten abhängig sind. Die entsprechenden Verhandlungsprozesse finden bei mehr oder weniger asymmetrischer Machtverteilung statt und die Ergebnisse solcher Verhandlungen wirken sich auf die Opportunitätskosten der Partner und damit also auch auf zukünftige Allokationsentscheidungen aus.

Für die Entstehung von Vermögen spielen auch Erbschaften eine Rolle, deren Bedeutung für die Entwicklung der Einkommensverteilung in den nächsten Jahren erheblich zunehmen dürfte.

2.1.3 *Analyseperiode*

Einkommen können für unterschiedliche Zeiträume analysiert werden. Welche inhaltlichen Aspekte in einem erhobenen Einkommen zum Ausdruck kommen, hängt auch davon ab, welche zeitliche Dimension gewählt wird. Die Spanne möglicher Analyseperioden reicht vom Monats- und Jahreseinkommen bis hin zum permanenten oder Lebenseinkommen.

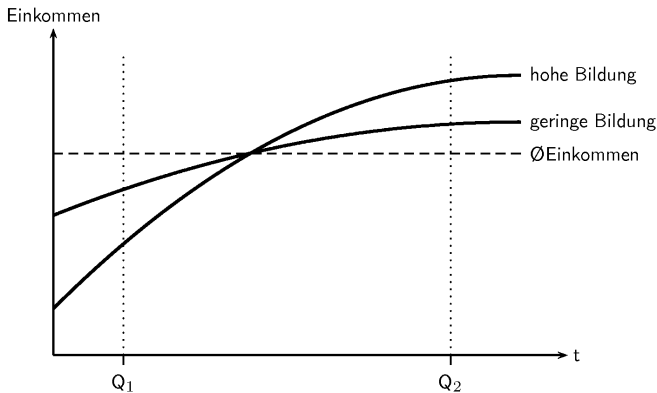
In Deutschland werden Einkommen meist als Monatseinkommen wahrgenommen, das bedeutet, dass Einkommensbezieher ihre regelmäßigen Ausgaben daran orientieren und auch ihre Wohlfahrtsposition danach beurteilen. In den USA hingegen werden Einkommen eher als Jahreseinkommen angegeben. Allerdings fallen wichtige Einkommenskomponenten auch in Deutschland jährlich an, z.B. die Einkommenssteuer, Gratifikationen und Sonderzahlungen und auch Zinsen. Auch diese Einkünfte beeinflussen das Wohlfahrtsniveau von Personen, z.B. werden sie genutzt, um langlebige Konsumgüter anzuschaffen, einen Urlaub zu bezahlen oder um zu sparen. Je länger die Analyseperiode ist, desto näher rückt das erhobene Einkommen inhaltlich an den Vermögensbegriff heran, desto besser bildet das Einkommen die Wohlfahrt im Sinne der Konsummöglichkeiten ab.

Je länger die Analyseperiode gewählt wird, desto geringer ist auch die Einkommensungleichheit. Das kann durch systematische und stochastische Einflüsse auf das Einkommen erklärt werden. Stochastische Einflüsse werden durch Ereignisse verursacht, die für eine relativ kurze Dauer die Einkommenshöhe beeinflussen und von denen kurzfristig weniger Personen betroffen sind als langfristig, z.B. Arbeitslosigkeit, familiär bedingte Erwerbsunterbrechung, Ertragsschwankungen von Geldanlagen, wenn man

davon ausgeht, dass die Wahrscheinlichkeit, z.B. von Arbeitslosigkeit betroffen zu sein, kurzfristig geringer ist als über das ganze Erwerbsleben betrachtet, dann sind also z.B. bei der Analyse von Monateinkommen nur wenige Personen von Arbeitslosigkeit betroffen. Mit zunehmender Ausdehnung der Analyseperiode steigt die Zahl der Personen mit Arbeitslosigkeitsereignis, der Einfluss dieses Ereignisses ist also gleichmäßiger verteilt.

Ein Beispiel dafür, dass Einkommensunterschiede zwischen Personen mit zunehmender Beobachtungsdauer auch systematisch geringer werden, zeigt Abbildung 2.1. Dargestellt sind die Verläufe der Erwerbseinkommen über den Lebensverlauf für ein Individuum mit geringer und für ein Individuum mit hoher Schul- und Berufsausbildung.

Abbildung 2.1: Stilisierte Erwerbseinkommensverläufe



Diese Verläufe lassen sich mit der Humankapitaltheorie (z.B. Mincer 1974) begründen. Werden im Rahmen einer Erhebung z.B. Jahres- oder Monateinkommen der beiden Erwerbstätigen im Rahmen einer Querschnittsstudie zum Zeitpunkt Q_1 erfragt, dann wird eine Ungleichheit der Einkom-

men in Höhe der Differenz zwischen dem (relativ hohen) Einkommen des gering Ausgebildeten und dem (zu diesem Zeitpunkt noch relativ geringem) Einkommen des hoch Ausgebildeten festgestellt. Werden beide Erwerbstätige zu einem späteren Zeitpunkt Q_2 befragt, dann wird eine ähnlich hohe Ungleichheit der Erwerbseinkommen festgestellt, wobei sich die „Einkommenshierarchie“ jetzt allerdings umgedreht hat. Wäre dagegen das Erwerbseinkommen über den Lebensverlauf oder den Längsschnitt Q_1 bis Q_2 Gegenstand der Einkommensanalyse, dann würde die Ungleichheit deutlich geringer; im theoretischen Idealfall gleichen sich die Lebenserwerbseinkommen der unterschiedlich Ausgebildeten sogar an. Deutlich wird an der Abbildung auch, dass auch zwischen diesen Extremen – Jahres- vs. Lebens-einkommen – jede Ausdehnung der Analyseperiode die Ungleichheit verringert.

Auch empirisch lässt sich zeigen, dass die Ungleichheit der Einkommen mit zunehmender Spannweite der Analyseperiode zurückgeht (vgl. Burkhauser et al. 1997). Eine Analyse mit Daten des SOEP und der amerikanischen Panelstudie PSID zeigt, dass die Ungleichheit der Einkommen, Gemessen mit dem Gini-Koeffizienten, zurückgeht, wenn statt des Jahreseinkommens ein Mittelwert über sechs Jahreseinkommen verwendet wird (vgl. Tabelle 2.1).

Mögliche Anhaltspunkte für die Auswahl einer geeigneten Einkommensperiode bietet die Orientierung an internationalen Standards. Smee-
ding/Weinberg (2001, S.2) kommen aufgrund theoretischer und erhebungstechnischer Kriterien zu folgendem Einkommensbegriff: „economic income is equal to consumption plus change in net worth as realized over the course of a year“. Diese Überlegungen finden auch Eingang in Bericht und

Empfehlungen der sogenannten Canberra Group. Die Canberra Group ist eine international zusammengesetzte Gruppe von Experten auf dem Gebiet der Einkommensverteilung, die in mehreren Konferenzen und Arbeitsgruppen versucht haben, einen internationalen Standard für die Erhebung und Analyse der personellen Einkommensverteilung zu entwickeln (vgl. Canberra Group 2001). Auch die meisten internationalen Organisationen (wie die UN, die OECD oder die EU-Kommission), die sich mit Fragen der personellen Einkommensverteilung beschäftigen, orientieren sich an diesem Einkommensbegriff.

Tabelle 2.1: Ungleichheit jährlicher und permanenter Einkommen

	Jährliches verfügbares Einkommen, 1987	Permanentes verfügbares Einkommen, 1983-88	Vermögen, 1988
USA (PSID)			
Gini	0,385	0,349	0,761
Median, in USD	14.481	13.508	18.148
Deutschland (SOEP)			
Gini	0,257	0,236	0,694
Median, in DM	20.154	19.411	35.000

Quelle: Burkhauser et al. (1997, 161).

2.2 Ein idealtypisches Einkommenskonzept

Einkommenskonzepte, die den bislang diskutierten Anforderungen entsprechen, sind in der ökonomischen und sozialwissenschaftlichen Literatur stetig weiterentwickelt worden. Insbesondere die zunehmende Nachfrage,

sowohl aus dem politischen als auch aus dem wissenschaftlichen Raum, nach international vergleichbaren Einkommensanalysen haben Wissenschaftler dazu veranlasst, ihr Wissen systematisch zusammenzutragen und ein theoretisch konsistentes und umfassendes Einkommenskonzept zu entwickeln (vgl. Canberra Group 2001; Smeeding/Weinberg 2001). Übersicht 2.2 zeigt die Komponenten eines weitgehend vollständigen Einkommenskonzepts, das auf den Arbeiten der Canberra Group (2001) basiert. Das Konzept wurde allerdings im Hinblick auf spezifische Umstände in Deutschland angepasst und differenziert.

Das in Übersicht 2.2 entwickelte Einkommenskonzept beschreibt das Einkommen von Personen und Haushalten umfassend und kann als Maßstab betrachtet werden, mit dem Bevölkerungsumfragen zur Erfassung und Analyse der Einkommenssituation von Haushalten und Individuen beurteilt und verglichen werden können. Möglicherweise ungewohnt an diesem Konzept ist die Tatsache, dass neben den Geldeinkommen auch eine ganze Reihe von Nicht-Geldeinkommen genannt werden. Auf einzelne davon wird im Folgenden noch näher einzugehen sein. Ziel ist die Ermittlung des verfügbaren Einkommens der Haushalte.

Markteinkommen (A): Das Bruttoeinkommen aus Marktaktivitäten wird im Folgenden auch kurz als Markteinkommen bezeichnet. Es umfasst auch einige Nicht-Geldeinkommen.

AI: Geldeinkommen aus abhängiger Beschäftigung umfassen die laufenden Lohn- und Gehaltszahlungen (von Arbeitern, Angestellten und Beamten) inklusive der Sozialversicherungsbeiträge der Beschäftigten und der Entlohnung von Überstunden. Zu berücksichtigen sind die Einkommen aller

Beschäftigungen einer Person, also auch jene aus Nebenerwerbstätigkeiten, deren Erfassung allerdings als nicht einfach einzustufen ist. Auch die gesetzlich verankerte sechswöchige Lohnfortzahlung durch den Arbeitgeber im Krankheitsfall ist hier zu berücksichtigen – wenn auch theoretische Überlegungen dagegen sprechen mögen.

A2: Zu den Einkommen aus abhängiger Beschäftigung zählen auch Sonderzahlungen wie zusätzliche Monatsgehälter, Weihnachts- und Urlaubsgeld, sowie Gratifikationen und Bonuszahlungen. Zu dieser Komponente sind auch Aktienoptionen zu zählen, die insbesondere bei Angestellten im mittleren und höheren Management einen durchaus wesentlichen Bestandteil des Einkommens darstellen können.

A3: Die vom Arbeitgeber zu leistenden Sozialversicherungsbeiträge können als Bestandteil des Bruttoarbeitseinkommens der abhängig Beschäftigten aufgefasst werden. Allerdings lässt sich darüber diskutieren, inwieweit es sich dabei um Markteinkommen oder um eine rein staatlich erzwungene Zusatzleistung handelt. Würde von heute auf morgen die Verpflichtung der Arbeitgeber zur Zahlung der hälftigen Sozialversicherungsbeiträge entfallen, würden die Löhne mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht in demselben Ausmaß fallen, da ein Teil der Beiträge durchaus produktivitätsgerechte – und damit am Markt entstandene – Einkommensbestandteile darstellen.

A4: Geldeinkommen aus selbständiger Beschäftigung sollen die Entlohnung für die Einbringung der Arbeitszeit des Selbständigen sowie eine Rendite für das eingebrachte Kapital umfassen. Davon sind allerdings Erträge aus Unternehmensanteilen abzugrenzen, die zur Kategorie Ein-

kommen aus Vermögen zählen. Fraglich ist, inwieweit Selbständige in der Lage sind dieses Einkommen anzugeben, insbesondere wenn es um Monatseinkommen geht. Das zu versteuernde Jahreseinkommen ist oft erst mit langjähriger Verzögerung bekannt. Werden die Erwerbseinkommen von Selbständigen, vergleichbar denen der abhängig Beschäftigten, als Monatseinkommen erfragt, sind also Unschärfen zu erwarten.

A5: Bei der Ermittlung von Geldeinkommen aus finanziellem Vermögen (Anleihen, Aktien, Spareinlagen, Versicherungen u.a.) bereiten insbesondere Anlagen in thesaurierenden Anlageformen Probleme, bei denen die Erträge nicht regelmäßig ausgeschüttet, sondern wieder angelegt werden. Es handelt sich dabei um Einkommen, die von den Befragten aber gar nicht oder nur schwerlich als solche eingeschätzt und bewertet werden können. Ähnliches gilt für nicht realisierte Gewinne bei Aktien. Zu beachten ist, dass Einkommen aus diesen Anlageformen auch negativ sein können (Verluste). Probleme können auch bezüglich der Einkommen aus (Kapital-)Lebensversicherungen auftreten, insbesondere, wenn diese nicht in Form regelmäßiger Rentenzahlungen anfallen, sondern bei Ablauf der Versicherung als Gesamtsumme ausgezahlt werden. Ganz allgemein dürften die Angaben zu Einkommen aus finanziellem Vermögen sehr unscharf sein. Für viele Anlageformen sind oft nur grobe Schätzungen der Befragten zu erwarten.

A6: Geldeinkommen aus Sachvermögen (Miet- und Pachteinnahmen) sind im Sinn von Nettoerträgen zu erfassen. Insbesondere Mietobjekte verursachen Kosten, die von den Mieteinnahmen abzuziehen sind.

Übersicht 2.2: Einkommenskomponenten

- A1 Geldeinkommen aus abhängiger Erwerbstätigkeit
 - + A2 Sonderzahlungen wie zusätzliche Monatsgehälter, Weihnachts- und Urlaubsgeld, Gratifikationen und Bonuszahlungen
 - + A3 Sozialversicherungsbeiträge des Arbeitgebers
 - + A4 Geldeinkommen aus selbständiger Erwerbstätigkeit
 - + A5 Geldeinkommen aus finanziellem Vermögen (Anleihen, Aktien, Spareinlagen, Versicherungen u.a.)
 - + A6 Geldeinkommen aus Sachvermögen (Miet- und Pachteinnahmen)
 - + A7 Nicht-Geldeinkommen aus Erwerbstätigkeit (z.B. Dienstwagen, Wohnung)
 - + A8 Wert selbstgenutzter Immobilien (Mietwert abzüglich Ausgaben)
-
- = A Bruttoeinkommen aus Marktaktivitäten (Markteinkommen)
 - +/- B1 Einkommen aus intra-familiären Transferzahlungen zwischen Haushalten (Unterhaltsverpflichtungen u.ä.)
 - + B2 Unterstützung durch Non-Profit-Organisationen (z.B. karitative Einrichtungen)
 - + B3 Wert der konsumorientierten Haushaltsproduktion (Nicht-Geldeinkommen)
 - + B4 Wert der im Haushalt produzierten Investition in die Ausbildung von Kindern (Nicht-Geldeinkommen)
-
- = B *Pre Government*-Einkommen
 - + C1 Geldtransfereinkommen aus staatlich organisierten Versicherungssystemen (z.B. GRV, ALV)
 - + C2 Geldtransfereinkommen aus universalen staatlichen Transfersystemen (z.B. Kindergeld)
 - + C3 Geldtransfereinkommen aus bedürftigkeitsgeprüften staatlichen Systemen (Sozialhilfe, BaFöG u.a.)

- + C4 Realtransfers (Nicht-Geldeinkommen) aus sozialen Sicherungssystemen und steuerfinanzierte Leistungen (z.B. GKV)
 - C5 Sozialversicherungsbeiträge des Arbeitnehmers
 - C6 Sozialversicherungsbeiträge des Arbeitgebers
 - C7 Steuern auf Einkommen aus Marktaktivitäten
 - C8 Steuern auf den Vermögensbestand (Geld- und Sachvermögen)
-
- = C **Post Government-Einkommen (Nettoeinkommen, verfügbares Einkommen)**
-

A7: Bei einigen Beschäftigungsverhältnissen (z.B. im mittleren und höheren Management) erhalten die Arbeitnehmer einen Teil des Erwerbseinkommens in Form von Nicht-Geldeinkommen. Dazu zählen die Bereitstellung eines Dienstwagens zur privaten Nutzung oder die Bereitstellung einer Dienstwohnung. Die Nichterfassung dieser Einkommensbestandteile führt zu einer systematischen Unterschätzung der Wohlfahrt dieser Personen. Da die wertmäßige Erfassung der Nicht-Geldeinkommensbestandteile in Bevölkerungsumfragen schwierig ist, werden diese Komponenten in vielen Analysen nicht berücksichtigt.

A8: Die Berücksichtigung des Wertes selbst genutzter Immobilien als Einkommensbestandteil ist in der Literatur nicht unumstritten. Allerdings empfiehlt die Canberra Group (2001) die Aufnahme dieser Komponente. Ein Argument dafür lässt sich aus der individuellen Entscheidung zur Bildung von Vermögen ableiten. Gesparte Einkommensbestandteile können in verschiedene Vermögenskomponenten investiert werden (vgl. Übersicht 2.1). Werden Investitionen in Anleihen, Aktien oder zu vermietende Immobilien getätigt, fließen daraus Einkommen, die erfragt werden können (vgl. die Komponenten A5 und A6). Wird hingegen in selbst genutzte Immobilien investiert, fallen zwar keine Geldeinkommen in Form von Mieterträ-

gen an, gleichwohl erhöht sich die Wohlfahrt der Haushalte durch einen Einkommensvorteil. Mieterhaushalte wendeten im Jahr 2006 in Deutschland etwas mehr als ein Viertel ihres verfügbaren Einkommens für die Miete auf (vgl. Frick und Schubert, 2008). Allerdings sollte nicht vergessen werden, dass selbstgenutztem Wohneigentum möglicherweise auch Schuldzinsen gegenübersteht, die vom Mietwert der Immobilie abzuziehen ist. Aus diesem Grund wird in einigen Studien der Wert der selbst genutzten Immobilie kalkulatorisch ermittelt; und als Einkommenskomponente berücksichtigt (*imputed rent*).

Pre Government-Einkommen (B): Das *Pre Government*-Einkommen ist das Markteinkommen, ergänzt um einige Einkommenskomponenten die weder direkt Marktaktivitäten zugerechnet werden können, noch aus staatlichen Eingriffen abzuleiten sind, bzw. die in einem Bereich zwischen Markt und Staat entstehen.

B1: Zu den intra-familiären Transferzahlungen zwischen Haushalten zählen gesetzlich geregelte Unterhaltsverpflichtungen (empfangene und geleistete) gegenüber einem geschiedenen oder getrennt lebenden Partner, aber auch die Unterstützung von anderen Familienmitgliedern außerhalb des Haushalts.

B2: Leistungen von Non-Profit-Organisationen (dazu zählen z.B. karitative Einrichtungen, aber auch nicht-staatliche Kindergärten) können den privaten Haushalten in Form von Geld- oder Nicht-Geldeinkommen zufließen.

B3: Gemeint ist der Teil der Haushaltsproduktion, der alternativ auch am Markt hätte erworben werden können. Dazu zählen selbst produzierte

Güter (zum Beispiel Eigenanbau landwirtschaftlicher Produkte oder die Produktion von Kleidungsstücken) aber auch Dienstleistungen (wie Reinigungstätigkeiten oder die Zubereitung von Speisen). Die Bewertung der im Haushalt produzierten Güter ist grundsätzlich durch Marktäquivalente möglich. Der Nettowohlfahrtszuwachs der Haushalte aus Haushaltsproduktion kann allerdings nur ermittelt werden, wenn auch die Produktionskosten berücksichtigt werden.

B4: Ganz analog könnte auch der im Haushalt produzierte Wert von Investitionen in die Ausbildung von Kindern diskutiert werden. Auch hier besteht prinzipiell die Möglichkeit, Leistungen am Markt zu erwerben (z.B. Nachhilfeunterricht, bezahlte Nachmittagsbetreuung in der Schule) oder sich selbst um die schulischen Belange der Kinder zu kümmern.

Post Government-Einkommen (C): Staatliche Aktivitäten beeinflussen die Einkommenssituation von Haushalten in vielfältiger Weise. Die Berücksichtigung der staatlichen Eingriffe führt zum Begriff des *Post Government-Einkommens*. Die Vielzahl staatlicher Eingriffe in den Prozess der Einkommensentstehung und -verteilung spiegelt sich hier in acht Komponenten wider. Damit sind aber nur die direkten Effekte berücksichtigt. Darüber hinaus verändern staatliche Eingriffe in vielfältiger Weise das Anreizsystem von Individuen und Haushalten, was Rückkopplungseffekte auf das Markteinkommen und die Haushalts-Produktion nach sich zieht. Transfereinkommen des Staates an private Haushalte lassen sich grundsätzlich drei Gruppen zuordnen: Transfereinkommen aus sozialen Versicherungssystemen, die aufgrund vorher geleisteter Beiträge zustande kommen, Transfereinkommen aus universellen Systemen, auf die ein Rechtsanspruch besteht, wenn bestimmte Merkmale zutreffen, und Transfereinkommen, die

nach einer Bedürftigkeitsprüfung gezahlt werden. Transfers des Staates an private Haushalte können auch als Nicht-Geldeinkommen geleistet werden.

C1: Geldtransfereinkommen aus den staatlichen Sozialversicherungssystemen umfassen die Renten aus der Gesetzlichen Rentenversicherung (GRV), die Pensionen der Beamten, Krankengeld der Gesetzlichen Krankenversicherung (GKV), monetäre Leistungen der Gesetzlichen Pflegeversicherung und das Arbeitslosengeld I. Transfereinkommen aus staatlichen Versicherungssystemen könnten alternativ auch den Markteinkommen zugerechnet werden, weil den ausgezahlten Leistungen eingezahlte Beiträge gegenüberstehen. Aus theoretischer Perspektive macht es keinen Unterschied, ob Beiträge zur Alterssicherung in ein gesetzliches, umlagefinanziertes System oder ein privates kapitalgedecktes Sicherungssystem (z.B. eine private Rentenversicherung) eingezahlt werden, solange eine Äquivalenz zwischen Beiträgen und Leistungen besteht. Die Zurechnung der Einkommen aus den staatlichen Versicherungssystemen zu den staatlichen Transferzahlungen verdeckt die Tatsache, dass es sich hierbei im wesentlichen um intertemporale und nicht um interpersonelle Umverteilung handelt. Allerdings beinhalten sowohl die GRV als auch die Arbeitslosenversicherung Elemente, die zu nicht unerheblicher Umverteilung führen (z.B. Ausbildungs- und Kindererziehungszeiten in der GRV). Deren exakte Bestimmung aus Umfragedaten würde allerdings erhebliche Probleme aufwerfen.

C2: Geldtransfereinkommen aus universellen staatlichen Transfersystemen setzen keine Beitragszahlung voraus und werden unabhängig vom Einkommen gezahlt. In Deutschland ist dies vor allem das Kindergeld.

C3: Geldtransfereinkommen aus staatlichen Systemen, die eine Bedürftigkeitsprüfung voraussetzen, sind vor allem die Sozialhilfe, das Arbeitslosengeld II und die Grundsicherung im Alter und bei Erwerbsminderung. Ferner Leistungen nach dem Bundesausbildungsförderungsgesetz und das Wohngeld.

C4: Realtransfers (Nicht-Geldeinkommen) aus sozialen Sicherungssystemen und steuerfinanzierte Leistungen sind insbesondere die medizinischen Leistungen, die im Rahmen der Gesetzlichen Krankenversicherung erbracht werden. Dazu zählt aber auch die kostenlose Inanspruchnahme von Bildungseinrichtungen wie Schulen und Universitäten. Zwar lässt sich der Wert solcher Leistungen rein theoretisch bestimmen, in Bevölkerungsbefragungen ist dies aber praktisch kaum möglich.

C5 und C6: Die Beiträge zur Sozialversicherung (GRV, GKV, Arbeitslosen- und Pflegeversicherung) werden in Deutschland je zur Hälfte von den Arbeitnehmern und den Arbeitgebern getragen. Üblicherweise werden bei den Abzügen vom Einkommen nur die Beiträge der Arbeitnehmer berücksichtigt. Da im Rahmen des hier diskutierten vollständigen Einkommenskonzepts die Sozialversicherungsbeiträge des Arbeitgebers Bestandteil des Marktgeldeinkommens sind, werden sie an dieser Stelle als Abgaben wieder abgezogen.

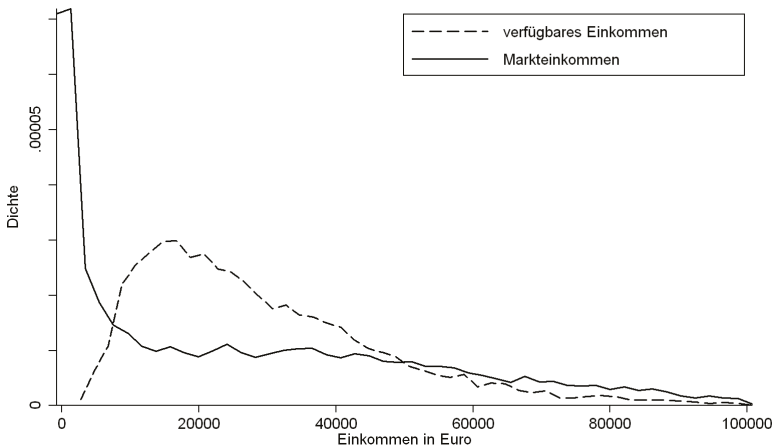
C7: Die Festsetzung der Einkommensteuer ist in Deutschland ein komplexes Verfahren und die möglichst genaue Ermittlung der Einkommenssteuerschuld von Haushalten im Rahmen von Umfragen entsprechend schwierig. Zwar sind Erwerbstätige in der Lage, die Differenz zwischen ihrem Brutto- und ihrem Nettolohn anzugeben, dabei handelt es sich jedoch

lediglich um die Lohnsteuer, die nur ein Bestandteil der Einkommenssteuer ist. Die Steuerschuld der Haushalte wird deshalb oft mit Simulationsmodellen ermittelt (vgl. als Beispiel Schwarze 1995).

C8: Steuern auf den Vermögensbestand. Hier ergeben sich ähnliche Probleme wie bei der Einkommenssteuer. Erleichternd gilt aber, dass es in Deutschland derzeit keine Vermögenssteuer gibt. Jedoch gibt es sowohl eine Grundsteuer als auch eine Grunderwerbssteuer, die im Prinzip zu erfassen wären.

In Abbildung 2.2 sind die Verteilungen der verfügbaren Einkommen und der Markteinkommen der Haushalte für das Jahr 2008 abgebildet. Dabei wird deutlich, wie das durch Erwerbstätigkeit und Kapitalbesitz am Markt erzielte Einkommen durch staatliche Aktivitäten verändert wird. Ein großer Anteil der Haushalte verfügt nicht über Markteinkommen. Dabei handelt es sich z.B. um Haushalte von Rentnern oder Empfängern von Arbeitslosengeld oder Sozialhilfe. Ansonsten ist die Verteilung der Markteinkommen eher flach mit einer großen Streuung und zeigt keine scharfen Konturen. Das ändert sich, wenn die Verteilung der verfügbaren Einkommen betrachtet wird. Renten und andere Transferzahlungen, aber auch die Berücksichtigung von Steuern und Sozialabgaben führen zu einer linkssteilen Verteilung mit einer deutlichen Häufung bei etwa 20.000 EUR verfügbaren Jahreseinkommen. Es ist gut erkennbar, dass die Streuung dieser Verteilung geringer ist als die der Markteinkommen.

Abbildung 2.2: Vergleich der verfügbaren und der Markteinkommen in Deutschland, 2011



Quelle: SOEP 2011, eigene Berechnungen, querschnittsgewichtet.

Anmerkung: Einkommen der Haushalte.

2.3 Erhebung von Einkommen

Für die Analyse der Einkommensverteilung in Deutschland kommen insbesondere drei Datensätze auf Grund ihres Umfangs in Frage:

- der Mikrozensus (MZ), eine repräsentative 1%-Haushaltsstichprobe des Statistischen Bundesamtes, bei der die ausgewählten Haushalte zur Teilnahme verpflichtet sind,
- die Einkommens- und Verbrauchsstichprobe (EVS) und
- das Sozio-oekonomische Panel (SOEP).

Übersicht 2.3: Datensätze für international vergleichende Einkommensanalysen

Kurzname	Name und kurze Beschreibung	Beginn	Durchführung / Koordination
PSID	Panel Study of Income Dynamics ; Repräsentatives Panel für die USA mit Haushalts- und Personeninformationen	1968	University of Michigan
BHPS	British Household Panel Study ; Repräsentatives Panel für Großbritannien mit Haushalts- und Personeninformationen	1991	University of Essex
CNEF	Cross-National Equivalent Data Files ; Vergleichbare Längsschnitt-Informationen zu Einkommen und Erwerbstätigkeit auf Haushalts- und Personenebene, zusammengestellt aus SOEP, PSID, BHPS, dem Canadian Survey of Labor and Income Dynamic (SLID), dem Swiss Household Panel (SHP), Household Income and Labour Dynamics in Australia (HILDA) und dem Korea Labor and Income Panel Study (KLIPS).	1980	Cornell University (USA) und DIW Berlin
LIS	Luxembourg Income Study ; Vergleichbare Querschnitts-Informationen auf Haushalts- und Personenebene, zusammengestellt aus Mikrodatsätzen von 25 Ländern.	1968	Centre for Population, Poverty and Policy Studies (CEPS), Luxemburg.

Der Mikrozensus war früher für Einkommensanalysen nur eingeschränkt geeignet, weil Einkommen lediglich klassiert und wenig differenziert erfragt wurden. Inzwischen hat die Amtliche Statistik Interpolationsverfahren entwickelt, um Verteilungs- und Einkommensarmutsanalysen durchzuführen. Insbesondere aber wird der Mikrozensus dazu genutzt, Gewichtungsfaktoren für die anderen Datensätze zu ermitteln.

Die Einkommens- und Verbrauchsstichprobe ist ebenfalls eine amtliche Erhebung und wird vom Statistischen Bundesamt (Destatis) durchgeführt. Ihr Stichprobenumfang und die durch eine so genannte Feinanschreibung sehr differenzierte Erhebung der Einkommensverhältnisse machen die EVS zu einer attraktiven Datenquelle. Die Stichprobe der EVS ist aber eine Quotenstichprobe und lässt damit keine inferenzstatistischen Aussagen zu.

Seit 2005 gibt es auch eine in den 27 EU-Mitgliedsländern erhobene Statistik der Einkommens- und Lebensverhältnisse (European statistics on income and living conditions (EU-SILC)). Weitere für internationale Vergleiche genutzte Datensätze sind in Übersicht 2.3 aufgeführt.

2.3.1 Das Sozio-oekonomischen Panel (SOEP)

Das SOEP ist eine Wiederholungsbefragung von Haushalten und Personen, die seit 1984 jährlich durchgeführt wird. Seit 1990 findet die Erhebung auch in den neuen Bundesländern statt und in den vergangenen Jahren ist das SOEP um verschiedene Stichproben erweitert worden. Das SOEP wird am DIW Berlin koordiniert und wissenschaftlich betreut, die Daten werden von Infratest Sozialforschung, München erhoben (vgl. <http://www.diw.de/soep>). Das SOEP ist eine stratifizierte Zufallsstichprobe mit freiwilliger Teilnah-

me. Zur Gewichtung der Daten werden u.a. Informationen aus dem Mikrozensus verwendet. Im SOEP erhalten alle Mitglieder eines Haushalts, die älter als 16 Jahre sind, einen eigenen Fragebogen, sodass Angaben zu personenspezifischen Einkommenskomponenten verfügbar sind. Zusätzlich füllt ein Mitglied einen Haushaltsfragebogen aus (der so genannte Haushaltsvorstand, die Person, die sich mit den Belangen des Haushalts am besten auskennt), in dem u.a. die haushaltspezifischen Einkommensarten erfasst werden.

In nahezu allen Bevölkerungsumfragen werden Haushalte mit sehr geringen oder sehr hohen Einkommen nicht adäquat erfasst. Das kann zum einen daran liegen, dass sehr arme und sehr reiche Haushalte nur einen geringen Teil der Gesamtpopulation ausmachen und deswegen, auch wenn sie repräsentativ erfasst werden, nur in geringer Fallzahl in der Stichprobe vertreten sind. Zum anderen zeigen viele Analysen, dass die Bereitschaft zur Teilnahme an einer Befragung sowohl bei armen als auch bei reichen Haushalten geringer ist (das führt zum so genannten Mittelstands-*Bias*). Um Haushalte mit höheren Einkommen besser analysieren zu können wurde das SOEP im Jahre 2001 erstmals um eine Hocheinkommensstichprobe ergänzt, Auswahlkriterium war ein monatliches Haushaltsnettoeinkommen von wenigstens 4500 EUR.

Ingesamt umfasste das SOEP im Jahr 2011 gut 13.600 Haushalte, in denen rund 30.000 Personen leben, von denen wiederum 21.300 Erwachsene und Jugendliche erfolgreich befragt wurden.

2.3.2 Erhebungskonzepte im SOEP

Das verfügbare Einkommen der Haushalte (C in Übersicht 2.2) kann auf verschiedene Weise erhoben werden. So können alle Haushaltsmitglieder einzeln nach ihren Einkünften des vergangenen Jahres befragt werden, die Nicht-Geldeinkommen des Haushalts erfasst, die Steuern- und Sozialabgaben ermittelt und daraus dann das verfügbare Haushaltseinkommen berechnet werden. Dieses Vorgehen entspricht wohl am ehesten dem oben beschriebenen umfassenden Einkommenskonzept. Es kann für manche Fragestellungen aber auch ausreichend sein, das monatlich verfügbare Einkommen des Haushalts direkt zu erfragen. Jedes Erhebungskonzept hat andere inhaltliche Schwerpunkte und methodische Stärken und Schwächen.

Im SOEP werden unterschiedliche Konzepte der Einkommenserhebung verfolgt. Die einfachste Methode zur Erhebung des verfügbaren Haushaltseinkommens ist der so genannte *Income Screener*. Dabei wird der Haushaltsvorstand nach dem monatlichen verfügbaren Einkommen des gesamten Haushalts befragt. Der Einkommensbegriff wird in der Frage ausführlich erläutert und entspricht C in Übersicht 2.2. Der Haushaltsvorstand im SOEP soll die Person sein, die sich am besten mit den wirtschaftlichen Belangen des Haushalts auskennt.

Ein weiteres im SOEP realisiertes Konzept ist ein sehr umfassendes und entspricht weitgehend dem international gebräuchlichen Standard. Es werden alle Geldeinkommenskomponenten entweder auf der Haushalts- oder der Personenebene erfasst. Dazu werden Kalendarien verwendet, in denen angegeben werden soll, ob und in wie vielen Monaten eine Einkommensart bezogen wurde. Anschließend soll das im Durchschnitt im Monat erzielte

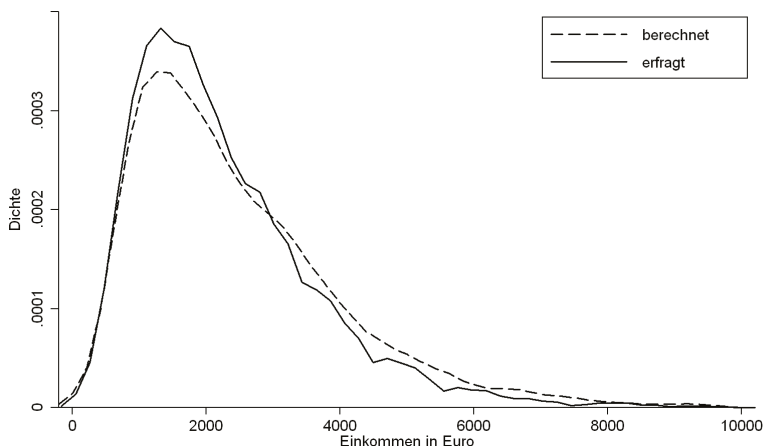
Einkommen je Einkommensart angegeben werden. Auf diese Weise werden zum aktuellen Befragungszeitpunkt (z.B. Frühjahr 2012) die Einkommen des Vorjahres (dann 2011) retrospektiv erfasst. Methodisch hat dieses Konzept den Vorteil einer möglichst genauen und systematischen Erfassung aller Einkommenskomponenten. Allerdings ist es wahrscheinlich, dass derart erhobene Einkommensdaten mit Erinnerungsfehlern behaftet sind, da zum Teil Angaben zu Einkommen gemacht werden, die bis zu 15 Monate zurückliegen. Ein weiterer Nachteil, der insbesondere im Zusammenhang mit familienbezogenen Fragestellungen von Bedeutung sein dürfte, ist die Unschärfe, die durch die Zuordnung der Haushaltstruktur zum Befragungszeitpunkt zu den retrospektiv erhobenen Einkommenskomponenten des Vorjahres entsteht.

Unterschiedliche Erhebungskonzepte führen auch zu unterschiedlichen Ergebnissen. Unterschiede sind auf eine einkommensquellen- und eine personenspezifische Komponente zurückzuführen. So ist zu erwarten, dass die Methode des *Income Screener* zu einer systematischen Untererfassung der unregelmäßigen und vom Betrag her geringen Einkommen führt. Bei größeren Haushalten besteht zudem die Neigung, besonders die Einkommen derjenigen Personen zu berücksichtigen, die den größten Teil zum Haushaltseinkommen beitragen, während die Einkommen der anderen Personen tendenziell vernachlässigt werden.

Abbildung 2.3 zeigt einen Vergleich der Einkommensverteilung, die aufgrund der Angaben zum *Income Screener* zustande gekommen ist, mit der Einkommensverteilung, die auf den kalendarisch erfassten Einkommen beruht. Zwar zeigen sich Unterschiede, diese betreffen aber stärker das Niveau als die Gestalt der Verteilung. Wie erwartet, führt die differenzierte

Erhebung zu im Durchschnitt höheren Einkommen als der *Income Screener*. Aus Sicht der Ungleichheitsforschung ist es aber wichtig, dass sich die Gestalt und damit die Streuung der Verteilung kaum ändert.

Abbildung 2.3: Income Screener und detaillierte Erfassung von Einkommen im SOEP 2011



Quelle: SOEP 2011, eigene Berechnungen.

Anmerkungen: Erfragte Einkommen sind monatlich verfügbare Einkommen der Haushalte. Berechnete Einkommen sind jährlich verfügbare Einkommen der Haushalte, durch 12 geteilt.

Das Problem der Antwortverweigerung (*Item Non Response*) ist in allen Bevölkerungsumfragen von Bedeutung. Dies gilt insbesondere für die Angabe von Einkommen. Beim *Income Screener* im SOEP liegt der Anteil der nicht antwortenden Haushalte bei 5 bis 7 Prozent. Bei Fragen nach einzelnen personen- oder haushaltsbezogenen Einkommenskomponenten liegt der Anteil oft sogar noch höher. Hinzu kommt, dass sich die Antwortverweigerungen bei der Berechnung des Haushaltseinkommens aus Einzelkomponenten dann kumulieren. Es gibt verschiedene Verfahren, fehlende Werte (*Missing Values*) bei Einkommensangaben zu ersetzen, und die Ersetzung

ist insbesondere bei der deskriptiven Analyse von Einkommen auch üblich. Wichtig dabei ist jedoch, dass das verwendete Verfahren transparent gemacht wird. Für das SOEP ist zum Einen das Verfahren – *Row-and-Column-Imputation* – dokumentiert, zum Anderen sind die ersetzten Werte im Datensatz kenntlich gemacht.

Auf einige Besonderheiten bei der Erhebung einzelner Einkommenskomponenten des idealtypischen Einkommenskonzepts im SOEP soll an dieser Stelle kurz hingewiesen werden. Die Sozialversicherungsbeiträge des Arbeitgebers (*A3*, *C6*) lassen sich zwar grundsätzlich ermitteln, werden aber im Allgemeinen bei Analysen für Deutschland nicht berücksichtigt. Zinsen aus Lebensversicherungen (enthalten in *A5*) werden im SOEP erst dann Einkommensbestandteil, wenn die Versicherungen fällig sind, also ausgezahlt werden. Einkommen aus privaten Verkäufen (enthalten in *A6*) werden im SOEP nicht als Einkommen erfasst. Der Mieter selbst genutzter Immobilien (*A8*) (*Imputed Rent*) kann im SOEP sehr genau ermittelt werden, auch die Finanzierungskosten für Kredite können dort berücksichtigt werden (vgl. auch Frick/Grabka 2001). Sozialversicherungsbeiträge und Steuern auf Einkommen (*C5* und *C7*) werden im SOEP bewusst nicht erfragt. Stattdessen wird auf Basis aller verfügbaren Einkommensangaben im Jahresverlauf eine Quasi-Veranlagung zur Einkommenssteuer simuliert (vgl. dazu Schwarze 1995). Im Rahmen des Simulationsmodells werden im Übrigen auch die Beiträge des Arbeitnehmers zur Sozialversicherung (GRV, GKV, Arbeitslosen- und Pflegeversicherung) ermittelt.

2.3.3 Datengrundlage des Buches

Alle Konzepte, die in diesem Buch vorgestellt werden, werden am Beispiel konkreter, empirisch beobachteter Einkommensverteilungen illustriert. Dazu werden die Daten des SOEP aus dem Jahr 2011 verwendet. Die Stichprobe umfasst gut 13.600 Haushalte, in denen rund 30.000 Personen leben, von denen wiederum 21.300 einen Fragebogen ausgefüllt haben. Damit die Stichprobe alle Personen der Wohnbevölkerung in Deutschland, also ab einem Alter von Null Jahren, repräsentativ abbildet, wurden alle Berechnungen auch noch einmal unter Verwendung des Querschnitthochrechnungsfaktors für das Jahr 2011 durchgeführt. Dabei werden Beobachtungen entsprechend der Häufigkeit ihrer Merkmalsausprägungen in der Grundgesamtheit vervielfacht, so dass die Anzahl der Haushalte nach der Gewichtung 40.797.441 beträgt.

In Tabelle 2.2 ist diese Stichprobe anhand deskriptiver Statistiken einiger Einkommenskomponenten aus Übersicht 2.2 beschrieben. In Tabelle 2.3 ist die Verteilung dieser Merkmale hochgerechnet auf die Bevölkerung der Bundesrepublik dargestellt¹.

Für internationale Vergleiche wird außerdem auf die *Cross National Equivalent File* (CNEF) Daten zurückgegriffen. Die darin enthaltenen Einkommensvariablen sind nach einheitlichen Konzepten generiert, z.B. sind alle Einkommensangaben auf Jahresbasis. So sind vergleichende Einkommensanalysen mit geringerem Aufwand möglich.

¹ Das Deutsche Institut für Wirtschaftsforschung, das die Daten des Sozioökonomischen Panels bereitstellt, veröffentlicht aktuelle Analysen der Einkommensverteilung (vgl. Grabka, Goebel, Schupp 2012).

Tabelle 2.2: Deskriptive Statistiken zu den verschiedenen Einkommenskomponenten in der ungewichteten Stichprobe.

Variable	Mittelwert	Standard- abweichung	Min	Max
Erfragte monatliche Einkommen der Haushalte	2.609,29	1.862,37	40	55.000
Verfügbares Einkommen ^a				
Berechnete jährliche Einkommen der Haushalte	37.495,64	49.114,94	0	1.976.191
Marktgeld Einkommen	34.986,78	29.488,98	0	1.069.100
Verfügbares Einkommen	34.067,58	45.200,46	0	1.959.700
Erwerbseinkommen	2.236,46	15.091,51	0	1.112.222
Einkommen aus Vermögen	259,82	1.560,26	0	58.800
Eink. aus Privaten Transfers	931,78	5.197,88	0	168.000
Eink. aus privater Rente	2.594,35	4.584,05	0	101.700
Eink. aus öffentlichen Transfers	7.566,08	12.224,70	0	132.313
Eink. aus Gesetzlicher Rente	12.669,29	18.669,87	0	907.091
Steuerschuld und Sozialversicherungsbeiträge	1.819,98	2.784,39	0	25.007
Wert selbstgenutzter Immobilien				

Quelle: SOEP 2011, eigene Berechnungen.

Anmerkung: Einkommen der Haushalte. n=12290.

^a n=11645

Tabelle 2.3: Deskriptive Statistiken zu den verschiedenen Einkommenskomponenten in der gewichteten Stichprobe.

Variable	Mittelwert	Standard- abweichung	Min	Max
Erfrage monatliche Einkommen der Haushalte				
Verfügbares Einkommen ^a	2.319,72	1.635,89	40	55.000
Berechnete jährliche Einkommen der Haushalte				
Marktgeldeinkommen	31.544,23	42.163,98	0	1.976.191
Verfügbares Einkommen	30.756,32	25.016,00	0	1.069.100
Erwerbseinkommen	28.728,30	39.647,00	0	1.959.700
Einkommen aus Vermögen	1.778,80	11.165,36	0	1.112.222
Eink. aus Privaten Transfers	223,31	1.392,69	0	58.800
Eink. aus privater Rente	813,82	4.158,61	0	168.000
Eink. aus öffentlichen Transfers	2.388,56	4.431,16	0	101.700
Eink. aus Gesetzlicher Rente	7.453,85	11.329,27	0	132.313
Steuerschuld und Sozialversicherungsbeiträge	10.630,33	16.047,96	0	907.091
Wert selbstgenutzter Immobilien	1.679,71	2.645,45	0	25.007

Quelle: SOEP 2011, eigene Berechnungen.

Anmerkung: Einkommen der Haushalte, gewichtet mit dem Haushalts-Querschnittsrechnungsfaktor für das Jahr 2011. N=40.797.441.

^a N=38.099.480.

3. Äquivalenzskalen

Äquivalenzskalen werden für die Analyse von Einkommensverteilungen genutzt, um Haushalte unterschiedlicher Größe und unterschiedlicher Zusammensetzung im Hinblick auf die Wohlfahrt, die ein bestimmtes Einkommen stiftet, vergleichbar zu machen. Die Logik einer Äquivalenzskala soll an einem Beispiel verdeutlicht werden: Man betrachte ein Paar, das vor der Geburt des ersten Kindes über ein Einkommen von 6000 EUR - pro Kopf also 3000 EUR - im Monat verfügen konnte. Nach der Geburt des Kindes sinkt das Pro-Kopf-Einkommen der Familie auf 2000 EUR. Um welchen Betrag bzw. um das Wievielfache muss das Einkommen höher sein, damit der Haushalt das gleiche Wohlfahrtsniveau erreicht wie vor der Geburt des Kindes? Muss das Einkommen um 3000 EUR zunehmen, also das 1,5-fache des ursprünglichen Einkommens betragen, damit das Wohlfahrtsniveau der Familie nicht sinkt? In diesem Fall würde als Äquivalenzskala die Anzahl der Haushaltsmitglieder verwendet. Ein anderes Beispiel: Wenn ein Haushalt mit einer Person über 1000 EUR verfügt, muss dann ein Vier-Personenhaushalt über das Vierfache an Einkommen verfügen, um das gleiche Wohlfahrtsniveau zu erreichen?

Wird das Einkommen als Approximation der Wohlfahrt der Haushalte und der darin lebenden Personen interpretiert, dann sprechen zwei Argumente dagegen, direkt die Anzahl der Haushaltsmitglieder als Äquivalenzskala zu verwenden:

Mit zunehmender Anzahl der Haushaltsmitglieder kann der Haushalt Skalenerträge realisieren: Aus dem gemeinsamem Wirtschaften der Haushaltsmitglieder resultieren Kosteneinsparungen bei der Haushaltsproduktion (Einkaufen, Zubereitung von Speisen) und der gemeinsamen Nutzung von Räumen und Geräten (Badezimmer, Waschmaschine). Es ist plausibel, davon auszugehen, dass eine Familie mit vier Personen nicht ein doppelt so hohes Einkommen benötigt wie eine Familie mit zwei Personen, um das gleiche Wohlfahrtsniveau zu erreichen. Genau das wird aber unterstellt, wenn die Wohlfahrt der Haushalte durch das Pro-Kopf-Einkommen der Haushaltsmitglieder beschrieben würde, also die Zahl der im Haushalt lebenden Personen als Äquivalenzskala genutzt würde.

Das zweite Argument betont, dass beispielsweise Kinder per se die Wohlfahrt der Eltern und damit des Haushalts insgesamt erhöhen. Das zusätzliche Einkommen, das eine Familie benötigt, um vor und nach Geburt eines Kindes das gleiche Wohlfahrtsniveau zu haben, ist dann *ceteris paribus* um den Betrag geringer, der äquivalent ist mit der durch das neue Kind gestifteten Wohlfahrt. Streng genommen gilt dieses theoretische Argument aber nur für Kinder, die aufgrund vollständig freier Entscheidungen zum Haushalt hinzukommen. Allgemeiner kann man dieses Argument als den direkten Nutzen des Zusammenlebens darstellen, es gilt selbstverständlich auch für freiwillig zusammenlebende Erwachsene. Während Skalenerträge durch Kosteneinsparung eher physischer Art sind, könnten die hier diskutierten Zusammenhänge als psychische Skalenerträge bezeichnet werden.

Da das Einkommen von Personen sinnvoll nur im Haushaltskontext bestimmt werden kann, wird in empirischen Analysen zunächst das Einkommen der Haushalte ermittelt und dieses dann anteilig den im Haushalt le-

benden Personen zugeschrieben. Dabei sind Annahmen darüber zu treffen, wie das Einkommen innerhalb der Haushalte verteilt wird. Da es sich hier um eine theoretisch komplexe Fragestellung handelt und kaum gesicherte empirische Erkenntnisse vorliegen, wird im Allgemeinen *Equal Sharing* unterstellt.

Zwei verschiedene Erklärungsmuster können bemüht werden, um die Annahme des *Equal Sharing* zu begründen: Ein altruistischer Diktator oder Verwalter verteilt das Einkommen so, dass es die größte Wohlfahrt für den Haushalt als Ganzes erzielt. Dazu muss er die Nutzenfunktionen der anderen Haushaltsmitglieder kennen, um immer demjenigen Haushaltsmitglied Einkommen zuzuteilen, bei dem der Grenznutzen des Einkommens am größten ist. So wird verteilt, bis der Grenznutzen des Einkommens bei allen Haushaltsmitgliedern gleich groß ist (vgl. Becker 1974). Das andere Erklärungsmuster geht von interdependenten Nutzenfunktionen der Haushaltsmitglieder aus, so dass diese selbständig die Wohlfahrt des Haushalts maximieren (vgl. Samuelson 1956). Eltern können auf Einkommen bzw. Konsum verzichten, damit ihre Kinder einen höheren Konsum realisieren können. Dadurch wird die Wohlfahrt der Kinder gesteigert, und indirekt auch die der Eltern, da das Wohlergehen der Kinder ein Argument ihrer Nutzenfunktion ist. Rein theoretisch führen diese Überlegungen dazu, dass Eltern so lange auf Konsum verzichten, bzw. mit ihren Kindern Ressourcen teilen, bis der Grenznutzen von Eltern und Kindern gleich ist. Theoretisch bezieht sich das Konzept des *Equal Sharing* auf die Verteilung der Wohlfahrt (des Nutzens) der Personen innerhalb eines Haushalts und nicht auf die Verteilung der (Geld-)Einkommen. In der Praxis der Einkommensanalyse wird die *Equal Sharing Rule* nicht auf die Wohlfahrt,

sondern auf das Einkommen des Haushalts angewendet, obwohl einige Evidenz gegen diese Annahme spricht.

3.1 Beispiele für Äquivalenzskalen: Pro-Kopf, OECD und BSHG

Tabelle 3.1 zeigt die Einkommensentstehung und –verteilung im Haushaltszusammenhang an zwei Beispielen. Dabei wird deutlich, dass sich das verfügbare Einkommen sinnvoll nur auf der Haushaltsebene ermitteln lässt. Um die Einkommen bzw. die Wohlfahrt jeder Person im Haushalt zu bestimmen, erscheint es zunächst nahe liegend, das verfügbare Haushaltseinkommen durch die Anzahl der im Haushalt lebenden Personen zu teilen. So erhält man das Pro-Kopf-Einkommen, nach dem jede Person im Vier-Personen-Haushalt in Tabelle 3.1 über ein Einkommen bzw. eine Wohlfahrt in Höhe von 650 EUR verfügt (oberer Teil der Tabelle). Im betrachteten Zwei-Personen-Haushalt (unterer Teil der Tabelle) beträgt das Pro-Kopf Einkommen ebenfalls 650 EUR. Die Frage ist aber, ob diese beiden Einkommen im Hinblick auf die Wohlfahrtswirkung äquivalent sind. Stiftet ein Pro-Kopfeinkommen von 650 EUR in einem Zwei-Personen-Haushalt die gleiche Wohlfahrt wie in einem Vier-Personen-Haushalt? Die oben angestellten Überlegungen lassen daran Zweifel aufkommen. Beispielsweise werden bei der Pro-Kopf-Berechnung Skalenerträge ignoriert. Andere Äquivalenzskalen berücksichtigen diese. Die OECD schlägt für international vergleichende Einkommensanalysen vor, die erste erwachsene Person im Haushalt mit einem Gewicht von 1, weitere erwachsene Personen mit einem Gewicht von 0,5 und Personen unter 14

Jahren mit einem Gewicht von 0,3 zu berücksichtigen. Wendet man diese Skala auf das Beispiel an, dann wird das Haushaltseinkommen des Vier-Personen-Haushalts nicht durch 4 sondern nur durch 2,1 geteilt und das Äquivalenzeinkommen beträgt statt 650 EUR jetzt 1238 EUR. Die Wohlfahrt der Haushaltsmitglieder wird also anhand der OECD-Skala fast doppelt so hoch eingeschätzt wie bei der Pro-Kopf-Betrachtung. Für die Personen im Zwei-Personen-Haushalt fällt diese „Wohlfahrtssteigerung“ deutlich geringer aus: Sie verfügen über ein Äquivalenzeinkommen in Höhe von 867 EUR und sind damit „ärmer“ als die Personen im Vier-Personen-Haushalt, obwohl die Pro-Kopf-Einkommen in beiden Haushalten gleich sind.

Die Armutsforschung in Deutschland hat lange Zeit eine Äquivalenzskala verwendet, die sich direkt aus dem Bundessozialhilfegesetz (BSHG) ableiten lässt. Auch diese Skala berücksichtigt die erste Person im Haushalt mit einem Gewicht von 1, allerdings erhält die zweite erwachsene Person mit 0,8 ein deutlich höheres Gewicht als in der OECD Skala. Im Hinblick auf Kinder ist die BSHG Skala deutlich differenzierter als die der OECD. Kinder zwischen 0 und 7 Jahren erhalten ein Gewicht von 0,5, Kinder zwischen 8 und 14 Jahren eines von 0,65 und 15-18 jährige Kinder ein Gewicht von 0,9 und damit ein höheres als die zweite erwachsene Person. Im Beispiel in Tabelle 3.1 wird jetzt das Haushaltseinkommen des Vier-Personenhaushalts durch 3,2 geteilt. Entsprechend fällt das Äquivalenzeinkommen geringer aus als bei der OECD-Skala aber höher als im Fall der Pro-Kopf-Skala. Insgesamt lässt sich festhalten, dass mit sinkenden Gewichten für die Personen im Haushalt, höhere Skalenerträge unterstellt werden und damit also die Wohlfahrt aus einem gegebenen Haushaltseinkommen größer ist.

Tabelle 3.1: Einkommensentstehung und -verteilung im Haushalt: Zwei Beispiele

	Erwachsener	Erwachsener	Kind 5 Jahre	Kind 13 Jahre	Haushalt insgesamt
Markteinkommen	3000	400	0	0	3400
Beiträge Sozialversicherung	600	-	0	0	600
Einkommensteuern	-	-	-	-	500
Transferzahlungen	300	0	0	0	300
Verfügbares Einkommen	-	-	-	-	2600
Verfügbares Einkommen der Personen. Äquivalenzskala:					
Pro-Kopf (1+1+1+1=4)	650	650	650	650	650
BSHG (1+0,8+0,5+0,9=3,2)	813	813	813	813	813
OECD (1+0,5+0,3+0,3=2,1)	1238	1238	1238	1238	1238

	Erwachsener	Erwachsener	Haushalt insgesamt
Markteinkommen	1500	1000	2500
Beiträge Sozialversicherung	250	200	450
Einkommensteuern	-	-	750
Transferzahlungen	0	0	0
Verfügbares Einkommen	-	-	1300
Verfügbares Einkommen der Personen. Äquivalenzskala:			
Pro-Kopf (1+1=2)	650	650	650
BSHG (1+0,8=1,8)	722	722	722
OECD (1+0,5=1,5)	867	867	867

Schon diese Beispiele zeigen, dass der Wahl einer Äquivalenzskala erhebliche Bedeutung bei der Analyse von Einkommensverteilungen zukommt. Das wäre unproblematisch, wenn es eine „richtige“ Äquivalenzskala gäbe oder zumindest eine, auf die sich die Gesellschaft verständigen könnte. Das ist jedoch nicht der Fall. Zwar können Äquivalenzskalen theoretisch begründet und empirisch geschätzt werden (vgl. die folgenden Abschnitte), jedoch bleibt immer eine Spur von Willkür zurück. Das trifft natürlich auch auf die hier verwendeten Skalen zu. So hat die OECD ursprünglich empfohlen statt der Skala (1; 0,5; 0,3) die Skala (1; 0,7; 0,5) zu verwenden. Deren Wirkung auf die Äquivalenzeinkommen kann anhand der Beispiele abgeschätzt werden.

Alle hier vorgestellten Skalen beziehen sich auf einen Referenzhaushalt, in dem nur eine Person lebt. Damit ist folgende eingängige Interpretation möglich: Bezogen auf das Einkommen des Ein-Personen-Haushalts benötigt der Vier-Personen-Haushalt (aus dem Beispiel), um die gleiche Wohlfahrt zu erzielen, das Vierfache des Einkommens, wenn die Pro-Kopf-Skala zugrunde gelegt wird. Im Fall der BSHG-Skala wird das 3,2-fache und im Fall der OECD-Skala nur das 2,1-fache des Einkommens des Ein-Personen-Haushalts benötigt.

3.2 Theoretische Fundierung von Äquivalenzskalen

Aus theoretischer Sicht erschließt sich die Bedeutung von Äquivalenzskalen aus dem wohlfahrtsökonomischen Ansatz, der den meisten empirischen Analysen von Einkommensungleichheit und Einkommensarmut zugrunde

liegt. Dem methodologischen Individualismus entsprechend wird davon ausgegangen, dass die Wohlfahrt (W) einer Gesellschaft aus den Nutzen bzw. den individuellen Wohlfahrten (u_i) aller $i = 1, \dots, N$ Personen, die in der Gesellschaft leben, entsteht:

$$(3.1) \quad W \leftarrow (u_1, u_2, \dots, u_i, \dots, u_N)$$

Voraussetzung für die empirische Nutzung dieses abstrakten Konzepts ist zunächst ein Maß für die individuelle Wohlfahrt u_i , das auch interpersonell vergleichbar ist. Es müssen also Aussagen dergestalt möglich sein, dass die individuelle Wohlfahrt einer bestimmten Person größer ist als die einer anderen Person (also z.B. $u_1 > u_2$). Des Weiteren ist (3.1) im Hinblick auf die Aggregation der individuellen Nutzen zur gesellschaftlichen Wohlfahrt zu spezifizieren. Die Ausgestaltung einer solchen Wohlfahrtsfunktion ist von den in der Gesellschaft akzeptierten ethischen Prinzipien abhängig. Als Beispiel sei hier die utilitaristische Wohlfahrtsfunktion

$$(3.2) \quad W = \sum_{i=1}^N u_i$$

genannt, in der sich die gesellschaftliche Wohlfahrt als Summe der individuellen Nutzen darstellt. Auf die Problematik sozialer Wohlfahrtsfunktionen wird ausführlich im fünften Kapitel eingegangen.

Die illustrativen Beispiele im letzten Abschnitt haben deutlich gemacht, dass individuelle Wohlfahrt im Haushaltszusammenhang entsteht und folgerichtig von diesem ausgehend analysiert werden muss. Dazu wird zunächst die Annahme getroffen, dass die Wohlfahrt der $h = 1, \dots, H$ Haushalte einer Gesellschaft von deren Konsumaktivitäten abhängig ist:

$$(3.3) \quad (u_1, u_2, \dots, u_h, \dots, u_H) \leftarrow (\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_h, \dots, \mathbf{q}_H)$$

Dabei ist \mathbf{q}_h ein Vektor verschiedener Güter, die der Haushalt h konsumiert. Man beachte, dass in (3.3) die Analyseebene von den Personen auf die Haushalte wechselt. Wie viel Nutzen ein Haushalt aus dem konsumierten Güterbündel ziehen kann, hängt von einer Reihe von Merkmalen des Haushalts ab, die von der Menge der konsumierten Güter unabhängig sind. Beispiele sind die Anzahl der im Haushalt lebenden Personen, deren Alters- und Gesundheitsstruktur oder die regionale Lage des Haushaltes:

$$(3.4) \quad (u_1, u_2, \dots, u_h, \dots, u_H) \leftarrow (\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_h, \dots, \mathbf{q}_H; \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_h, \dots, \mathbf{z}_H)$$

Im Beispiel im letzten Abschnitt könnte \mathbf{z}_h aus den Merkmalen „Anzahl der Haushaltsmitglieder“ und „Anzahl der Kinder unter 14 Jahren“ bestehen. Dann wäre $\mathbf{z}_2 = (4 \ 2)$ und $\mathbf{z}_2 = (2 \ 0)$.

Der wohlfahrtsökonomische Ansatz geht aber noch einen Schritt weiter: Im mikroökonomischen Standardmodell der Haushaltstheorie trifft ein vollständig informierter Haushalt bei gegebenen Präferenzen, Haushaltseinkommen und Güterpreisen nutzenmaximierende Konsumententscheidungen. Wenn man also davon ausgehen kann, dass ein gegebenes Haushaltseinkommen x_h nutzenmaximal für den Kauf von Gütern ausgegeben wird, lässt sich (3.3) darstellen als

$$(3.5) \quad (u_1, u_2, \dots, u_h, \dots, u_H) \leftarrow (x_1, x_2, \dots, x_h, \dots, x_H; \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_h, \dots, \mathbf{z}_H).$$

Dieser Schritt ist wesentlich für den Aussagegehalt der Analysen von Einkommensverteilungen, da von der Verteilung der Einkommen auch auf die Verteilung der Wohlfahrt geschlossen werden kann. Man beachte aber, dass

dieser Schritt die extremen Annahmen des mikroökonomischen Standardmodells voraussetzt.

Bis hier hin ungelöst ist die Frage, wie ein Maß für individuelle Wohlfahrt gewonnen werden kann, da diese nicht direkt beobachtbar bzw. messbar ist. Eine mögliche Lösung besteht darin, vom Haushaltseinkommen und der dadurch induzierten Wohlfahrt des Haushalts auf die individuelle Wohlfahrt der $j = 1, \dots, K$ Haushaltsmitglieder zu schließen.

$$(3.6) \quad (u_h) \leftarrow (u_1, u_2, \dots, u_j, \dots, u_K)$$

Das heißt, dass die Wohlfahrt der Haushaltsmitglieder also vom Haushaltseinkommen und einigen Merkmalen des Haushalts abhängt.

$$(3.7) \quad (u_1, u_2, \dots, u_j, \dots, u_K) \leftarrow (x_h; \mathbf{z}_h)$$

Allerdings sind die Haushaltseinkommen wegen unterschiedlicher Größe und Zusammensetzung der Haushalte (zusammengefasst im Vektor \mathbf{z}_h) nicht direkt miteinander vergleichbar. Hier kommt das Instrument der Äquivalenzskala ins Spiel: Äquivalenzskalen geben den relativen Einkommensbedarf von Haushalten unterschiedlicher Größe und Zusammensetzung an. Unter Verwendung einer Äquivalenzskala m wird aus dem Haushaltseinkommen x_h das Äquivalenzeinkommen y_h des Haushalts h berechnet. Es gibt an, wie viel Einkommen jede Person des Haushalts bräuchte, wenn sie allein leben würde, um das gleiche Wohlfahrtsniveau zu erreichen, das sie im Haushaltszusammenhang (also gegeben x_h und \mathbf{z}_h) erlangt.

$$(3.8) \quad y_h = y(x_h, \mathbf{z}_h) = \frac{x_h}{m(x_h, \mathbf{z}_h)}$$

Hier hängt die Äquivalenzskala sowohl vom Haushaltseinkommen als auch von den Merkmalen des Haushalts ab. Die funktionale Beziehung ist noch nicht näher bestimmt, kann aber sehr komplex sein und wird unter anderem von den eingangs diskutierten physischen und psychischen Skalenerträgen bestimmt. (3.8) macht damit auch deutlich, dass die in Abschnitt 3.1 verwendeten Äquivalenzskalen vergleichsweise einfacher Natur sind: Für den ersten Haushalt ist bei Verwendung der Pro-Kopf-Skala $m=4$ und das Äquivalenzeinkommen $y_h=650$ EUR. Die von der OECD empfohlene Skala gibt für den 4-Personen-Haushalt einen Deflator von $m=2,1$ an, so dass für jede der vier Personen ein Äquivalenzeinkommen von $y_h=1238$ EUR berechnet wird. Das Haushaltseinkommen ist dasselbe, aber jede Skala unterstellt unterschiedliche Skalenerträge, so dass die Berechnung nach der Äquivalenzskala der OECD in derselben Situation (also gegeben x_h und z_h) eine deutlich höhere Wohlfahrt anzeigt als die Pro-Kopf-Berechnung.

3.3 Empirische Bestimmung von Äquivalenzskalen

In der Analyse von Einkommensungleichheit und Armut haben sich verschiedene Verfahren zur Ermittlung von Äquivalenzskalen herausgebildet. Buhmann et al. (1988) unterscheiden Skalen, die auf Basis von Expertenurteilen zustande kommen, und Skalen, die auf einer theoriebasierten ökonomischen Analyse von Befragungsdaten beruhen.

Expertenskalen stammen i.d.R. aus dem politisch-administrativen Bereich auf nationaler oder internationaler Ebene. So verfolgt die schon vorgestellte

OECD-Skala vorrangig den Zweck, politische und wissenschaftliche Berichterstattung zu Armut und Ungleichheit international vergleichbar zu machen. Andere Expertenskalen werden aus den Bedarfsätzen von Mindestsicherungsprogrammen abgeleitet, wie z.B. die in Deutschland lange verwendete BSHG-Skala.

Theoriegeleitete Ansätze nutzen ökonometrische Verfahren um die Parameter von Äquivalenzskalen, z.B. auf Basis von Daten zu Konsumverhalten und Einkommen der Haushalte zu schätzen. Eine andere Möglichkeit ist die Verwendung so genannter subjektiver Daten, wie z.B. der Zufriedenheit mit dem Einkommen.

3.3.1 *Ökonometrische Analyse von Konsumdaten*

Die Schätzung von Äquivalenzskalen durch Nutzung beobachteten Konsumverhaltens knüpft direkt an den oben vorgestellten wohlfahrtsökonomischen Ansatz an. Die beobachtete Konsumnachfrage der Haushalte wird interpretiert als Ergebnis rationalen und nutzenmaximierenden Wahlverhaltens, bei gegebenem Einkommen x_h des Haushalts, exogenen Präferenzen der Haushaltsmitglieder und gegebenen Güterpreisen \mathbf{p} (d.h. alle Haushalte stehen denselben Preisen gegenüber). Die Präferenzen der Haushalte werden durch eine Nutzenfunktion bezüglich des Gütervektors \mathbf{q}_h und gegeben der Haushaltscharakteristika \mathbf{z}_h beschrieben: $U(\mathbf{q}_h | \mathbf{z}_h)$. Diese Nutzenfunktion habe die üblichen Eigenschaften² und wird unter Beachtung

² Übliche Eigenschaften bedeutet, dass die Nutzenfunktion stetig und zweimal differenzierbar ist. Außerdem ist die erste Ableitung nach jedem Konsumgut positiv und die zweite negativ. Es wird also abnehmender Grenznutzen des Konsums unterstellt.

der Budgetrestriktion $\mathbf{p}\mathbf{q}_h = x_h$ maximiert. Als ein Ergebnis kann die, nach dem Ökonomen Marshall benannte, optimale Nachfrage nach Konsumgütern in Abhängigkeit von Preisen, Einkommen und Haushaltsmerkmalen ermittelt werden:

$$(3.9) \quad \mathbf{q}_h^M = \mathbf{q}_h(\mathbf{p}, x_h, \mathbf{z}_h)$$

Man beachte, dass es sich hier um ein ganzes System von Nachfragefunktionen handelt. Werden die optimalen Nachfragemengen in die Nutzenfunktion eingesetzt, erhält man die indirekte Nutzenfunktion V , die ausschließlich von den exogenen Größen Einkommen und Preisen abhängig ist:

$$(3.10) \quad V(x_h, \mathbf{p}, \mathbf{z}_h) = \max_{\mathbf{q}_h} [U(\mathbf{q}_h, \mathbf{z}_h) \text{ u.d.N } \mathbf{p}\mathbf{q}_h = x_h]$$

Die indirekte Nutzenfunktion gibt also das maximal durch Konsum erreichbare Wohlfahrtsniveau eines Haushaltes bei gegebenen Preisen, Einkommen und Haushaltscharakteristika an. Dazu werden zwar keine weiteren Informationen über die Güternachfrage benötigt, aber die in Abschnitt 3.2 genannten Annahmen über Preise, Informationen, Präferenzen und Verhalten der Haushalte.

Ganz analog können auch die minimalen Ausgaben ermittelt werden, die ein Haushalt tätigen muss, um ein bestimmtes Wohlfahrtsniveau u_h zu erreichen. Dazu ermittelt man zunächst die nach dem Ökonomen Hicks benannte ausgabenminimale Nachfrage für ein gegebenes Nutzenniveau u_h :

$$(3.11) \quad \mathbf{q}_h^H = \mathbf{q}_h(\mathbf{p}, u_h, \mathbf{z}_h)$$

Werden die optimalen Nachfragemengen nach Hicks in die Budgetrestriktion eingesetzt, dann resultiert eine Ausgabenfunktion, die das Haus-

haltseinkommen angibt, das mindestens ausgegeben werden muss, um das Wohlfahrtsniveau u_h zu erreichen:

$$(3.12) \quad C(u_h, \mathbf{p}, \mathbf{z}_h) = \min_{\mathbf{q}_h} [\mathbf{p}\mathbf{q}_h = x_h \text{ s.t. } U(\mathbf{q}_h, \mathbf{z}_h) = u_h]$$

Interessant ist, dass Nutzenmaximierung (3.10) und Ausgabenminimierung (3.12) zwei Seiten einer Medaille sind (das so genannte Dualitätstheorem): Für ein gegebenes Nutzenniveau u_h ist das minimal auszugebende Einkommen eines Haushalts $x_h = C(u_h, \mathbf{p}, \mathbf{z}_h)$. Bei diesem Einkommen ist aber das maximale Nutzenniveau u_h gerade $V(x_h, \mathbf{p}, \mathbf{z}_h)$.

Um auf Basis dieser Überlegungen eine Äquivalenzskala bestimmen zu können, wird zunächst ein Referenzhaushalt mit Haushaltscharakteristika \mathbf{z}_r und Wohlfahrtsniveau $u_r = V(x_r, \mathbf{p}, \mathbf{z}_r)$ definiert. Die Äquivalenzskala für einen beliebigen Haushalt mit den Merkmalen \mathbf{z}_h ist dann der skalare Parameter m_h , der mit dem Haushaltseinkommen des Referenzhaushaltes multipliziert beide Haushalte im Hinblick auf die Wohlfahrt vergleichbar macht:

$$(3.13) \quad V(x_h, \mathbf{p}, \mathbf{z}_h) = V(m_h x_r, \mathbf{p}, \mathbf{z}_r)$$

Analog kann die Äquivalenzskala durch Verwendung der Ausgabenfunktionen ermittelt werden:

$$(3.14) \quad m_h = \frac{C(u_r, \mathbf{p}, \mathbf{z}_h)}{C(u_r, \mathbf{p}, \mathbf{z}_r)}$$

Die Äquivalenzskala gibt also an, um welchen Faktor die Konsumausgaben des Haushaltes höher sein müssen als die des Referenzhaushaltes, um das

gleiche Wohlfahrtsniveau zu erreichen. Der Referenzhaushalt könnte z.B. ein Einpersonenhaushalt sein ($z_r = 1$). Das Verhältnis der beiden Ausgabenfunktionen gibt dann Auskunft darüber, um welchen Faktor die Ausgaben eines Haushaltes mit z.B. vier Personen ($z_h = 4$) höher sein müssen, um das gleiche Wohlfahrtsniveau u_r zu erreichen wie der Ein-Personen-Haushalt.

Die Äquivalenzskala m_h kann ökonometrisch unter Verwendung von Haushaltsbefragungsdaten ermittelt werden, die sowohl Informationen über das Konsumverhalten, das Einkommen, weitere Merkmale der Haushalte (z.B. Größe und Zusammensetzung) als auch über die Preise der Güter enthalten. Für Deutschland sind solche Daten z.B. mit der Einkommens- und Verbrauchsstichprobe (EVS) des Statistischen Bundesamtes verfügbar. Das ökonometrische Verfahren selbst ist sehr komplex und soll hier nur skizziert werden. Ausgangspunkt ist die Schätzung eines Nachfragesystems, das theoretisch in (3.9) und (3.11) dargestellt ist. Vereinfacht könnte die Schätzgleichung für die Nachfrage nach einem Konsumgut 1 $q_{1,h}^M = q_{1,h}(p_1, x_h, \mathbf{z}_h)$ etwa folgendes Aussehen haben:

$$(3.15) \quad \ln q_{1,h} = a_0 + a_1 \ln p_{1,h} + a_2 \ln x_h + a_3 z_h + \varepsilon_h$$

Der zu schätzende Parameter a_1 misst die Wirkung des Preises auf die Nachfrage, a_2 die des Haushaltseinkommens und a_3 den Einfluss von Haushaltsmerkmalen, z.B. den der Haushaltsgröße. Mit den Ergebnissen solcher Schätzungen, der Annahme nutzenmaximierender Akteure und der Spezifikation einer Nutzenfunktion kann für jeden Haushalt das erreichte

Nutzenniveau $u_h = V(x_h, \mathbf{p}, \mathbf{z}_h)$ bei gegebenem Einkommen, herrschenden Preisen und den vorliegenden Haushaltsmerkmalen ermittelt werden. Dem Dualitätstheorem zufolge sind die Konsumausgaben, die der Haushalt tätigt, um das ermittelte Wohlfahrtsniveau zu erreichen, die kleinstmöglichen (vgl. die Ausgabenfunktion in 3.12). Um die Äquivalenzskala (3.14) zu berechnen werden also die beobachteten Konsumausgaben von Haushalten mit unterschiedlichen Merkmalen verglichen, für die zuvor das gleiche Wohlfahrtsniveau ermittelt wurde.

Eine Schätzung für Deutschland unter Verwendung der EVS-Daten haben Merz et al. (1993) vorgelegt. Ergebnisse zeigt die Tabelle 3.2 (im Abschnitt 3.4.1), in der auch die bislang behandelten Skalen enthalten sind. Die Skala von Merz et al. hat deutlich geringere Personengewichte als die OECD Skala. Der Vier-Personen-Haushalt aus dem Beispiel (vgl. Tabelle 3.1) erhält nach der ökonometrischen Skala nur ein Gewicht von 1,72 (OECD: 2,1; BSHG: 3,2; Pro-Kopf: 4,0). Die im Haushalt anfallenden Skalenerträge werden also empirisch deutlich größer geschätzt, als in den Expertenskalen angenommen.

Zusammenfassend sei noch einmal darauf hingewiesen, dass auch Äquivalenzskalen, die auf der ökonometrischen Analyse beobachteten Konsumverhaltens basieren, keine letztendliche Wahrheit für sich in Anspruch nehmen können (vgl. z.B. Blundell und Lewbel 1991). Zwar beruhen sie auf einer theoretisch fundierten Analyse beobachteten Verhaltens von Haushalten, jedoch implizieren sowohl die Theorie als auch die Schätzungen eine ganze Reihe von Annahmen und Werturteilen. Dies betrifft z.B. die Auswahl einer geeigneten Nutzenfunktion, die Annahmen über die Präferenzen der

Haushalte impliziert, oder die Auswahl der relevanten Haushaltsmerkmale, die zur Bestimmung der Äquivalenzskala herangezogen werden.

3.3.2 *Ökonometrische Analyse subjektiver Daten*

Eine Alternative zum beobachteten Konsumverhalten sind so genannte subjektive Daten. Darunter versteht man Daten, die aus der Einschätzung der Befragten bezüglich ihres Haushaltseinkommens gewonnen werden. Ein solcher Ansatz wurde zuerst von Van Praag (1968) vorgestellt, in dem die Befragungsteilnehmer direkt danach gefragt werden, welches Haushaltseinkommen sie mit verschiedenen Wohlfahrtsniveaus assoziieren (von „sehr schlecht“ bis „sehr gut“). Aus diesen Angaben kann unter Verwendung zahlreicher Annahmen, eine *Welfare Function of Income* (WFI) geschätzt und daraus Äquivalenzskalen abgeleitet werden. Im Unterschied zum Konsumausgabenansatz werden also im WFI-Ansatz die Befragten direkt nach den ihrer Meinung nach minimalen Ausgaben für verschiedene Wohlfahrtsniveaus gefragt (von der Idee her entspricht das der Beziehung 3.12). Kritisch angemerkt wird in der Literatur zu diesem Ansatz unter anderem, dass eine Wohlfahrts- bzw. Nutzenfunktion vom Forscher explizit vorzugeben ist. Ferner würden die Befragten mit hypothetischen Situationen konfrontiert, die sie möglicherweise nicht richtig einschätzen könnten.

Ein zweiter Ansatz ist die *Subjective Poverty Line*, wobei nach dem Einkommen gefragt wird, das von den Haushalten, unter Berücksichtigung ihrer spezifischen Situation, als das absolute Minimum betrachtet wird, um „gerade noch über die Runden zu kommen“. Dieser Ansatz ist in der Literatur unter dem Namen MIQ (*Minimum Income Question*) bekannt geworden und beruht auf Arbeiten von Goedhart et al. (1977). Beide Ansätze

führen zu Äquivalenzskalen, die ebenso wie die bisher behandelten Skalen von Anzahl und Altersstruktur der Haushaltsmitglieder abhängig sind.

Ein weiterer Ansatz beruht auf Angaben zur Zufriedenheit der Haushaltsmitglieder mit ihrem Haushaltseinkommen (vgl. Schwarze 2003). Zufriedenheitsangaben werden von Ökonomen immer häufiger verwendet, um eine Approximation der eigentlich nicht messbaren individuellen Wohlfahrt zu erhalten. Zufriedenheiten werden i.d.R. auf einer ordinalen Skala von 0 „ganz und gar unzufrieden“ bis 10 „ganz und gar zufrieden“ erhoben. Der Ansatz beruht auf der zentralen Annahme, dass die Haushaltsmitglieder nicht das gegebene und ebenfalls erfragte Haushaltseinkommen, sondern implizit das Äquivalenzeinkommen bewerten, die beobachteten Zufriedenheiten demnach als eine Messung des indirekten Nutzens (vgl. Beziehung 3.10) interpretiert werden können. Unter dieser Annahme wird ein ökonometrisches Modell geschätzt, in dem die Zufriedenheit mit dem Einkommen auf das Haushaltseinkommen, die Anzahl und die Altersstruktur der Haushaltsmitglieder sowie weitere Merkmale regressiert werden. Aus den geschätzten Koeffizienten kann eine Äquivalenzskala abgeleitet werden.

Zu allen drei Ansätzen liegen auch Ergebnisse für Deutschland vor, die auf Basis des SOEP geschätzt worden sind. Tabelle 3.2 zeigt, dass auch die Äquivalenzskalen, die mit subjektiven Daten geschätzt werden, höhere Skalenerträge – also geringere Personengewichte – implizieren als die Expertenskalen. Der Vier-Personen-Haushalt aus dem Beispiel in Tabelle 3.1 erhält nach dem WFI-Ansatz ein Gewicht von 1,32 (zum Vergleich OECD: 2,1) und nach dem MIQ-Ansatz eines von 1,37. Mit 1,59 produziert der Zufriedenheitsansatz etwas höhere Gewichte.

Tabelle 3.2: Vergleich verschiedener Äquivalenzskalen

Haushaltstyp/ Äquivalenzskala	Ein Er- wachsener	Zwei Er- wachsene	Drei Er- wachsene	Zwei Er- wachsene, ein Kind	Zwei Er- wachsene, zwei Kinder	Zwei Er- wachsene, drei Kinder
Gewichte						
Pro Kopf (= s)	1,0	2,0	3,0	3,0	4,0	5,0
OECD-Skala	1,0	1,5	2,0	1,8	2,1	2,4
BSHG-Skala	1,0	1,8	2,6	2,45	3,1	3,75
Ökonomische Skalen:						
Konsumausgaben ^a	1,0	1,49	1,73	1,61	1,72	1,84
WFI ^b	1,0	1,15	1,25	1,25	1,32	1,39
MIQ ^b	1,0	1,17	1,28	1,28	1,37	1,44
Zufriedenheit ^c	1,0	1,34	1,59	1,51	1,59	1,60
Elastizitäten						
OECD-Skala	-	0,58	0,63	0,54	0,53	0,54
BSHG-Skala	-	0,84	0,87	0,82	0,82	0,82
Ökonomische Skalen:						
Konsumausgaben ^a	-	0,57	0,50	0,43	0,39	0,38
WFI ^b	-	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
MIQ ^b	-	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23
Zufriedenheit ^c	-	0,42	0,42	0,38	0,34	0,29

Anmerkungen: Die Skalen werden im Text erläutert. ^a Vgl. Merz et al. (1993). ^b Vgl. Plug et al. (1997). ^c Vgl. Schwarze (2003).

3.4 Vergleich von Äquivalenzskalen

Die bisherigen Ausführungen machen deutlich, dass eine Vielzahl unterschiedlicher Äquivalenzskalen existiert. Als Unterscheidungskriterium nutzen die meisten Skalen die Merkmale Anzahl und Alter der Haushaltsmitglieder. Die verschiedenen Skalen zu vergleichen gestaltet sich schwierig angesichts der Tatsache, dass nicht nur die Personengewichte variieren, sondern auch unterschiedliche Altersschwellen festgesetzt sind. Buhmann et al. (1988) schlagen eine Darstellung vor, die dieses Problem überwindet. Danach lässt sich nahezu jede Äquivalenzskala m_h durch s_h^e approximieren, wobei s_h die Anzahl der Haushaltsmitglieder im Haushalt h und $e \in [0,1]$ die Skalenelastizität ist, die ausdrückt, um wie viel Prozent sich der Einkommensbedarf ändert, wenn die Haushaltsgröße um ein Prozent zunimmt.

3.4.1 Die Skalenelastizität

Ist x_h das Haushaltseinkommen, dann kann das äquivalente Haushaltseinkommen y_h als

$$(3.16) \quad y_h = \frac{x_h}{m_h} \sim \frac{x_h}{s^e}$$

ausgedrückt werden. Je kleiner e ist, desto größer sind die unterstellten Skalenerträge des gemeinsamen Lebens und Wirtschaftens, d.h. umso weniger muss das Einkommen des Haushaltes steigen, wenn die Anzahl der Haushaltsmitglieder zunimmt. Für $e=1$ existieren keinerlei Skalenerträge, da eine einprozentige Zunahme der Haushaltsgröße eine einprozentige Steige-

zung des Einkommens bedingt. Ist $e=0$, sind die Skalenerträge maximal, die Zahl derjenigen, die gemeinsam das Einkommen verwenden, spielt für die Wohlfahrt derselben keine Rolle. Der Ein-Personen-Haushalt, für den in jedem Fall $y_h = x_h$ gilt, ist immer der Referenzhaushalt. Mit dem Konzept der *Family Size Elasticity of Needs* (Buhmann et al. 1988) können verschiedenste Äquivalenzskalen verglichen werden.

Welche Elastizitäten haben die in der Tabelle 3.1 verwendeten Skalen? s^e entspricht der Äquivalenzskala m_h und kann nach der Elastizität e aufgelöst werden:

$$(3.17) \quad e = \frac{\ln(m_h)}{\ln(s)}$$

Damit ergeben sich für den Vier-Personenhaushalt aus der Tabelle 3.1 folgende Elastizitäten:

$$\text{Pro-Kopf-Skala:} \quad e = \frac{\ln(4)}{\ln(4)} = \frac{1,3862}{1,3862} = 1$$

$$\text{BSHG-Skala:} \quad e = \frac{\ln(3,2)}{\ln(4)} = \frac{1,1631}{1,3862} = 0,839$$

$$\text{OECD-Skala:} \quad e = \frac{\ln(2,1)}{\ln(4)} = \frac{0,7419}{1,3862} = 0,535$$

Die Pro-Kopf-Skala besitzt also mit einem Wert von 1 die höchste Elastizität, während die der OECD-Skala nur 0,535 beträgt und wie folgt interpretiert werden kann: Nimmt die Anzahl der Haushaltsmitglieder um 10% zu, dann ist eine Einkommenssteigerung von 5,4% notwendig, damit das Wohl-

fahrtsniveau des Haushalts erhalten bleibt. In vielen wissenschaftlichen Artikeln und Büchern, die sich mit der Analyse von Einkommensverteilungen beschäftigen, findet sich der Hinweis, dass eine Äquivalenzskala mit einer Elastizität von 0,5 verwendet wurde. Diese Äquivalenzskala wird auch als Quadratwurzelskala oder Quadratwurzelregel bezeichnet, weil sich die Summe der Äquivalenzgewichte der Haushaltsmitglieder aus der Quadratwurzel der Anzahl der Haushaltsmitglieder ergibt. Damit wird in etwa die von der OECD vorgeschlagene Skala approximiert. Die Approximation hat den Vorteil, dass Angaben zur Anzahl der Kinder oder zur Altersstruktur der Haushaltsmitglieder nicht benötigt werden.

Der untere Teil der Tabelle 3.2 zeigt die Elastizitäten der im oberen Teil dargestellten Äquivalenzskalen. Die auf ökonomischen Verfahren beruhenden Skalen weisen im Allgemeinen eine deutlich geringere Elastizität auf als die Expertenskalen. Diese Ergebnisse entkräften den Vorwurf zu hoher Skalenerträge, der insbesondere der OECD-Skala gemacht wird.

3.4.2 *Wirkungen auf die Ergebnisse von Einkommensanalysen*

Die Wahl der Äquivalenzskala hat erhebliche Auswirkungen auf die Ergebnisse von Einkommens- und Armutsanalysen. Mit sinkender Elastizität der Skala werden größere Haushalte im Vergleich zu kleineren oder Ein-Personen-Haushalten systematisch „reicher“. Dies wird aus Tabelle 3.3 ersichtlich, die Äquivalenzeinkommen für verschiedene Haushaltstypen und Skalenelastizitäten zeigt. Basis sind die im SOEP 2008 erhobenen verfügbaren Monatseinkommen. Das verfügbare Einkommen, das von den Befragten angegeben wird, entspricht einer Äquivalenzskala mit $e=0$. Danach verfügen Singles über ein durchschnittliches Haushaltseinkommen von

1414 EUR, Paare ohne Kinder über 2501 EUR, während Paare mit zwei Kindern auf ein Einkommen in Höhe 3014 EUR zurückgreifen können.

Diese Einkommen erzeugen aber nur dann eine Wohlfahrt in gleicher Höhe, wenn davon ausgegangen würde, dass die Skalenerträge unendlich groß sind, es also keine Rolle spielt, wie viele Personen von dem angegebenen Haushaltseinkommen leben müssen. Die Wohlfahrt jeder Person im Haushalt würde – unabhängig von der Anzahl der Haushaltsmitglieder – dem insgesamt angegebenen Haushaltseinkommen entsprechen. Paare mit zwei Kindern würden demnach von allen betrachteten Haushaltstypen das höchste Wohlfahrtsniveau erzielen. Das andere Extrem ist das Pro-Kopf-Einkommen, das keine Skalenerträge impliziert: Ein wohlfahrtsneutraler Zuwachs der Haushaltsmitglieder um 10% würde eine Steigerung des Haushaltseinkommens von 10% erforderlich machen.

Tabelle 3.3: Äquivalenzeinkommen nach Haushaltstypen

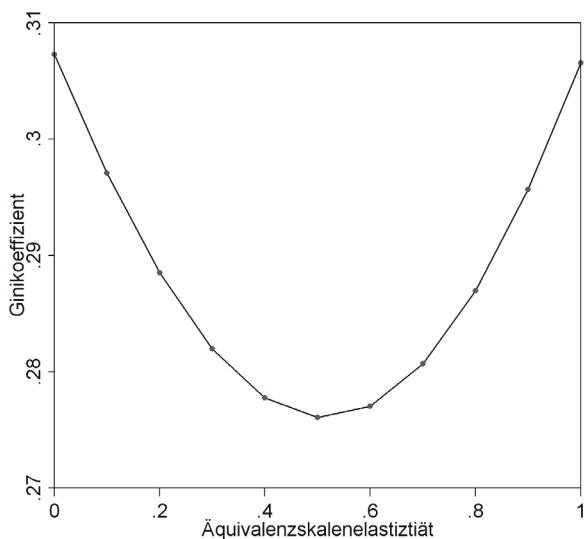
Äquivalenzskala	Haushalts-Typen				
	Singles	Paare	Paare mit 1 Kind	Paare mit 2 Kindern	Alle Haushalte
$e=0$	1.487,01	2.697,99	3.036,20	3.377,52	3.077,26
$e=0,2$	1.487,01	2.348,74	2.437,28	2.559,68	2.347,85
$e=0,5$ (~OECD)	1.487,01	1.907,77	1.752,95	1.688,76	1.578,44
$e=0,8$ (~BSHG)	1.487,01	1.549,59	1.260,76	1.114,17	1.072,68
$e=1$ (Pro-Kopf)	1.487,01	1.349,00	1.012,07	844,38	834,24

Quelle: SOEP 2011; eigene Berechnungen.

Die Auswirkungen dieser Annahme auf die Wohlfahrt der betrachteten Haushaltstypen sind beachtlich. Singles realisieren demnach das höchste Wohlfahrtsniveau, während Paare mit zwei Kindern nun die geringste Wohlfahrt aufweisen würden. Die übrigen bereits vorgestellten Skalen,

erzeugen Wohlfahrtsverteilungen, die zwischen diesen beiden Extremen liegen. Generell lässt sich beobachten, dass mit zunehmender Skalene­lastizität (also abnehmenden Skalenerträgen) und steigender Haushaltsgröße das Äquivalenzeinkommen der Haushalte geringer wird. Die derzeit in der internationalen Forschung am häufigsten verwendete OECD-Skala, die durch $e=0,5$ approximiert wird, erzeugt für Paare mit zwei Kindern ein Äquivalenzeinkommen, das unter denen der anderen in Tabelle 3.3. betrachteten Haushaltstypen liegt.

Abbildung 3.1: Sensitivität des Gini-Koeffizienten in Abhängigkeit der Äquivalenzskala



Quelle: SOEP 2011; eigene Berechnungen.

Anmerkung: Einkommen sind monatliche Äquivalenzeinkommen.

Die Wahl der Äquivalenzskala beeinflusst über die Höhe der Äquivalenzeinkommen also die Ergebnisse von Analysen zu Einkommensungleichheit und Einkommensarmut. Abbildung 3.1 zeigt exemplarisch die Auswirkungen

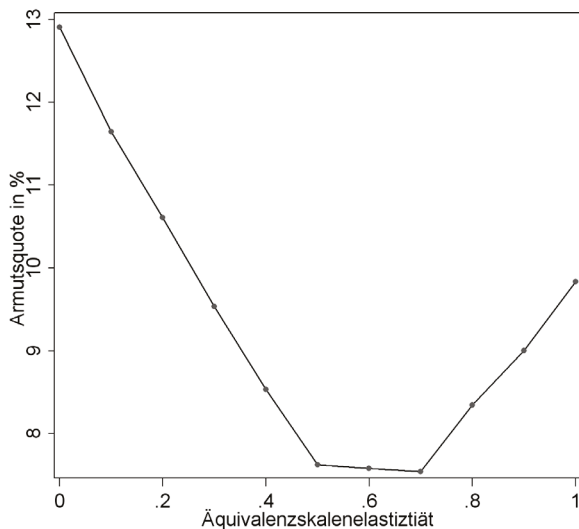
gen auf die Höhe des Gini-Koeffizienten. Der Gini-Koeffizient ist ein Maß für die Ungleichheit einer Einkommensverteilung und hat einen Wert von 1, wenn die Ungleichheit maximal ist und einen Wert von 0, wenn alle Personen in der Bevölkerung über das gleiche Einkommen verfügen (ausführlich wird der Gini-Koeffizient im nächsten Kapitel behandelt). Abbildung 3.1 zeigt, dass der Zusammenhang zwischen dem Gini-Koeffizienten einer Einkommensverteilung und der Skalenelastizität U-förmig verläuft. Demnach ist die gemessene Ungleichheit bei sehr geringer Elastizität (von z.B. 0.1) möglicherweise genauso groß, wie bei einer Elastizität von 1 (Pro-Kopf-Einkommen). Am geringsten ist sie, wenn eine Elastizität um 0,5 angenommen wird; das entspricht in etwa der OECD-Skala. Eine Elastizität von 0,8 – in etwa die BSHG-Skala – führt demnach zu einer höheren Ungleichheit als die mit der OECD-Skala gemessene.

Ebenso kann die Sensitivität der Armutsquote analysiert werden. Als arm werden dabei Personen definiert, die über ein Äquivalenzeinkommen verfügen, das geringer ist als die Hälfte des mittleren Äquivalenzeinkommens der Bevölkerung. Die Armutsquote sinkt relativ deutlich mit zunehmender Skalenelastizität, erreicht ihren Tiefpunkt bei einer Elastizität von etwa 0,7 und steigt danach wieder an. Die gleichen Zusammenhänge zwischen der Äquivalenzskalen-elastizität und Ungleichheit bzw. Armut zeigen Coulter et al. (1992a) auch an Daten aus Großbritannien.

Die Ergebnisse von Einkommensanalysen reagieren offensichtlich dann besonders auf die gewählte Äquivalenzskala, wenn sich die untersuchten Populationen hinsichtlich der Haushaltsgröße und ob des Vorhandenseins von Kindern systematisch unterscheiden. Der hohe Anteil der Armen bei

geringer Elastizität in Abbildung 3.2 ist vermutlich auf ältere Personen in kleinen Haushalten zurückzuführen.

Abbildung 3.2: Sensitivität der 50% Armutsquote in Abhängigkeit der Äquivalenzskala



Quelle: SOEP 2011, eigene Berechnungen.

Anmerkung: Einkommen sind monatliche Äquivalenzeinkommen. Armutsgrenze: 50% des Medianeinkommens.

Das Phänomen der Kinderarmut wird durch das andere Ende der Skala deutlich. Die Erklärung lässt sich anhand der Tabellen 3.2 und 3.3 erläutern: Werden hohe Skalenerträge unterstellt (geringe Skalenelastizität e), dann werden Haushalte mit vielen Personen – das sind i.d.R. Haushalte mit Kindern – im Vergleich zu kleinen oder gar Ein-Personen-Haushalten relativ „reich“ gerechnet. Umgekehrt verhält es sich beim Pro-Kopf-Einkommen. Gegeben eine bestimmte Einkommensverteilung wird die Armutsquote von Kindern ceteris paribus mit größer werdender Elastizität

der Äquivalenzskala zunehmen. Die Sensitivität der Armutsquote bezüglich der gewählten Äquivalenzskala wird auch aus Tabelle 3.4 ersichtlich, in der Armutsquoten für die USA und Deutschland gezeigt werden. Mit der OECD-Skala erhält man eine Armutsquote für die ältere Bevölkerung von 15%, die damit über dem Durchschnitt der Gesamtbevölkerung liegt. Wird die BSHG-Skala verwendet, dann liegt die Armutsquote der Älteren mit 10% dagegen deutlich unter dem Durchschnitt der Gesamtbevölkerung.

Tabelle 3.4: Armutsquoten bei unterschiedlichen Äquivalenzskalen

Armutsquote in %	Deutschland 1994		USA 1991	
	OECD	BSHG	OECD	BSHG
Bevölkerung	12,9	14,0	23,6	24,5
- bis 65	12,4	14,8	22,3	24,0
- Frauen	13,9	16,4	23,4	25,3
- 65 und älter	15,2	10,6	32,8	28,1
- Frauen	19,9	13,2	39,2	34,2
verheiratet	10,2	10,2	21,0	18,9
verwitwet	23,1	13,0	50,9	43,3

Quelle: Schwarze (1998).

Anmerkung: OECD und BSHG Skala sind über die Skalenelastizität approximiert.

Auch wenn die Zusammenhänge nicht linear und außerdem von der Zusammensetzung der Population abhängig sind, lassen sich doch einige Schlussfolgerungen für die Analyse von Querschnittsdaten ziehen. Äquivalenzskalen mit einer geringen Elastizität führen zu einer tendenziell hohen Gewichtung der Einkommen von größeren Haushalten, diese werden damit „reicher“ gerechnet. Wird die Einkommenslage von Familien mit der anderer Bevölkerungsgruppen verglichen, dann stellt sich die Einkommenssituation von Familien relativ gut bei geringer Elastizität und relativ schlecht bei hoher Elastizität der Äquivalenzskala dar. Ähnliches gilt, wenn große Fa-

milien mit kleinen oder die Haushalte von Alleinerziehenden mit Haushalten „kompletter“ Familien verglichen werden.

Die bisherigen Ausführungen bezogen sich auf die Analyse von Querschnittsdaten. Die Bedeutung der Äquivalenzskala wird noch deutlicher, wenn die Auswirkungen von Ereignissen wie Scheidung, Geburt eines Kindes oder Tod eines Haushaltsmitglieds auf die ökonomische Situation von Familien analysiert werden. Ein Beispiel der Sensitivität der Ergebnisse ereignisorientierter Analysen im Familien- bzw. Haushaltskontext zeigt Tabelle 3.5. Es handelt sich um Ergebnisse einer international verglichenen Studie von Burkhauser et al. (2005), in der die Auswirkungen des Ehepartners auf die ökonomische Situation der Witwe analysiert werden.

In Tabelle 3.5 ist das durchschnittliche verfügbare Haushaltseinkommen zum Zeitpunkt ($t-1$) und zum Zeitpunkt ($t+1$), sowie das Verhältnis beider Einkommen dargestellt. Das Verhältnis der Einkommen zeigt an, über welchen Anteil des Einkommens die Witwe ein Jahr nach dem Tod des Ehemannes verfügen kann. Die Ergebnisse variieren deutlich mit der gewählten Äquivalenzskala. Wird diese als $e=0$ gesetzt, dann ist das Einkommen der Frau nach dem Tod des Mannes deutlich geringer als vorher. In den USA variiert es, je nach Alter der Frau, zwischen 60 und 68%. Das kann damit erklärt werden, dass die durch den Tod des Mannes verringerte Anzahl der Haushaltsmitglieder zu geringeren Skalenerträgen führen, die den Verlust des Einkommens noch verschärfen. Im anderen Extremfall ($e=1$) – dem Pro-Kopf-Einkommen – steigt das Einkommen der Witwe im Vergleich zur Situation vor dem Tode des Mannes, deutlich auf über 100% an. Die Reduktion des Gesamthaushaltseinkommens durch den Tod des Partners, wird durch die gleichfalls abnehmende Anzahl der Personen im Haushalt

mehr als überkompensiert: Das Pro-Kopf-Einkommen der Witwe steigt. Interessant ist, dass es über die Altersgruppen und auch über die beiden hier dargestellten Länder betrachtet zwar Differenzen gibt, diese aber deutlich geringer sind, als die Differenzen, die durch die Verwendung unterschiedlicher Äquivalenzskalen auftreten. Für die folgenden Beispiele wird eine Äquivalenzskala mit $e=0,5$ gewählt.

Tabelle 3.5: Durchschnittliches verfügbares Einkommen von Witwen vor und nach dem Tod des Mannes

Skalen- elastizitäten	Alter 62-69			Alter 70+		
	verfügbares Einkommen		Einkom mensve rhältnis	verfügbares Einkommen		Einkom mensve rhältnis
	t-1	t+1	$\frac{t+1}{t-1}$	t-1	t+1	$\frac{t+1}{t-1}$
USA						
e=0	35809	21473	0,60	28828	19482	0,68
e=0,5	23934	18985	0,79	19461	18019	0,93
e=1	16178	17352	1,07	13327	17107	1,28
Deutschland						
e=0	45536	33567	0,74	39797	29538	0,74
e=0,5	30391	30295	1,00	27013	27777	1,03
e=1	20495	28108	1,37	18502	26660	1,44

Quelle: Burkhauser et al. (2005).

3.5 Wahl der Äquivalenzskala: Schlussfolgerungen?

Der kleine Ausflug in die Theorie und die Wirkung von Äquivalenzskalen hat gezeigt, dass es keine „richtige“ aber auch ebenso keine „falsche“ Äquivalenzskala gibt, diese gleichwohl aber einen deutlichen Einfluss auf die Ergebnisse von Verteilungsanalysen haben. Im Vorfeld solcher Analysen, aber auch bei deren Veröffentlichung sollten deshalb auch Sensitivitätsana-

lysen der Ergebnisse durchgeführt und präsentiert werden. Insbesondere, wenn es um Ergebnisse geht, die in Politik und Öffentlichkeit vermutlich eine hohe Aufmerksamkeit finden.

Im Übrigen empfiehlt die Canberra Group (2001) die Verwendung einer Äquivalenzskala mit einer Elastizität von $e=0,5$. Dieser Wert entspricht – je nach Größe und Zusammensetzung der Familie – der OECD-Skala.

4. Deskription von Einkommensverteilungen

Nachdem in den beiden vorangegangenen Kapiteln erläutert wurde, was mit dem Begriff des Einkommens inhaltlich erfasst sein sollte und kann, und wie diese Einkommen, die im Haushaltszusammenhang entstehen, den einzelnen Personen zugeordnet werden, geht es jetzt darum, die Verteilung dieser Einkommen, die personelle Einkommensverteilung, zu analysieren. Es liegt nahe, dazu die aus der Statistik bekannten Verteilungsdarstellungen und -maße zu verwenden. In diesem und den beiden folgenden Kapiteln wird gezeigt werden, dass die Beurteilung von Verteilungen, also die Bemessung der Ungleichheit, erhebliche normative Setzungen erfordert. Es gibt aber nicht „die richtige“ oder „die gerechte“ Verteilung. Entscheidend sind die Präferenzen der Gesellschaftsmitglieder und der Gesellschaft insgesamt. Eindeutige Aussagen zur Bewertung der Einkommensverteilung sind nur möglich, wenn sich alle Gesellschaftsmitglieder auf ein oder mehrere Kriterien zur Beurteilung einer Einkommensverteilung einigen könnten. Dies würde jedoch die Existenz einer eindeutigen sozialen Wohlfahrtsfunktion voraussetzen, die nicht existieren kann (Arrow 1951). Jedoch können normative Verteilungsmaße herangezogen werden, die z.B. auf der Grundlage bestimmter Axiome entwickelt wurden oder bestimmte Kriterien erfüllen (vgl. Kapitel 5). Die Frage der Bewertung einer Verteilung lässt sich weiter differenzieren. Es kann zum einen ausschließlich die Verteilung als solche und zum anderen der Prozess, der eine bestimmte Verteilung hervorbringt, bewertet werden. In diesem Buch wird letzteres ausgeklammert, d.h.

der Prozess wird als gegeben angesehen und lediglich dessen Ergebnisse analysiert.

In diesem Kapitel werden zunächst Möglichkeiten der graphischen Repräsentation einer Einkommensverteilung demonstriert. Sie geben einen ersten Einblick in die Gestalt einer Einkommensverteilung. Anschließend werden Lage- und Streuungsparameter – wie der Mittelwert und die Varianz – vorgestellt. Eine weitere Möglichkeit, eine Einkommensverteilung zu präsentieren, sind Rankings, auf denen auch Darstellungen wie die Lorenzkurve aufbauen. Aus der Lorenzkurve wiederum kann der Gini-Koeffizient hergeleitet werden, mit dem ein erstes, allgemein gebräuchliches, so genanntes skalares Ungleichheitsmaß vorgestellt wird. Skalar deshalb, weil die Informationen einer Einkommensverteilung in einem einzigen Maß verdichtet werden. Am Beispiel des Gini-Koeffizienten können schließlich erste Einsichten in den normativen Gehalt von Ungleichheitsmaßen gewonnen werden. Es zeigt sich, dass unterschiedliche Ungleichheitsmaße auch unterschiedliche Bewertungen von Einkommensverteilungen implizieren.

Im Folgenden wird aus der im Kapitel 2 beschriebenen Stichprobe die personelle Verteilung des monatlich verfügbaren Einkommens, erhoben nach dem Konzept des *income screener*, für Deutschland im Jahr 2011 analysiert. Für 25.835 Personen liegt die entsprechende Information vor. Die individuellen Nettoäquivalenzeinkommen wurden nach der Quadrat-wurzelregel berechnet (vgl. Kapitel 3).

Das Nettoäquivalenzeinkommen jeder Person ist y_i . Die Einkommensverteilung ist damit $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$.

4.1 Graphische Darstellungen einer Einkommensverteilung

Als ein erster Schritt kann die Verteilung der Einkommen graphisch analysiert werden. Einfache statistische Darstellungen sind die Häufigkeitsverteilung der Einkommen bzw. der klassierten Einkommen, deren graphische Darstellung als Histogramm und Kern-Dichte-Schätzungen.

4.1.1 Häufigkeitsverteilung und Histogramm

Eine einfache Möglichkeit der Darstellung der Einkommensverteilung bietet die Häufigkeitsverteilung der Einkommen. Dabei werden praktischerweise Einkommensklassen gebildet. In Tabelle 4.1 sind die relativen und kumulierten Häufigkeiten der Einkommen in Deutschland im Jahr 2008 zu sehen. Die Einkommensklassen sind willkürlich festgelegt. Die Häufigkeitsverteilung diskreter Merkmale kann als Realisation der Wahrscheinlichkeitsfunktion

$$(4.1) \quad f(y) = P(Y = y)$$

aufgefasst werden. In Tabelle 4.1 sind y die Einkommensklassen.

Die Verteilungsfunktion

$$(4.2) \quad F(y) = P(Y \leq y)$$

gibt an, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass die Zufallsvariable Y einen Wert kleiner oder gleich y annimmt. Die Realisation der Verteilungsfunktion ist die kumulierte Häufigkeit. Im Fall von Einkommen ist an ihr der Anteil der Bevölkerung abzulesen, der über ein Einkommen von y oder

weniger verfügt. Die Verteilungsfunktion wird auch als *cdf* (*cumulative distribution function*) bezeichnet.

Tabelle 4.1: Verteilung der klassierten verfügbaren Äquivalenzeinkommen in Deutschland im Jahr 2011

Verfügbares Einkommen	Häufigkeit in % f(y)	Kumulierte Häufigkeit in % F(y)
unter 500 EUR	1,91	1,91
500 bis unter 750 EUR	5,72	7,63
750 bis unter 1000 EUR	11,81	19,44
1000 bis unter 1250 EUR	14,28	33,72
1250 bis unter 1500 EUR	15,84	49,56
1500 bis unter 1750 EUR	12,36	61,93
1750 bis unter 2000 EUR	9,53	71,45
2000 bis unter 2250 EUR	8,95	80,40
2250 bis unter 2500 EUR	5,48	85,88
2500 EUR und mehr	14,12	100,00

Quelle: SOEP 2011; eigene Berechnungen.

Anmerkung: Einkommen sind Äquivalenzeinkommen, berechnet nach der Quadratwurzelregel (vgl. Kap. 3).

Für $F(y)$ gilt:

$$(4.3) \quad 0 \leq F(y) \leq 1$$

Wenn $x > y$, dann ist $F(x) \geq F(y)$

$$F(-\infty) = 0$$

$$F(+\infty) = 1$$

Für die Analyse von Einkommensverteilungen ist es ausreichend, sich auf nicht-negative Werte zu beschränken, denn der Großteil dieser Verteilungen ist konzentriert auf das Intervall $[0, +\infty]$.

Fasst man Einkommen als stetiges Merkmal auf, so ist das Konzept der Wahrscheinlichkeit nicht anwendbar, denn die Wahrscheinlichkeit für jeden bestimmten Wert ist gleich Null, da der Wertebereich von y theoretisch zwischen $+\infty$ und $-\infty$ liegen kann. Wahrscheinlichkeiten können im Fall stetiger Merkmale nur für Intervalle von y angegeben werden. Die Funktion $f(y)$ wird für stetige Merkmale deshalb als Wahrscheinlichkeitsdichte bzw. als Dichtefunktion der Verteilung bezeichnet. So kann die Wahrscheinlichkeit, dass ein bestimmtes Einkommen y (als Realisation der Zufallsvariable Y) in einem Einkommensintervall zwischen a und b liegen wird, berechnet werden als die Fläche unter der Dichtefunktion $f(y)$ im Abschnitt zwischen a und b ,

$$(4.4) \quad P(a \leq Y \leq b) = \int_a^b f(y) dy \geq 0.$$

Die Fläche unter der gesamten Dichtefunktion ist also normiert,

$$(4.5) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(y) dy = 1.$$

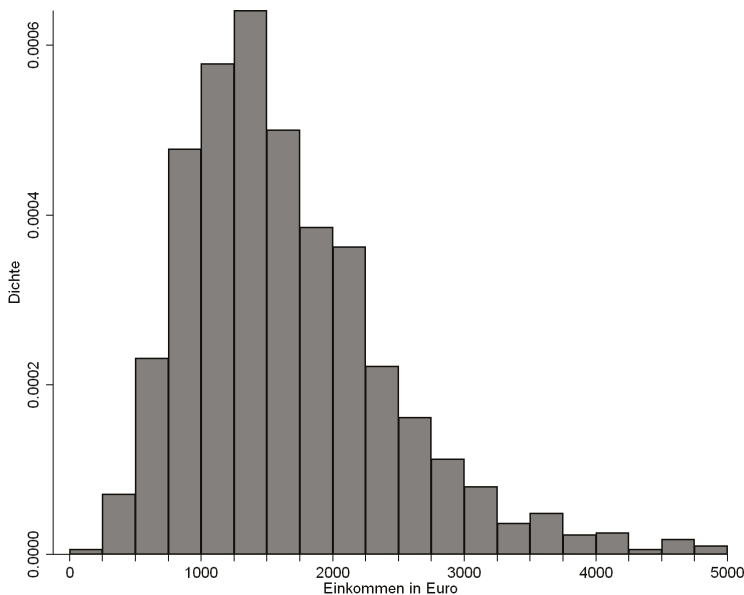
Die Verteilungsfunktion ist das Integral über die Dichtefunktion, also

$$(4.6) \quad F(y) = \int_{-\infty}^y f(t) dt$$

mit denselben Eigenschaften wie in (4.3).

Die Informationen aus Tabelle 4.1 lassen sich auch graphisch darstellen – in einem Histogramm (vgl. Abbildung 4.1). Anhand solcher Darstellungen können deutliche Unterschiede in Verteilungen schnell gezeigt werden.

Abbildung 4.1: Histogramm der Nettoäquivalenzeinkommen in Deutschland im Jahr 2011, Klassenbreite=250



Quelle: SOEP 2011; eigene Berechnungen.

Anmerkung: Einkommen sind Äquivalenzeinkommen, berechnet nach der Quadratwurzelregel (vgl. Kap. 3).

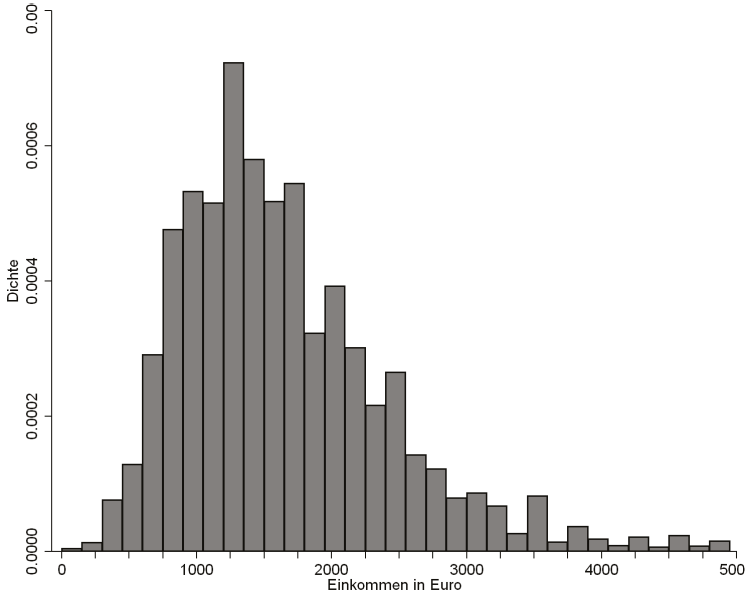
Bei der hier gewählten Darstellung zeigt die Höhe eines Balkens die Wahrscheinlichkeitsdichte für jeden möglichen Wert in der Klasse k an³, wobei n_k = Anzahl der Beobachtungen in der Klasse k , d_k als Klassenbreite und n = Gesamtzahl der Beobachtungen.

³ Histogramme können bei konstanter Klassenbreite auch so dargestellt werden, dass die Höhe der Balken die relative Häufigkeit der Klasse darstellt, $\frac{n_k}{n}$, anstelle der Häufigkeitsdichte für jeden Wert im Intervall. Das verändert die Gestalt der Grafik nicht, lediglich die Skala der Ordinate ist um den Faktor d_k , die Klassenbreite größer.

$$(4.8) \quad \hat{f}(y) = \frac{n_k}{n \cdot d_k}$$

Die Flächen der Balken, $\hat{f}(y) \cdot d_k$, entsprechen der relativen Häufigkeit der jeweiligen Klasse, $\frac{n_k}{n}$.

Abbildung 4.2: Histogramm der Nettoäquivalenzeinkommen in Deutschland im Jahr 2011, Klassenbreite=150



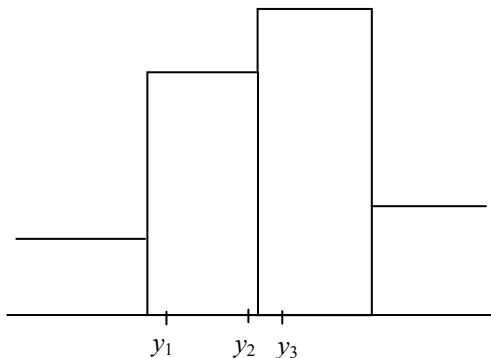
Quelle: SOEP 2011; eigene Berechnungen.

Anmerkung: Einkommen sind Äquivalenzeinkommen, berechnet nach der Quadratwurzelregel (vgl. Kap. 3).

Die Summe der Flächen aller Balken des Histogramms ist also auf 1 normiert. Die Abbildungen 4.1 und 4.2 zeigen Histogramme derselben Einkommensverteilung, dargestellt in unterschiedlich breiten Klassen. Dabei

wird deutlich, dass der Informationsverlust umso größer ist, je größer die Klassenbreite gewählt wird. Umso klarer zeichnet sich aber auch das Bild der Einkommensverteilung ab. Allerdings wird eine derart unstete Darstellung der zugrundeliegenden Verteilung nicht unbedingt gerecht: Merkmalsausprägungen, die nah bei einander, aber in unterschiedlichen Klassen liegen, werden vermutlich nicht so unterschiedliche Häufigkeiten aufweisen, wie aus dem Histogramm abzulesen ist (vgl. Abbildung 4.3). Das liegt daran, dass im Histogramm die für einen beliebigen Wert, z.B. y_2 in Abbildung 4.3, ablesbare Häufigkeit von den Häufigkeiten aller Werte in der jeweiligen Klasse bestimmt wird, in Abbildung 4.3 also unter anderem von y_1 . Werte, die näher am interessierenden Wert y_2 aber in der benachbarten Klasse liegen, in Abbildung 4.3 also y_3 , werden zur Bestimmung der Häufigkeit von y_2 nicht herangezogen.

Abbildung 4.3: Schematische Darstellung der Lage von Merkmalsausprägungen in den Klassen eines Histogramms



4.1.2 Kerndichteschätzungen

Das Bild ließe sich verfeinern, indem die Dichte für eine größere Anzahl von Klassen geschätzt würde. Andererseits wurde am Beispiel des Histogramms gezeigt, dass die Gestalt der Verteilung besser zum Ausdruck kommt, wenn empirische Werte in einem breiteren Intervall zur Schätzung der Dichte herangezogen werden. Beim Histogramm sind die Anzahl der Klassen und die Breite des Intervalls, aus dem empirische Werte zur Dichteschätzung herangezogen werden, nicht voneinander unabhängig. Die Klassen des Histogramms sind disjunkt, ein Beobachtungspunkt liegt in einer Klasse oder in einer anderen, nicht in mehreren.

Anders beim gleitenden Histogramm: Dort ist es möglich, Evaluierungspunkte und Klassenbreite (Fensterbreite) so zu wählen, dass die Evaluierungsfenster einander überlagern, ohne dass dabei auf die Normierung verzichtet werden muss. Ein und derselbe empirische Wert kann also im gleitenden Histogramm zur Schätzung der Dichte an mehreren Evaluierungspunkten herangezogen werden. Im Extremfall wird für jede mögliche Ausprägung der interessierenden Variable die Dichte geschätzt, indem alle Beobachtungen genutzt werden. Für ein solches gleitendes Histogramm sind also die Fensterbreite und die Anzahl der Evaluierungspunkte festzulegen. An den äquidistanten Evaluierungspunkten wird dann die Dichte geschätzt, indem die Anzahl der Beobachtungen im spezifizierten Intervall n_h auf die Gesamtzahl der Beobachtungen und die Breite des Intervalls, $2h$, bezogen wird, also

$$(4.9) \quad \hat{f}(y) = \frac{n_h}{2hn}.$$

Anders formuliert:

$$\hat{f}(y) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{y - y_i}{h}\right),$$

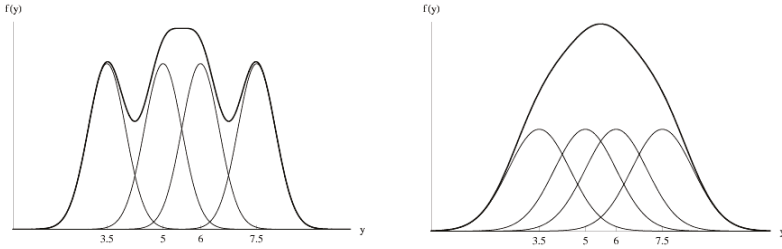
wobei die Kernfunktion K für jede Beobachtung im Intervall $[y-h, y+h]$ den Wert von 0,5 annimmt. Es gilt also

$$K\left(\frac{y - y_i}{h}\right) = \begin{cases} 0.5 & \text{wenn } \left|\frac{y - y_i}{h}\right| \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

Anstelle des oben beschriebenen Rechteckkerns, bei dem alle Beobachtungen im Intervall $[y-h, y+h]$ gleichgewichtig zur Dichteschätzung am Evaluierungspunkt y herangezogen werden, können weitere Kernfunktionen mit anderen Eigenschaften spezifiziert werden. Eine wesentliche Eigenschaft alternativer Kernfunktionen ist es, Beobachtungen, die näher am Evaluierungspunkt liegen stärker bei der Dichteschätzung zu berücksichtigen als Beobachtungen, die weiter vom Evaluierungspunkt entfernt (aber immer noch im Evaluierungsfenster) liegen. Das geschieht, wenn als Kernfunktion anstelle einer Gleichverteilung z.B. eine Normalverteilung verwendet wird. Auf diese Weise kann die Dichte einer empirischen Einkommensverteilung geschätzt werden (vgl. Silverman 1986).

Dieses Verfahren soll an einem kleinen Beispiel mit nur vier Beobachtungen demonstriert werden, $y = (3,5;5;6;7,5)$. Verwendet man als Kern die Dichtefunktion der Normalverteilung, dann resultiert:

$$(4.10) \quad K\left(\frac{y - y_i}{h}\right) = \frac{1}{h\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{y_i - y}{h}\right]^2}$$

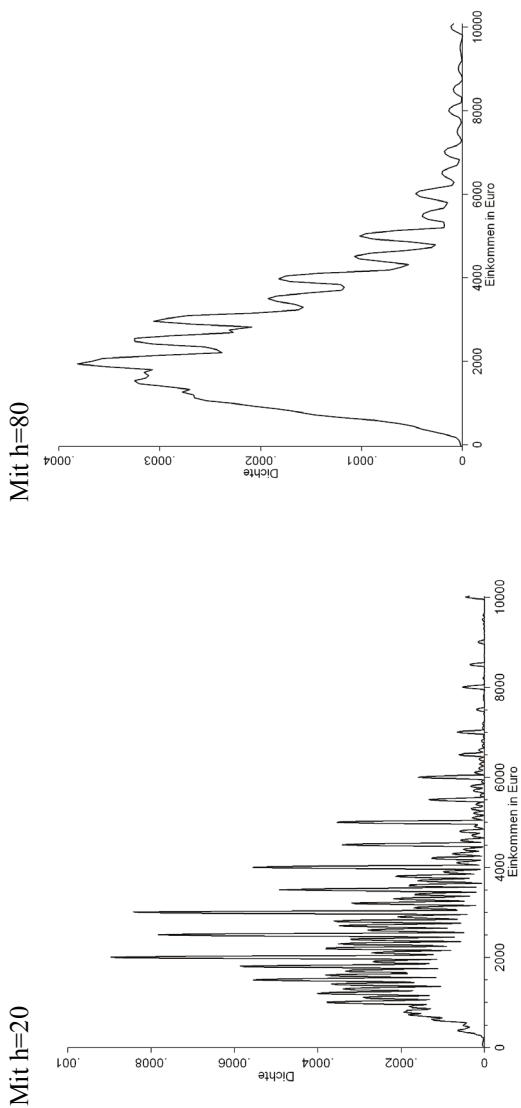
Abbildung 4.4: Kerndichteschätzung mit einem NormalkernBandbreite $h=0,5$ Bandbreite $h=1,0$ 

Im Beispiel wird um jeden Beobachtungspunkt herum eine Dichtefunktion mit der Gestalt einer Normalverteilung geschätzt (vgl. Abbildung 4.4).

Im Ergebnis zeigen sich vier Normalverteilungskurven (vgl. Abbildung 4.4). Die Addition der einzelnen Funktionen ist die Schätzung der Dichtefunktion für die gesamte Verteilung. Das linke Bild in der Abbildung zeigt, dass die geschätzte Dichtefunktion drei Gipfel hat. Wird die Fensterbreite h von 0,5 auf 1 erhöht, wird die Dichte glatter, da die Dichtefunktionen für die einzelnen Punkte breiter werden und es resultiert eine Verteilung mit nur einem Gipfel.

Die Abbildungen 4.5 und 4.6 zeigen Kerndichteschätzungen der Verteilung der verfügbaren Äquivalenzeinkommen in Deutschland mit verschiedenen Bandbreiten h . Die rechte Grafik in Abbildung 4.5, in der mit $h=20$ eine nur geringe Bandbreite gewählt wurde, vermittelt den Eindruck einer mehrgipfligen Verteilung der Einkommen. Jedoch gibt es keinen theoretischen Ansatz, nach dem eine solche Verteilung plausibel erschiene. Was ist dann der Grund?

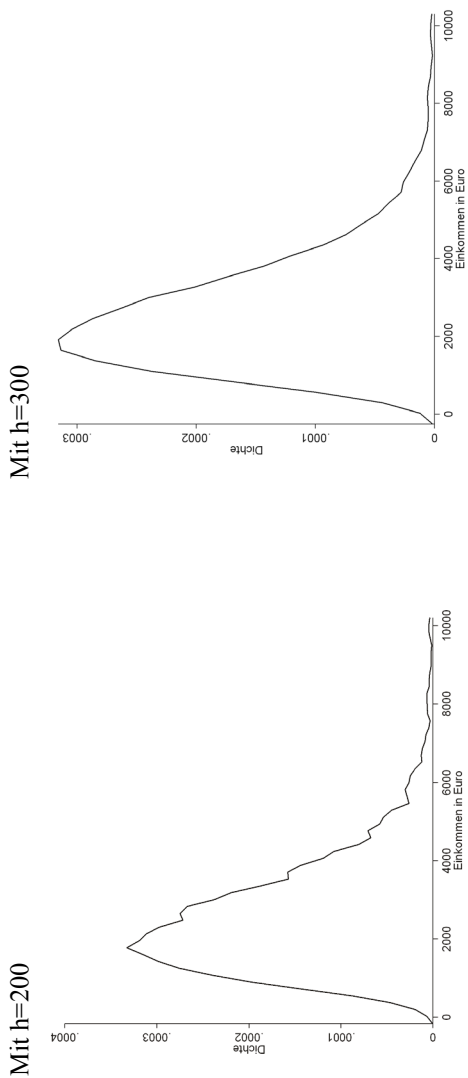
Abbildung 4.5: Kerndichtschätzung der Nettoäquivalenzeinkommen in Deutschland im Jahr 2011



Quelle: SOEP 2011; eigene Berechnungen.

Anmerkung: Einkommen sind monatliche Äquivalenzeinkommen berechnet mit $e=0,0$; vgl. Kap. 3.

Abbildung 4.6: Kerndichtschätzung der Nettoäquivalenzeinkommen in Deutschland im Jahr 2011



Quelle: SOEP 2011; eigene Berechnungen.

Anmerkung: Einkommen sind monatliche Äquivalenzeinkommen berechnet mit $e=0,0$; vgl. Kap. 3.

Die Erklärung ist relativ einfach. Bei der Angabe der Haushaltseinkommen neigen die Befragten dazu, den Betrag zu runden. So finden sich in den Daten Einkommen in Höhe von 2000 EUR oder 3000 EUR wesentlich häufiger als Einkommen von 1780 oder 3140 EUR. Es liegt deshalb nahe, einen größeren Wert für h zu wählen. Die Grafiken in Abbildung 4.8 zeigen dann auch, dass die Einkommensverteilung offensichtlich nur einen Gipfel hat.

4.2 Zentrale Parameter zur Beschreibung der Einkommensverteilung

Histogramme und Kerndichteschätzungen stellen die Gestalt einer Einkommensverteilung anschaulich dar. Dazu wird die gesamte Information der Einkommensverteilung genutzt. Für den Vergleich verschiedener Verteilungen ist es aber vorteilhaft, diese Information auf wenige, aussagekräftige Parameter zu reduzieren. Im Folgenden werden zentrale Parameter einer Einkommensverteilung vorgestellt. Unterschieden werden Lage- und Streuungsparameter.

4.2.1 Lageparameter der Einkommensverteilung

Ein Lageparameter der Einkommensverteilung ist der Erwartungswert $E(y)$ der mit μ bezeichnet wird. Der unbekannte Wert in der Population ist:

$$(4.11) \quad E(y) = \mu = \begin{cases} \sum yf(y) & \text{für diskrete } y \\ \int_y yf(y)dy & \text{für stetige } y \end{cases}$$

Steht eine Zufallsstichprobe zur Verfügung, dann kann der unbekannte Po-

pulationsparameter μ als das arithmetische Mittel

$$(4.12) \quad \hat{\mu} = \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

geschätzt werden. Andere Lageparameter zur Beschreibung einer Einkommensverteilung sind der Median und der Modalwert.

Der Median M ist der Wert, für den gilt:

$$(4.13) \quad P(y \leq M) \geq 0.5 \text{ und } P(y \geq M) \geq 0.5$$

50% der Bevölkerung haben ein geringeres Einkommen als M und 50% ein höheres. Der Median ist weniger sensitiv gegenüber Ausreißern (extrem hohen Einkommen) und in linkssteilen, bzw. rechtsschiefen Verteilungen immer kleiner als der Erwartungswert.

Der Modalwert MO ist das Einkommen, das am häufigsten auftritt bzw. die maximale Dichte aufweist:

$$(4.14) \quad MO = y \rightarrow \max f(y)$$

4.2.2 Streuungsparameter

Die Einkommensverteilung wird nicht nur durch Lage-, sondern auch durch Streuungsparameter charakterisiert. Ein wichtiger Streuungsparameter ist die Varianz, die auch als zweites Moment der Verteilung μ_2 bezeichnet wird. Das erste Moment ist der Erwartungswert μ_1 .

Im diskreten Fall gilt

$$(4.15) \quad V(y) = \sum_{i=1}^n (y - \mu_1)^2 f(y)$$

und im stetigen Fall

$$(4.16) \quad V(y) = \int_y (y - \mu_1)^2 f(y) dy$$

Eine Schätzung für die Varianz ist:

$$(4.17) \quad \hat{V}(y) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y - \bar{y})^2$$

Die Varianz als ein Parameter für die Streuung könnte als ein erstes Maß für die Ungleichheit einer Einkommensverteilung interpretiert werden. Denn offensichtlich ist die Varianz gleich Null, wenn alle Mitglieder der Population über das gleiche Einkommen verfügen und je weiter die einzelnen Einkommen auseinander liegen, desto größer ist die Varianz.

Von Bedeutung ist auch das dritte Moment, das als die Schiefe einer Verteilung bezeichnet wird:

$$(4.18) \quad \mu_3 = E[(y - \mu_1)^3]$$

$\mu_3 = 0$: Verteilung ist symmetrisch um den Mittelwert

$\mu_3 < 0$: Verteilung ist linkschief bzw. rechtssteil

$\mu_3 > 0$: Verteilung ist rechtsschief bzw. linkssteil

In Tabelle 4.2 sind die vorgestellten Parameter der Einkommensverteilung in Deutschland im Jahr 2008 für verschiedene Äquivalenzeinkommen ausgewiesen (vgl. Kap. 3). Unabhängig von der Äquivalenzskalanelastizität ist

der Mittelwert größer als der Median und die Schiefe deutlich über Null, so dass auch anhand dieser Zahlen die linkssteile Gestalt der Verteilung erkennbar ist.

Tabelle 4.2: zentrale Parameter der Einkommensverteilung in Deutschland im Jahr 2011, unter Annahme verschiedener Äquivalenzskalen

	e=0,0	e=0,5	e=1
Arithm. Mittel	2.670,49	1.696,30	1.148,63
Median	2.400,00	1.500,00	1.000,00
Standardabweichung	1.682,54	1.005,18	773,76
Varianz	2.830.948	1.010.382	598.701,7
Schiefe	4,01	5,52	6,14

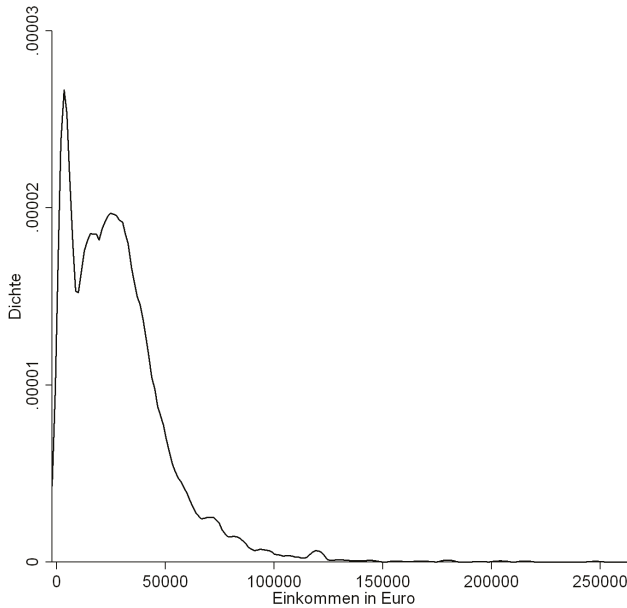
Quelle: SOEP 2011; eigene Berechnungen.

Anmerkung: Einkommen sind monatliche Äquivalenzeinkommen.

4.2.3 Warum ist die Einkommensverteilung linkssteil?

Die gezeigten Verteilungen der verfügbaren (Haushalts-) Einkommen ist erkennbar nicht symmetrisch verteilt, sondern linksteil bzw. rechtsschief. Diese Beobachtung ist nicht überraschend: Nahezu jede Verteilung von Einkommen jeglicher Art, zu verschiedenen Zeitpunkten, in verschiedenen Ländern hat eine rechtsschiefe, linksteile Form. Dieses Phänomen beschäftigt die Wissenschaft theoretisch und empirisch schon seit vielen Jahrzehnten. Eine mögliche theoretische Erklärung soll für das Beispiel der Verteilung von Erwerbseinkommen herausgearbeitet werden. Abbildung 4.7 zeigt die Verteilung der Bruttoerwerbseinkommen von Vollzeit beschäftigten Frauen und Männer in Deutschland für das Jahr 2011.

Abbildung 4.7: Verteilung der Jahres-Erwerbseinkommen in Deutschland im Jahr 2011



Quelle: SOEP 2011; eigene Berechnungen.

Anmerkung: Berücksichtigt wurden nur die Erwerbseinkommen vollzeit Beschäftigter.

Die Dichteschätzung zeigt auch hier eine linkssteile, bzw. rechtsschiefe Verteilung. Die beiden Lageparameter zeigen dasselbe:

Mittelwert: 29.072,06 EUR

Median: 24.996,00 EUR

D.h. mehr als die Hälfte der vollzeit Beschäftigten haben ein Erwerbseinkommen, das unterhalb des Mittelwertes liegt.

Ein prominenter Ansatz zur Erklärung dieses Phänomens ist die Humankapitaltheorie, nach der die Verteilung der Erwerbseinkommen aus den individuell kalkulierten Investitionen in Ausbildung und den nach Ausbildung verschiedenen Erwerbseinkommen resultiert. Systematisch hat dies zuerst Mincer (1958) gezeigt. Bevor seine Überlegungen in vereinfachter Form erläutert werden, sein kurz darauf hingewiesen, dass es sich hierbei um eine von mehreren – nicht integrierten – Erklärungen für die Form der Einkommensverteilung handelt. Eine umfassende Theorie der personellen Einkommensverteilung konnte noch nicht entwickelt werden.

Betrachtet werden zwei Individuen. Das erste Individuum wird, ohne eine Ausbildung zu absolvieren, sofort erwerbstätig und arbeitet dann T Jahre. Zum Zeitpunkt, in dem die Entscheidung getroffen wird, nicht in Bildung zu investieren, kann der abdiskontierte Wert des Lebenseinkommens V_0 – das ist der Wert, den das Individuum zum Entscheidungszeitpunkt, seinem Lebenseinkommen beimisst – wie folgt dargestellt werden:

$$(4.19) \quad V_0 = Y_0 \sum_{t=0}^T \left(\frac{1}{1+r} \right)^t = Y_0 \sum_{t=0}^T (1+r)^{-t}$$

Y_0 ist das Erwerbseinkommen in jeder der $t=0, 1, \dots, T$ Perioden – also z.B. das Jahreseinkommen –, das hier der Einfachheit halber als unveränderlich angenommen wird. r ist die Zeitpräferenzrate, mit der das Individuum aus heutiger Sicht die zukünftigen Einkommen bewertet. Eine hohe Zeitpräferenzrate bedeutet, dass Einkommen in naher Zukunft höher bewertet werden als Einkommen, die weiter in der Zukunft liegen. Für Individuen mit einer hohen Zeitpräferenzrate hat die Gegenwart also eine größere Bedeutung als die Zukunft.

Mathematisch einfacher zu handhaben ist die stetige Betrachtung:

$$(4.20) \quad V_0 = Y_0 \int_0^T e^{-rt} = \frac{1}{r} Y_0 (1 - e^{-rT})$$

Das zweite Individuum absolviert zunächst s Jahre Ausbildung und ist anschließend ebenfalls T Jahre erwerbstätig. Das abdiskontierte Lebenseinkommen dieses Individuums stellt sich wie folgt dar:

$$(4.21) \quad V_s = Y_s \int_s^{T+s} e^{-rt} = \frac{1}{r} Y_s (e^{-rs} - e^{-r(T+s)})$$

Y_s ist hier das Jahreseinkommen der ausgebildeten Person. Im Gegensatz zu Mincer (1958) wird hier nicht angenommen, dass sich die Zeit der Erwerbstätigkeit um die Zeit der Ausbildung verkürzt. Das Ergebnis der Analyse wird davon im Kern aber nicht berührt. Ein Vergleich von (4.22) und (4.23) zeigt, dass die Opportunitätskosten der Ausbildung darin bestehen, dass die Einkommen in fernere Zukunft rücken und deswegen also stärker abdiskontiert werden.

Welche Verteilung der Periodeneinkommen Y (z.B. der Jahreseinkommen) resultiert aus diesen Überlegungen? Mincer (1958) argumentiert hier folgendermaßen: Sollen Menschen mit unterschiedlicher Ausbildungszeit für die Kosten der Ausbildung – in diesem Fall ist das das Aufschieben der Erwerbseinkommen – kompensiert werden, dann müssen die abdiskontierten Lebenserwerbseinkommen zum Zeitpunkt der Entscheidung gleich sein, es muss also $V_0 = V_s$ gelten, bzw.:

$$(4.22) \quad Y_0 (1 - e^{-rT}) = Y_s (e^{-rs} - e^{-r(n+s)}) = Y_s e^{-rs} (1 - e^{-rn})$$

Das Periodeneinkommen bei s Jahren Ausbildung ist dann:

$$(4.23) \quad Y_s = Y_0 e^{rs}$$

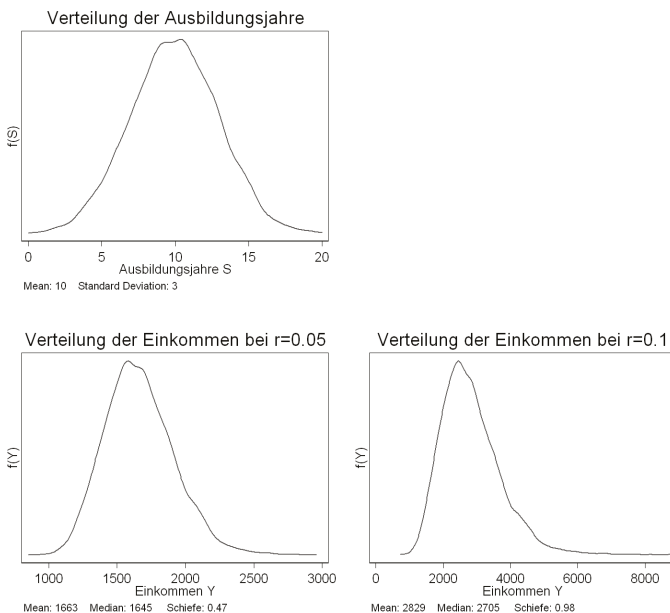
oder in logarithmierter Form

$$(4.24) \quad \ln Y_s = \ln Y_0 + rs$$

Dieses einfache Modell liefert einige interessante Einsichten. Zunächst wird deutlich, dass bei gegebener Ausbildungslänge das Periodeneinkommen der ausgebildeten Person mit steigender Zeitpräferenzrate zunehmen muss, da sie sonst die Kosten der Ausbildung nicht auf sich nehmen würde. Interpretiert man r als eine gegebene Ertragsrate für jedes Jahr Ausbildung, die sich auf dem Arbeitsmarkt gebildet hat, dann werden nur die Personen in Ausbildung investieren, die eine Zeitpräferenzrate haben, die gleich oder kleiner als die Ertragsrate ist. Personen mit einer höheren Zeitpräferenzrate werden nicht in Ausbildung investieren.

Wie sieht nun aber die Verteilung der Periodeneinkommen aus? Offensichtlich gehen Einkommensunterschiede bei gleicher Ertragsrate auf unterschiedliche Ausbildungsdauern zurück. Es ist plausibel anzunehmen, dass die Ausbildungsdauer in einer Population normalverteilt ist. Dies kann z.B. damit begründet werden, dass Merkmale wie Intelligenz und Begabung, die wesentlich zum erfolgreichen Abschluss einer Ausbildung beitragen, ebenfalls normalverteilt sind. Unter dieser Annahme macht der Ausdruck in (4.25) deutlich, dass bei gleichen Lebenseinkommen, normalverteilter Ausbildungsdauer und gegebener Rendite für Ausbildung, die Periodeneinkommen rechtsschief verteilt sind. Dies kann mit einer kleinen Simulation gezeigt werden.

Abbildung 4.8: Verteilung von Periodeneinkommen bei normalverteilten Ausbildungsjahren



Quelle: Simulationsrechnung mit $n=10000$.

Abbildung 4.8 zeigt normal verteilte Ausbildungsjahre für eine hypothetische Population von 10.000 Mitgliedern, mit Mittelwert 10 und Standardabweichung 3. Auf Basis dieser Verteilung wurden die Periodeneinkommen (siehe 4.25) für Ertragsraten von 5 und 10% erzeugt. Die Ergebnisse sind ebenfalls in Abbildung 4.8 wiedergegeben und zeigen für beide Ertragsraten eine rechtsschiefe Verteilung der Periodeneinkommen. Die Schiefe der Einkommensverteilung nimmt offensichtlich mit steigender Ertragsrate zu. Umgekehrt könnte daraus geschlossen werden, dass die empirische

rische Beobachtung einer rechtsschiefen Einkommensverteilung auf hohe Ertragsraten für Ausbildung zurückzuführen ist.

4.3 Charakterisierung der Einkommensverteilung durch Quantile

Einkommensverteilungen können durch ihre Quantile Q_x beschrieben werden. Dazu werden die Personen aufsteigend nach der Höhe ihres Einkommens sortiert und die gesamte Population dann in gleich große Teile geteilt. Die Einkommen an den Quantilsgrenzen geben also an, wie hoch das Einkommen ist, das jedes Individuum des entsprechenden Anteils der Population maximal erreicht.

Häufig verwendete Quantile der Verteilung sind:

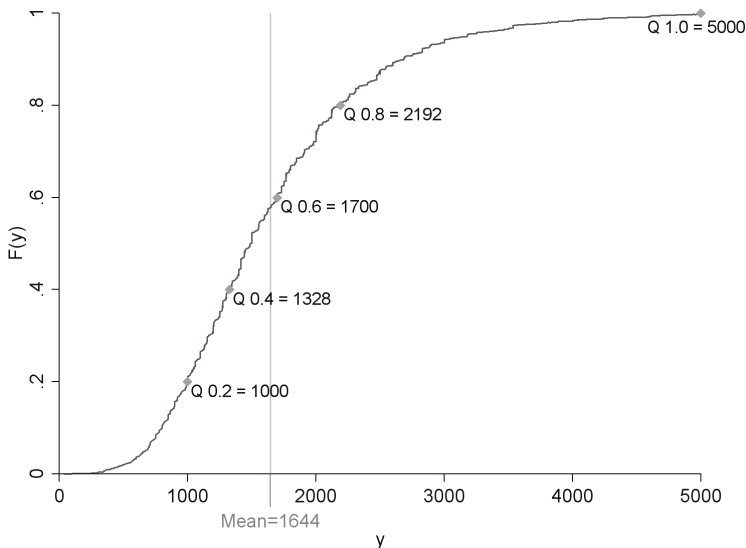
Median:	$Q_{0,5}$
Quartile:	$Q_{0,25;0,5;0,75}$
Quintile:	$Q_{0,2;0,4;0,6;0,8}$
Decile:	$Q_{0,1, 0,2;\dots;0,8;0,9}$

Am Beispiel der Quintile soll verdeutlicht werden, auf welche Weise Einkommensquantile allgemein genutzt werden können, um die Ungleichheit einer Einkommensverteilung darzustellen.

Abbildung 4.9 zeigt die Verteilungsfunktion der Äquivalenzeinkommen und die Einkommen an den Quantilsgrenzen. Aus der Grafik kann abgelesen werden, wie hoch das Einkommen ist, über das ein bestimmter Bevölke-

rungsanteil, $F(y)$, höchstens verfügt. Das einkommensärmste Fünftel der Deutschen im Jahr 2011 verfügte über ein Äquivalenzeinkommen, das nicht mehr als 1000 EUR betrug.

Abbildung 4.9: Verteilungsfunktion der Äquivalenzeinkommen in Deutschland, 2011



Quelle: SOEP 2011; eigene Berechnungen.

Anmerkung: Jährliche Äquivalenzeinkommen berechnet mit $e=0,5$; vgl. Kap 3.

Den Bevölkerungsanteilen können nun die Einkommensanteile, über die sie verfügen gegenüber gestellt werden. Würden alle Personen einer Gesellschaft das gleiche Einkommen beziehen, dann würden auf die – nach der Höhe des Einkommens sortierten – ersten 20% der Bevölkerung auch 20% des gesamten Einkommens entfallen. Dieser theoretische Fall ist in Tabelle 4.2 dargestellt.

Tabelle 4.2: Quintile der Verteilung der verfügbaren Äquivalenzeinkommen ($e=0,5$) in Deutschland im Jahr 2011

Quartil	Anteil an der Population	Anteil am gesamten Einkommen bei vollständiger Einkommensgleichheit	Anteil am gesamten Einkommen in Deutschland
Unterstes	20%	20%	9,58 %
Zweites	20%	20%	13,44 %
Drittes	20%	20%	17,81 %
Viertes	20%	20%	22,52 %
Oberstes	20%	20%	36,65 %
Gesamt	100%	100%	100%
Gini Koeffizient		0,0	0,28

Quelle: SOEP 2011; eigene Berechnungen.

Tabelle 4.3: Dezile der Verteilung der verfügbaren Äquivalenz-Einkommen in Deutschland im Jahr 2011

Dezile	Anteil an der Population	Anteil am gesamten Einkommen bei vollständiger Einkommensgleichheit	Anteil am gesamten Einkommen in Deutschland
Unterstes	10%	10%	3,86 %
Zweites	10%	10%	5,72 %
Drittes	10%	10%	5,83 %
Viertes	10%	10%	7,61 %
Fünftes	10%	10%	9,51 %
Sechstes	10%	10%	8,30 %
Siebtes	10%	10%	10,46 %
Achtes	10%	10%	12,06 %
Neuntes	10%	10%	14,65 %
Oberstes	10%	10%	22,00 %
Gesamt	100%	100%	100,0%

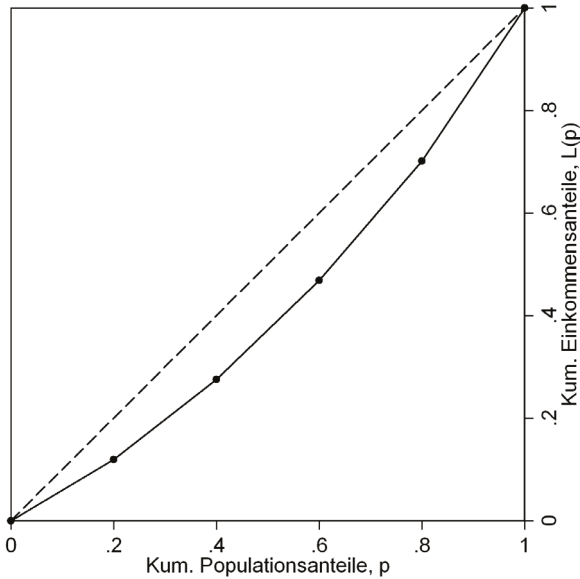
Quelle: SOEP 2011; eigene Berechnungen.

Die empirischen Ergebnisse in der vierten Spalte der Tabelle 4.2 zeigen allerdings, dass die Verteilung der verfügbaren Einkommen deutlich von Einkommensgleichheit⁴ entfernt ist. Die nach der Höhe ihres Einkommens sortierten unteren 20% der Bevölkerung verfügen über 9,6% des gesamten Einkommens, während die oberen 20% über 36% des gesamten Einkommens verfügen können. Das Bild wird differenzierter, wenn beispielsweise Dezile verwendet werden (vgl. Tabelle 4.3).

4.3.1 Die Empirische Lorenzkurve

Die Informationen aus diesen Tabellen lassen sich auch graphisch darstellen. Das Ergebnis ist die Lorenzkurve, die in Abbildung 4.10, unter Verwendung der Ergebnisse aus Tabelle 4.2, dargestellt ist. Man erhält fünf Punkte, die jeweils linear miteinander verbunden werden. Bei Einkommensgleichheit würde die Lorenzkurve mit der 45° Diagonalen zusammenfallen. Je ungleicher die Verteilung ist, desto weiter liegt die Lorenzkurve von der Diagonale entfernt. Im Extremfall, wenn eine Person über das gesamte Einkommen verfügt – das Einkommen auf eine Person konzentriert ist – verläuft die Lorenzkurve entlang der Achsen. Die linearen Stücke zwischen den jeweiligen Punkten der Lorenzkurve implizieren, dass innerhalb der Quintile Einkommensgleichheit angenommen wird. In allgemeiner Form lässt sich die empirische Lorenzkurve – bzw. die Lorenzkurve für diskrete Daten – aus folgenden Überlegungen entwickeln.

⁴ Einkommensgleichheit bedeutet, dass jeder über das gleiche Einkommen verfügt. Umgangssprachlich wird das häufig als Gleichverteilung bezeichnet, mathematisch handelt es sich jedoch um eine Ein-Punkt-Verteilung. Eine Gleichverteilung ist eine Verteilung, in der jedes Einkommen mit der gleichen Häufigkeit vorkommt, bzw. die Dichte an jeder Stelle der Verteilung gleich ist.

Abbildung 4.10: Lorenzkurve aus Einkommensquintilen

Quelle: SOEP 2011; eigene Berechnungen.

Anmerkung: Jährliche Äquivalenzeinkommen berechnet mit $e=0,5$; vgl. Kap. 3.

Zunächst berechnet man die individuellen Einkommensanteile, d.h., den Anteil des Einkommens, das eine Person bezieht, am gesamten Einkommen der Population:

$$(4.25) \quad a_i = \frac{y_i}{\sum_{j=1}^n y_j}$$

Die kumulierten Einkommensanteile sind:

$$(4.26) \quad q_i = \sum_{j=1}^i a_j = \frac{y_1 + \dots + y_i}{y_1 + y_2 + \dots + y_n}$$

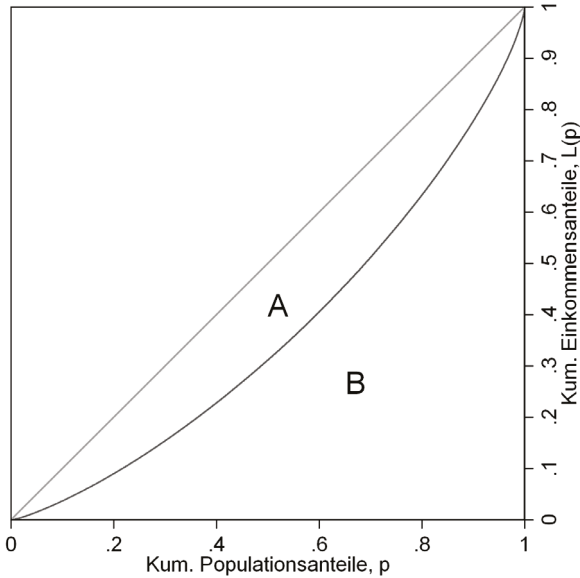
q_i ist also der Einkommensanteil der i ärmsten Personen und offensichtlich ist q_n gleich 1. Werden nun die Einkommensanteile den jeweils korrespondierenden kumulierten Bevölkerungsanteilen p_i (p_n ist gleich 1) in einem Einheitsquadrat gegenübergestellt, erhält man die Lorenzkurve mit den Koordinaten $(p; L(p))$

$$(4.27) \quad (0,0), \left(\frac{1}{n}, q_1\right), \left(\frac{2}{n}, q_2\right), \dots, \left(\frac{n-1}{n}, q_{n-1}\right), (1,1).$$

Die Lorenzkurve ist also eine graphische Darstellung der Form $L(p)$ mit $0 \leq p \leq 1$.

Abbildung 4.11 zeigt die Lorenzkurve der Netto-Äquivalenz-Einkommen in Deutschland im Jahr 2011. Dabei wurden alle Informationen der Verteilung verwendet, nicht nur die Quintilspunkte wie in Abbildung 4.12. Da das Konzept der Lorenzkurve sowohl von der Populationsgröße als auch vom Einkommensniveau abstrahiert, lassen sich damit Unterschiede zwischen den Einkommensverteilungen verschiedener Länder anschaulich darstellen. Im Folgenden werden dazu Daten aus dem CNEF verwendet. Entsprechend der Empfehlung der Canberra Group (2001) wird für die internationalen Vergleiche das berechnete jährlich verfügbare Einkommen verwendet. Zur Bedarfsgewichtung wird wie bisher eine Äquivalenzskala mit einer Haushaltsgrößenelastizität von $e=0,5$ verwendet.

Abbildung 4.11: Lorenzkurve der empirischen Einkommensverteilung in Deutschland, 2011



Quelle: SOEP 2011; eigene Berechnungen.

Anmerkung: Jährliche Äquivalenzeinkommen berechnet mit $e=0,5$; vgl. Kap. 3.

Abbildung 4.12 zeigt die empirischen Lorenzkurven für das jährliche verfügbare Einkommen (*Post Government Income*) für Deutschland und die USA. Die Lorenzkurve für die USA verläuft deutlich unterhalb der Lorenzkurve für Deutschland. Es gilt also $L_D(p) \geq L_{USA}(p)$ für alle $p \in [0,1]$. Daraus kann geschlossen werden, dass die Ungleichheit der Einkommensverteilung in den USA größer ist als Deutschland. Diese Situation wird als Lorenz Dominanz bezeichnet: Die Lorenzkurve der USA wird eindeutig durch die Lorenzkurve für Deutschland dominiert.

Exkurs: Der CNEF – Cross-National Equivalent File

Die CNEF Daten sind das Produkt einer internationalen Kooperation zwischen Forschern der Cornell University, USA des Institute for Social and Economic Research (ISER) der University of Essex, Statistics Canada in Ottawa, des Deutschen Instituts für Wirtschaftsforschung (DIW) in Berlin, des Melbourne Institute of Applied Economic and Social Research (MI), des Korea Labor Institute, der Panel Study of Income Dynamics at the University of Michigan, der Russia Longitudinal Monitoring Survey-Higher School of Economics (RLMS-HSE) und der Swiss Foundation for Research in Social Sciences (FORS).

Im CNEF sind Merkmale für die Analyse von Einkommensverteilungen aus sieben nationalen Panelstudien in vergleichbar definierter Form zusammengeführt worden. Die Daten sind auf Personenebene organisiert und enthalten sozio-demographische Merkmale wie Alter, Geschlecht, Haushaltsgröße und Erwerbsstatus, verschiedene Gewichtungsfaktoren und detaillierte Angaben zum Einkommen der Haushalte und Personen. Auch wenn sich der Datensatz technisch einfach nutzen lässt, sollte für jede Analyse das Codebook konsultiert werden, in dem, detailliert für jedes Land und für jedes Jahr, die Generierung der Variablen beschrieben ist. Derzeit sind folgende Daten verfügbar:

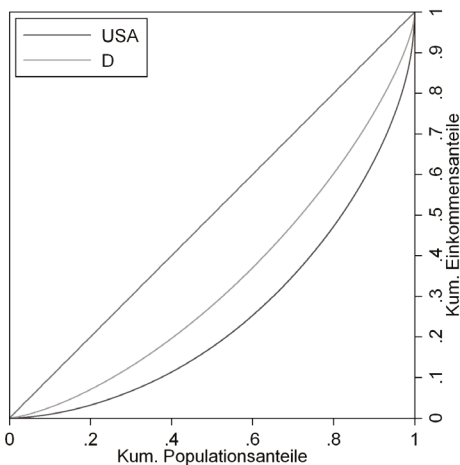
4. Deskription von Einkommensverteilungen

Land	Datensatz	Zeitraum	Haushalte	Personen
USA	Panel Study of Income Dynamics (PSID)	1980-2007	7.000	33.000
Deutschland	Das Sozio-oekonomische Panel (SOEP)	1984-2009	6.000	20.000
Großbritannien	British Household Panel Study (BHPS)	1991-2008	6.000	21.000
Kanada	Survey of Labour and Income Dynamics (SLID)	1993-2009	32.000	95.000
Korea	Korea Labor and Income Panel Study (KLIPS)	1998-2008		
Russland	Russia Longitudinal Monitoring Survey (RLMS-HSE)	1995-2010		
Schweiz	Swiss Household Panel (SHP)	1999-2009	5.000	12.900
Australien	Household Income and Labour Dynamics in Australia (HILDA)	2001-2009	7.000	19.000

Weitere Informationen:

<http://www.human.cornell.edu/pam/research/centers-programs/german-panel/cnef.cfm>

Abbildung 4.12: Empirische Lorenzkurven der *Post Government*-Einkommen in Deutschland und den USA



Quelle: CNEF 2007; eigene Berechnungen.

Anmerkung: Jährliche Äquivalenzeinkommen berechnet mit $e=0,5$; vgl. Kap. 3.

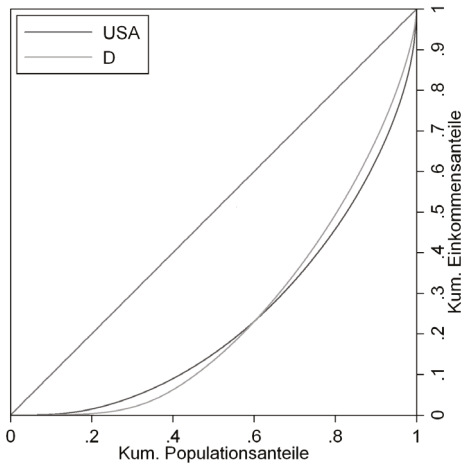
Die unteren $100 \cdot p$ Prozent der Einkommenseinheiten in Deutschland verfügen über einen größeren Anteil des gesamten Einkommens als die entsprechende Gruppe in den USA, und das gilt für jedes p .

$$(4.28) \quad L_D(p) \geq L_{USA}(p) \text{ für alle } p \in [0,1]$$

Lorenz Dominanz ist offensichtlich nicht gegeben, wenn die Lorenzkurven für die Verteilung der Markteinkommen (*Pre Government*-Einkommen) betrachtet werden (vgl. Abbildung 4.13). Zunächst liegen diese für beide Länder deutlich weiter von der Diagonale entfernt als die Lorenzkurven der verfügbaren Einkommen. Hinzu kommt, dass sich die Kurven schneiden: Die Lorenzkurve für die USA verläuft im unteren Bereich oberhalb der Lorenz-

kurve für Deutschland, schneidet diese jedoch bei einem kumulierten Bevölkerungsanteil von etwa 65%. Daraus lässt sich schließen, dass die Markteinkommen in den USA im unteren Bereich der Verteilung etwas weniger ungleich verteilt sind, die Einkommensunterschiede jedoch im oberen Bereich der Verteilung zunehmen und größer sind als in Deutschland.

Abbildung 4.13: Empirische Lorenzkurven der *Pre Government*-Einkommen in Deutschland und den USA



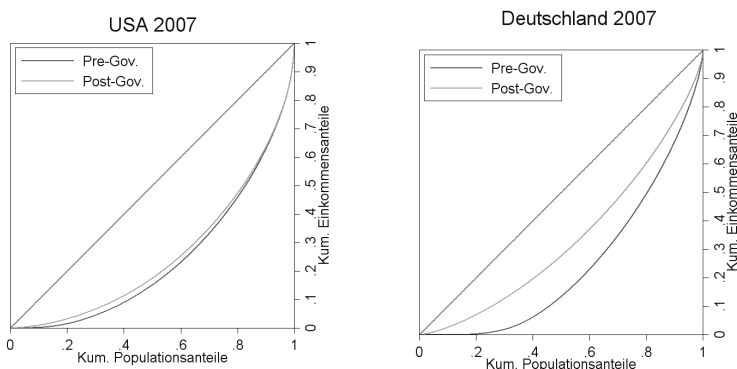
Quelle: CNEF 2007; eigene Berechnungen.

Anmerkung: Jährliche Äquivalenzeinkommen berechnet mit $e=0,5$; vgl. Kap. 3.

Eine Erklärung für die höhere Ungleichheit der Markteinkommen im unteren Bereich der Einkommensverteilung in Deutschland, könnte die unterschiedliche Verfassung der Arbeitsmärkte sein: In Deutschland ist die Arbeitslosigkeit, insbesondere bei gering Qualifizierten, deutlich höher als in den USA. Arbeitslose – sofern sie nicht über Kapitaleinkommen verfügen

oder andere Personen im Haushalt Einkommen aus Erwerbstätigkeit beziehen – haben ein Markteinkommen (*Pre Government* -Einkommen) von Null.

Abbildung 4.14: Empirische Lorenzkurven der *Pre* und *Post Government*-Einkommen für Deutschland und die USA



Quelle: CNEF 2007; eigene Berechnungen.

Anmerkung: Jährliche Äquivalenzeinkommen berechnet mit $e=0,5$; vgl. Kap. 3.

Mit dem Konzept der Lorenzkurve können auch die Auswirkungen staatlicher Verteilungspolitik auf die Ungleichheit der Einkommen anschaulich analysiert werden. Abbildung 4.14 zeigt, jeweils für Deutschland und die USA, die Lorenzkurve der Markteinkommen und die der verfügbaren Einkommen. Für beide Länder dominiert die Lorenzkurve der verfügbaren Einkommen die der Markteinkommen. Die staatlichen Eingriffe in Form von progressiver Einkommensbesteuerung und Transferzahlungen führen also zu einer eindeutig weniger ungleichen Verteilung der Einkommen. In Deutschland ist die Reduktion der Ungleichheit dabei wesentlich deutlicher

als in den USA. Insbesondere scheint dies im unteren Bereich der Einkommensverteilung der Fall zu sein.

4.3.2 *Der Gini-Koeffizient*

Mit dem Konzept der Lorenzkurve kann die Ungleichheit von Einkommensverteilungen grafisch anschaulich dargestellt werden. Werden mehrere Einkommensverteilungen miteinander verglichen, gestaltet sich eine Beurteilung der Ungleichheit als komplexe Angelegenheit. Dann kann es sinnvoll sein, die Information über eine Einkommensverteilung in einer einzigen Maßzahl – einem skalaren Ungleichheitsmaß – zu präsentieren. Die Entwicklung von Ungleichheitsmaßen und Kriterien, nach denen diese beurteilt werden können, ist ein Schwerpunkt der Ungleichheitsforschung. Aus der Lorenzkurve lässt sich intuitiv ein sehr prominentes skalares Ungleichheitsmaß entwickeln: der Gini-Koeffizient. In Abbildung 4.13 entspricht der Gini-Koeffizient G dem Verhältnis der Fläche zwischen der Diagonalen und der Lorenzkurve (A) zur gesamten Fläche unterhalb der Diagonalen, also der Dreiecksfläche $A+B=1/2$. Damit ergibt sich:

$$(4.29) \quad G = \frac{A}{A+B} = 2A = 2 \left[\frac{1}{2} - B \right] = 1 - 2B$$

Diese Darstellung macht deutlich, dass der Gini-Koeffizient Werte im Bereich zwischen Null und Eins annehmen kann. Verfügen alle Personen über ein gleich hohes Einkommen, dann entspricht die Lorenzkurve der Diagonalen und die Fläche A ist dann Null, die Fläche B gleich $\frac{1}{2}$. Der Gini-Koeffizient ist dann Null. Konzentriert sich hingegen das gesamte Einkommen auf eine Person, dann verläuft die Lorenzkurve entlang der beiden

Achsen und die Fläche B ist Null, der Gini-Koeffizient entsprechend Eins. Betrachtet man das Einkommen als ein diskretes Merkmal, dann lässt sich der Gini-Koeffizient als

$$(4.30) \quad G(y) = \left[\frac{1}{2n^2 \bar{y}} \right] \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |y_i - y_j|$$

berechnen. Die Ungleichheit wird durch den durchschnittlichen absoluten Abstand der Einkommen aller Paare von Personen gemessen und durch die Division mit dem Durchschnittseinkommen normiert. Der Gini-Koeffizient ist also ein Quotient aus einem Streuungsmaß und dem Mittelwert der Verteilung. Der Gini-Koeffizient für die Verteilung der verfügbaren Äquivalenz-Einkommen in Deutschland im Jahr 2008 ist 0,27 (vgl. Tabelle 4.2).

Tabelle 4.4 zeigt die Gini-Koeffizienten für das *Pre* und das *Post Government*-Einkommen für Deutschland und die USA. Die zugrundeliegenden Daten wurden oben beschrieben; die korrespondierenden Lorenzkurven zeigen die Abbildungen 4.14 bis 4.16.

Tabelle 4.4: Gini-Koeffizienten für Deutschland und die USA

	<i>Pre</i> <i>Government-</i> Einkommen (1)	<i>Post</i> <i>Government-</i> Einkommen (2)	Differenz (1)-(2)	% Veränderung (2)/(1) – 1
Deutschland	0,516	0,327	0,189	-,366
USA	0,524	0,493	0,031	-,059

Quelle: CNEF 2007; eigene Berechnungen.

Anmerkung: Jährliche Äquivalenzeinkommen berechnet mit $e=0,5$; vgl. Kap. 3.

Gemessen am Gini-Koeffizienten, ist die Ungleichheit der *Pre Government*-Einkommen in Deutschland nur minimal geringer als in den USA. Die ent-

sprechenden Lorenzkurven in Abbildung 4.15 zeigen aber, dass sich eine eindeutige Aussage nicht treffen lässt, da sich die beiden Kurven schneiden. Ein deutlicher Unterschied lässt sich für die Ungleichheit der *Post Government*-Einkommen feststellen. Offensichtlich trägt die Steuer- und Transferpolitik in Deutschland zu einer wesentlich größeren Reduktion der Ungleichheit bei als in den USA. Während in den USA die Ungleichheit durch staatliche Eingriffe um 6% verringert wird, sind es in Deutschland fast 37%.

4.3.3 Konfidenzintervalle für den Ginkoeffizienten

Die Berechnungen der Gini-Koeffizienten in Tabelle 4.4 basiert auf Stichproben. Damit handelt es sich streng genommen um eine Punktschätzung, \hat{G} , für den wahren, aber unbekanntem Wert G der Grundgesamtheit. Von dem Wert des Punktschätzers kann aber nicht ohne weiteres auf den wahren Wert in der Grundgesamtheit geschlossen werden. Jedoch lässt sich mit Verfahren der schließenden Statistik ein Bereich (Konfidenzintervall) angeben, in dem der wahre Wert G der Grundgesamtheit mit einer bestimmten Sicherheit liegt. In der Literatur werden solche Konfidenzintervalle erst in den letzten Jahren häufiger ausgewiesen. Gerade bei kleinen Stichproben sind diese aber sinnvoll (vgl. Mills und Zandvakili 1997). Deshalb soll hier ein mögliches Verfahren zur Schätzung von Konfidenzintervallen für den Gini-Koeffizienten demonstriert werden.

y_i sind die Einkommen der Individuen $i=1,2,\dots,n$, die aus der Grundgesamtheit in die Stichprobe gezogen wurden.

Eine Punktschätzung für den Gini-Koeffizienten liefert (4.31):

$$(4.31) \quad \hat{G}(y) = \left[\frac{1}{2n^2 \bar{y}} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |y_i - y_j| \right]$$

Um den Bereich zu ermitteln, in dem der Wert G der Grundgesamtheit liegt, muss zunächst die Irrtumswahrscheinlichkeit α festgelegt werden, bzw. die Wahrscheinlichkeit $(1-\alpha)$, mit der der wahre Wert im zu berechnenden Konfidenzintervall liegt.

$$(4.32) \quad P[C_u(\hat{G}) \leq G \leq C_o(\hat{G})] = 1 - \alpha$$

Der Bereich, in dem der wahre Wert der Grundgesamtheit liegt, ist tendenziell umso größer, je höher das gewählte Sicherheitsniveau $(1-\alpha)$ ist. Genauigkeit und Sicherheit der Aussage sind also gegeneinander abzuwägen. Das Konfidenzintervall $KI(G) = [C_u(\hat{G}); C_o(\hat{G})]$, in dem der wahre, aber unbekanntes Populationsparameter mit einer Sicherheit von $(1-\alpha)$ liegt, kann als

$$(4.33) \quad KI_\alpha^G = \left[\hat{G} - \tau_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot se_{\hat{G}}; \hat{G} + \tau_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot se_{\hat{G}} \right]$$

berechnet werden. Dabei ist $se_{\hat{G}}$ der Standardfehler von \hat{G} , $\tau_{1-\alpha/2}$ das zum Signifikanzniveau α gehörende Quantil der Standardnormalverteilung.

Im Fall des Gini-Koeffizienten ist die exakte Bestimmung der Standardabweichung bzw. der Varianz allerdings derartig rechenintensiv, dass eine Resampling-Methode verwendet werden muss, um die Varianz von \hat{G} zu

bestimmen. Aus der vorhandenen Stichprobe werden dabei K Unterstichproben gezogen, für die jeweils der interessierende Parameter berechnet wird, hier also \hat{G}_k , mit $k=1,2, \dots, K$.

Werden die Beobachtungen jeweils mit Zurücklegen in diese K Unterstichproben gezogen, so nennt man dieses Verfahren *Bootstrapping* (vgl. Efron und Tibshirani 1993). Aus der Variation der \hat{G}_k in den Unterstichproben wird auf die Variation von \hat{G} in allen möglichen Stichproben aus der Grundgesamtheit geschlossen. Hier wird deutlich, dass dieses Verfahren besonders von der Qualität der Stichprobe abhängt.

Die Varianz von \hat{G} , wird also durch die Variation der einzelnen Schätzungen an den Unterstichproben, \hat{G}_k , approximiert:

$$(4.34) \quad \text{Var}(\hat{G}) = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K (\hat{G}_k - \bar{G}_K)^2$$

mit

$$(4.35) \quad \bar{G}_K = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \hat{G}_k .$$

Dieses Verfahren wurde angewendet, um die Standardfehler des aus den Daten des SOEP geschätzten Gini-Koeffizienten zu berechnen. Dabei wurden $K=100$ Unterstichproben mit jeweils 22775 Beobachtungen gezogen, das entspricht genau dem Umfang der gesamten zur Verfügung stehenden Stichprobe. Das ist möglich, da die Ziehung jeder Unterstichprobe mit Zu-

rücklegen erfolgte. Basierend auf den 100 Punktschätzungen \hat{G}_k wurde dann die Varianz von \hat{G} entsprechend (4.34) ermittelt.

In Tabelle 4.5 sind die Punktschätzung \hat{G} , die mittels *Bootstrapping* berechnete Standardfehler und die daraus ermittelten Konfidenzintervalle zu den Sicherheitsniveaus 0,9; 0,95 und 0,99 abzulesen. Der wahre, aber unbekannte Parameter G der Grundgesamtheit liegt also mit einer Sicherheit von 90% im Intervall zwischen 0,272 und 0,280. Mit einer Sicherheit von 99% liegt G im etwas größeren Bereich zwischen 0,271 und 0,281. Bei kleineren Stichproben sind die Konfidenzintervalle größer und auch die Unterschiede zwischen den Konfidenzintervallen unterschiedlicher Sicherheitsniveaus markanter.

Tabelle 4.5: Konfidenzintervall zum Gini-Koeffizient für Deutschland für 2008

	Punktschätzung	
	Gini-Koeffizient	Standardfehler
	0,2760	0,0023
Konfidenzintervall		
Sicherheitsniveau $1-\alpha$	Untergrenze	Obergrenze
0,90	0,2723	0,2798
0,95	0,2716	0,2806
0,99	0,2707	0,2814

Quelle: SOEP 2011; eigene Berechnungen.

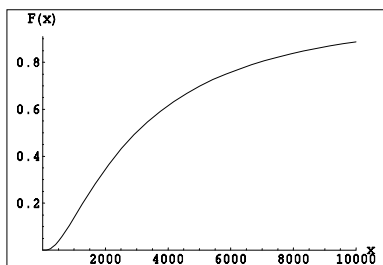
Für die Wahl des Sicherheitsniveaus existiert keine allgemeingültige Regel, sie muss durch den Forscher erfolgen. In der angewandten Forschung wird aber üblicherweise ein Sicherheitsniveau von 0,95 verwendet.

4.3.4 Lorenzkurve und Gini-Koeffizient für stetige Verteilungen

Bisher wurde das Konzept der Lorenzkurve für den Fall diskreter Daten verwendet. Mit einigen wenigen Überlegungen lässt sich die Kurve aber auch für beliebige stetige Verteilungsfunktionen ableiten. Damit eröffnen sich zum einen weitere interessante Einsichten, zum anderen ist die „theoretische“ Lorenzkurve später für die Ableitung zentraler wohlfahrtsökonomischer Konzepte von Bedeutung (vgl. Kapitel 5).

Die Verteilung von Einkommen lässt sich in vielen Fällen annähernd durch eine Log-Normalverteilung beschreiben. In Abbildung 4.15 ist eine solche Verteilung grafisch dargestellt, wobei die rechtsschiefe Verteilung der Einkommen deutlich wird. Ausgangspunkt zur Ableitung der Lorenzkurve ist die Verteilungsfunktion $F(X)$, deren Ordinate die Werte für p von 0 bis 1 wiedergibt. Für jedes $p \in [0,1]$ existiert genau ein Einkommen y mit Rang p welches als $p = F(y)$ identifiziert werden kann. In Abbildung 4.17 beträgt das Einkommen für $p=0,4$ etwa 2000. Die Interpretation der Verteilungsfunktion an dieser Stelle besagt, dass 40% der Einkommensbezieher über ein Einkommen von 2000 oder weniger verfügen. Mit Hilfe der Dichtefunktion $f(X)$ kann nun ermittelt werden, wie groß der Einkommensanteil dieser unteren 40% der Einkommensbezieher am gesamten Einkommen der Gesellschaft ist. Vereinfacht ausgedrückt, wird jedes Einkommen von Null bis 2000, multipliziert mit der Wahrscheinlichkeit seines Auftretens, aufsummiert und durch die Summe des gesamten Einkommens der Gesellschaft dividiert. Dieses Vorgehen ist ganz analog der Ableitung der Lorenzkurve im diskreten Fall (vgl. Abschnitt 4.31).

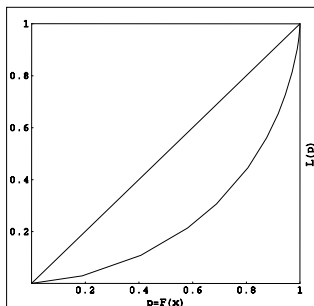
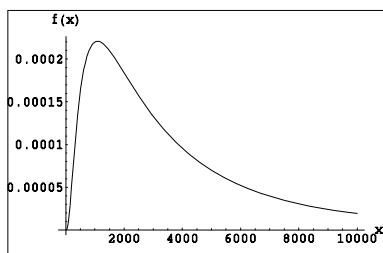
Abbildung 4.15: Ableitung der Lorenzkurve aus einer Log-Normalverteilung



$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma x}} e^{-1/2[(\ln x - \mu)/\sigma]^2}$$

für $x > 0$

$$E[x] = e^{\mu + \sigma^2/2}$$



Für stetige Verteilungen stellt sich dies formal wie folgt dar. Zunächst ist die Summe der Einkommen der $100 \cdot p$ Prozent unteren Einkommensbezieher, die über ein Einkommen von nicht höher als y verfügen

gleich $\int_0^y Nxf(x)dx$. Die Summe des gesamten Einkommens in der Gesellschaft ist gleich $N\mu$. Da sich N herauskürzt, kann die Lorenzkurve somit als

$$(4.36) \quad p = F(y) \Rightarrow L(p) = \int_0^y \frac{xf(x)dx}{\mu}$$

definiert werden. Im Zähler dieses Integrals steht praktisch das Durchschnitts-Einkommen der Population, die ein Einkommen bis Höhe x haben. Im Nenner steht das Durchschnitts-Einkommen der gesamten

Population, der Mittelwert der Einkommensverteilung. Da $f(x)$ so definiert werden kann, dass jedes Einkommen außerhalb von 0 und z mit einer Häufigkeit von Null auftritt⁵, gilt auch $L(0)=0$ und $L(1)=1$.

Die erste und zweite Ableitung von $L(p)$ geben Auskunft über den Verlauf der Lorenzkurve:

$$(4.37) \quad L'(p) = \frac{y}{\mu} > 0$$

$$(4.38) \quad L''(p) = \frac{1}{\mu f(y)} > 0$$

$L(p)$ hat also eine positive Steigung und verläuft konvex; damit resultiert die erwartete Form einer Lorenzkurve. Von Interesse ist der Perzentilpunkt p der Verteilung, an dem die Steigung der Lorenzkurve gleich eins ist, die Kurve also parallel zur Geraden der Gleichheit verläuft, gleichzeitig aber auch am weitesten von ihr entfernt ist. Dies ist der Perzentilpunkt, der mit dem Erwartungswert der Verteilung korrespondiert. Damit kann innerhalb der Lorenzkurve die Beziehung zwischen dem Mittelwert der Verteilung und den Populations- und Einkommensanteilen hergestellt werden.

Lorenzkurven unterschiedlicher Verteilungen $F(X_A)$ und $F(X_B)$ werden im Weiteren mit $L_A(p)$ und $L_B(p)$ bezeichnet. Lorenzkurvendominanz der Verteilung y_A über die Verteilung y_B liegt vor, wenn gilt:

$$(4.39) \quad L_A(p) \geq L_B(p) \text{ für alle } p \in [0,1] \text{ und } L_A \neq L_B$$

⁵ Man definiert also $\int_0^z f(x)dx = 1$. Das gesamte Einkommen einer Population mit N Mitgliedern ist gleich $N \int_0^z xf(x)dx = N\mu$.

Auch der Gini-Koeffizient kann für stetige Verteilungen berechnet werden. Aus (4.30) war deutlich geworden, dass sich der Gini-Koeffizient als Eins abzüglich zweimal der Fläche unterhalb der Lorenzkurve ergibt. Damit kann der Gini-Koeffizient als

$$(4.40) \quad G = 1 - 2 \int_0^1 L(p) dp$$

geschrieben werden. Nach einigen Umformungen erhält man:

$$(4.41) \quad G = -1 + 2 \int_0^{\infty} \frac{yF(y)f(y)dy}{\mu}$$

Für das Beispiel der Log-Normalverteilung in Abbildung 4.17 beträgt der Gini-Koeffizient 0.52.

4.4 Interpretation verschiedener empirischer Ungleichheitsmaße

Mit dem Gini-Koeffizienten wurde hier ein zentrales und häufig verwendetes Ungleichheitsmaß eingeführt. Es stellt sich aber die Frage, inwieweit die Werte des Gini-Koeffizienten tatsächlich Aussagen der Art „Die Ungleichheit der verfügbaren Einkommen ist in den USA größer als in Deutschland.“ zulassen. Dem könnte man möglicherweise zustimmen, wenn die Lorenzkurve für die USA in jedem Punkt unterhalb der Lorenzkurve für Deutschland läge. Aber welche Interpretation ist zulässig, wenn sich die Lorenzkurven schneiden (wie das etwa in Abbildung 4.15 der Fall ist)?

Der normative Aspekt, d.h. wie Ungleichheit von den Einzelnen und von

der Gesellschaft bewertet wird, ist bis hierher noch gar nicht erörtert worden. Die grundlegende Problematik der Messung und Bewertung von Ungleichheit wird schon dann deutlich, wenn eine andere Schreibweise des Gini-Koeffizienten gewählt wird (vgl. dazu Anhang 4):

$$(4.42) \quad G(y) = 1 + \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2 \mu} (y_1 + 2y_2 + \dots + ny_n)$$

mit $y_1 \geq y_2 \geq \dots \geq y_n$

Der Gini-Koeffizient stellt sich hier als die gewichtete Summe der Einkommen dar. Die Gewichte werden durch den Rang der Person in der Einkommensverteilung bestimmt. Die Person mit dem höchsten Einkommen erhält das Gewicht 1, die mit dem geringsten Einkommen das Gewicht n . Das impliziert, dass eine Veränderung eines hohen Einkommens die Ungleichheit weniger stark beeinflusst als die gleiche absolute Veränderung eines geringen Einkommens. Der soziale Grenznutzen des Einkommens hängt also von dessen Rang in der Verteilung und nicht von seiner Höhe ab.

Die entscheidende Frage ist, ob sich eine Gesellschaft oder ein einzelner Betrachter dieser Sichtweise anschließen würde. Die Sichtweise einer Gesellschaft im Hinblick auf die Höhe und Verteilung der Einkommen lässt sich in einer sozialen Wohlfahrtsfunktion $W(y)$ zusammenfassen, die eine Bewertung der Einkommensverteilung in den Raum der reellen Zahlen abbildet. Die soziale Wohlfahrtsfunktion ist u.a. durch ethische Aspekte geprägt. In diesem Sinne liegt auch $G(y)$ eine bestimmte soziale Wohlfahrtsfunktion zugrunde, die durch eine dem umgekehrten Rang entsprechende Gewichtung der Einkommen der einzelnen Gesellschaftsmitglieder geprägt

ist. Es kann, aber es muss nicht sein, dass eine Gesellschaft die Bewertung eines Einkommens vom Rang dieses Einkommens in der Einkommensverteilung abhängig macht.

Es wird deutlich, dass $G(y)$, aber auch jedes andere Ungleichheitsmaß $I(y)$ – Ungleichheitsmaße werden im Weiteren ganz allgemein mit $I(y)$ bezeichnet – bestimmte soziale Wohlfahrtsfunktionen widerspiegeln.

Auch die empirischen Ungleichheitsmaße, die oftmals aus der deskriptiven Statistik stammen, implizieren solche Bewertungen, jedoch sind sie oft nicht auf den ersten Blick erkennbar. Umgekehrt können Bewertungen in Form expliziter Wohlfahrtsfunktionen als allgemeingültig vorausgesetzt und daraus Ungleichheitsmaße gewonnen werden (vgl. Kapitel 5).

Da jedes Ungleichheitsmaß eine andere Bewertung der Einkommensverteilung impliziert, sollten für eine unvoreingenommene Beschreibung einer Einkommensverteilung verschiedene Ungleichheitsmaße ausgewiesen werden. Dabei kann es dann durchaus vorkommen, dass beispielsweise der Gini-Koeffizient für Deutschland eine geringere Ungleichheit als für die USA ausweist, ein anderes Maß aber zu einer umgekehrten Rangfolge gelangt.

Aus der Statistik ist eine ganze Reihe von Streuungsmaßen bekannt, die zur Messung der Ungleichheit einer Einkommensverteilung herangezogen werden können. Ein einfaches Maß ist die Spannweite (*Range*) einer Verteilung:

$$(4.43) \quad R(y) = y_1 - y_n$$

mit $y_1 \geq y_2 \geq \dots \geq y_n$

Hier interessieren ausschließlich das höchste und das niedrigste Einkommen in einer Gesellschaft. Die Verteilung der Einkommen dazwischen wird als völlig irrelevant betrachtet. Das Ungleichheitsmaß – und die Bewertung der sozialen Wohlfahrt – würde sich nicht ändern, wenn alle anderen $(n - 2)$ Einkommen statt der Höhe von y_1 die von y_n hätten. Eine weitere Implikation dieses Maßes ist, dass die Ungleichheit zunehmen würde, wenn alle Einkommen um denselben Prozentsatz steigen würden. Dieser Bewertung kann man, muss man sich aber nicht anschließen. Nehmen wir weiter an, die sehr reiche Person y_2 macht einen (freiwilligen) Transfer an die relativ arme Person y_{n-1} , ohne dass sich die Einkommen von y_1 und y_n ändern. Man könnte sich vorstellen, dass die Gesellschaft insgesamt einen solchen Transfer als ungleichheitsmindernd beurteilen würde. Das Ungleichheitsmaß $R(y)$ zeigt dieses aber nicht an, es ist nicht transfersensitiv.

Die Varianz

$$(4.44) \quad V(y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

wurde schon weiter oben als Streuungsmaß einer Verteilung vorgestellt. Im Gegensatz zur Spannweite, wird hier die ganze Verteilung betrachtet. Welche Implikationen für die Bewertung einer Einkommensverteilung hat dieses Maß? Man betrachte eine Einkommensverteilung mit $(4, 2, 0)$. Die Varianz dieser Verteilung ist $8/3$. Nun werde ein Transfer von der reichen Person zur armen Person in Höhe von 1 mit der resultierenden Verteilung $(3, 2, 1)$ betrachtet. Die Varianz sinkt auf $2/3$, die Ungleichheit nimmt also deutlich ab. Ohne weitere Informationen würden sich viele externe Beobachter

dieser Bewertung anschließen. Mit der Varianz sinkt die gemessene Ungleichheit mit jeder Umverteilung, die ein Einkommen näher zum Mittelwert bringt, das Maß reagiert also auf Transferzahlungen von Reich zu Arm. Geht man nun von der Verteilung (3, 2, 1) aus und nimmt an, dass sich sämtliche Einkommen in der Gesellschaft verdoppeln, so hat die neue Einkommensverteilung (6, 4, 2) die Varianz $8/3$. Sie zeigt also eine deutlich (auf das vierfache, das ist eine allgemeine Gesetzmäßigkeit) gestiegene Ungleichheit an. Alle Personen sind reicher geworden und das Verhältnis der einzelnen Einkommen zueinander ist gleich geblieben. Warum sollte die Ungleichheit gestiegen sein? Weil der Abstand zwischen den einzelnen Einkommen größer geworden ist?

Wird diese Eigenschaft (*mean dependence*) der Varianz nicht gewünscht, kann der Variationskoeffizient

$$(4.45) \quad C(y) = \frac{\sqrt{V(y)}}{\bar{y}} = \frac{s}{\bar{y}}$$

in Betracht gezogen werden, der die Varianz auf den Mittelwert der Verteilung normiert. Das Ergebnis ist Tabelle 4.6 zu entnehmen.

Tabelle 4.6: *Mean dependence* der Varianz und *mean independence* des Variationskoeffizienten

Einkommensverteilung y	Mittelwert von y	V(y)	C(y)
(4, 2, 0)	2	2,67	0,810
nach Transfer: (3, 2, 1)	2	0,67	0,408
Verdoppelung: (6, 4, 2)	4	2,67	0,408

4.4.1 *Eigenschaften von Ungleichheitsmaßen: Eine erste Annäherung*

Aus den bisherigen Überlegungen wird deutlich, dass empirische Ungleichheitsmaße verschiedene Eigenschaften aufweisen, die wünschenswert oder weniger wünschenswert sein können. Was genau „wünschenswert“ bedeutet, wird später erörtert. Einige dieser Eigenschaften wurden in der bisherigen Diskussion aber schon herausgearbeitet. Beispielsweise die Eigenschaft, dass Ungleichheitsmaße *mean-independent* sein sollen, d.h., wenn alle Einkommen um denselben Prozentsatz zunehmen, sollte das Maß keine zunehmende Ungleichheit anzeigen.

Eine andere Eigenschaft war, dass Ungleichheitsmaße auf einen Transfer von Reich zu Arm reagieren sollten. Dies ist das Transferprinzip, das in der Literatur eine bedeutende Rolle spielt. Genauer geht es um progressive Transfers. Ein progressiver Transfer ist ein Transfer von einer reichen zu einer armen Person, wobei die vorher reiche Person auch die nachher reiche Person ist. Das Transferprinzip – das ursprünglich auf Dalton (1920) zurückgeht – fordert, dass ein progressiver Transfer die gemessene Ungleichheit verringert.

Auf den ersten Blick würde jedes Gesellschaftsmitglied einen solchen freiwilligen Transfer als eine Steigerung der sozialen Wohlfahrt bewerten, da die Ungleichheit zurückgeht, ohne dass das Einkommen der gesamten Gesellschaft sinkt. Angemerkt sei, dass das Transferprinzip damit ziemlich stark ist, da es impliziert, dass das abnehmende Einkommen einer Person durch das zunehmende Einkommen einer anderen Person überkompensiert werden kann. Beispiel sei die Ausgangsverteilung (5, 3, 1), die durch einen

freiwilligen Transfer von einer Einheit zu (4, 3, 2) werde. Wichtig ist hier, dass das Einkommen der Gesellschaft (das Sozialprodukt) insgesamt gleich bleibt.

Betrachten wir ein willkürliches Einkommenspaar einer Verteilung $y_i > y_j$. Person i leiste einen freiwilligen Transfer t an Person j , der die Bedingung $t \leq \frac{y_i - y_j}{2}$ erfülle. D.h. nach dem Transfer ist der Transfergeber nicht ärmer als der Transferempfänger. Das Transferprinzip ist so formuliert, dass die Einkommensminderung die i freiwillig erfährt, genau die Einkommensminderung ist, die j erhält. Es gilt also

$$(4.46) \quad t = dy_i = -dy_j$$

D.h., dass das Einkommensniveau durch den Transfer unverändert bleibt, bzw. dass der Transfer keine Kosten verursacht.

Das Transferprinzip besagt nun, dass das Ungleichheitsmaß $I(y)$, welches größere Ungleichheit durch höhere Werte anzeigt, nach einem Transfer eine geringere Ungleichheit messen soll; formal also $dI(y) < 0$. Die Veränderung des Ungleichheitsmaßes kann zurückgeführt werden auf die Änderung durch die Einkommenssteigerung von y_j und die Änderung des Maßes durch die Einkommensminderung von y_i , also

$$(4.47) \quad dI(y) = \frac{\partial I(y)}{\partial y_j} dy_j + \frac{\partial I(y)}{\partial y_i} dy_i < 0.$$

Ist die in (4.46) geforderte Eigenschaft erfüllt, so ergibt sich:

$$(4.48) \quad dI(y) = dy \left[\frac{\partial I(y)}{\partial y_j} - \frac{\partial I(y)}{\partial y_i} \right] < 0.$$

Offensichtlich erfordert das Transferprinzip, dass $\frac{\partial I(y)}{\partial y_i} > \frac{\partial I(y)}{\partial y_j}$, d.h., dass

eine marginale Steigerung eines hohen Einkommens die Ungleichheit ceteris paribus stärker erhöht als die marginale Steigerung eines geringeren Einkommens. Die Reaktion von Ungleichheitsmaßen auf progressive Transfers kann noch differenzierter betrachtet werden: Ungleichheitsmaße können sensitiv auf den Ort des Transfers reagieren, derart, dass ansonsten gleiche Transfers stärker ungleichheitsreduzierend wirken, wenn sie zwischen geringen Einkommen stattfinden. Dies möglicherweise wünschenswerte Eigenschaft heißt Transfersensitivität. Dann ist

um so größer, $\left| \frac{\partial I(y)}{\partial y_j} - \frac{\partial I(y)}{\partial y_i} \right|$

je niedriger y_i bzw. y_j sind. Das Transferprinzip und die Transfersensitivität können für jedes Ungleichheitsmaß ermittelt werden (vgl. Kapitel 6).

Für den Variationskoeffizienten lässt sich zeigen, dass er das Transferprinzip erfüllt, da

$$(4.49) \quad dI(y) = dC(y) = \frac{dy}{n\mu^2 C} [y_j - y_i] < 0.$$

Da die absolute Distanz der Einkommen für die Verringerung der gemessenen Ungleichheit entscheidend ist, ist das Maß nicht transfersensitiv. Ein Transfer von 10 vom höheren zum niedrigeren Einkommen der beiden Paare (500, 1000) und (999.500, 1.000.000) würde die gleiche Verringerung der Ungleichheit anzeigen.

Auch der Gini-Koeffizient erfüllt das Transferprinzip (vgl. Anhang 4), denn

$$(4.50) \quad dI(y) = dG(y) = \frac{2dy}{n^2\mu} [j - i] < 0.$$

Hier ist offensichtlich allein der Rang der beiden am Transfer beteiligten Personen innerhalb der Einkommensverteilung für die Reduktion der Ungleichheit ausschlaggebend.

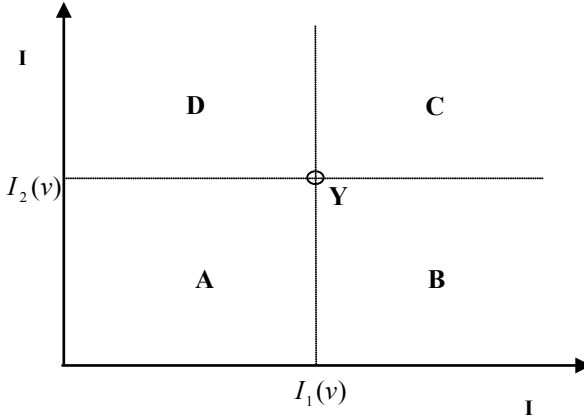
4.4.2 Bewertung von Einkommensverteilungen mit mehreren Ungleichheitsmaßen

Es dürfte schon deutlich geworden sein, dass unterschiedliche empirische Ungleichheitsmaße zu ganz anderen Beurteilungen einer gegebenen Einkommensverteilung führen können. Das soll exemplarisch an Abbildung 4.18 verdeutlicht werden.

Die Einkommensverteilung einer Gesellschaft werde zum Zeitpunkt $t=0$ mit zwei skalaren Maßen I_1 und I_2 gemessen, die mit steigenden Werten eine zunehmende Ungleichheit anzeigen (z.B. der Gini-Koeffizient und der Variationskoeffizient). Diese beiden Messungen sind im Punkt X markiert. Zum Zeitpunkt $t=1$ werden wieder beide Maße berechnet. Wenn sich in der Zwischenzeit die Verteilung verändert hat, so sind verschiedene Reaktionen der beiden Maße denkbar:

Zeigen beide Maße gestiegene Ungleichheit an, so wird im Diagramm in Abbildung 4.16 ein Punkt im Quadranten C realisiert werden. Zeigen beide Maße gesunkene Ungleichheit an, so wird ein Punkt im Quadranten A realisiert werden. In diesen Fällen ist eine eindeutige Bewertung der beiden zu vergleichenden Verteilungen möglich.

Abbildung 4.16: Bewertung von Einkommensverteilungen mit zwei skalaren Ungleichheitsmaßen



In diesem Fall lassen sich außerdem Äquivalenzbeziehungen zwischen den Maßen formulieren. Eine schwache Äquivalenzbeziehung ist die ordinale Beziehung. Zwei Ungleichheitsmaße I_1 und I_2 sind ordinal äquivalent, wenn eine Funktion $I_1 = f(I_2)$ mit $\frac{dI_1}{dI_2} > 0$ existiert. Ein Beispiel ist

$I_1 = \log(I_2)$. Zwei (oder mehr) Maße sind also ordinal äquivalent, wenn sie für verschiedene Verteilungen die gleiche Rangfolge bezüglich der Ungleichheit anzeigen. Wenn sie darüber hinaus dieselbe Steigerung bzw. Reduzierung der Ungleichheit anzeigen, so sind sie auch kardinal äquivalent, so dass $I_1 = cI_2 + b$.

Tabelle 4.7 zeigt die verschiedenen Äquivalenzbeziehungen in stilisierter Form. Offensichtlich sind die Maße I_1 , I_3 und I_4 ordinal äquivalent, da sie für die Veränderung der Einkommensverteilung von Zustand A nach B , B nach C , und C nach D , jeweils eine steigende Ungleichheit anzeigen. Für I_1

und I_2 gilt keine Äquivalenzbeziehung, da I_2 für den Übergang von Zustand C nach D eine abnehmende und I_1 (wie die übrigen Maße auch) eine zunehmende Ungleichheit anzeigt. Für I_1 und I_3 kann dagegen sogar eine kardinale Äquivalenzbeziehung festgestellt werden. Offensichtlich gilt $I_3 = 2,4I_1 + 0$.

Tabelle 4.7: Ordinale und kardinale Äquivalenz von Ungleichheitsmaßen

Zustand der Einkommensverteilung	Ungleichheitsmaß			
	I_1	I_2	I_3	I_4
A	0,10	0,13	0,24	0,12
B	0,25	0,26	0,60	0,16
C	0,30	0,34	0,72	0,20
D	0,40	0,10	0,96	0,22

Quelle: nach Cowell (1995).

Zu keiner eindeutigen Bewertung einer Veränderung der Ungleichheit gelangt man, wenn keine Äquivalenz zwischen den verwendeten Maßen besteht. Im Diagramm in Abbildung 4.7 wird dann mit der Messung zum Zeitpunkt $t=1$ ein Punkt im Quadranten B oder D erreicht, wo eines der Maße eine Steigerung, das andere Maß aber eine Verringerung der Ungleichheit anzeigt. Weil beide Maße – einen bestimmten Bewertungsmaßstab vorausgesetzt – sinnvolle Maße sein können, ist eine eindeutige Bewertung der Veränderung der Einkommensungleichheit dann nur möglich, wenn diese Bewertungsmaßstäbe explizit gemacht werden.

A4 Anhang**A4.1** *Verschiedene Darstellungen des Gini-Koeffizienten*

$$(A4.1) \quad G(y) = \left[\frac{1}{2n^2\mu} \right] \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |y_i - y_j|$$

lässt sich unter Verwendung von $\min(y_i, y_j) = \frac{1}{2}(y_i + y_j) - \frac{1}{2}|y_i - y_j|$ als

$$(A4.2) \quad G(y) = \left[\frac{1}{2n^2\mu} \right] \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n [y_i + y_j - 2\min(y_i, y_j)]$$

schreiben.

Da $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n [y_i + y_j] = 2n^2\mu$, ergibt sich:

$$(A4.3) \quad G(y) = 1 - \left[\frac{1}{n^2\mu} \right] \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \min(y_i, y_j)$$

Auflösen der Summenzeichen führt zu:

$$(A4.4) \quad G(y) = 1 - \left[\frac{1}{n^2\mu} \right] [1y_1 + (2+1)y_2 + (3+2)y_3 + \dots + (n+(n-1))y_n]$$

$$= 1 - \left[\frac{1}{n^2\mu} \right] [2(y_1 + 2y_2 + 3y_3 + \dots + ny_n) - (y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n)]$$

$$= 1 - \left[\frac{1}{n^2\mu} \right] [2(y_1 + 2y_2 + 3y_3 + \dots + ny_n) - n\mu]$$

$$= 1 + \frac{1}{n} - \left[\frac{2}{n^2 \mu} \right] [y_1 + 2y_2 + \dots + ny_n]$$

wobei $y_1 \geq y_2 \geq \dots \geq y_i \geq \dots \geq y_j \dots \geq \dots \geq y_n$

Diese Darstellung des $G(y)$ erfordert eine Sortierung der Einkommen von oben nach unten. Es gilt also $i < j$!

A4.2 Proof: Transferprinzip und Gini

Im (4.50) wurde behauptet, dass

$$(A4.5) \quad dG(y) = \frac{2dy}{n^2 \mu} [j - i] < 0$$

Um dies zu zeigen, wird ein Transfer von i nach j betrachtet, wobei $y_i > y_j$ gilt. Allerdings werden die Einkommen jetzt anders herum sortiert, so dass y_1 das niedrigste und y_n das höchste Einkommen repräsentieren. Die Rangzahlen kehren sich durch die neue Sortierreihenfolge um, d.h. es gilt $i > j$.

$$(A4.6) \quad y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_j \leq \dots \leq y_i \leq \dots \leq y_n$$

Für die oben abgeleitete Darstellung des Gini resultiert dann:

$$(A4.7) \quad G(y) = 1 + \frac{1}{n} - \left[\frac{2}{n^2 \mu} \right] [y_n + 2y_{n-1} + \dots + ny_1]$$

Allgemeiner:

$$(A4.8) \quad G(y) = 1 + \frac{1}{n} - \left[\frac{2}{n^2 \mu} \right] [(n-n+1)y_n + \dots + (n-i+1)y_i + \dots + (n-1+1)y_1]$$

Für zwei Einkommen $y_i > y_j$ und $i > j$ gilt dann:

$$(A4.9) \quad G(y_i, y_j) = 1 + \frac{1}{n} - \left[\frac{2}{n^2 \mu} \right] [(n-i+1)y_i + (n-j+1)y_j]$$

Unter Verwendung des Summenzeichens lässt sich dies schreiben als

$$(A4.10) \quad G(y) = 1 + \frac{1}{n} - \left[\frac{2}{n^2 \mu} \right] \sum_{i=1}^n (n-i+1)y_i$$

Aus dieser Darstellung wird noch einmal deutlich, dass die Einkommen umgekehrt zu ihrem Rang gewichtet werden.

Unter der Annahme, dass μ konstant bleibt, ist:

$$(A4.11) \quad \frac{\partial G(y)}{\partial y_j} = -(n-j+1) \left[\frac{2}{n^2 \mu} \right]$$

und

$$(A4.12) \quad \frac{\partial G(y)}{\partial y_i} = -(n-i+1) \left[\frac{2}{n^2 \mu} \right]$$

Eingesetzt in (4.48), also

$$(A4.13) \quad dI(y) = dy \left[\frac{\partial I(y)}{\partial y_j} - \frac{\partial I(y)}{\partial y_i} \right]$$

ergibt sich für $G(y)$:

$$(A4.14) \quad dG(y) = \frac{2dy}{n^2 \mu} [-(n-j+1) + (n-i+1)]$$

bzw.

$$(A4.15) \quad dG(y) = \frac{2dy}{n^2 \mu} [j-i] < 0$$

QED

A4.3 Berechnung des Gini-Koeffizienten aus der Lorenzkurve

Der Gini-Koeffizient lässt sich aus der Lorenzkurve als

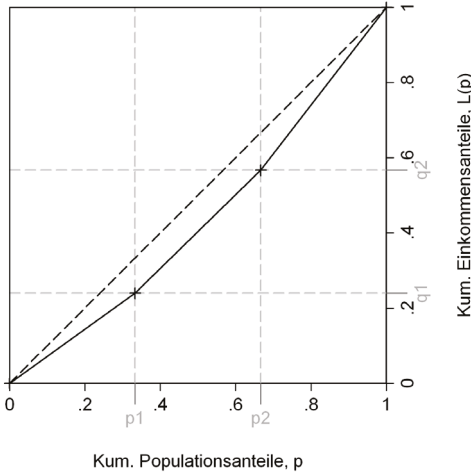
$$(A4.16) \quad G(y) = 1 - 2B$$

berechnen. B bezeichnet dabei die Fläche unterhalb der Lorenzkurve. Abbildung A4.1 zeigt eine Lorenzkurve für drei Personen bzw. für eine Gesellschaft mit Einkommen y_1, y_2 und y_3 . Die Fläche B unterhalb der Lorenzkurve setzt sich aus mehreren Flächen, Dreiecken und Rechtecken, zusammen, deren Flächen sich berechnen lassen.

$$\text{Fläche Dreieck } (0,0; p1,q1; p1,0): \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{y_1}{3\bar{y}}$$

$$\text{Fläche: Rechteck } (p1,0; p1,q1; 1,q1; 1,0): \frac{2}{3} \times \frac{y_1}{3\bar{y}}$$

$$\text{Fläche Dreieck } (p1,q1; p2,q2; p2,q1): \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{y_2}{3\bar{y}}$$

Abbildung A4.1: Lorenzkurve für drei Einkommen

$$\text{Fläche: Rechteck } (p2, q1; 1, q2; 1, q1): \frac{1}{3} \times \frac{y_2}{3\bar{y}}$$

$$\text{Fläche Dreieck } (p2, q2; 1, 1; 1, q2): \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{y_3}{3\bar{y}}$$

Addition der Flächen ergibt:

$$B = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right) \frac{y_1}{3\bar{y}} + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \right) \frac{y_2}{3\bar{y}} + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \right) \frac{y_3}{3\bar{y}} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{3\bar{y}} (5y_1 + 3y_2 + y_3)$$

Durch Addition von $\frac{1}{6} \times \frac{1}{3\bar{y}} (y_1 + y_2 + y_3) - \frac{1}{6} = 0$ ergibt sich:

$$B = \frac{1}{3^2 \bar{y}} (3y_1 + 2y_2 + y_3) - \frac{1}{6}$$

Damit ergibt sich für den Gini-Koeffizienten

$$G(y) = 1 - 2B = 1 + \frac{2}{3} - \frac{2}{3^2 \bar{y}} (3y_1 + 2y_2 + y_3)$$

und allgemein für beliebige n bzw. viele Einkommen

$$G(y) = 1 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n^2 \bar{y}} (ny_1 + (n-1)y_2 + \dots + y_n).$$

5. Ungleichheit und Soziale Wohlfahrt

Ungleichheit ist in allen Lebensbereichen relevant. Für die Reduzierung oder Beseitigung von Ungleichheiten wird in Revolutionen gekämpft und gestorben. Daraus lässt sich folgern, dass Ungleichheit von verschiedenen Personen offensichtlich unterschiedlich bewertet wird. Eine erste Frage ist demnach, ob es innerhalb einer Gesellschaft überhaupt möglich ist, zu einer einheitlichen Bewertung von Wohlfahrt und deren Verteilung zu gelangen. Als weitere Frage schließt sich an, wie unterschiedliche ungleiche Situationen miteinander verglichen und bewertet werden können. Wann empfindet eine Gesellschaft eine Situation ungleicher als eine andere?

Die Ausführungen im vorausgehenden Kapitel haben gezeigt, dass häufig genutzte statistische Maße zur Messung von Einkommensungleichheit (z.B. die Varianz, der Variationskoeffizient oder der Gini-Koeffizient) unterschiedliche normative Kriterien der Bewertung einer Einkommensverteilung implizieren. Diese sind auf den ersten Blick nicht erkennbar und erschließen sich oft erst nach einer differenzierten Analyse. Fraglich ist auch, inwieweit diese implizit enthaltenden Kriterien die Bewertung von Wohlfahrt und Ungleichheit durch die Gesellschaft widerspiegeln. In diesem Kapitel wird der umgekehrte Weg eingeschlagen: Zunächst werden verschiedene mögliche Vorstellungen zur Verteilung der Wohlfahrt einer Gesellschaft identifiziert und dann auf dieser Basis Ungleichheitsmaße abgeleitet, die diesen Kriterien entsprechen.

5.1 Die Soziale Wohlfahrtsfunktion (SWF)

Die gesellschaftliche Bewertung von Niveau und Verteilung der Wohlfahrt einer Gesellschaft lässt sich in einer sozialen Wohlfahrtsfunktion zusammenfassen. In einem individualistisch geprägten Ansatz basiert die Wohlfahrtsfunktion auf der individuellen Wohlfahrt bzw. den individuellen Nutzen u_i der einzelnen Gesellschaftsmitglieder:

$$(5.1) \quad W = W(u_1, u_2, \dots, u_N)$$

Unter der Annahme, dass der individuelle Nutzen nicht direkt messbar ist, kann als Approximation das Einkommen der Individuen y_i verwendet werden (vgl. dazu die Ausführungen im dritten Kapitel). Die Wohlfahrtsfunktion kann dann direkt in Abhängigkeit der Einkommensverteilung formuliert werden:

$$(5.2) \quad W = W(y_1, y_2, \dots, y_N)$$

Die Analyse der Einkommensverteilung impliziert dann auch eine Analyse der Wohlfahrtsverteilung in einer Gesellschaft. Die Wohlfahrtsfunktion (5.2) wird in diesem Kapitel schrittweise näher spezifiziert, um als Grundlage zur Ableitung von Ungleichheitsmaßen dienen zu können. Eine mögliche konkrete Form der Wohlfahrtsfunktion ist:

$$(5.3) \quad W = \sum_{i=1}^N y_i$$

Die Wohlfahrt der Gesellschaft ergibt sich hier als die Summe der Einkommen der Gesellschaftsmitglieder oder anders ausgedrückt, die Höhe des Volkseinkommens. Welche Bedeutung hat bei dieser Formulierung der

sozialen Wohlfahrtsfunktion die Verteilung der Einkommen? Diese Frage kann nach dem Schema des Transferprinzips (vgl. Kapitel 4) erörtert werden. Dazu ist folgende Frage zu beantworten: Welche Auswirkungen hat ein progressiver Transfer auf die Wohlfahrt einer Gesellschaft, deren Präferenzen in der sozialen Wohlfahrtsfunktion (5.3) zum Ausdruck kommen?

Als Beispiel betrachte man eine Gesellschaft mit $n=2$ Mitgliedern: Die Verteilung $y=(4,1)$ wird durch einen Transfer von 1 zur Verteilung $y=(3,2)$, die Ungleichheit zwischen den Personen ist geringer geworden. Die Wohlfahrtsfunktion (5.3) zeigt aber keine Veränderung der Wohlfahrt an, da sich die Summe der Einkommen nicht ändert. Man könnte jedoch in diesem Fall vermuten, dass sich ein freiwilliger Transfer in dieser Gesellschaft wohlfahrtssteigernd auswirken sollte. Eine Präferenz für die Reduktion von Ungleichheit kommt aber in der Wohlfahrtsfunktion (5.3) nicht zum Ausdruck. Wie aber müsste eine Wohlfahrtsfunktion aussehen, die eine Präferenz für mehr Gleichheit der Einkommen zum Ausdruck bringt? Das Zusammenspiel von Ungleichheit und Wohlfahrt ist die zentrale Frage dieses Kapitels.

Weniger eindeutig könnte die Bewertung des Transfers in einer größeren Gesellschaft ausfallen. Bei $n=3$ wird aus $y=(4,4,1)$ dann $y=(4,3,2)$: Bei gleich bleibendem Volkseinkommen verringert sich eine Ungleichheit zwischen zwei Einkommen, gleichzeitig entsteht aber eine neue. Außerdem verdoppelt sich die Anzahl der Personen, die neidisch sein könnten.

Ein freiwilliger Transfer kann aus verschiedenen Gründen von der Gesellschaft befürwortet und als wohlfahrtssteigernd betrachtet werden. Eine Begründung wäre, dass individuelle Wohlfahrt Vorrang vor Ungleichheit

hat: Wenn die spezifischen Bedürfnisse eines Individuums nicht bekannt sind, dann wird die ärmere Person ein zusätzliches Einkommen eher gebrauchen können als die reiche. Die Wohlfahrt steigt also, obwohl durch den Transfer auch zusätzliche Ungleichheit entsteht (z.B. zwischen dem Transferspender und allen reicheren Personen). Die Wohlfahrtsfunktion (5.3) spiegelt solche Überlegungen jedoch nicht wider.

Voraussetzung für eine direkt wohlfahrtsbezogene Ungleichheitsmessung ist die Bestimmung einer konkreten Wohlfahrtsfunktion. Es ist evident, dass eine – zumal größere – Gesellschaft nicht in der Lage ist, sich auf eine eindeutige und allgemein akzeptierte Bewertung von Wohlfahrt und deren Verteilung zu einigen. Auch die Theorie der Wohlfahrtsökonomik zeigt, dass eine Aggregation der individuellen Präferenzen zu einer eindeutigen Wohlfahrtsfunktion nicht möglich ist (vgl. das Unmöglichkeitstheorem von Arrow, 1951).

Soziale Wohlfahrtfunktionen, die der Ungleichheitsmessung zugrunde gelegt werden, basieren deshalb auf Axiomen, von denen angenommen werden kann, dass sie Verteilungsprinzipien widerspiegeln, auf die sich eine Gesellschaft mehrheitlich einigen könnte. Um diese Prinzipien zu bestimmen, könnte ein externer, wohlwollender Beobachter konstruiert werden, der die Einkommensverteilung bewertet. Statt eines externen Beobachters – der ja letztlich doch nur die ethischen Prinzipien verkörpern kann, auf die eine Gesellschaft sich einigen könnte - könnte gleich diese Menge an ethischen Prinzipien bestimmt werden⁶. Die SWF könnte beispielweise durch

⁶ Hier ist ein philosophisches Phänomen angesprochen. Der externe Beobachter würde so etwas wie eine absolute letzte Instanz in Fragen der Moral verkörpern. Wenn wir uns aber eine gegebene Gesellschaft vorstellen, dann stellt sich die Frage, woher die zusätzliche Information

Umfragen oder Experimente ermittelt werden. Geht man von einer individualistisch geprägten Gesellschaft aus, dann würden die allgemein anerkannten Grundsätze und Regeln auch die Bewertung der eigenen (individuellen) Wohlfahrt widerspiegeln.

Ein weiterer Ansatz zur Bestimmung der SWF kann aus der Entscheidungstheorie unter Unsicherheit gewonnen werden. Ganz allgemein lassen sich vielfältige Analogien zwischen Unsicherheit und Ungleichheit zeigen. Auf einige wird später eingegangen. An dieser Stelle sollen nur grundsätzliche Überlegungen angestellt werden. So lässt sich argumentieren, dass sich die Individuen, die in einer Gesellschaft leben, nur deshalb nicht auf eine gemeinsame Bewertung der Verteilung einigen können, weil sie über zu viele – vielleicht sogar vollständige – Informationen verfügen. Ein eigennütziger Wohlhabender, der weiß, dass er auch in Zukunft ausschließlich Transfergeber und nie Transferempfänger sein wird, wird dem Transfer eine weniger wohlfahrtssteigernde Wirkung zusprechen, als ein eigennütziger Armer, der weiß, dass er auch in Zukunft immer nur Transferempfänger und nie Transfergeber sein wird. Wüssten beide weniger genau über ihre zukünftige Platzierung im Transfersystem, so würden sich ihre Bewertungen der Wohlfahrtswirkung eines Transfers einander annähern. Ganz allgemein lässt sich sagen, dass die Beurteilung der gesellschaftlichen Wohlfahrt umso differenzierter ausfällt, je vollständiger die Information der einzelnen Gesellschaftsmitglieder ist. Mit abnehmender Information wird dem eigenen Urteilsvermögen immer mehr die Basis entzogen und die individuellen Beurteilungen gleichen sich immer stärker an. In vollständiger Unsicherheit

– die ja ein externer Beobachter zur Bewertung der Verteilung beisteuert – kommt. Die Menge der Information kann nicht größer sein als die Menge der Informationen, die in der betrachteten Gesellschaft vorhanden sind.

kommen Beurteilungskriterien zustande, denen jedes Gesellschaftsmitglied zustimmen wird (Rawls 1971).

5.1.1 Axiome sozialer Wohlfahrtsfunktionen

Für die axiomatische Begründung der sozialen Wohlfahrtsfunktion:

$$(5.4) \quad W = W(y_1, y_2, \dots, y_n)$$

werden Einkommensverteilungen in unterschiedlichen Zuständen betrachtet:

$$W_A = W(y_{1A}, y_{2A}, \dots, y_{iA}, \dots, y_{nA})$$

$$W_B = W(y_{1B}, y_{2B}, \dots, y_{iB}, \dots, y_{nB})$$

y_{iA} bezeichnet das Einkommen des Individuums i im Zustand A

y_{iB} bezeichnet das Einkommen des Individuums i im Zustand B

Die Zustände können beispielsweise unterschiedliche Länder, unterschiedliche Zeitpunkte, Zustände vor und nach einem staatlichen Eingriff bezeichnen.

Axiom 1: Die SWF ist individualistisch und isoton.

$$(A1) \quad W_B \geq W_A \quad \text{wenn} \quad y_{iB} > y_{iA}$$

Die Verteilungen A und B unterscheiden sich dadurch, dass ein beliebiges Individuum i in Situation B ein höheres Einkommen hat als in Situation A . Isoton bedeutet dann, dass die Wohlfahrt in Situation B nicht geringer sein kann als in Situation A .

Auf den ersten Blick scheint dieses Axiom sehr annehmbar. Man bedenke aber eine Situation, in der eine schon sehr reiche Person, alle anderen Personen mögen sehr arm sein, noch Einkommen dazu bekommt. Auf der anderen Seite stelle man sich eine Befragung vor, in der alle Personen befragt werden, wie sich ihre individuelle Wohlfahrt ändern würde, falls ihr Einkommen steigt. Das nahezu einstimmige Ergebnis würde lauten, dass die individuelle Wohlfahrt zumindest nicht zurückgeht.

Axiom 2: Die SWF ist symmetrisch.

$$(A2) \quad W(y_1, y_2, \dots, y_n) = W(y_2, y_1, \dots, y_n) = W(y_n, \dots, y_2, y_1)$$

Die soziale Wohlfahrt ist von der Verteilung der Einkommen abhängig, aber nicht davon, welche Person welches Einkommen bezieht. Werden die Einkommen zweier Personen gegeneinander ausgetauscht, dann verändert sich die Bewertung der Einkommensverteilung nicht. Diese Eigenschaft der SWF wird auch als Anonymität oder Permutationsinvarianz bezeichnet. Offensichtlich werden damit unterschiedliche Bedürfnisse bestimmter Personen ausgeschlossen, bzw. wird davon ausgegangen, dass diese schon in dem Maß für die individuelle Wohlfahrt, y_i , berücksichtigt sind (z.B. indem Äquivalenzeinkommen verwendet werden, die ebensolche Bedürfnisunterschiede berücksichtigen). Aus Sicht der Entscheidungstheorie unter Unsicherheit, lässt sich das Symmetrie-Axiom mit extremer Unsicherheit begründen. Es entspricht dem Verhalten, das Rawls (1971) mit dem Schleier der Unwissenheit, dem *Veil of Ignorance*, begründet: Alle (eigennützig handelnden) Individuen würden diesem Grundsatz unabhängig voneinander zustimmen.

Axiom 3: Die SWF ist additiv.

Die soziale Wohlfahrt ist gleich der Summe der individuell erfahrenen Wohlfahrt:

$$(A3) \quad W(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_{i=1}^n u_i(y_i) = u_1(y_1) + u_2(y_2) + \dots + u_n(y_n)$$

Es gibt keine Wohlfahrtsinterdependenzen, in Form von Neid oder Altruismus, zwischen einzelnen Gesellschaftsmitgliedern. Die Existenz von Altruismus oder anderen inter-individuellen Motiven, wird damit nicht per se gelehrt. Allerdings würde sich eine Gesellschaft nicht mehrheitlich auf bestimmte Interdependenzen einigen können.

Ist eine soziale Wohlfahrtsfunktion isoton, additiv und symmetrisch, dann hat sie die folgende Form:

$$(A1 - A3) \quad W(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_{i=1}^n u(y_i) = u(y_1) + u(y_2) + \dots + u(y_n)$$

Ein Ergebnis des Symmetrie-Axioms ist, dass jedes Einkommen mit derselben Funktion $u(\cdot)$ bewertet wird. Damit hat $u(\cdot)$ aber nicht mehr den Charakter einer individuellen Nutzenfunktion, da die Verwendung von $u(\cdot)$ statt $u_i(\cdot)$ das Ergebnis einer, der sozialen Wohlfahrtsfunktion zugeordneten, Eigenschaft ist. $u(\cdot)$ kennzeichnet die Bewertung jedes einzelnen Einkommens durch die Gesellschaft bzw. durch den externen Beobachter.

$u(y_i)$ lässt sich als ein Index für die soziale Wohlfahrt interpretieren. Steigt das Einkommen einer beliebigen Person i , dann ist die resultierende Veränderung der sozialen Wohlfahrt gegeben durch:

$$(5.5) \quad \frac{\partial u(y_i)}{\partial y_i} = u'(y_i) \geq 0$$

$u'(y_i)$ ist also ein Wohlfahrtsgewicht, das die soziale Bewertung von marginalen Einkommensänderungen angibt. Dies kann am Beispiel eines Steuer- und Transfersystems deutlich gemacht werden, das zu geringen Veränderungen vieler Einkommen führt, $\Delta y_1, \Delta y_2, \dots, \Delta y_n$. Die daraus resultierende Veränderung der sozialen Wohlfahrt ist das totale Differential der sozialen Wohlfahrtsfunktion:

$$(5.6) \quad \Delta W = u'(y_1)\Delta y_1 + u'(y_2)\Delta y_2 + \dots + u'(y_n)\Delta y_n$$

Für konkretere Aussagen müssen die Gewichte – und damit die soziale Wohlfahrtsfunktion – noch weitergehend beschrieben werden. Dazu werden weitere Axiome eingeführt.

Axiom 4: Die SWF ist strikt konkav.

Eine soziale Wohlfahrtsfunktion ist strikt konkav, wenn das Wohlfahrtsgewicht für höhere Einkommen y_i geringer ist.

$$(A4) \quad \frac{\partial u(y_i)}{\partial y_i} = u'(y_i) > 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 u(y_i)}{\partial y_i^2} = u''(y_i) < 0$$

Das impliziert abnehmenden sozialen Grenznutzen des Einkommens. Eine Einkommenserhöhung um eine Einheit steigert die soziale Wohlfahrt stärker, wenn sie an eine arme Person geht anstatt an eine reiche. Das bedeutet auch, dass ein freiwilliger Transfer von einer reichen zu einer armen Person die soziale Wohlfahrt erhöht. Das Axiom wird deshalb auch als Transferprinzip bezeichnet.

Axiom 5: Konstante relative Ungleichheitsaversion

Das Axiom der konstanten relativen Ungleichheitsaversion (Constant Relative Inequality Aversion, CRIA) postuliert eine Gesetzmäßigkeit der Abnahme der Wohlfahrtsgewichte bei steigendem Einkommen. Dieses Axiom ist damit sehr konkret und sehr wirkungsstark. Eine soziale Wohlfahrtsfunktion mit CRIA ist gegeben, wenn der Wohlfahrtsindex folgende Form hat:

$$(A5) \quad u(y_i) = \frac{y_i^{(1-\varepsilon)}}{1-\varepsilon}.$$

Die Wohlfahrtsgewichte haben dann die Form:

$$(5.7) \quad u'(y_i) = y_i^{-\varepsilon} = \frac{1}{y_i^\varepsilon}$$

Offensichtlich gilt auch:

$$(5.8) \quad \frac{\frac{du'(y_i)}{u'(y_i)}}{\frac{dy_i}{y_i}} = \frac{\frac{\partial u'(y_i)}{\partial y_i} dy_i}{u'(y_i)} \frac{y_i}{dy_i} = \frac{u''(y_i)}{u'(y_i)} y_i = \frac{-\varepsilon y_i^{-\varepsilon-1}}{y_i^{-\varepsilon}} y_i = -\varepsilon$$

Die soziale Wohlfahrtsfunktion ist also durch eine konstante Elastizität bzw. eine konstante relative Ungleichheitsaversion in Höhe von ε gekennzeichnet. Auch hier werden Gemeinsamkeiten zwischen Unsicherheit und Ungleichheit deutlich. Der Ausdruck $\frac{u''(y_i)}{u'(y_i)} y_i$ entspricht dem von Pratt

(1964) vorgeschlagenen Maß für konstante relative Risikoaversion (Constant Relative Risk Aversion CRRA).

CRIA bedeutet, dass eine ein-prozentige Steigerung eines beliebigen Einkommens (also z.B. von 100 EUR auf 101 EUR oder von 100.000 EUR auf 101.000 EUR), das Wohlfahrtsgewicht um ε Prozent verringert. Je größer ε ist, desto größer ist die Abnahme der Wohlfahrtsgewichte, desto stärker steigert ein Transfer die soziale Wohlfahrt. Deshalb wird mit ε auch das Ausmaß der Ungleichheitsaversion ausgedrückt.

Welche Bedeutung kommt dem Ausmaß der Ungleichheitsaversion zu? Dazu betrachte man einen Transfer Δy von einer reichen Person R zu einer armen Person A . Die soziale Wohlfahrt verändert sich durch die Reduzierung des Einkommens des Transfergebers und durch die Steigerung des Einkommens des Transferempfängers, also

$$(5.9) \quad \Delta W = u'(y_A)\Delta y - u'(y_R)\Delta y$$

Wenn die soziale Wohlfahrtsfunktion strikt konkav ist, dann ist die Wohlfahrtsteigerung durch das gestiegene Einkommen des Armen größer als der Verlust an Wohlfahrt durch das gesunkene Einkommen des Reichen. Anders ausgedrückt, kann der Einkommensverlust des Reichen um einen Faktor c höher sein als der Transfer, der beim Armen ankommt, ohne dass sich die Wohlfahrt ändert:

$$(5.10) \quad \Delta W = 0 = u'(y_A)\Delta y - u'(y_R)c\Delta y$$

Der Faktor c ist dann:

$$(5.11) \quad c = \frac{u'(y_A)}{u'(y_R)}$$

Konkretisiert man die soziale Wohlfahrtsfunktion entsprechend der Axiome A1-A5, dann resultiert:

$$(5.12) \quad c = \frac{u'(y_A)}{u'(y_R)} = \frac{y_A^{-\varepsilon}}{y_R^{-\varepsilon}} = \frac{y_R^\varepsilon}{y_A^\varepsilon}$$

Ein Beispiel: Die reiche Person verfüge über ein Einkommen von $y_R = 5000$ und ist damit fünfmal so reich wie die arme Person mit einem Einkommen von $y_A = 1000$. Die reiche Person transferiere nun einen Betrag in Höhe von $\Delta y = 1$ an die arme Person.

Vom Grad der Ungleichheitsaversion hängt es ab, wie hoch die Kosten eines Transfers sein können, ohne dass die Wohlfahrtseinbußen durch den Einkommensrückgang des Reichen den Wohlfahrtzugewinn durch die Einkommenssteigerung des Armen übersteigen. Anders ausgedrückt bestimmt das Ausmaß der Ungleichheitsaversion, welche Kosten die Gesellschaft gerade noch in Kauf nähme, um das Einkommen eines Armen um eine Einheit zu steigern. Dass ein Nettotransfer von $\Delta y = 1$ die Gesellschaft mehr als diesen Betrag kosten kann, ist zum Beispiel mit den Kosten des Transfers zu begründen oder durch negative Anreize, die der Transfer im Hinblick auf die wirtschaftlichen Aktivitäten des Armen bewirkt (z.B. indem er weniger arbeitet).

Tabelle 5.1 zeigt die maximalen Kosten c des Transfers für das obige Beispiel bei verschiedenen Graden von Ungleichheitsaversion ε . Liegt keine Aversion gegen Ungleichheit vor, dann ist der Wohlfahrtsverlust durch den Einkommensrückgang des Spenders gleich dem Wohlfahrtzugewinn durch die Einkommenssteigerung des Empfängers, d.h. die soziale Wohlfahrt

kann durch einen Transfer nicht gesteigert werden, bzw. ist die Gesellschaft nicht bereit, Kosten für einen solchen Transfer zu tragen. Dagegen ist der Transfer der Gesellschaft bis zu 25 Einheiten wert, wenn die Ungleichheitsaversion 2 beträgt. Mit steigender Ungleichheitsaversion nimmt die Bereitschaft der Gesellschaft für Transfers an die Armen immer mehr zu.

Tabelle 5.1: Maximale Kosten für einen Transfer von $\Delta y=1$ an einen Armen

Aversion gegen Ungleichheit, ε	Maximale Kosten des Transfers, c
0	1
0,5	2,23
1	5
2	25
3	125
5	3125

Abbildung 5.1 verdeutlicht die Auswirkung von Ungleichheitsaversion auf die soziale Wohlfahrt grafisch. Auf der Ordinate ist der Wohlfahrtsindex der SWF mit konstanter relativer Ungleichheitsaversion abgebildet. Die Abszisse zeigt relative Einkommen (individuelle Einkommen dividiert durch den Mittelwert aller Einkommen). Die Skala der Ordinate ist vollkommen willkürlich, da für die soziale Wohlfahrtsfunktion höchstens eine Intervallskalierung Voraussetzung ist.

Die SWF kann als beliebige monotone Transformation

$$(5.13) \quad V(y_i) = a + b u(y_i) = a + b \frac{y_i^{(1-\varepsilon)}}{1-\varepsilon}$$

mit $b \geq 1$ geschrieben werden. Entscheidend für die wohlfahrtsrelevanten Aussagen ist allein die Elastizität bzw. die Ungleichheitsaversion ε :

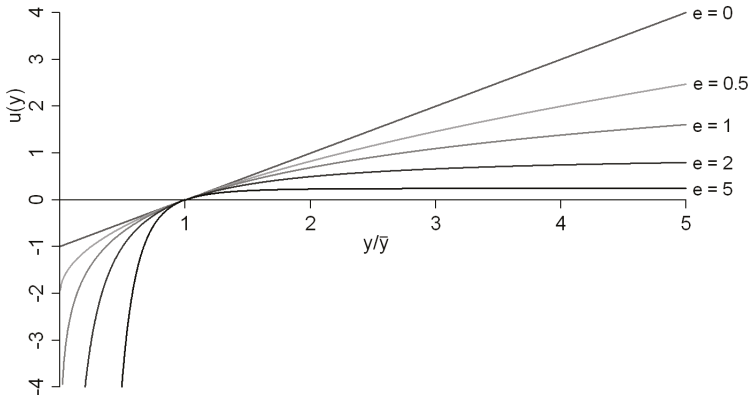
$\varepsilon = 0$ Die SWF ist konkav, aber nicht strikt konkav. Die Höhe des Grenznutzens ist von der Höhe des Einkommens unabhängig.

$\varepsilon > 0$ Die SWF ist strikt konkav. Mit steigendem y nimmt das Wohlfahrtsgewicht $u'(y_i)$ ab, also ist $u''(y_i) < 0$.

$0 < \varepsilon < 1$ Die SWF ist nach unten, aber nicht nach oben beschränkt. Zum Beispiel $\varepsilon = 0.5$: Ganz gleich wie gering die Einkommen sind, die damit verbundene Wohlfahrt kann niemals einen Wert kleiner als -2 annehmen. Dagegen kann die Wohlfahrt mit steigenden Einkommen unbegrenzt zunehmen. An der Notation $u'(y_i) = \frac{1}{y_i^\varepsilon}$ wird deutlich, warum das so ist: Für alle Werte von $0 < \varepsilon < 1$ verläuft die Abnahme des Grenznutzens unterproportional zur Steigerung des Einkommens, also langsamer. Das führt dazu, dass die Wohlfahrt mit steigendem Einkommen immer weiter zunimmt.

$\varepsilon = 1$ Die Abnahme des Grenznutzens des Einkommens ist genau proportional zur Steigerung des Einkommens, denn $u'(y_i) = \frac{1}{y_i}$.

$\varepsilon > 1$ Der Grenznutzen des Einkommens nimmt schneller ab, der Grenznutzen nimmt also überproportional zur Einkommenssteigerung ab. Das bedeutet, dass die SWF nach oben, aber nicht nach unten beschränkt ist. Ein Einkommen, das gegen Null geht, wird hier mit einer unendlich großen negativen Wohlfahrt assoziiert, während auch sehr hohe Einkommen nur eine begrenzte soziale Wohlfahrt stiften, d.h., dass Steigerungen sehr großer Einkommen nicht zu weiteren Wohlfahrtssteigerungen führen.

Abbildung 5.1: Soziale Wohlfahrt und relative Einkommen

5.1.2 Eine SWF nach Axiomen (1) bis (5)

Noch einmal zusammengefasst, liefern die Axiome *A1* bis *A5* die folgende Wohlfahrtsfunktion:

$$(5.14) \quad W(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_{i=1}^n u(y_i) = \sum_{i=1}^n \frac{y_i^{(1-\varepsilon)}}{1-\varepsilon} \quad \text{für } \varepsilon \neq 1$$

Für $\varepsilon=0$ resultiert die Benthamsche Wohlfahrtsfunktion

$$(5.15) \quad W(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_{i=1}^n U(y_i) = \sum_{i=1}^n y_i,$$

die der Wohlfahrtsfunktion (5.2) entspricht. Die gegebene Verteilung wird als gerecht betrachtet und die Wohlfahrt kann durch Umverteilung nicht erhöht werden.

Für $\varepsilon=1$ lässt sich zeigen, dass die SWF die Form der Nash-Nutzenfunktion annimmt:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 1} \sum_{i=1}^n \frac{y_i^{(1-\varepsilon)}}{1-\varepsilon} \rightarrow \sum_{i=1}^n \ln y_i$$

bzw.:

$$(5.16) \quad W(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_{i=1}^n u(y_i) = \prod_{i=1}^n y_i$$

Strebt die Ungleichheitsaversion gegen unendlich ($\varepsilon \rightarrow \infty$), dann resultiert eine SWF, die dem Maximin-Prinzip von Rawls (1971) entspricht:

$$(5.17) \quad W(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_{i=1}^n u(y_i) = \max \min(y_i)$$

Eine Wohlfahrtsteigerung ist nur dann möglich, wenn das geringste Einkommen in der Gesellschaft steigt. Das lässt sich auch an Abbildung 5.1 verdeutlichen. Für $\varepsilon \rightarrow \infty$ haben alle Einkommenserhöhungen, bis auf die des geringsten Einkommens, keine wohlfahrtssteigernde Wirkung.

Ferner lässt sich $\varepsilon \rightarrow -\infty$ betrachten. In diesem Fall resultiert eine extrem elitäre SWF, die der Idee von Nietzsche entspricht, derzufolge die Wohlfahrt nur dann gesteigert werden kann, wenn der Person, die schon das höchste Einkommen hat, noch etwas dazugegeben wird:

$$(5.18) \quad W(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_{i=1}^n u(y_i) = \max \max(y_i)$$

5.2 Wohlfahrtsvergleiche

Das Konzept der axiomatisch begründeten Wohlfahrtsfunktion zusammen mit einfachen deskriptiven Verfahren erlaubt Vergleiche der durchschnittlichen Wohlfahrt in verschiedenen Situationen. Dazu werden zu vergleichende Einkommensverteilungen mit deskriptiven Maßen beurteilt, eine geeignete SWF angenommen und daraus auf die Wohlfahrtsniveaus, die mit den Einkommensverteilungen assoziiert sind, geschlossen. Die durchschnittliche Wohlfahrt, das Wohlfahrtsniveau, ist die durch die Anzahl der Gesellschaftsmitglieder dividierte Summe der individuellen Wohlfahrtsbeiträge, die sich wiederum aus den individuellen Einkommen, bewertet mit der sozialen Wohlfahrtsfunktion, ergeben. Für eine Gesellschaft mit der Einkommensverteilung $F(y)$ mit der Dichtefunktion $f(y)$ ist die durchschnittliche Wohlfahrt:

$$(5.19) \quad W(y) = \int_0^x u(y)f(y)dy$$

Die Vergleichsmöglichkeiten sind in drei Theoremen beschrieben.

Theorem 1 – das Saposnik-Theorem:

Wenn Situation A Situation B bezüglich ihres Quantils-Rankings dominiert, dann ist das Wohlfahrtsniveau in Situation A größer als das in Situation B, wenn für beide Situationen eine soziale Wohlfahrtsfunktion angenommen werden kann, die individualistisch und isoton, additiv und symmetrisch ist (vgl. Saposnik 1981 und 1983). Das Quantils-Ranking einer Verteilung ist

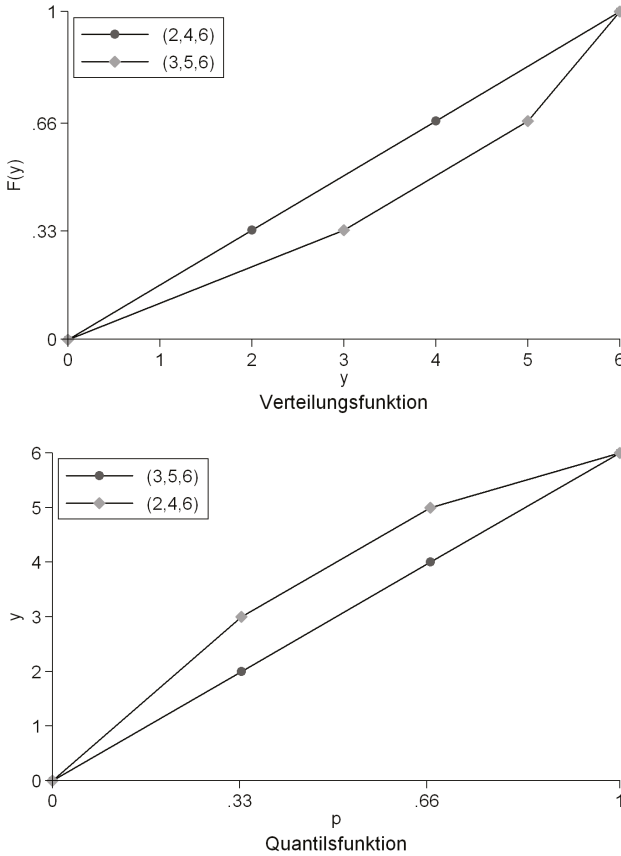
die Umkehrfunktion der Verteilungsfunktion, dabei werden also den kumulierten Häufigkeiten die jeweils entsprechenden Merkmalswerte zugeordnet.

$$(5.20) \quad F_A^{-1}(y) > F_B^{-1}(y) \Rightarrow W_A > W_B$$

Es können also empirische Wohlfahrtsvergleiche angestellt werden, ohne dass die soziale Wohlfahrtsfunktion exakt zu spezifizieren ist.

Dieses Ergebnis ist keinesfalls – wie man vielleicht zunächst vermuten würde – trivial. Man betrachte Verteilung $y_A(5,3,6)$ und Verteilung $y_B(2,4,6)$. Die erste Person würde durch den Übergang von Situation A auf B verlieren, jedoch würde sich die zweite Person verbessern. Eine eindeutige Bewertung scheint also nicht möglich. Im Hinblick auf das Quantils-Ranking wird Verteilung B aber eindeutig von Verteilung A dominiert (vgl. Abbildung 5.2). Damit kann also gesagt werden, dass die Wohlfahrt in Situation A eindeutig größer ist als in Situation B , falls für beide Situationen eine soziale Wohlfahrtsfunktion unterstellt werden kann, die individualistisch und isoton, additiv und symmetrisch ist. Entscheidend ist hier das Symmetrie-Axiom. Danach kann $y_A(5,3,6)$ auch als $y_{A'}(3,5,6)$ geschrieben werden.

Dieses erste Theorem führt aber nicht in jedem Fall zu eindeutigen Wohlfahrtsrangfolgen. Für die Situationen $y_B(2,4,6)$ und $y_C(3,3,6)$ ist mit diesem Theorem keine Rangfolge festzulegen, denn die Quantilsfunktionen schneiden sich. Wenn zusätzlich unterstellt werden kann, dass die SWF strikt konkav ist, dann kann mit dem Konzept der Lorenzdominanz (vgl. Kapitel 4) in einigen Fällen, in denen das erste Theorem nicht zu eindeutigen Aussagen kommt, eine Wohlfahrtsrangfolge bestimmt werden.

Abbildung 5.2: Einkommensverteilungen $y_A(5,3,6)$ und $y_B(2,4,6)$ 

Wenn die Lorenzkurven unterschiedlicher Verteilungen $F(y_A)$ und $F(y_B)$ mit $L_A(p)$ bzw. $L_B(p)$ bezeichnet werden, dann liegt Lorenzkurvendominanz der Verteilung y_A über die Verteilung y_B vor, wenn

$$(5.21) \quad L_A(p) \geq L_B(p) \text{ für alle } p \in [0,1] \text{ und } L_A \neq L_B.$$

Theorem 2 – das Atkinson-Theorem:

Seien $F(y_A) = F(y_{1A}, y_{2A}, \dots, y_{nA})$ und $F(y_B) = F(y_{1B}, y_{2B}, \dots, y_{nB})$ zwei Einkommensverteilungen mit gleichem Mittelwert $\bar{y}_A = \bar{y}_B$, und ferner sei W eine soziale Wohlfahrtsfunktion, die individualistisch und isoton, symmetrisch, additiv und strikt konkav ist, dann besagt das Theorem von Atkinson (1970):

$$(5.22) \quad L_A(p) \geq L_B(p) \quad \text{für alle } p \in [0,1]$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 u(y_A) f(y_A) dy_A \geq \int_0^1 u(y_B) f(y_B) dy_B$$

Die Lorenzkurve der Verteilung von A liegt nur dann vollständig innerhalb der Lorenzkurve der Verteilung von B – Lorenzdominanz von A über B –, wenn $W_A \geq W_B$. Das Theorem gilt in beide Richtungen.

Die Einschränkung auf Verteilungen mit gleichem Mittelwert mag zunächst sehr rigide und wirklichkeitsfremd erscheinen. Im Bezug auf das Transferprinzip von Dalton (vgl. Kapitel 4) wird sie jedoch verständlich. Eine Gesellschaft kann durch eine beliebige Anzahl progressiver Transfers (vgl. Kapitel 4) zu einer Einkommensverteilung $F(y_B)$ gelangen, die die ursprüngliche Verteilung $F(y_A)$ gemessen am Kriterium der Lorenzkurve dominiert. Jeder progressive Transfer verschiebt Einkommensanteile in den unteren Bereich der Einkommensverteilung $F(y)$. Weil $L(p)$ aber die kumulierten Einkommensanteile abbildet, wird $L_B(p)$ durch einen progressiven Transfer für keinen Wert $p \in [0,1]$ kleiner, als $L_A(p)$ war.

Wenn also eine SWF unterstellt wird, die strikt konkav ist (bei der progressive Transfers die soziale Wohlfahrt steigern), dann ist die Wohlfahrt in der lorenzdominanten Verteilung größer, sofern die Mittelwerte der Verteilungen gleich sind. Lorenzdominanz kann auch dann als Zeichen für eine höhere Wohlfahrt interpretiert werden, wenn der Mittelwert der lorenzdominanten Verteilung nicht kleiner ist als der der anderen. Denn mit der Forderung, dass die SWF isoton sein soll, ist sichergestellt, dass ein höheres Einkommensniveau *ceteris paribus* zu wenigstens nicht geringerer Wohlfahrt führt.

Wenn mit diesem Theorem Wohlfahrtsrangfolgen erstellt werden können, dann können mit dem Ginikoeffizienten und den genannten Bedingungen dieselben Rangfolgen gebildet werden. Dies gilt im Übrigen auch für eine ganze Reihe konventioneller Ungleichheitsmaße, die dann für ein eindeutiges Ranking von Verteilungen herangezogen werden können. Umgekehrt gilt, falls sich zwei Lorenzkurven schneiden, dass ein eindeutiger Wohlfahrtsvergleich nicht möglich ist. Verschiedene Ungleichheitsmaße liefern in diesem Fall unterschiedliche Antworten.

Das Atkinson-Theorem ist trotz der Anforderungen an das Niveau der zu vergleichenden Einkommensverteilungen von Bedeutung, da es das deskriptive Konzept der Lorenzkurve explizit mit dem normativen Konzept der sozialen Wohlfahrtsfunktionen verbindet.

Theorem 3 – das Shorrocks-Theorem:

Shorrocks (1983) hat das Atkinson-Theorem so erweitert, dass es auch auf Verteilungen mit ungleichen Mittelwerten angewendet werden kann. Auch in einigen Fällen, in denen keine Lorenzdominanz vorliegt, kann mithilfe des Shorrocks-Theorems eine eindeutige Wohlfahrtsrangfolge gefunden

werden. Dazu führt Shorrocks zunächst die verallgemeinerte Lorenzkurve ein. Diese entsteht durch die Multiplikation der vertikalen Achse – also der kumulierten Einkommensanteile – mit dem Mittelwert der Verteilung, \bar{y} .

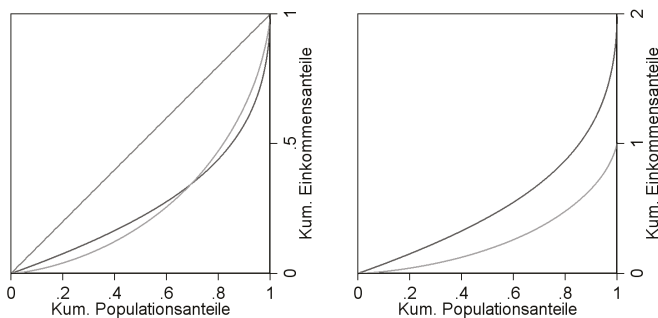
Die verallgemeinerte Lorenzkurve GL ist dann:

$$(5.23) \quad GL(p) = \bar{y}L(p) \text{ für alle } p \in [0,1]$$

Die Skalierung der vertikalen Achse der Lorenzkurve ändert sich dann von $[0,1]$ auf $[0, \bar{y}]$.

Das Konzept der verallgemeinerten Lorenzkurve verdeutlicht Abbildung 5.3. Im oberen Einheitsquadrat sind zwei sich schneidende Lorenzkurven abgebildet. Da keine Lorenzdominanz vorliegt, lässt sich das Theorem von Atkinson nicht anwenden, ein Wohlfahrtsvergleich auf Basis der oben beschriebenen Wohlfahrtsfunktion ist mithin nicht möglich. Die Mittelwerte der Einkommensverteilungen seien $\bar{y}_A = 1$ bzw. $\bar{y}_B = 2$, so dass im ersten Fall die Lorenzkurve und die verallgemeinerte Lorenzkurve identisch sind.

Abbildung 5.3: Lorenzkurve und verallgemeinerte Lorenzkurven



Die verallgemeinerte Lorenzkurve für die Verteilung \bar{y}_B liegt für alle Werte von p oberhalb der verallgemeinerten Lorenzkurve für die Verteilung \bar{y}_A . Diese Situation wird als verallgemeinerte Lorenzdominanz bezeichnet.

Das Theorem von Shorrocks stellt sich dann als eine Erweiterung des Theorems von Atkinson auf verallgemeinerte Lorenzkurven dar:

$$(5.24) \quad GL_A(p) \geq GL_B(p) \text{ für alle } p \in [0,1]$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 U(y_A) f(y_A) dy_A \geq \int_0^1 U(y_B) f(y_B) dy_B$$

Mit dem Theorem von Shorrocks lassen sich Wohlfahrtsvergleiche auch dann anstellen, wenn die gleichere Verteilung einen niedrigeren Mittelwert hat. Allerdings erfordert auch dieses Theorem, dass für beide zu vergleichende Situationen eine SWF gelten muss, die die Axiome A1 – A3 erfüllt.

Tabelle 5.2: Wohlfahrtsvergleiche anhand empirischer Lorenzkurven

Konstellation	Fälle	Theorem
$\bar{y}_A > \bar{y}_B$ und $L_A(p) \geq L_B(p)$	116	Atkinson
$\bar{y}_A > \bar{y}_B$ und $L_A(p) \leq L_B(p)$ aber $GL_A(p) \geq GL_B(p)$	46	Shorrocks
$L_A(p)$ schneidet $L_B(p)$ aber $GL_A(p)$ und $GL_B(p)$ schneiden sich nicht	46	Shorrocks
$GL_A(p)$ und $GL_B(p)$ schneiden sich	40	-

Quelle: Lambert (2001).

Durch das Theorem von Shorrocks wurde die Möglichkeit von Wohlfahrtsvergleichen auf Basis empirischer Lorenzkurven deutlich ausgeweitet. Dies zeigt beispielhaft eine Arbeit von Kakwani (zitiert nach Lambert 2001), der 248 paarweise Vergleiche von Lorenzkurven angestellt hat. Die Ergebnisse

sind in Tabelle 5.2 wiedergegeben. Allerdings gibt auch das Theorem von Shorrocks in 40 Fällen keine Antwort.

5.3 Explizit normative Ungleichheitsmaße

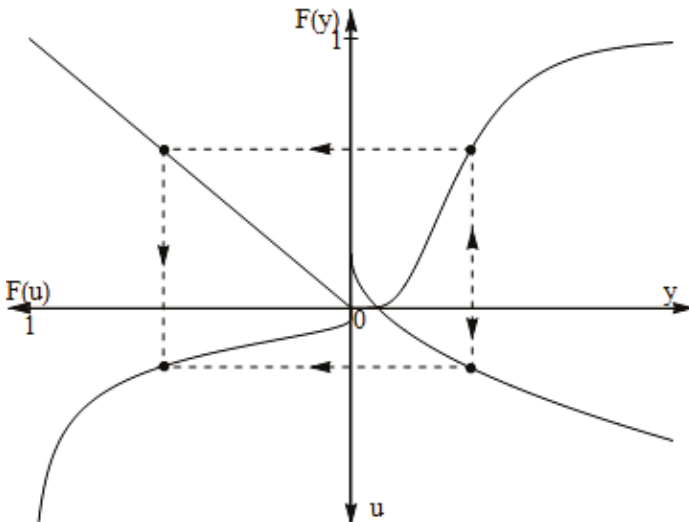
Im vierten Kapitel wurde gezeigt, dass bekannte Streuungs- und Verteilungsmaße bestimmte Eigenschaften haben, die für die Analyse von Einkommensverteilungen mehr oder weniger wünschenswert und darüber hinaus kaum beachtet sind. Es ist aber auch möglich, andersherum vorzugehen und Eigenschaften, die ein Ungleichheitsmaß haben sollte, zu spezifizieren und ein entsprechendes Maß zu konstruieren. Das ist der Ansatz der explizit normativen Ungleichheitsmaße und dazu werden axiomatisch begründete soziale Wohlfahrtsfunktionen genutzt.

Zunächst kann aus der beobachteten Verteilung der Einkommen $F(y)$ mit Hilfe der sozialen Wohlfahrtsfunktion auf die Verteilung der Wohlfahrt $F(u)$ geschlossen werden. Das Verfahren wird in Abbildung 5.4 grafisch demonstriert. Im rechten oberen Quadranten ist die Verteilungsfunktion der Einkommen abgetragen, im rechten unteren eine soziale Wohlfahrtsfunktion $u(y)$, die den diskutierten Axiomen entspricht.

Gesucht ist die Verteilungsfunktion für die soziale Wohlfahrt. Dazu werden für ein beliebiges Einkommen y_0 der dazugehörige kumulierte Anteil der Einkommensbezieher $F(y_0)$ und die mit y_0 assoziierte Wohlfahrt $u(y_0)$ ermittelt. Weil die soziale Wohlfahrt eine isotone Funktion der Einkommen ist, ist der Anteil derjenigen, deren Wohlfahrt nicht größer ist als $u(y_0)$,

gleich dem Anteil derjenigen, deren Einkommen nicht größer ist als y_0 . Aus mehreren solchen Punktepaaren kann dann im unteren linken Quadranten die Verteilungsfunktion der sozialen Wohlfahrt ermittelt werden.

Abbildung 5.4: Einkommensverteilung und Verteilung der sozialen Wohlfahrt



Nachdem mithilfe der Wohlfahrtsfunktion und der Verteilung der Einkommen die Verteilung der Wohlfahrt ermittelt ist, kann durch Ableiten die Dichtefunktion der soziale Wohlfahrt und der Einkommen ermittelt werden:

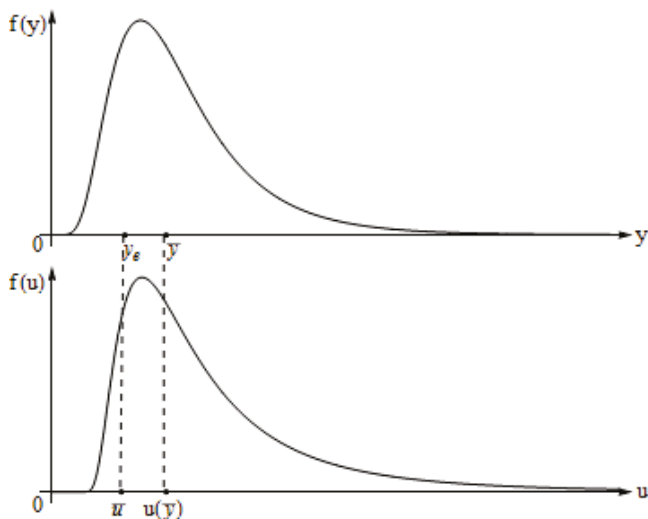
$$(5.25) \quad f(y) = \frac{dF(y)}{dy} \quad \text{und} \quad f(u) = \frac{dF(u)}{du}$$

Aus der Dichtefunktion können jeweils das durchschnittliche Einkommen und die durchschnittliche Wohlfahrt berechnet werden, als

$$(5.26) \quad \bar{y} = \int_0^x yf(y)dy \quad \bar{u} = \int_0^x u(y)f(u)du$$

Diese Dichtefunktionen sind in Abbildung 5.5 dargestellt. Aus dieser Abbildung lassen sich einige interessante Erkenntnisse gewinnen. Für die Verteilung der Einkommen kann das Durchschnittseinkommen \bar{y} und für die Verteilung der sozialen Wohlfahrt die durchschnittliche Wohlfahrt \bar{u} markiert werden.

Abbildung 5.5: Dichtefunktion der Einkommensverteilung und der Verteilung der sozialen Wohlfahrt



Die mit dem Durchschnittseinkommen assoziierte Wohlfahrt ist $u(\bar{y})$, während umgekehrt die durchschnittliche Wohlfahrt einem Einkommen von y_e entspricht. $u(\bar{y})$ entspricht der sozialen Wohlfahrt für jede Person, wenn jedes Gesellschaftsmitglied über das gleiche Einkommen verfügen

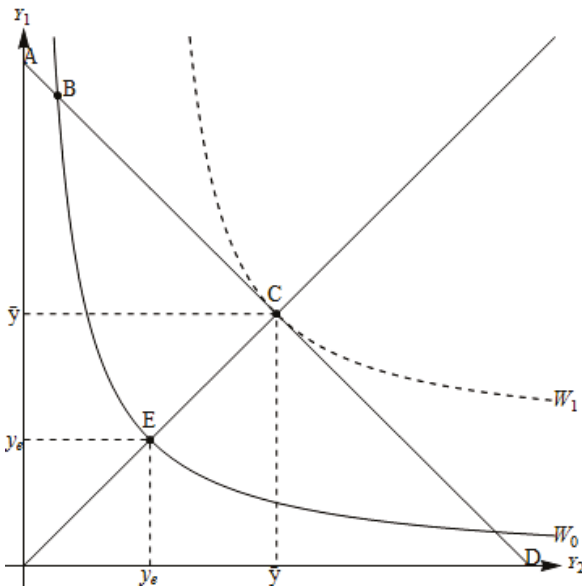
würde. Dagegen entspricht y_e dem Einkommen, das jede Person erhalten müsste, damit insgesamt das Wohlfahrtsniveau erreicht würde, das der beobachteten Einkommensverteilung entspricht.

Ist die Wohlfahrtsfunktion strikt konkav, dann gilt $y_e < \bar{y}$, was bedeutet, dass die Gesellschaft auf einen Teil des Volkseinkommens verzichten könnte, den Rest gleich verteilen würde und dieselbe Wohlfahrt erzielen würde, die bei gegebenem Volkseinkommen, aber ungleicher Verteilung der Einkommen resultiert. Bevor diese Informationen für die Ableitung von Ungleichheitsmaßen genutzt werden, soll noch eine alternative Darstellung betrachtet werden.

Die Abbildung 5.6 zeigt im Punkt B die Einkommensverteilung in einer Zwei-Personen-Gesellschaft. Das Volkseinkommen ist dann $y_1 + y_2$. Die Gerade $A-D$ kennzeichnet die möglichen Realisationen der Einkommensverteilung. In Punkt C wären die Einkommen gleichverteilt. Durch Punkt B verläuft eine soziale Wohlfahrtsfunktion w , die den fünf diskutierten Axiomen entspricht. Je stärker die Wohlfahrtsfunktion gekrümmt ist, desto größer ist die Aversion der Gesellschaft gegen Ungleichheit. Die Krümmung entspricht also dem Parameter ε . Wäre ε gleich 0, dann würde die Wohlfahrtsfunktion mit der Geraden $A-D$ zusammenfallen. Die aktuelle soziale Wohlfahrt entspricht W_0 . Würde das gegebene Volkseinkommen gleichverteilt, könnte in Punkt C eine höhere soziale Wohlfahrt W_1 erreicht werden. Fraglich ist, ob dies ohne Effizienzverluste möglich wäre. Wandert man nun auf der aktuellen Indifferenzkurve nach rechts, dann erreicht man den Punkt E , in dem das gleichverteilte Einkommen y_e entspricht. Das

gleichverteilte Einkommen, das dieselbe soziale Wohlfahrt erzeugen würde wie die gegebene Verteilung der Einkommen in Punkt B , ist jedoch geringer als der Mittelwert der aktuellen Einkommensverteilung. Auch hier wird also deutlich, dass die Gesellschaft – entsprechend ihrer Aversion gegen Ungleichheit – bereit wäre, ein geringeres Volkseinkommen in Kauf zu nehmen, wenn das verbleibende Einkommen gleich verteilt würde. Der Abstand zwischen y_e und \bar{y} wird offensichtlich mit steigender Aversion gegen Ungleichheit – das heißt, mit stärker gekrümmten Indifferenzkurven immer größer.

Abbildung 5.6: Verteilung von Einkommen und Wohlfahrt für zwei Personen



Diese Überlegungen können als Ausgangspunkt genutzt werden, um explizit normative Ungleichheitsmaße abzuleiten.

5.3.1 Das Maß von Dalton

Ein erster Ansatz stammt von Dalton (1920). Seinem Ungleichheitsmaß liegt die Überlegung zugrunde, die relative Differenz der sozialen Wohlfahrt, die durch die Punkte B und C in Abbildung 5.6 gegeben ist, zu messen. Das Maß von Dalton kann also dargestellt werden als:

$$(5.27) \quad D(y) = \frac{W_1 - W_0}{W_1} = 1 - \frac{W_0}{W_1} = 1 - \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u(y_i)}{u(\bar{Y})}$$

Ein Problem dieses Maßes liegt darin, dass zur Messung der sozialen Ungleichheit zwei unterschiedliche Wohlfahrtsniveaus herangezogen werden. Dies ist aber nur dann sinnvoll, wenn soziale Wohlfahrt auf einer kardinalen Skala messbar wäre. Dies wurde aber explizit ausgeschlossen. Wie schon an anderer Stelle ausgeführt, ist die soziale Wohlfahrtsfunktion maximal intervall-skaliert:

$$(5.28) \quad W(y) = a + bu(y) = a + b \frac{y^{1-\varepsilon}}{1-\varepsilon}$$

Eingesetzt in das Maß von Dalton, lässt sich zeigen, dass sich die Konstante a nicht herauskürzt, das Wohlfahrtsmaß also von dem willkürlich wählbaren Skalenparameter abhängig ist. Das Maß von Dalton ist damit lediglich ordinal äquivalent.

5.3.2 Das Maß von Atkinson

Um das Problem des Maßes von Dalton zu vermeiden, schlägt Atkinson (1970) vor, nicht zwei verschiedene Wohlfahrtsniveaus miteinander zu

vergleichen, sondern unterschiedliche Verteilungen von Einkommen, die ein gleiches Wohlfahrtsniveau erzeugen. Bezogen auf Abbildung 5.6 vergleicht Atkinson die Punkte B und E , bewegt sich also auf der Indifferenzkurve mit dem Wohlfahrtsniveau W_0 . In diesen Punkten gilt offensichtlich:

$$(5.29) \quad W_0(y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u(y_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u(y_e) = u(y_e)$$

Für die intervall-skalierte Wohlfahrtsfunktion gilt:

$$(5.30) \quad W_0(y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a + b \frac{y_i^{(1-\varepsilon)}}{1-\varepsilon} = a + b \frac{y_e^{(1-\varepsilon)}}{1-\varepsilon}$$

Diese Beziehung nach y_e aufgelöst ergibt:

$$(5.31) \quad y_e = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^{1-\varepsilon} \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

Man beachte, dass die Skalierungsparameter der Wohlfahrtsfunktion in y_e nicht mehr auftauchen.

Atkinson schlägt folgendes Maß zur Messung der Ungleichheit vor:

$$(5.32) \quad A(y) = \frac{\bar{y} - y_e}{\bar{y}} = 1 - \frac{y_e}{\bar{y}}$$

Durch Einsetzen und der expliziten Kenntlichmachung, dass die Berechnung des Atkinson-Maßes die Wahl des Parameters für Ungleichheitsaversion voraussetzt, ergibt sich:

$$(5.33) \quad A_\epsilon(y) = 1 - \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right)^{1-\epsilon} \right]^{\frac{1}{1-\epsilon}}$$

Es lässt sich leicht zeigen, dass für das Maß von Atkinson

$$0 \leq A_\epsilon(y) \leq 1$$

gilt. Bei Einkommensgleichheit ist der Wert des Maßes Null, bei extremer Ungleichverteilung eins. Ferner ist das Atkinson-Maß kardinal äquivalent.

Das Maß von Atkinson lässt sich anschaulich interpretieren. Nehmen wir an, wir erhielten für die gegebene Einkommensverteilung x folgende Messung:

$$A_1(y_x) = 0.2 = 1 - 0.8$$

Wenn die Einkommen gleich verteilt wären, dann wäre die Gesellschaft bereit, auf 20% des Volkseinkommens zu verzichten, ohne dabei Wohlfahrtsverluste in Kauf zu nehmen. Die 20% drücken offensichtlich den Effizienzverlust aus, der mit einer gleicheren Verteilung der Einkommen einhergehen könnte, ohne dass die Wohlfahrt sänke. Anders herum interpretiert benötigte die Gesellschaft bei Einkommensgleichheit nur 80% des gegenwärtigen Volkseinkommens, um dieselbe Wohlfahrt zu erzielen, die mit den ungleich verteilten Einkommen einhergeht. Diese Aussagen gelten bei einer (unterstellten) Ungleichheitsaversion von 1. Bei höherer Ungleichheitsaversion – z.B. von 2 – würde sich für die gleiche Einkommensverteilung ein höherer Wert des Atkinson-Maßes zeigen, z.B.:

$$A_2(y_x) = 0.25 = 1 - 0.75$$

Hier wäre die Gesellschaft also bereit, auf 25% des Volkseinkommens zu verzichten, um die ungleiche Einkommensverteilung gegen Einkommensgleichheit einzutauschen.

Das Atkinson-Maß verbindet in anschaulicher Weise den Effizienz- und Gleichheitsaspekt der Wohlfahrt. Das wird auch durch folgende Umformung deutlich:

$$(5.34) \quad y_e = \bar{y}[1 - A(y)]$$

Tabelle 5.3 zeigt Schätzungen des Atkinson-Maßes für Deutschland. Ausgewiesen sind Werte für verschiedene ε und unterschiedliche Äquivalenzskalen. Zum Vergleich sind auch die Werte für den Gini-Koeffizienten in der Tabelle berücksichtigt. Mit zunehmender (unterstellter) Ungleichheitsaversion steigen die Werte für das Atkinson-Maß kontinuierlich an. In Abhängigkeit von der Äquivalenzskala liegt das Minimum bei einer Haushaltselastizität von $e = 0,5$, das approximativ der OECD-Skala entspricht.

Tabelle 5.3: Einkommensungleichheit in Deutschland im Jahr 2011

Maß	Äquivalenzskalen unterschiedlicher Elastizität, e				
	e=1	e=0,8	e=0,5	e=0,3	e=0,0
Gini	0,307	0,287	0,276	0,282	0,307
Atkinson (0,5)	0,077	0,068	0,063	0,066	0,078
Atkinson (1,0)	0,146	0,129	0,121	0,127	0,152
Atkinson (2,0)	0,270	0,244	0,236	0,252	0,305
Mittelwert in EUR	1148,63	1331,93	1696,30	2018,86	2670,49

Quelle: SOEP 2011; eigene Berechnungen.

6. Ableitung von Ungleichheitsmaßen aus der Informationstheorie

Dieses Kapitel zeigt eine weitere Möglichkeit, Ungleichheitsmaße zu konstruieren, ausgehend von der Informationstheorie. Der Informationsgehalt, der Grad der Unordnung eines Systems kann mit Entropiemaßen gemessen werden und mit dem Maß von Theil (1971) wurde diese Idee auf die Messung der Einkommensungleichheit übertragen. Am Beispiel dieses Maßes wird gezeigt, dass sich aus der grundlegenden Idee eine ganze Klasse von Ungleichheitsmaßen entwickeln lässt. Analog zum Atkinson-Maß lassen sich auch bei diesen Ungleichheitsmaßen normative Vorstellungen über einen Parameter konkretisieren. Eine wichtige Eigenschaft der Entropiemaße ist ihre Zerlegbarkeit. So kann die Einkommensungleichheit in einer Gesellschaft in den Anteil, der durch die Ungleichheit innerhalb bestimmter Populationsgruppen verursacht wird, und den Anteil, der auf die Ungleichheit zwischen diesen Gruppen zurückzuführen ist, zerlegt werden. Außerdem lässt sich zeigen, welchen Beitrag bestimmte Einkommensarten, z.B. das Kapitaleinkommen, zur gesamten Ungleichheit beisteuern.

6.1 Grundlagen der Informationstheorie

Die Informationstheorie beschäftigt sich u.a. damit, die Unsicherheit/Unbestimmtheit des Ausgangs von Zufallsexperimenten zu messen.

Man findet dafür auch die Begriffe Entropie eines Systems bzw. Unordnung eines Systems.

Seien mit w_1, w_2, \dots, w_n die möglichen Ergebnisse eines Experiments bezeichnet, und mit $p(w_i) = p_i$ deren Eintrittswahrscheinlichkeiten, so dass $p_i \in [0,1]$. Nimmt man nun an, es sei w_1 als Ausgang des Experimentes eingetreten. Wie groß ist der Wert dieser Information, der als eine Funktion $h(p_i)$ geschrieben werden kann?

Wenn $p_1=1$ ist, dann ist der Wert dieser Information offensichtlich nur sehr gering bzw. Null. Stellen Sie sich vor, sie wären bereit vor Ausgang des Experimentes für die Information, welches der Ereignisse eintreten wird, Geld zu bezahlen. Die Eintrittswahrscheinlichkeiten sind Ihnen bekannt. Sagt Ihnen Ihr Informant nun, dass das Ereignis w_1 eintritt, von dem Sie wissen, dass seine Eintrittswahrscheinlichkeit gleich Eins ist, dann wären Sie nicht bereit, für diese Information zu zahlen. Liegt die Eintrittswahrscheinlichkeit nahe Eins, dann ist der Wert der Information nur gering, bzw. Ihre Zahlungsbereitschaft niedrig.

Allgemein formuliert, ist die Information $h(p_i)$ dann am geringsten, wenn es ein Ereignis w_i mit $p_i = 1$ gibt und für alle anderen Ereignisse $j \neq i$ die Eintrittswahrscheinlichkeit $p_j = 0$ ist. Mit sinkender Eintrittswahrscheinlichkeit steigt der Wert der Information und offensichtlich ist $h(p_i)$ am größten, wenn $p_i = 1/n$ für alle $i = 1, \dots, n$.

$h(p_i) = h(0)$ muss nicht definiert werden, da dieses Ereignis nicht eintreten kann und damit ein Informationswert nicht existiert.

Im Folgenden werden zwei Wahrscheinlichkeiten p_1 und p_2 betrachtet. Sind die Ereignisse unabhängig voneinander, dann ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide Ereignisse eintreten

$$(6.1) \quad p_1 \cap p_2 = p_1 p_2.$$

Soll der Informationsgehalt für das Eintreten zweier voneinander unabhängiger Ereignisse die Summe der Informationsgehalte der beiden Ereignisse sein, dann muss $h(p_1)$, zusätzlich zu den bereits diskutierten Eigenschaften, auch die folgende Eigenschaft besitzen:

$$(6.2) \quad h(p_1 p_2) = h(p_1) + h(p_2)$$

Diese Anforderungen werden von

$$(6.3) \quad h(p) = -\ln(p)$$

erfüllt. Es ist dann:

$$(6.4) \quad -\ln(p_1 p_2) = -\ln(p_1) + (-\ln(p_2))$$

In der Literatur herrscht keine Einigkeit darüber, welcher Logarithmus verwendet werden soll. In der Informationstheorie selbst wird im Allgemeinen der Logarithmus zur Basis 2 genutzt, insbesondere in der ökonomischen Ungleichheitsanalyse der natürliche Logarithmus zur Basis e , so auch hier.

Nachdem der Informationsgehalt eines einzelnen Ereignisses w_i als $-\ln(p_i)$ bestimmt ist, lässt sich der Informationsgehalt eines ganzen Systems, einer Vielzahl von Ereignissen, ermitteln. Der mittlere Informationsgehalt eines Systems, dessen Grad an Unordnung, kann berechnet werden als die Entropie des Systems, also

$$(6.5) \quad E(p) = E(p_1, \dots, p_n) = \sum_{i=1}^n p_i h(p_i) = - \sum_{i=1}^n p_i \ln(p_i).$$

Dazu wird vereinbart, dass $0 \ln 0 \equiv 0$. Offensichtlich gilt

$$0 \leq E(p) \leq \ln(n)$$

Die Entropie des Systems ist gleich Null, wenn ein Ereignis w_i die Eintrittswahrscheinlichkeit $p_i = 1$ hat und alle anderen Ereignisse w_j (mit $j \neq i$) eine Eintrittswahrscheinlichkeit von Null haben. Die maximale Entropie ist $\ln(n)$, hängt also von der Anzahl der Beobachtungen ab. Dies ist dann der Fall, wenn – wie bereits oben erwähnt – alle Ereignisse die gleiche Eintrittswahrscheinlichkeit haben:

$$(6.6) \quad E(p) = - \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \ln\left(\frac{1}{n}\right) = - \frac{n \cdot 1}{n} \ln\left(\frac{1}{n}\right) = - \ln\left(\frac{1}{n}\right) = -(0 - \ln(n)) = \ln(n)$$

6.2 Das Maß von Theil

Das Konzept der Entropie hat Theil (1967) verwendet, um ein Maß zur Messung von Einkommensungleichheit zu konstruieren. Ähnliche Maße werden auch zur Messung der Konzentration von Unternehmen genutzt.

Anstelle der Eintrittswahrscheinlichkeiten p_i werden nun Einkommensanteile s_i betrachtet.

$$(6.7) \quad s_i = \frac{y_i}{n\bar{y}} \quad \text{und} \quad \sum_{i=1}^n s_i = 1$$

Wie bisher bezeichnen

- n die Anzahl der Personen in der Population,
- \bar{y} das durchschnittliche Einkommen in der Population und
- y_i das Einkommen des Individuums i .

Um Einkommensungleichheit zu messen, bezieht Theil (1971) die Entropie der beobachteten Einkommensverteilung auf die maximale Entropie, die dann vorläge, wenn alle Personen über das gleiche Einkommen verfügen, also $s_i = \frac{\bar{y}}{ny} = \frac{1}{n}$ für alle i . Das Maß von Theil, $T(y)$, ist konstruiert als die

Differenz der maximalen und der beobachteten Entropie:

$$(6.8) \quad T(y) = E_{\text{Gleichverteilt}} - E_{\text{Beobachtet}}$$

Daraus folgt:

$$(6.9) \quad T(y) = -\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \ln\left(\frac{1}{n}\right) - \left(-\sum_{i=1}^n s_i \ln(s_i)\right)$$

$$= -\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \ln\left(\frac{1}{n}\right) + \sum_{i=1}^n s_i \ln(s_i) \quad \text{mit } s_i = \frac{y_i}{ny} \text{ vgl. (6.7)}$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{y} \ln\left(\frac{y_i}{y}\right)$$

Einige Zwischenschritte dieser Herleitung finden sich im Anhang A6.1.

Offensichtlich gilt für das Maß von Theil $0 \leq T(y) \leq \ln(n)$. Bei Einkommensgleichheit ist die beobachtete gleich der maximalen Entropie, das Maß

von Theil wird Null. Bei extremer Ungleichverteilung verfügt ein Individuum über das gesamte Einkommen, $s_i = 1$ und $s_j = 0$ für alle $j \neq i$.

Einige der Eigenschaften des Maßes von Theil werden deutlich, wenn die Wirkungen eines progressiven Transfers analysiert werden. Dazu wird ein willkürlich gewähltes Einkommenspaar einer Verteilung betrachtet, für das gilt $y_i > y_j$. Nun leiste i einen freiwilligen Transfer t an j , der die Bedingung $t \leq \frac{y_i - y_j}{2}$ erfüllt und ohne Verluste von y_i zu y_j transferiert wird, so dass $t = dy_j = -dy_i$. Das Transferprinzip besagt nun, dass ein Ungleichheitsmaß nach einem solchen Transfer eine geringere Ungleichheit anzeigen muss. Formal also $dI(y) < 0$. Im vierten Kapitel wurde folgende Bedingung für das Transferprinzip hergeleitet:

$$(6.10) \quad dI(y) = dy \left[\frac{\partial I(y)}{\partial y_j} - \frac{\partial I(y)}{\partial y_i} \right] < 0$$

Erfüllt das Maß von Theil das Transferprinzip? Dazu wird das Maß für die zwei am Transfer beteiligten Einkommen betrachtet:

$$(6.11) \quad T(y_i, y_j) = \frac{1}{n} \left[\frac{y_i}{\bar{y}} \ln \left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right) + \frac{y_j}{\bar{y}} \ln \left(\frac{y_j}{\bar{y}} \right) \right]$$

Dann ist

$$(6.12) \quad dT(y_i, y_j) = dy \left[\frac{\partial T(y)}{\partial y_j} - \frac{\partial T(y)}{\partial y_i} \right]$$

zu ermitteln. Als Ergebnis erhält man (vgl. Anhang A6.2):

$$(6.13) \quad dT(y) = \frac{dy}{n\bar{y}} [\ln(y_j) - \ln(y_i)] < 0$$

Das Maß von Theil erfüllt also das Transferprinzip (man bedenke, dass i die reiche und j die arme Person ist).

6.3 Das strenge Transferprinzip (STP)

Das Transferprinzip in der bisher diskutierten Form verlangt lediglich, dass ein progressiver Transfer von Reich zu Arm zu einer Reduktion der Ungleichheit führt. Dieses Prinzip wird in der Literatur auch als weiches Transferprinzip (WTP) bezeichnet. Zusätzlich verlangt das strenge Transferprinzip (STP), dass das Ausmaß der Ungleichheitsreduktion ausschließlich von der Distanz der betrachteten Einkommensanteile von i und j bestimmt werden soll, und nicht durch die Auswahl bestimmter Personenpaare. Auch sollen die Einkommensanteile der nicht am Transfer beteiligten Personen irrelevant für die Reduktion der Ungleichheit sein.

Um zu zeigen, dass das Maß von Theil das strenge Transferprinzip erfüllt, genügt es, eine andere Darstellung der Formulierung (6.13) zu wählen. $dT(y)$ kann auch in Form der Anteilswerte s_i ausgedrückt werden. Aus

$s_i = \frac{y_i}{n\bar{y}}$ folgt $y_i = s_i \bar{y} n$, sodass

$$(6.14) \quad dT(y) = \frac{dy}{n\bar{y}} [\ln(y_j) - \ln(y_i)] = \frac{dy}{n\bar{y}} \left[\ln \left(\frac{y_j}{y_i} \right) \right]$$

auch als

(6.15)

$$dT(y) = \frac{dy}{n\bar{y}} \left[\ln \left(\frac{s_j \bar{y} n}{s_i \bar{y} n} \right) \right] = \frac{dy}{n\bar{y}} \left[\ln \left(\frac{s_j}{s_i} \right) \right] = \frac{dy}{n\bar{y}} [\ln(s_j) - \ln(s_i)]$$

geschrieben werden kann.

Offensichtlich erfüllt das Maß von Theil das STP, denn wie stark ein Transfer die Ungleichheit reduziert, hängt von der Distanz der logarithmierten Einkommensanteile der am Transfer beteiligten Einkommen ab, nicht aber von anderen Einkommensanteilen. Das heißt auch, dass für alle Paare von Individuen, deren Einkommensanteile das gleiche Verhältnis zueinander aufweisen, ein Transfer zur gleichen Reduktion der Ungleichheit führt.

Im vierten Kapitel wurde bereits gezeigt, dass der Gini-Koeffizient das WTP erfüllt, denn

$$(6.16) \quad dG(y) = \frac{2dy}{n\bar{y}^2} [j - i] < 0.$$

Der Gini-Koeffizient zeigt also geringere Ungleichheit an, wenn Einkommen von der reicheren Person i zur ärmeren Person j transferiert wird. Weil die Reduktion der Ungleichheit aber vom Rang der betrachteten Personen in der Einkommensverteilung und nicht von deren Einkommensanteilen bestimmt wird, erfüllt der Gini-Koeffizient das STP nicht.

Ein weiteres Maß, für das bereits gezeigt wurde, dass es das WTP erfüllt, ist der Variationskoeffizient:

$$(6.17) \quad dC(y) = \frac{dy}{n\bar{y}^2 C} [y_j - y_i] < 0$$

Auf den ersten Blick scheint dieses Maß auch das STP zu erfüllen, da die y_i auch als Anteilswerte geschrieben werden können:

$$(6.18) \quad dC(y) = \frac{dy}{\bar{y}C} [s_j - s_i] < 0$$

Im Nenner vor der Klammer taucht aber C , also der Variationskoeffizient selbst auf. Damit ist die Veränderung der Ungleichheit nicht unabhängig von den Einkommensanteilen aller anderen, nicht am Transfer beteiligten Personen. Das Ungleichheitsmaß C erfüllt damit zwar das WTP, nicht aber das STP. In der empirischen Ungleichheitsanalyse werden deshalb oft der quadrierte Variationskoeffizient bzw. der halbe quadrierte Variationskoeffizient

$$(6.19) \quad \frac{C(y)^2}{2} = \frac{V(y)}{2\bar{y}^2}$$

genutzt. Betrachtet man wiederum zwei Personen i (reich) und j (arm), dann gilt (vgl. Anhang A6.3):

$$(6.20) \quad d\left[\frac{C(y)^2}{2}\right] = \frac{dy}{n\bar{y}^2} [(y_j - \bar{y}) - (y_i - \bar{y})] = \frac{dy}{n\bar{y}^2} [y_j - y_i] < 0$$

Der halbe quadrierte Variationskoeffizient erfüllt also – erwartungsgemäß – das WTP. Unter Verwendung der Beziehung $y_i = s_i \bar{y} n$ lässt sich

$d\left[\frac{C(y)^2}{2}\right]$ aber auch als

$$(6.21) \quad d\left[\frac{C(y)^2}{2}\right] = \frac{dy}{n\bar{y}^2} [s_j n \bar{y} - s_i n \bar{y}] = \frac{dy}{\bar{y}} [s_j - s_i] < 0$$

schreiben, womit deutlich wird, dass der halbe quadrierte Variationskoeffizient auch das STP erfüllt.

Betrachtet man zum Vergleich das Maß von Theil mit

$$(6.22) \quad dT(y) = \frac{dy}{ny} [\ln(s_j) - \ln(s_i)],$$

dann zeigt sich, dass sich der Unterschied zwischen beiden Maßen auf die unterschiedliche Messung der Distanz der Einkommensanteile reduzieren lässt: Beim halben quadrierten Variationskoeffizient ist es die absolute, beim Maß von Theil die relative Distanz der Einkommensanteile, die die Reduktion der Ungleichheit durch einen Transfer bestimmen.

6.4 Entropiemaße

6.4.1 Die Familie der verallgemeinerten Entropiemaße

Die eben gezeigte unterschiedliche Messung der Distanz zwischen Einkommensanteilen bei der Analyse der Auswirkungen eines progressiven Transfers kann verallgemeinert werden. Dazu wird entsprechend dem Ausgangspunkt des Kapitels auf das Konzept der Informationsfunktion $h(s_i)$ zurückgegriffen. Indem unterschiedliche Informationsfunktionen $h(s_i)$ verwendet werden, kann die Distanz zwischen Einkommensanteilen unterschiedlich bewertet/gemessen werden. So lässt sich eine ganze Familie von Maßen entwickeln, die alle das STP erfüllen.

Die Unterschiede in den Differenzen der Einkommensanteile beim halben quadrierten Variationskoeffizient und beim Maß von Theil können als spezifische Fälle der allgemeinen Form

$$(6.23) \quad [h(s_i) - h(s_j)]$$

mit

$$h(s_t) = \frac{1 - s_t^\beta}{\beta} \text{ für } \beta \neq 0 \text{ bzw.}$$

$$-\ln(s_t) \text{ für } \beta = 0 \text{ und } t = i, j$$

aufgefasst werden.

Für alle β lässt sich zeigen, dass $[h(s_i) - h(s_j)] < 0$ gilt, das WPT also stets erfüllt ist. $h(s_t)$ übernimmt hier den Part einer verallgemeinerten Informationsfunktion. Die Bedeutung des Parameters β soll an einem Beispiel illustriert werden.

Gegeben sei folgende kleine Einkommensverteilung

Tabelle 6.1

i	1	2	3	4
y_i	40	80	120	160
s_i	0,1	0,2	0,3	0,4

Nun wird zweimal derselbe Betrag, d_y , zwischen zwei Einkommen transferiert, die im gleichen Verhältnis zueinander, aber in unterschiedlicher Position in der Einkommensverteilung stehen, also zwischen $i=1$ und $i=2$ und

zwischen $i=2$ und $i=4$. Um die Auswirkung der Transfers zu bestimmen, ist die Messung der Distanz der Einkommensanteile von zentraler Bedeutung (vgl. (6.21) und (6.22)). Deswegen werden die Distanzen zwischen den am Transfer beteiligten Einkommensanteilen hier zur Illustration für verschiedene Werte von β berechnet.

Tabelle 6.2

β	$h(s_i) - h(s_j)$	$h(s_2) - h(s_1)$	$h(s_4) - h(s_2)$	Sensitivität
-1	$\frac{1}{s_i} - \frac{1}{s_j}$	-5	-2,5	bottomsensitiv
0	$\ln(s_j) - \ln(s_i)$	-0,69	-0,69	neutral
1	$s_j - s_i$	-0,1	-0,2	topsensitiv

Es zeigt sich, dass das Ausmaß der Ungleichheitsreduktion in Abhängigkeit von β davon bestimmt ist, wo ein Transfer stattfindet.

Bei $\beta=-1$ ist die Ungleichheitsreduktion zwischen den niedrigeren Einkommen stärker als zwischen höheren Einkommen, denn

$$|h(s_4) - h(s_2)| < |h(s_2) - h(s_1)| \quad \text{mit} \quad \frac{s_4}{s_2} = \frac{s_2}{s_1}.$$

Bei $\beta=0$ ist die Ungleichheitsreduktion beider Transfers gleich, denn

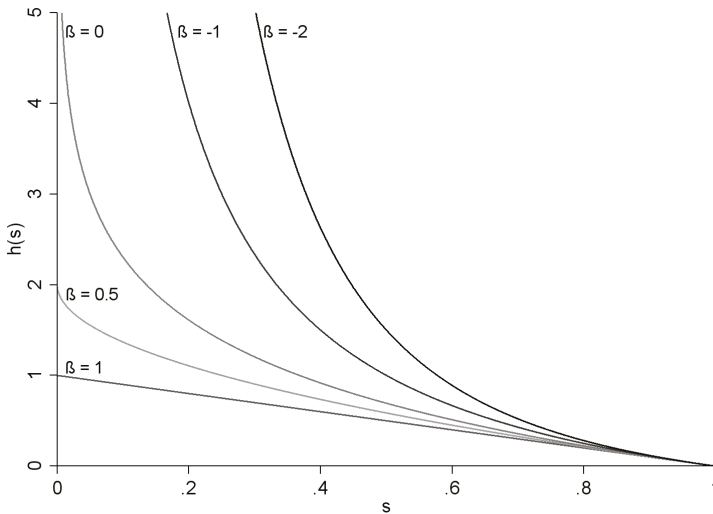
$$|h(s_4) - h(s_2)| = |h(s_2) - h(s_1)| \quad \text{mit} \quad \frac{s_4}{s_2} = \frac{s_2}{s_1}.$$

Bei $\beta=1$ ist die Ungleichheitsreduktion zwischen den höheren Einkommen stärker als zwischen niedrigeren, denn

$$|h(s_4) - h(s_2)| > |h(s_2) - h(s_1)| \quad \text{mit} \quad \frac{s_4}{s_2} = \frac{s_2}{s_1}.$$

Dasselbe wird aus Abbildung 6.1 ersichtlich, sie zeigt den Zusammenhang zwischen s_i und $h(s_i)$ für verschiedene Werte des Parameters β .

Abbildung 6.1: Alternative Informationsfunktionen



Quelle: Simulationsrechnungen mit $n=10000$.

An der Abszisse sind die Einkommensanteile s_i abgetragen. Auf der Ordinate sind die mit der Informationsfunktion bewerteten Einkommensanteile $h(s_i)$ abzulesen. Wie groß die Ungleichheitsreduktion durch einen progressiven Transfer ausfällt, hängt von der Distanz dieser mit der Informationsfunktion bewerteten Einkommensanteile ab.

Die Eigenschaft, dass ein Transfer im unteren Bereich stärker gewichtet wird als im oberen Bereich, wird auch als Transfersensitivität bezeichnet.

Aus Tabelle 6.2 wird auch deutlich, dass sich bei $\beta = 0$ die Informations- bzw. Distanzfunktion $-\ln(s)$ des Maßes von Theil ergibt, während für $\beta = 1$ die des halben quadrierten Variationskoeffizienten resultiert. Offensichtlich gehören beide Maße einer bestimmten Familie von Ungleichheitsmaßen an. Diese Familie ist die der modifizierten Entropiemaße $I_\beta(y)$, die analog zur Herleitung des Maßes von Theil (vgl. 6.8) entwickelt werden kann:

$$\begin{aligned}
 (6.24) \quad I_\beta(y) &= \frac{1}{1+\beta} \left[\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} h\left(\frac{1}{n}\right) - \sum_{i=1}^n s_i h(s_i) \right] \\
 &= \frac{1}{1+\beta} \sum_{i=1}^n s_i \left[h\left(\frac{1}{n}\right) - h(s_i) \right] \\
 &= \frac{1}{\beta + \beta^2} \sum_{i=1}^n s_i [s_i^\beta - n^{-\beta}] \quad \text{für } \beta \neq 0, -1
 \end{aligned}$$

Alle Maße dieser Familie erfüllen das STP. Allerdings haben sie nicht die Eigenschaft der Replikations-Invarianz, die oft von Ungleichheitsmaßen gefordert wird.

Das Prinzip der Replikations-Invarianz (auch *Population Replication Principle* genannt) fordert, dass die Ungleichheit der Einkommensverteilung nicht von der Anzahl der Einkommensbezieher abhängig sein soll. Stellt man sich eine Gesellschaft mit n Einkommensbezieher vor und verdoppelt diese zu einer Gesellschaft mit $2n$ Einkommensbezieher, so dass Mittelwert und Standardabweichung unverändert sind, dann soll sich die Ungleichheit nicht ändern. Formal soll also gelten:

$$(6.25) \quad I(y, y, \dots, y; rn) = I(y; n) \quad \text{für alle Integer } r > 0$$

Allerdings ist das Prinzip der Replikations-Invarianz nicht unumstritten. Man betrachte eine Gesellschaft mit zwei Personen, von denen die eine über kein Einkommen, die andere über das gesamte Einkommen verfügt. Wird diese Gesellschaft verdoppelt, so haben zwei Personen kein Einkommen und das gesamte Einkommen teilen sich zwei Personen. Sind diese beiden ungleichen Situationen eindeutig gleich? Das Prinzip der Replikations-Invarianz ist jedoch Voraussetzung für die additive Zerlegbarkeit von Ungleichheitsmaßen, auf die später eingegangen wird.

Viele der gängigen Ungleichheitsmaße besitzen die Eigenschaft der Replikations-Invarianz. Für die Familie der modifizierten Entropiemaße $I(y)_\beta$ gilt das nicht. Dies liegt an dem Faktor $n^{-\beta}$ (vgl. 6.24), der nur dann verschwindet, wenn $\beta = 0$ ist (Theil-Maß). Alle anderen Mitglieder der Familie der modifizierten Entropiemaße erfüllen das Prinzip der Replikations-Invarianz nicht.

Das lässt sich jedoch durch eine einfache Transformation ändern, die aus der Familie der modifizierten Entropiemaße die Familie der verallgemeinerten Entropiemaße werden lässt. Dazu wird $I(y)_\beta$ mit n^β multipliziert. Man erhält:

$$(6.26) \quad E_\beta(y) = \frac{1}{\beta + \beta^2} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (ns_i)^{\beta+1} - 1 \right] \quad \text{für } \beta \neq 0, -1$$

Wird $\alpha = \beta + 1$ gesetzt und die Beziehung $s_i = \frac{y_i}{ny}$ verwendet, dann erhält

man:

$$(6.27a) \quad E_{\alpha}(y) = \frac{1}{\alpha^2 - \alpha} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right)^{\alpha} - 1 \right] \quad \text{für } \alpha \neq 0, 1 \quad (\beta \neq 0, -1)$$

$$(6.27b) \quad E_0(y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{\bar{y}}{y_i} \right) \quad \text{für } \alpha = 0 \quad (\beta = -1)$$

$$(6.27c) \quad E_1(y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{\bar{y}} \ln \left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right) \quad \text{für } \alpha = 1 \quad (\beta = 0)$$

Damit ist die Familie der verallgemeinerten Entropiemaße vollständig beschrieben. Einige der bereits bekannten und in der Literatur oft verwendeten Ungleichheitsmaße sind Spezialfälle dieser Familie:

$E_0(y)$ ist die – ebenfalls als Ungleichheitsmaß bekannte – Mittlere Logarithmische Abweichung. Dieses Maß wird in der Literatur im Übrigen ebenfalls als ein Theil-Maß bezeichnet.

$E_1(y)$ ist das Maß von Theil.

$E_2(y)$ ist der halbe quadrierte Variationskoeffizient.

Der Wertebereich der Maße liegt nicht – wie etwa beim Gini-Koeffizienten oder dem Atkinson-Maß – zwischen 0 und 1. Zwar haben alle Maße der Entropieklasse den Wert Null bei Gleichverteilung der Einkommen, jedoch ergeben sich bei extremer Ungleichverteilung unterschiedliche Maximalwerte. Beispielsweise hat das Maß von Theil $E_1(y)$ den Maximalwert $\ln(n)$. Erwähnt sei, dass sich alle Maße der Entropieklasse auf den Bereich zwischen 0 und 1 normieren lassen, dabei gehen jedoch andere wünschenswerte Eigenschaften, wie etwa die der Zerlegbarkeit, verloren.

6.4.2 Empirische Ergebnisse

Tabelle 6.3 zeigt die empirischen Werte der Entropiemaße E_0 , E_1 und E_2 für die Einkommensverteilung in Deutschland im Jahr 2011.

Tabelle 6.3: Einkommensungleichheit in Deutschland in 2000, 2008 und 2011, gemessen mit ausgewählten Entropie-Maßen

Maß	2000 (a)	2008 (b)	2011 (c)	Veränderung	
				$[(b)-(a)]/(a)$	$[(c)-(b)]/(b)$
Äquivalenzsala $e=0,5$					
E0	0,107	0,123	0,129	0,149	0,049
E1	0,111	0,132	0,134	0,191	0,015
E2	0,137	0,200	0,176	0,461	-0,120
Äquivalenzsala $e=0,3$					
E0	0,111	0,128	0,136	0,152	0,063
E1	0,113	0,135	0,138	0,191	0,022
E2	0,136	0,196	0,177	0,448	-0,097
Äquivalenzsala $e=1,0$					
E0	0,142	0,154	0,157	0,087	0,019
E1	0,149	0,167	0,165	0,125	-0,012
E2	0,194	0,264	0,227	0,359	-0,140

Quelle: SOEP 2000, 2008, 2011; eigene Berechnungen.

Ausgewiesen werden die Werte für unterschiedliche Äquivalenzeinkommen. Wegen der unterschiedlichen Maximalwerte der verschiedenen Maße sind direkte Vergleiche der Absolutwerte der verschiedenen Maße wenig sinnvoll. Die stärkste Veränderung der Ungleichheit zeigt das *top-sensitive* Maß E_2 an, sowohl für den Zeitraum von 2000 bis 2008 als auch für den von 2008 bis 2011. Da bei diesem Maß die Distanzen zwischen Einkommensanteilen im oberen Bereich der Verteilung größer dargestellt werden

als zwischen Einkommensanteilen im unteren Bereich der Verteilung, deutet dieser Befund darauf hin, dass besonders die Ungleichheit zwischen höheren Einkommen zunächst zugenommen hat und dann abgenommen hat. Dieser Befund kann vermutlich mit den starken Veränderungen der Kapitaleinkommen erklärt werden (vgl. Kap. 1, Abschnitt 1.1).

Ein weiteres Beispiel für die Anwendung der Entropiemaße gibt Tabelle 6.4. Die Ergebnisse entstammen einer Analyse der Einkommensungleichheit in der älteren Bevölkerung in Deutschland und den USA (vgl. Schwarze und Frick 2000). Die Maße I_0 bis I_2 sind die Maße E_0 bis E_2 . Der Vergleich dieser Maße über die Zeit lässt hier insbesondere Rückschlüsse darauf zu, in welchem Bereich der Einkommensverteilung die Veränderung der Ungleichheit stärker oder weniger stark war. Betrachtet man nun nur den oberen Teil der Tabelle, die Bevölkerung unter 65 Jahre:

Das *bottom*-sensitive Maß I_0 ist in Deutschland im betrachteten Zeitraum um 45%, in den USA nur um 27% gestiegen. Dagegen ist das *top*-sensitive Maß I_2 im selben Zeitraum in den USA um 80% gestiegen, in Deutschland nur um etwa 30%. Auch wenn Vorsicht bei der Interpretation geboten ist, deuten diese Ergebnisse darauf hin, dass die Zunahme der Ungleichheit in den USA wesentlich auf Veränderungen im oberen, in Deutschland jedoch auf die im unteren Einkommensbereich zurückzuführen ist.

Tabelle 6.4: Einkommensungleichheit in Deutschland und in den USA

Income/Inequality	West-Germany		United States	
	1986	1996	1983	1993
Population < 65 years of age:				
Market Income				
Gini-coefficient	0,328	0,348	0,382	0,398
Disposable Income				
Gini-coefficient	0,240	0,271	0,300	0,330
I_0	0,099	0,144	0,162	0,207
I_1	0,094	0,126	0,147	0,186
I_2	0,100	0,129	0,156	0,280
Population \geq 65 years of age:				
Disposable Income				
Gini-coefficient	0,239	0,262	0,318	0,344
I_0	0,095	0,119	0,172	0,205
I_1	0,093	0,109	0,159	0,191
I_2	0,101	0,113	0,167	0,213
Source: PSID-GSOEP Equivalent Data File 1980-1996				

Quelle: Schwarze/Frick (2000).

Ein letztes Beispiel zeigt Tabelle 6.5, deren Informationen aus dem Gutachten des Sachverständigenrates zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Lage 2009/2010 (SVR) entnommen sind. Seit einigen Jahren berichtet der SVR auch über die Entwicklung der personellen Einkommensverteilung in Deutschland. Basis der Berechnungen ist das SOEP. Tabelle 6.5 zeigt die Werte verschiedener Ungleichheitsmaße für das äquivalente Markt- und Nettoeinkommen (*Pre* und *Post Government*-Einkommen) der Personen. Bei der Interpretation der in dieser Tabelle dargestellten Zahlen ist darauf zu achten, dass die Maximalwerte der Teilmaße von der Anzahl der Be-

obachtungen abhängten, so dass lediglich anteilige Veränderungen sinnvoll verglichen werden können.

Tabelle 6.5: Ungleichheit der *Pre* und *Post Government*-Einkommen in Deutschland.

Jahr	Pre Government-Einkommen	Post Government-Einkommen
	Gini-Koeffizient	
1991	0,403	0,261
1995	0,435	0,262
2000	0,441	0,260
2005	0,478	0,292
2007	0,473	0,290
	E_0 bzw. Theil(0) Maß	
1991	0,649	0,114
1995	0,725	0,120
2000	0,748	0,117
2005	0,910	0,148
2007	0,893	0,144
	E_1 bzw. Theil(1) oder Theil-Maß	
1991	0,294	0,117
1995	0,343	0,124
2000	0,350	0,122
2005	0,427	0,173
2007	0,414	0,168

Quelle: SVR (2009/2010, S. 313); Berechnungen mit Daten des SOEP.

Als durchgehender Trend ist zu beobachten, dass das *bottom-sensitive* Theil(0)-Maß am stärksten auf die Veränderung von *Pre* zu *Post Government*-Einkommen reagiert. Staatliche Eingriffe machen sich also insbesondere im unteren Bereich der Einkommensverteilung bemerkbar.

Im zeitlichen Vergleich ist kein eindeutiger Trend erkennbar. Zwar zeigen für die hier analysierten Jahre alle Maßzahlen übereinstimmend Anstiege und Rückgänge der Ungleichheit an. Allerdings ist das Ausmaß der Veränderung der Ungleichheit abhängig davon, mit welchem Maß gemessen wird. Für die meisten Zeiträume verändert sich das neutrale Theil-Maß stärker als der Gini-Koeffizient oder das *bottom*-sensitive Maß. Für die Jahre 1995 und 2000 zeigt das *bottom*-sensitive Maß Teil(0) eine größere anteilige Veränderung als das neutrale Theil-Maß. In diesem Zeitraum ist die Ungleichheit der Markteinkommen im unteren Bereich stärker gestiegen und die Ungleichheit der verfügbaren Einkommen stärker gesunken als im mittleren Bereich der Einkommensverteilung. Diese Unterschiede sollten allerdings nicht inhaltlich interpretiert werden, da sie klein sind, und keine Konfidenzintervalle ausgewiesen wurden. Schließlich kann auch die Auswahl der betrachteten Jahre die Ergebnisse beeinflussen.

6.4.3 *Entropiemaße und explizit normative Ungleichheitsmaße*

Im Verlauf dieses Buches wurden verschiedene Wege vorgestellt, um die Ungleichheit der Einkommensverteilung einer Bevölkerung darzustellen und zu messen:

- Deskriptive Maße und graphische Darstellungen (z.B. Gini-Koeffizient, Varianz, Variationskoeffizient). Es wurde deutlich, dass alle deskriptiven Maße über wünschenswerte und weniger wünschenswerte Eigenschaften verfügen und offensichtlich jeweils unterschiedliche gesellschaftliche Vorstellungen über die Bewertung von Ungleichheit implizieren.

- Explizit normative Ungleichheitsmaße, die aus den Axiomen zur Bildung einer sozialen Wohlfahrtsfunktion abgeleitet werden (z.B. Maß von Dalton, Atkinson Maß). Entscheidender Parameter ist die (konstante relative) Ungleichheitsaversion der Gesellschaft.
- Maße, die aus der Informationstheorie abgeleitet werden, z.B. Maß von Theil, und die Familie der verallgemeinerten Entropiemaße, die auf der Idee unterschiedlicher Distanzfunktionen aufbauen und die alle das STP erfüllen.

Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen einzelnen Maßen wurden anhand bestimmter wünschenswerter oder weniger wünschenswerter Eigenschaften der Maße herausgearbeitet. Bevor diese noch einmal zusammengefasst werden, sollen jedoch noch einige interessante Zusammenhänge zwischen dem Atkinsonmaß und der Familie der verallgemeinerten Entropiemaße aufgezeigt werden.

Dazu betrachte man noch einmal beide Maße:

$$(6.28) \quad A_{\varepsilon}(y) = 1 - \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right)^{1-\varepsilon} \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

$$(6.29) \quad E_{\alpha}(y) = \frac{1}{\alpha^2 - \alpha} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right)^{\alpha} - 1 \right]$$

für $\alpha \neq 0, 1$ ($\beta \neq 0, -1$)

Wird $\alpha = 1 - \varepsilon$ gesetzt, dann lässt sich zeigen, dass

$$(6.30) \quad A_\varepsilon(y) = 1 - [(\alpha^2 - \alpha)E_\alpha(y) + 1]^{\frac{1}{\alpha}} \quad \text{für } \alpha < 1, \alpha \neq 0$$

$$A_\varepsilon(y) = 1 - e^{E_\alpha(y)} \quad \text{für } \alpha = 0$$

Für jedes Atkinson-Maß existiert also ein – ordinal äquivalentes (vgl. Kapitel 4, Abschnitt 4.4.2) – Maß aus der Familie der verallgemeinerten Entropiemaße. Allerdings umfasst die Familie der verallgemeinerten Entropiemaße ein breiteres Spektrum von Maßen als die Klasse der Atkinson-Maße. Für Werte von $\alpha \geq 1$ ist die korrespondierende Klasse der Atkinson-Maße nicht definiert. Denn für $\varepsilon \leq 0$ ist SWF nicht strikt konkav, sondern konvex, es läge also Ungleichheitsaffinität vor. Die Ungleichheitsaversion beim Atkinsonmaß entspricht also Bottomsensitivität bei den verallgemeinerten Entropiemaßen, ohne dass beide Konzepte identisch sind: Ungleichheitsaversion bedeutet, dass Einkommensunterschiede zwischen geringeren Einkommen größere Wohlfahrtsunterschiede implizieren als gleiche absolute Einkommensunterschiede zwischen höheren Einkommen. Dahingegen bedeutet Bottomsensitivität, dass relative Einkommensunterschiede zwischen geringeren Einkommen bei der Berechnung des Ungleichheitsmaßes stärker berücksichtigt werden als die gleichen relativen Einkommensunterschiede zwischen höheren Einkommen.

Darüber hinaus gibt es noch weitere Unterschiede zwischen beiden Familien: Das Atkinson-Maß verfügt über die wünschenswerte Eigenschaft im Bereich zwischen Null und Eins zu liegen. Die Familie der verallgemeinerten Entropiemaße ist additiv zerlegbar, die Atkinson-Maße sind das nicht.

Tabelle 6.6 zeigt die empirischen Werte für die korrespondierenden Ungleichheitsmaße für die Einkommensverteilung in Deutschland im Jahr 2011.

Tabelle 6.6: Einkommensungleichheit in Deutschland im Jahr 2011 – Messung mit korrespondierenden Entropie- und Atkinsonmaßen.

Entropiemaße $E_\alpha(y)$		Atkinson-Maße $A_\varepsilon(y)$	
α		ε	
-1	0.154	2	0.236
0	0.129	1	0.121
1	0.134	0	n.d.
2	0.176	-1	n.d.

Quelle: SOEP 2011; eigene Berechnungen.

6.5 Wünschenswerte Eigenschaften von Ungleichheitsmaßen

Im bisherigen Verlauf dieses Buches wurden einige wünschenswerte Eigenschaften von Ungleichheitsmaßen vorgestellt und diskutiert. Diese sollen der besseren Übersicht halber nun noch einmal zusammengetragen werden. Es sei aber explizit darauf hingewiesen, dass es sich um *wünschenswerte* Eigenschaften, also normative Setzungen handelt. Die Eigenschaften sind also durchaus diskussionswürdig, aber sie stellen ein Instrument dar, mit dessen Hilfe Ungleichheitsmaße beschrieben und verglichen werden können.

Eigenschaft: Mean Independence

Ungleichheitsmaße, die nicht von der absoluten Höhe des insgesamt zu verteilenden Einkommens abhängig sind, sind *mean independent*. Wenn alle Einkommen mit demselben Faktor multipliziert werden, – also sich die Einkommen aller Individuen um denselben Prozentsatz erhöhen – ändert sich die gemessene Ungleichheit nicht, wenn das verwendete Maß *mean independent* ist. Das unterstellt, dass relative Einkommensunterschiede ungleichheitsrelevant sind, nicht absolute Unterschiede.

$$(6.31) \quad I(y_1, y_2, \dots, y_n) = I(ay_1, ay_2, \dots, ay_n)$$

Mean Independence wird von fast allen bekannten Maßen erfüllt, Ausnahmen sind die Varianz, das Maß von Dalton und die Spannweite. Für die Varianz lässt sich dies mit dem Verschiebungssatz schnell zeigen, nach dem $V(ay) = a^2V(y)$ ist.

Eigenschaft: Replikations-Invarianz

Das Prinzip der Replikations-Invarianz (auch *Population Replication Principle* genannt) fordert, dass die Ungleichheit in zwei Einkommensverteilungen gleich sein soll, wenn eine der beiden durch Vervielfachung der anderen erzeugt werden kann.

Stellt man sich eine Gesellschaft mit n Einkommensbeziehern vor und repliziert diese r mal, so dass schließlich eine Gesellschaft mit rn Einkommensbeziehern vorliegt, dann soll sich die Ungleichheit nicht verändern. Formal soll also gelten:

$$(6.32) \quad I(y, y, \dots, y; rn) = I(y; n) \quad \text{für alle Integer } r > 0$$

Alle bislang diskutierten Maße erfüllen diese Anforderung. (Ausnahme ist die Familie der modifizierten Entropiemaße, die jedoch in die Familie der verallgemeinerten Entropiemaße überführt wurde, damit die Eigenschaft der Replikations-Invarianz erfüllt ist.)

Eigenschaft: Weiches Transferprinzip (WTP)

Für einen progressiven Transfer von i an j , der die Bedingungen $t \leq \frac{y_i - y_j}{2}$ und $dy_j = -dy_i$ erfüllt, soll $dI(y) < 0$ gelten. Nahezu alle bislang diskutierten Maße erfüllen das weiche Transferprinzip (eine Ausnahme ist beispielsweise die Spannweite).

Eigenschaft: Strenges Transferprinzip (STP)

Das Ausmaß der Ungleichheitsreduktion soll ausschließlich von der Distanz der betrachteten Einkommensanteile von i und j bestimmt werden, und nicht dadurch, welche Personenpaare ausgewählt werden. Auch die Einkommensanteile der nicht vom Transfer berührten Personen sollen irrelevant sein für die Reduktion der Ungleichheit. Das STP wird von der Varianz und den Maßen der verallgemeinerten Entropiefamilie erfüllt, beispielsweise aber nicht vom Gini-Koeffizienten und vom Atkinson-Maß.

Eigenschaft: Transfersensitivität

Transfersensitivität wird manchmal als zusätzliche Eigenschaft gefordert und meint, dass ein Transfer im unteren Bereich der Einkommensverteilung die Ungleichheit stärker reduzieren soll, als ein – in absoluten Beträgen – gleich großer Transfer zwischen gleich weit voneinander entfernten Einkommen im oberen Bereich der Einkommensverteilung.

Dass ein Transfer $t \leq \frac{y_i - y_j}{2}$ zwischen den Einkommen y_i und y_j (mit $y_i > y_j$) weniger ungleichheitsreduzierend sein soll als ein betragsgleicher Transfer $t^* = t$ zwischen den Einkommen y_{i^*} und y_{j^*} , mit $y_{i^*} < y_i$ und $y_i - y_j = y_{i^*} - y_{j^*}$, bedeutet, dass $dI(y)$ zwar betraglich kleiner, wegen des negativen Vorzeichens aber tatsächlich größer ist, wenn der gleiche Transfer zwischen höheren Einkommen stattfindet. Formal dargestellt als

$$(6.33) \quad \frac{\partial(dI(y))}{\partial y} > 0$$

Setzt man hier die Formulierung (4.48) ein, so erhält man

$$(6.34) \quad \frac{\partial(dI(y))}{\partial y} = dy \left(\frac{\partial^2 I(y)}{\partial y_j \partial y} - \frac{\partial^2 I(y)}{\partial y_i \partial y} \right) > 0.$$

Daraus folgt, dass

$$(6.35) \quad \frac{\partial^2 I(y)}{\partial y_j \partial y} > \frac{\partial^2 I(y)}{\partial y_i \partial y}.$$

So dass die Eigenschaft der Transfersensitivität einfach daran überprüft werden kann, ob die dritte partielle Ableitung eines Ungleichheitsmaßes nach einem Einkommen (vgl. Anhang A4.2 zu Kapitel 4) negativ ist.

Diese Eigenschaft ,

$$(6.36) \quad \frac{\partial^3 I(y)}{\partial y^3} < 0,$$

erfüllen u.a. das neutrale und die bottom-sensitiven verallgemeinerten Entropiemaße und alle Atkinsonmaße.

Eigenschaft: Additive Zerlegbarkeit

Eine für die empirische Analyse von Einkommensungleichheit interessante Eigenschaft, ist die der additiven Zerlegbarkeit von Ungleichheitsmaßen. Es lässt sich zeigen, dass diese in befriedigender Weise ausschließlich von Maßen aus der Familie der verallgemeinerten Entropiemaße erfüllt wird. Entsprechend ihrer Bedeutung wird der Zerlegbarkeit von Ungleichheitsmaßen ein eigener Abschnitt dieses Kapitels gewidmet.

6.6 Zerlegung von Ungleichheitsmaßen

Man stelle sich vor, die Ungleichheit der Erwerbseinkommen solle im Hinblick auf geschlechtsspezifische Unterschiede analysiert werden. Dazu wäre es sinnvoll, die gesamte Ungleichheit der Erwerbseinkommen $I(y)$ in folgende Komponenten zu zerlegen:

- Ungleichheit der Einkommen innerhalb der Gruppe der Männer $I(y_M)$
- Ungleichheit der Einkommen innerhalb der Gruppe der Frauen $I(y_F)$
- Ungleichheit der Einkommen zwischen Männern und Frauen $I(y_{F,M})$.

Diese drei Komponenten sollen in der Summe die gesamte Ungleichheit der Erwerbseinkommen $I(y)$ ergeben:

$$(6.37) \quad I(y) = I(y_F) + I(y_M) + I(y_{F,M})$$

Die beiden ersten Terme auf der rechten Seite drücken die *Within*-, der dritte Term die *Between*-Komponente der gesamten Ungleichheit aus. Ungleichheitsmaße, die sich in dieser Form zerlegen lassen, erfüllen die Eigenschaft der additiven Zerlegbarkeit nach Bevölkerungsgruppen. Bevölkerungsgruppen können nach Kriterien wie z.B. Wirtschaftszweige, Regionen, Ausbildungsabschlüsse und ähnlichem gebildet werden.

Eine andere Form der Zerlegung ist die nach Einkommensarten. Hier könnte zum Beispiel interessieren, welchen Beitrag die Ungleichheit einzelner Einkommenskomponenten, wie Erwerbseinkommen, Kapitaleinkommen, Transfereinkommen u.a., zur gesamten Ungleichheit der verfügbaren Einkommen beitragen. Beispielsweise könnte die These aufgestellt werden, dass Kapitaleinkommen ungleicher verteilt sind als Erwerbseinkommen. Nimmt der Anteil der Kapitaleinkommen im Zeitverlauf zu, dann könnte dies eine Erklärung für die insgesamt steigende Ungleichheit der Einkommen sein. Diese These ließe sich mit Maßen überprüfen, die die Eigenschaft der additiven Zerlegbarkeit nach Einkommensarten besitzen.

6.6.1 Zerlegung nach Bevölkerungsgruppen

Ausgangspunkt ist eine Population (oder Stichprobe) mit $i = 1, 2, \dots, n$ Personen, deren Einkommen y_i zusammenfassend dargestellt werden als Vektor y . Die Population lässt sich in $g = 1, 2, \dots, G$ Subgruppen aufgliedern mit jeweils n_g Personen, deren Einkommen im Vektor y_g zusammengefasst sind. Ein – zunächst nicht näher spezifiziertes – Ungleichheitsmaß $I(y)$ lässt sich dann ausdrücken als die Summe der Ungleichheit, die zwi-

schen den Subgruppen besteht, und der Ungleichheit innerhalb der Subgruppen (vgl. dazu Bourguignon 1979 oder Shorrocks 1980):

$$(6.38) \quad I(y; n) = \sum_{g=1}^G w_g I(y_g; n_g) + B$$

Mit dem ersten Term auf der rechten Seite werden die Ungleichheiten der Einkommen innerhalb der Gruppen aufsummiert (*Within*-Komponente). Die Gewichte w_g bestimmen, welchen Anteil die Ungleichheit innerhalb der Subgruppen an der Ungleichheit insgesamt haben. B kennzeichnet die Ungleichheit zwischen den Gruppen (*Between*-Komponente).

An die Zerlegung werden folgende Anforderungen gestellt:

- Die *Between*-Komponente B soll ausschließlich vom Niveauunterschied zwischen den Gruppeneinkommen bestimmt sein.
- Die Gewichte w_g sollen unabhängig sein vom Ausmaß der Ungleichheit innerhalb der Gruppen.
- Es soll gelten $\sum_{g=1}^G w_g = 1$.

Es lässt sich zeigen, dass die letzte Anforderung nur dann erfüllt ist, wenn die Gewichte entweder wie in (6.39) von der Anzahl der Beobachtungen oder wie in (6.40) vom mittleren Einkommen der Population abhängig sind. Damit kommen folgende Gewichtungsfaktoren in Frage:

$$(6.39) \quad w_g = f(n) = p_g = \frac{n_g}{n}$$

$$(6.40) \quad w_g = f(\bar{y}) = v_g = \frac{\sum_{k=1}^{n_g} y_k}{\sum_{i=1}^n y_i}$$

Nach Prüfung aller Anforderungen bleiben nur zwei Maße übrig, die additiv nach Populationsgruppen zerlegbar sind. Beide sind Mitglieder der Familie der verallgemeinerten Entropiemaße:

$$(6.41) \quad E_0(y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{\bar{y}}{y_i} \right)$$

$$(6.42) \quad E_1(y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{\bar{y}} \ln \left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right)$$

Grundsätzlich erfüllen zwar alle Mitglieder der Familie der verallgemeinerten Entropiemaße die Anforderung der additiven Zerlegbarkeit nach Populationsgruppen. Aber nur für $\alpha = 0$ und $\alpha = 1$ summieren sich die Gewichte zu eins. Es lässt sich auch zeigen, dass alle ordinal äquivalenten Transformationen der Entropiemaße (also beispielsweise das Atkinson-Maß) zerlegbar sind, allerdings nicht additiv. Der Gini-Koeffizient ist nicht auf diese Weise zerlegbar. (Der Streit darüber ist in der Literatur aber noch nicht abgeschlossen.) Im Gegenteil, es lässt sich zeigen, dass, wenn die Ungleichheit innerhalb einer Gruppe steigt, der Gini-Koeffizient insgesamt sinkt.

Die beiden Teil-Maße werden wie folgt zerlegt:

$$(6.43) \quad E_0(y) = \sum_{g=1}^G p_g E_{0g}(y_g) + \sum_{g=1}^G p_g \ln \left(\frac{p_g}{v_g} \right)$$

$$(6.44) \quad E_1(y) = \sum_{g=1}^G v_g E_{1g}(y_g) + \sum_{g=1}^G v_g \ln \left(\frac{v_g}{p_g} \right)$$

Der erste Term auf der rechten Seite von (6.43) und (6.44) ist jeweils die *Within*-, der zweite Term die *Between*-Komponente der gesamten Ungleichheit. Die Zerlegung der beiden Maße unterscheidet sich insbesondere im Hinblick auf die verwendeten Gewichte. Bei $E_0(y)$ sind es die Populationsanteile, bei $E_1(y)$ die Einkommensanteile. Die Gewichtung mit Einkommensanteilen führt jedoch dazu, dass die *Within*-Komponente nicht nur die Ungleichheit innerhalb der Gruppen abbildet, sondern auch von der Ungleichheit zwischen den Gruppen abhängt. Eine intuitive Interpretation wäre, dass – wenn alle Inter-Gruppen-Ungleichheit beseitigt werden könnte – die gesamte verbleibende Ungleichheit genau der entspricht, die in der *Within*-Komponente abgebildet ist. So verhält es sich, wenn bei der Berechnung der *Within*-Komponente die Bevölkerungsanteile als Gewicht verwendet werden, nicht aber, wenn Einkommensanteile verwendet werden. Wenn alle Inter-Gruppen-Ungleichheit beseitigt wäre, wäre das durchschnittliche Einkommen in jeder Gruppe gleich, so dass die einkommensabhängigen Gewichte der *Within*-Komponente nicht die gleichen wären wie in der Vergleichssituation, in der Inter-Gruppen-Ungleichheit besteht. Will man dies vermeiden, dann sollte für die Zerlegung der Ungleichheit nach Populationsgruppen ausschließlich das Maß $E_0(y)$ genutzt werden.

Die Zerlegung des Maßes $E_0(y)$ nach Populationsgruppen soll am Beispiel der Ungleichheit der Einkommen in Deutschland kurz vor und nach der Vereinigung demonstriert werden (vgl. Schwarze 1996). Tabelle 6.7 enthält

einige Informationen zu den mittleren Einkommen und den Populationsanteilen in West- und Ostdeutschland. Dabei bezeichnet „Before Government“ das *Pre* und „After Government“ das *Post Government*-Einkommen. Datenbasis der Analyse ist das SOEP 1990 bis 1992.

Tabelle 6.7:

Before and After Government Mean Income for Reunited Germany and it's Component States, 1990-1992 ^a			
	1990 ^b	1991	1992
Germany			
Before Government Income	1,472	1,495	1,508
After Government Income	1,395	1,397	1,435
Eastern States			
Before Government Income	719	780	832
Share of Total Population	22,5	21,5	21,4
Share of Total Income	11,0	11,2	11,8
After Government Income	727	775	842
Share of Total Population	21,6	21,2	20,9
Share of Total Income	11,3	11,8	12,3
Western States			
Before Government Income	1,691	1,692	1,693
Share of Total Population	77,5	78,5	78,6
Share of Total Income	89,0	88,8	88,2
After Government Income	1,579	1,564	1,592
Share of Total Population	78,4	78,8	79,1
Share of Total Income	88,7	88,2	87,7

Source: The 1990 through 1992 waves of the German Socio-Economic Panel.

Quelle: Schwarze (1996).

Tabelle 6.8

Theil I(0) Inequality Measures of Before and After Government Income for Germany and its Component States, 1990-1992 ^a						
	Before Government Income Inequality			After Government Income Inequality		
	Germany			Germany		
Year		East	West		East	West
1990 ^b	1,150	0,652	1,225	0,147	0,054	0,118
1991	1,163	0,956	1,204	0,137	0,067	0,110
1992	1,250	1,190	1,221	0,132	0,066	0,112

Source: The 1990 through 1992 waves of the German Socio-Economic Panel.

^a Monthly income in 1990 Deutsche Mark. Income is adjusted for household size using an equivalence scale computed according to the *Bundessozialhilfegesetz*.

^b Year of reunification.

Quelle: Schwarze (1996).

Tabelle 6.8 zeigt die Entwicklung der Ungleichheit, gemessen mit $E_0(y)$, für Deutschland insgesamt und für Ost- und Westdeutschland. Man sieht, dass die *Pre Government*-Ungleichheit in Ostdeutschland rasch das westdeutsche Niveau erreicht hat. Dies ist Folge der Anpassung an marktwirtschaftliche Strukturen und insbesondere der rasch steigenden Arbeitslosigkeit in den neuen Bundesländern. Staatliche Eingriffe reduzieren die Ungleichheit der Einkommen deutlich, das gilt für Ost- und Westdeutschland gleichermaßen, jedoch ist die *Post Government*-Ungleichheit in Ostdeutschland deutlich geringer als in Westdeutschland. Insgesamt hat die Ungleichheit der *Pre Government*-Einkommen in den ersten Jahren des Vereinigungsprozesses zugenommen, die der *Post Government*-Einkommen jedoch

abgenommen. Dies ist vor allem die Folge der massiven Transferzahlungen von West- nach Ostdeutschland.

Tabelle 6.9:

Source of Theil I(0) Inequality in Before and After Government Income for Reunited Germany and its Eastern and Western States, 1990-92 ^a				
Before Government Income Inequality ^c				
Sources				
Year	Germany	Eastern	Between	Western
1990 ^b	1,150 (100,0)	0,146 (12,7)	0,054 (4,7)	0,950 (82,6)
1991	1,163 (100,0)	0,206 (17,9)	0,045 (3,7)	0,914 (78,6)
1992	1,250 (100,0)	0,255 (20,4)	0,036 (2,9)	0,959 (76,7)
After Government Income Inequality ^c				
Sources				
	Germany	Eastern	Between	Western
1990 ^b	0,147 (100,0)	0,012 (7,9)	0,044 (29,5)	0,092 (62,5)
1991	0,137 (100,0)	0,014 (10,4)	0,036 (26,1)	0,087 (63,5)
1992	0,132 (100,0)	0,014 (10,5)	0,029 (22,2)	0,089 (67,3)

Source: The 1990 through 1992 waves of the German Socio-Economic Panel.

Quelle: Schwarze (1996).

Tabelle 6.9 zeigt die additive Zerlegung der gesamtdeutschen Ungleichheit entsprechend der Beziehung (6.43). Im Jahr vor der Vereinigung wurde die gesamtdeutsche Ungleichheit der Einkommen deutlich durch die Ungleich-

heit innerhalb Westdeutschlands dominiert: 86,2% der *Pre* und 62,5% der *Post Government*-Einkommensungleichheit in Gesamtdeutschland wurden durch die Ungleichheit innerhalb Westdeutschlands erzeugt. Gleichwohl war auch der Anteil der Ungleichheit zwischen Ost- und Westdeutschland nicht unbeachtlich: 4,7% der *Pre* und immerhin fast 30% der *Post Government*-Einkommensungleichheit.

Zwischen 1990 und 1992 ist die Ungleichheit zwischen Ost- und Westdeutschland gesunken. Bei der *Pre Government*-Einkommensungleichheit von 4,7% auf 2,9%, bei der *Post Government*-Einkommensungleichheit von 30% auf 22%. Ersteres ist das Ergebnis von – möglicherweise zu schnell vorgenommenen – Lohnangleichungen, letzteres ist vor allem auf die massiven Transferzahlungen von West- nach Ostdeutschland zurückzuführen.

Tabelle 6.10: Einkommensungleichheit nach Kinderzahl in Deutschland im Jahr 2011 – Messung mit Entropiemaßen und verschiedenen Äquivalenzskalen

Skalenelastizität	e=1,0				e=0,5		
	Bev.- Anteil	Eink.- Anteil	E_0	E_1	Eink.- Anteil	E_0	E_1
0	0,567	0,672	0,141	0,147	0,584	0,140	0,144
1-3	0,412	0,319	0,120	0,127	0,401	0,114	0,118
≥ 4	0,021	0,009	0,086	0,095	0,016	0,087	0,096
Insgesamt			0,157	0,165		0,129	0,134
Within			0,131	0,141		0,128	0,133
Between			0,026	0,024		0,001	0,001

Quelle: SOEP 2011; eigene Berechnungen.

Als ein weiteres Beispiel für die Anwendung nach Gruppen zerlegbarer Ungleichheitsmaße zeigt Tabelle 6.10 die Zerlegung der Einkommens-

ungleichheit in Deutschland im Jahr 2011 nach Anzahl der Kinder im Haushalt. Der Leser möge diese Ergebnisse selbst interpretieren und dabei besonders auf die Bedeutung der Äquivalenzskalanelastizität für die Inter-Gruppen-Ungleichheit achten.

6.6.2 Zerlegung nach Einkommensarten

Ausgangspunkt ist die Überlegung, ein beliebiges Ungleichheitsmaß $I(y)$ so zu zerlegen, dass die gesamte Ungleichheit die Summe der Ungleichheiten in den Verteilungen der verschiedenen Einkommensbestandteile (z.B. Erwerbs-, Kapitel- oder Renteneinkommen) ist. Es gilt also

$$(6.45) \quad I(y) = \sum_k S_k,$$

mit S_k als Beitrag des Einkommensfaktors k zur gesamten Ungleichheit der Einkommen (vgl. Shorrocks 1982 und 1983). Von Interesse ist darüber hinaus der proportionale Anteil, des Faktors k an der Einkommensungleichheit:

$$(6.46) \quad s_k = \frac{S_k}{I(y)}$$

Jede Funktion, die $\sum_k s_k = 1$ erfüllt, kann als Zerlegungsregel bezeichnet werden. Fast alle bekannten Ungleichheitsmaße lassen sich in der allgemeinen Form

$$(6.47) \quad I(y) = \sum_i a_i(y) y_i$$

darstellen, und Shorrocks (1982) zeigt, dass sich daraus einfache Zerlegungsregeln herleiten lassen. Das Gesamteinkommen einer Person ist die Summe der individuellen Einkommenskomponenten, es gilt also $y_i = \sum_k y_{ik}$. Diese Identität eingesetzt in (6.47), führt zu

$$(6.48) \quad I(y) = \sum_k \sum_i a_i(y) y_{ik} = \sum_k S_k$$

S_k ist also

$$(6.49) \quad S_k = \sum_i a_i(y) y_{ik}$$

Diese Zerlegungsregel kann direkt auf alle Ungleichheitsmaße angewendet werden, die sich in der allgemeinen Form (6.47) schreiben lassen. Problematisch ist jedoch, dass sich nahezu alle Ungleichheitsmaße in unterschiedlichster Form darstellen lassen und trotzdem der allgemeinen Form genügen. Die resultierenden Zerlegungsregeln unterscheiden sich dann aber zum Teil deutlich voneinander (Shorrocks 1983 demonstriert dies am Beispiel des Gini-Koeffizienten). Die Zerlegungsregeln, die Shorrocks (1982) als *natural decomposition rules* bezeichnet, sind also nicht eindeutig. Im Ergebnis hängt dann der Beitrag eines Einkommensfaktors zur Gesamtungleichheit von der Wahl der spezifischen Zerlegungsregel ab, ist also vollkommen willkürlich.

Shorrocks (1982) zeigt jedoch, dass zwei – nicht sehr restriktive – Annahmen ausreichen, um das Problem der Nichteindeutigkeit zu lösen. Die erste fordert, dass eine gegebene Einkommenskomponente keinen Beitrag zur Gesamtungleichheit leistet, wenn die Einkommen aus dieser Komponente

einpunktverteilt⁷ sind. Weiterhin muss gelten, dass bei einer Zerlegung des Gesamteinkommens in zwei Komponenten, deren Verteilungen jeweils Permutationen der anderen sind, beide Komponenten den gleichen Beitrag zur Gesamtungleichheit leisten. Als Ergebnis resultiert die eindeutige Zerlegungsregel

$$(6.50) \quad s_k = \frac{\text{cov}(y_k, y)}{\sigma^2(y)},$$

die der *natural decomposition rule* des halben quadrierten Variationskoeffizienten $E_2(y)$ entspricht. Diese Regel beruht aber nicht auf dem gewählten Ungleichheitsmaß, vielmehr sind die Anteile der Faktoreinkommensungleichheit an der gesamten Ungleichheit vom gewählten Maß unabhängig. Eine äquivalente Darstellung von (6.50) macht deutlich, wovon die proportionalen Beiträge der Einkommensfaktoren zur Gesamtungleichheit abhängig sind. Dazu macht man sich zunächst zunutze, dass

$$(6.51) \quad s_k = \frac{\text{cov}(y_k, y)}{\sigma^2(y)} = \rho_k \frac{\sigma(y_k)}{\sigma(y)}$$

gilt, mit ρ_k als Korrelationskoeffizienten zwischen y_k und y . $\rho_k \frac{\sigma(y_k)}{\sigma(y)}$

wiederum lässt sich umformen zu:

$$(6.52) \quad s_k = \rho_k \left(\frac{\bar{y}_k}{\bar{y}} \right) \sqrt{\frac{E_2(y_k)}{E_2(y)}}$$

⁷ Das was im Alltagssprachgebrauch Gleichverteilung genannt wird, ist mathematisch eine Einpunktverteilung. Das bedeutet, dass alle Personen also über ein gleichhohes Einkommen dieser Art verfügen.

Die proportionalen Beiträge der Einkommenskomponenten zur gesamten Ungleichheit sind damit abhängig von:

- dem Anteil der betreffenden Einkommensart am Gesamteinkommen,
- der Korrelation der Einkommensart mit dem Gesamteinkommen, sowie
- dem Verhältnis der Ungleichheit der Einkommensart zur Ungleichheit insgesamt.

Der Beitrag einer Einkommenskomponente zur gesamten Ungleichheit wird wesentlich vom Anteil der betreffenden Einkommensart am Gesamteinkommen determiniert. Damit ist gewährleistet, dass eine Einkommensart die nur 5% des Gesamteinkommens ausmacht, bei gleich hoher Ungleichheit – gemessen als $E_2(y_k)$ – weniger zur gesamten Ungleichheit beiträgt als eine Einkommenskomponente, die 50% des Einkommens bestimmt. Der Korrelationskoeffizient in (6.52) bestimmt vor allem das Vorzeichen der s_k . Einkommenskomponenten die negativ mit dem Gesamteinkommen korreliert sind - wie beispielsweise bedarfsabhängige Transferleistungen - tragen auch absolut gesehen zur Verringerung der gesamten Ungleichheit bei.

Als Beispiel wird die bereits zitierte vergleichende Analyse der Altersicherungssysteme in Deutschland und den USA gewählt. Für die Interpretation der Beiträge s_k zur Ungleichheit in Tabelle 6.11 ist es hilfreich, auch auf die Anteile der Einkommenskomponenten am Durchschnittseinkommen (\bar{y}_k / \bar{y}) zu achten – die ebenfalls in der Tabelle ausgewiesen sind –, da diese wesentlich die Größe von s_k mitbestimmen. Die Vorzeichen der s_k werden durch das Vorzeichen des Korrelationskoeffizienten der betrachteten Einkommenskomponente und des Gesamteinkommens bestimmt: Ist die

Einkommenskomponente positiv mit dem Gesamteinkommen korreliert, dann ergibt sich auch ein positiver Beitrag der Komponente zur Ungleichheit, und umgekehrt.

Tabelle 6.11: Anteile der Einkommenskomponenten am verfügbaren Einkommen der älteren Bevölkerung und deren Bedeutung für die Einkommensungleichheit - Angaben in Prozent

Einkommenskomponente (k)	Deutschland 1994		USA 1991	
	Anteil am Einkommen (\bar{y}_k / \bar{y})	Anteil an der Ungleichheit (s_k)	Anteil am Einkommen (\bar{y}_k / \bar{y})	Anteil an der Ungleichheit (s_k)
Staatliche	76,6	37,3	45,9	5,3
Private Transfers	4,0	8,9	15,1	15,4
Öffentliche	0,9	-0,2	2,5	-0,8
Kapitaleinkommen	13,8	31,8	27,6	62,0
Erwerbstätigkeit	7,9	35,8	11,5	34,9
Steuern und	-3,3	-13,6	-2,7	-16,8
Zusammen	100,0	100,0	100,0	100,0

Datenbasis: PSID - GSOEP Equivalent File 1980-1994; SOEP 1994.

Anzahl der Beobachtungen: D 1150; USA 1340.

Quelle: Schwarze (1998).

Zu beachten ist bei der Interpretation der folgenden Ergebnisse auch, dass das absolute Ausmaß der Ungleichheit der Alterseinkommen in den USA wesentlich größer ist als in Deutschland. Für beide Länder zeigt Tabelle 6.11, dass die Einkommen aus staatlicher Alterssicherung die Ungleichheit der Alterseinkommen nicht in dem Maße beeinflussen, wie es ihrem Anteil am Gesamteinkommen entspricht. In Deutschland steuern Einkommen aus dem staatlichen Alterssicherungssystem zwar 76,6% zum Durchschnittseinkommen bei, erzeugen jedoch nur 37,3% der Ungleichheit der Altersein-

kommen. Noch deutlicher ist der nivellierende Einfluss der Altersrenten auf die Ungleichheit in den USA: Dort machen die staatlichen Altersrenten zwar 46% des Einkommens aber nur 5,3% der Ungleichheit aus. Relativ betrachtet, tragen die Altersrenten also in den USA wesentlich stärker zu einer weniger ungleichen Einkommensverteilung bei als in Deutschland. Aufgrund der deutlich degressiven Leistungsgestaltung des US-Sicherungssystems dürfte dieser Befund kaum überraschen. Die Ungleichheit der Alterseinkommen wird in den USA wesentlich durch die Kapitaleinkommen determiniert. Während diese nur knapp 28% der Durchschnittseinkommen ausmachen, bestimmen sie das Ausmaß der Einkommensungleichheit aber zu 62%. Der mit steigenden Einkommen zunehmende Anreiz zur Eigenvorsorge entlastet also das staatliche Sicherungssystem, führt aber zu einer deutlich höheren Ungleichheit der Alterseinkommen.

In Deutschland ist der Anteil der Kapitaleinkommen am durchschnittlichen Alterseinkommen mit knapp 14% deutlich geringer als in den USA. Aber auch in Deutschland erhöhen diese Einkommen die Ungleichheit der Alterseinkommen mit einem Anteil von über 30% beträchtlich.

Öffentliche Transfereinkommen, also insbesondere die Sozialhilfe, haben in beiden Ländern einen nicht nur relativ - also im Vergleich zu ihrem Anteil am Gesamteinkommen - sondern absolut mindernden Einfluss auf die Ungleichheit. In den USA ist dieser Effekt etwas deutlicher ausgeprägt als in Deutschland.

Tabelle 6.11: Anteile der Einkommenskomponenten am verfügbaren Einkommen der älteren Bevölkerung und deren Bedeutung für die Einkommensungleichheit - Angaben in Prozent

Einkommenskomponente (k)	Deutschland 1994		USA 1991	
	Anteil am Einkommen (\bar{y}_k / \bar{y})	Anteil an der Ungleichheit (s_k)	Anteil am Einkommen (\bar{y}_k / \bar{y})	Anteil an der Ungleichheit (s_k)
Staatliche	76,6	37,3	45,9	5,3
Private Transfers	4,0	8,9	15,1	15,4
Öffentliche Kapitaleinkommen	0,9	-0,2	2,5	-0,8
Erwerbstätigkeit	13,8	31,8	27,6	62,0
Steuern und	-3,3	-13,6	-2,7	-16,8
Zusammen	100,0	100,0	100,0	100,0

Datenbasis: PSID - GSOEP Equivalent File 1980-1994; SOEP 1994.

Anzahl der Beobachtungen: D 1150; USA 1340.

Quelle: Schwarze (1998).

Anhang 6

A6.1 Ausführliche Herleitung des Maßes von Theil:

$$\begin{aligned}
 \text{(A6.1.1)} \quad T(y) &= -\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \ln\left(\frac{1}{n}\right) - \left(-\sum_{i=1}^n s_i \ln(s_i)\right) \\
 &= -\ln\left(\frac{1}{n}\right) + \sum_{i=1}^n s_i \ln(s_i) \quad \text{mit } s_i = \frac{y_i}{n\bar{y}} \text{ vgl. (6.7)} \\
 &= -\ln\left(\frac{1}{n}\right) + \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{n\bar{y}} \ln\left(\frac{y_i}{n\bar{y}}\right) \\
 &= -\ln\left(\frac{1}{n}\right) + \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{n\bar{y}} \ln\left(\frac{1}{n}\right) + \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{n\bar{y}} \ln\left(\frac{y_i}{\bar{y}}\right) \\
 &= -\ln\left(\frac{1}{n}\right) + \ln\left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{n\bar{y}} + \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{n\bar{y}} \ln\left(\frac{y_i}{\bar{y}}\right) \quad \text{mit } \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{n\bar{y}} = 1 \\
 &= \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{n\bar{y}} \ln\left(\frac{y_i}{\bar{y}}\right) \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{\bar{y}} \ln\left(\frac{y_i}{\bar{y}}\right)
 \end{aligned}$$

A6.2 Theil-Maß und Transferprinzip

Das Theil-Maß für zwei Personen:

$$\text{(A6.2.1)} \quad T(y) = \frac{1}{n} \left[\frac{y_i}{\bar{y}} \ln\left(\frac{y_i}{\bar{y}}\right) + \frac{y_j}{\bar{y}} \ln\left(\frac{y_j}{\bar{y}}\right) \right]$$

Zu ermitteln ist:

$$(A6.2.2) \quad dT(y) = dy \left[\frac{\partial T(y)}{\partial y_j} - \frac{\partial T(y)}{\partial y_i} \right]$$

Zunächst wird

$$(A6.2.3) \quad \frac{\partial T(y)}{\partial y_j} = \frac{1}{n} \left[\frac{\ln\left(\frac{y_j}{\bar{y}}\right)}{\bar{y}} + \frac{1}{\bar{y}} \right] = \frac{1}{n} \left[\frac{\ln(y_j) + \ln(1/\bar{y})}{\bar{y}} + \frac{1}{\bar{y}} \right]$$

berechnet und analog

$$(A6.2.4) \quad \frac{\partial T(y)}{\partial y_i} = \frac{1}{n} \left[\frac{\ln\left(\frac{y_i}{\bar{y}}\right)}{\bar{y}} + \frac{1}{\bar{y}} \right] = \frac{1}{n} \left[\frac{\ln(y_i) + \ln(1/\bar{y})}{\bar{y}} + \frac{1}{\bar{y}} \right]$$

Anhand der Produktregel $y' = (u \cdot v)' = v \cdot u' + u \cdot v'$ werden die Ableitungen berechnet; es ergibt sich

$$\frac{\partial T(y)}{\partial y_i} = \frac{1}{n} \left[\ln\left(\frac{y_i}{\bar{y}}\right) \cdot \frac{1}{\bar{y}} + \frac{y_i}{\bar{y}} \cdot \frac{1}{y_i} \right] = \frac{1}{n} \left[\frac{\ln(y_i/\bar{y})}{\bar{y}} + \frac{1}{\bar{y}} \right].$$

Die Differenz von (A6.2.4) und (A6.2.5) ergibt:

$$(A6.2.5) \quad \frac{\partial T(y)}{\partial y_j} - \frac{\partial T(y)}{\partial y_i} = \frac{1}{n\bar{y}} \left[\ln\left(\frac{y_j}{\bar{y}}\right) - \ln\left(\frac{y_i}{\bar{y}}\right) \right] = \frac{1}{n\bar{y}} [\ln(y_j) - \ln(y_i)]$$

So resultiert schließlich

$$(A6.2.6) \quad dT(y) = \frac{dy}{n\bar{y}} [\ln(y_j) - \ln(y_i)] < 0.$$

A6.3 Halber quadrierter Variationskoeffizient und Transferprinzip

$$(A6.3.1) \quad \frac{C(y)^2}{2} = \frac{\frac{1}{n} [(y_j - \bar{y})^2 + (y_i - \bar{y})^2]}{2\bar{y}^2}$$

Um $d\left[\frac{C(y)^2}{2}\right]$ zu ermitteln, berechnet man

$$(6.3.2) \quad \frac{\partial C(y)^2 / 2}{\partial y_j} = \frac{y_j - \bar{y}}{n\bar{y}^2}$$

und

$$(6.3.3) \quad \frac{\partial C(y)^2 / 2}{\partial y_i} = \frac{y_i - \bar{y}}{n\bar{y}^2}$$

Damit ergibt sich für

$$(6.3.4) \quad d\left[\frac{C(y)^2}{2}\right] = \frac{dy}{n\bar{y}^2} [(y_j - \bar{y}) - (y_i - \bar{y})] = \frac{dy}{n\bar{y}^2} [y_j - y_i] < 0$$

Literaturverzeichnis

- Aaberge, R.; Melby, I. (1998): The Sensitivity of Income Inequality to Choice of Equivalence Scales. In: *Review of Income and Wealth* 44 (4), S. 565–569.
- Arrow, K. J. (1951): *Social Choice and Individual Values*. New York: Wiley.
- Atkinson, A. B. (1970): On the Measurement of Inequality. In: *Journal of Economic Theory* 2 (3), S. 244–263.
- Becker, G. S. (1974): A Theory of Social Interactions. In: *The Journal of Political Economy* 82, S. 1063–1093.
- Becker, I.; Frick, J. R.; Grabka, M. M.; Hauser, R.; Krause, P.; Wagner, G. G. (2003): A Comparison of the Main Household Income Surveys for Germany: EVS and SOEP. In: R. Hauser und I. Becker (Hg.): *Reporting on Income Distribution and Poverty: Perspectives from a German and a European Point of View*. Berlin/Heidelberg: Springer, S. 55–90.
- Blundell, R.; Lewbel, A. (1991): The Information Content of Equivalence Scales. In: *Journal of Econometrics* 50, S. 49–68.
- Bourguignon, F. (1979): Decomposable Income Inequality Measures. In: *Econometrica* 47, S. 901–920.
- Buhmann, B.; Rainwater, L.; Schmaus, G.; Smeeding, T. M. (1988): Equivalence Scales, Well Being, Inequality, and Poverty: Sensitivity Estimates across Ten Countries Using the Luxembourg Income Study Database. In: *Review of Income and Wealth* 34, S. 115–142.
- Burkhauser, R. V.; Giles, P.; Lillard, D. R.; Schwarze, J. (2005): Until Death Do Us Part: An Analysis of the Economic Well being of Widows in Four Countries. In: *Journal of Gerontology: Social Sciences* 60B (5), S. 238–246.
- Burkhauser, R. V.; Smeeding, T. M.; Merz, J. (1996): Relative Inequality and Poverty in Germany and the United States Using Alternative

- Equivalence Scales. In: *Review of Income and Wealth* 42 (4), S. 381–400.
- Burkhauser, R. V.; Frick, J. R.; Schwarze, J. (1997): A Comparison of Alternative Measures of Economic Well-Being for Germany and the United States. In: *Review of Income and Wealth* 43 (2), S. 153–171.
- Canberra Group (2001): Expert Group on Household Income Statistics: Final Report and Recommendations. Ottawa. Online verfügbar unter <http://www.lisproject.org/links/canberra/finalreport.pdf>, zuletzt geprüft am 14.03.2012.
- Coulter, F. A. E.; Cowell, F. A.; Jenkins, S. P. (1992): Differences in Needs and Assessment of Income Distributions. In: *Bulletin of Economic Research* 44, S. 77–124.
- Coulter, F. A. E.; Cowell, F.; Jenkins, S. P. (1992): Equivalence Scale Relativities and the Extent of Inequality and Poverty. In: *The Economic Journal* 102, S. 1067–1082.
- Cowell, F. A.; Mercader-Prats, M. (1999): Equivalence Scales and Inequality. In: J. Silber (Hg.): *Handbook of Income Inequality Measurement*. Boston: Kluwer, S. 405–429.
- Cowell, F. A. (1995): *Measuring Inequality*. 2. Auflage. London u.a.: Prentice Hall.
- Dalton, H.: The Measurement of the Inequality of Incomes. In: *The Economic Journal* 30 (119).
- Efron, B.; Tibshirani, R. (1993): *An Introduction to the Bootstrap*. London: Chapman and Hall.
- Frick, J. R.; Grabka, M. M. (2001): Der Einfluß von Imputed Rent auf die personelle Einkommensverteilung. In: *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik* 221 (3), S. 285–308.
- Frick, J. R.; Schubert, J. (2008): Wohnverhältnisse und Wohnkosten. In: Statistisches Bundesamt (Hg.): *Datenreport 2008*.
- Goedhart, T.; Halberstadt, V.; Kapteyn, A.; van Praag, B. M. S. (1977): The Poverty Line: Concept and Measurement. In: *Journal of Human Resources* 12, S. 503–520.

- Grabka, M. M.; Goebel, J.; Schupp, J. (2012): Höhepunkt der Einkommensungleichheit in Deutschland überschritten? In: *DIW Wochenbericht* 43, 2012.
- Jenkins, S. P. (1991): Measurement and the Within-Household Distribution. In: *Journal of Social Policy* 20, S. 357–383.
- Lambert, P. J. (2001): *The Distribution and Redistribution of Income*. 3. Auflage. Manchester: Manchester University Press.
- Merz, J.; Garner, T.; Smeeding, T. H.; Faik, J.; Johnson, D.: Two Scales, One Methodology-Expenditure Based Equivalence Scales for the United States and Germany. Cross-National Studies in Aging (Program Project Paper, 8).
- Mills, J.; Zandvakili, S. (1997): Statistical Inference via Bootstrapping for Measures of Inequality. In: *Journal of Applied Econometrics* 12 (2), S.133-150.
- Mincer, J. (1974): Schooling, Experience and Earnings. In: *Columbia University Press*.
- Mincer, J. (1958): Investment in Human Capital and Personal Income Distribution. In: *Journal of Political Economy* 66 (4), S. 281–302.
- Nelson, J. A. (1992): Methods of Estimating Household Equivalence Scales: An Empirical Investigation. In: *Review of Income and Wealth* 38, S. 295–310.
- Plug, E. J. S.; Krause, P.; van Praag, B. M. S.; Wagner, G. G. (1997): Measurement of Poverty: Exemplified by the German Case. In: N. Ott und G. Wagner (Hg.): *Income Inequality and Poverty in Eastern and Western Europe*. Heidelberg: Physica, S. 69–89.
- Rawls, J. (1971): *A Theory of Justice*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Rendtel, U.; Langeheine, R.; Berntsen, R. (1998): The Estimation of Poverty Dynamics Using Different Measurements of Household Income. In: *Review of Income and Wealth* 44 (1), S. 81–98.
- Sachverständigenrat zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung (2010): *Jahresgutachten 2009/2010*. Wiesbaden.

- Samuelson, P. A. (1956): Social Indifference Curves. In: *Quarterly Journal of Economics* 70 (1), S. 1–22.
- Saposnik, R. (1981): Rank Dominance in Income Distribution. In: *Public Choice* 36, S. 147–151.
- Saposnik, R. (1983): On Evaluating Income Distributions: Rank Dominance, the Suppes-Sen Grading Principle of Justice, and Pareto Optimality. In: *Public Choice* 40 (3), S. 329–336.
- Schwarze, J.: Simulating German Income and Social Security Tax Payments Using the GSOEP. Cross-National Studies in Aging (Program Project Paper, 19).
- Schwarze, J. (1998): Der Einfluß alternativer Konzeptionen von Alterssicherungssystemen auf Sicherungsniveau, Altersarmut und Einkommensverteilung: Ein Vergleich zwischen Deutschland und den USA. In: R. Hauser (Hg.): *Alternative Konzeptionen der sozialen Sicherung*, Bd. 265 (Schriften des Vereins für Socialpolitik), S. 127–168.
- Schwarze, J. (2003): Using Panel Data on Income Satisfaction to Estimate the Equivalence Scale Elasticity. In: *Review of Income and Wealth* 49, S. 359–372.
- Schwarze, J. (1996): How Income Inequality Changed in Germany Following Reunification. An Empirical Analysis Using Decomposable Inequality Measures. In: *Review of Income and Wealth* (42), S. 1–11.
- Schwarze, J.; Frick, J. R. (2000): Old Age Pension Systems and Income Distribution Among the Elderly: Germany and the United States Compared. In: R. Hauser und I. Becker (Hg.): *The Personal Distribution of Income in an International Perspective*. New York: Springer, S. 225–243.
- Sen, A.; Foster, J. E. (1997): *On Economic Inequality*. Enlarged Edition With a Substantial Annexe "On Economic Inequality after a Quarter Century". Oxford u.a.: Clarendon Press.
- Shorrocks, A. F. (1980): The Class of Additively Decomposable Inequality Measures. In: *Econometrica* 48, S. 613–625.
- Shorrocks, A. F. (1982): Inequality Decomposition by Factor Components. In: *Econometrica* 50, S. 193–211.

- Shorrocks, A. F. (1983): The Impact of Income Components on the Distribution of Family Incomes. In: *Quarterly Journal of Economics* 98 (2), S. 311–326.
- Silverman, B. W. (1986): *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*. London: Chapman and Hall.
- Smeeding, T. H.; Weinberg, D. H. (2001): Toward a Uniform Definition of Household Income. In: *Review of Income and Wealth* 47 (1), S. 1–24.
- Statistisches Bundesamt (Hg.) (2002): Volkswirtschaftliche Gesamtrechnungen. Inlandsprodukt und Nationaleinkommen. Überblick über die Berechnungsgrundlagen in der Bundesrepublik Deutschland. Online verfügbar unter https://www.destatis.de/DE/Methoden/Methodenpapiere/Download/VGR_Inlandsprodukt.pdf?__blob=publicationFile, zuletzt geprüft am 16.08.2012.
- Statistisches Bundesamt (Hg.) (2006): *Datenreport 2006*. Wiesbaden.
- Statistisches Bundesamt (Hg.) (2008): *Datenreport 2008*. Wiesbaden.
- Statistisches Bundesamt (Hg.) (2011): *Datenreport 2011*. Wiesbaden.
- Statistisches Bundesamt (2012): *Statistisches Jahrbuch 2012*. Für die Bundesrepublik Deutschland. Wiesbaden.
- Theil, H. (1967): *Economics and Information Theory*. Amsterdam: North-Holland.
- Van Praag, B. M. S. (1968): *Individual Welfare Functions and Consumer Behavior*. Amsterdam.
- Wagner, G. G.; Burkhauser, R. V.; Behringer, F. (1993): The English Language Public Use File of the German Socio-Economic Panel. In: *Journal of Human Resources* 28, S. 429–433.

Schlagworte

A

- Allokation 20 f.; 25
- Altruismus 148
- Analyseperiode 26 ff.
- Antwortverweigerung 46
- Äquivalenzbeziehung von Ungleichheitsmaßen 133 f.
- Äquivalenzskalen
 - , BSHG-Skala 55; 57; 62; 69; 71; 75; 77
 - Elastizität 96; 209
 - , Expertenskalen 61 f.; 66 f.; 72
 - , OECD-Skala 55; 57; 62; 69; 71 f.; 74 f.; 77; 80; 172
- arithmetisches Mittel 95
- Atkinson-Theorem 160f.
- Ausgaben
 - funktion 63 ff.
 - minimierung 64

B

- Bedarfssätze 62
- Bootstrapping 119 f.
- Budgetrestriktion 63

C

- Canberra Group 29 f.; 34; 80; 108
- CNEF 41; 48; 108; 110ff.; 116
- Constant Relative Inequality Aversion (CRIA) 150 f.

D

- Dalton
 - , Transferprinzip 129; 160
 - , Ungleichheitsmaß 169; 194; 197
- Decile 103
- Dichtefunktion 85; 90 f.; 121; 157; 165 f.
- Distanzfunktion, siehe auch Informationsfunktion 186; 194
- Dualitätstheorem 64; 66

E

- Effizienz
 - verlust 167; 171
- Einkommen

- Erwerbs- 27 f.; 32; 34; 49 f.; 97 ff.; 200 f.
Jahres- 26; 28; 32; 39; 99 f.
Lebens- 26; 28; 99 ff.
Lebenserwerbs- 28; 100
Markt-
siehe auch Pre Government- 14; 30 f.; 33; 35 ff.; 39; 40; 56; 112 ff.; 193
Monats- 26 f.; 32; 72
Netto- 34; 43; 191
 , permanentes 26; 29
 Post Government 12; 34; 36; 109; 112; 114; 116 f.; 191 f.; 205 f.; 208
 Pre Government- 11; 33; 35; 112 ff.; 116; 192; 206; 208
 Transfer- 33; 36 ff.; 201; 214
 , verfügbares 11 ff.; 16; 18; 29 f.; 34 f.; 39 f.; 44; 46; 49 f.; 54; 56; 72; 78 f.; 82;
 84; 97; 106; 108 f.; 112; 114; 124; 193; 201; 213; 215
Einkommens- und Verbrauchsstichprobe (EVS) 40; 42; 65 f.
Einkommensverteilung
 , funktionelle 3; 6; 8; 11; 16; 18
 , innerfamiliäre 22
 , personelle 1; 3; 11; 15 f.; 18 f.; 29; 81 f.; 99; 191
Entropie 174 ff.; 188 f.; 198
Entropiemaße
 , modifiziert 186 f.; 198
 , verallgemeinert 182; 187 f.; 194 f.; 198; 200; 203
Equal Sharing 53
Erwartungswert 94 f.; 123
F
Familien 20 ff.; 35; 45; 51 f.; 77 f.; 80; 182; 186 ff.; 194 f.; 198; 200; 203
Family Size Elasticity of Needs, siehe auch Haushaltsgrößenelastizität 71
Full Income 25
H
Haushalt
 -sgrößenelastizität, siehe auch Family Size Elasticity of Needs 108
 -sproduktion 20 f.; 33; 35 f.; 52
 -s-theorie, mikroökonomische Standardmodell 59
 -szusammenhang 19 ff.; 25; 54; 58; 60; 81
Histogramm 83; 85 ff.; 94
 , gleitend 89
Humankapital
 , theorie 15; 27; 99
I
Income Screener 44 ff.; 82
Informationsfunktion 182 f.; 185
Informationsgehalt 173; 175

investieren 99; 101

Item Non Response 46

K

Kernfunktion 90

Konsum

-nachfrage 62

-verhalten 62; 65 ff.

L

linksteil 97

Lorenz-Dominanz 109; 112; 161

Lorenzkurve 162 f.

M

Maximin-Prinzip 156

Mean dependence 128

Mean independence 128; 197

Median 29; 95; 97 f.; 103

Mikrozensus 40; 42 f.

Mindestsicherungsprogramme 62

MIQ (Minimum Income Question) 67 ff.

Missing Values 46

Mittelstandsbias 43

Mittlere Logarithmische Abweichung 188

Modalwert 95

Modus (siehe Modalwert) 95

N

Nachfrage

, ausgabenminimal 63

, nutzenmaximal 59

, optimal 63

Nachfragefunktion

, Hicks'sche 63

, Marshall'sche 63

Neid 148

Nutzen

Grenz- 53; 62; 125; 149; 154

, individueller 58; 142; 148

-maximierung 64

Nutzenfunktion

, indirekte 63

, interdependente 53

Nash- 156

Q

Quantile 103; 108

Quartile 103

Quintile 103; 105 f.

R

Rawls 146 f.; 156

S

Sensitivität von Ungleichheitsmaßen

, Bottomsensitivität 184; 195; 200

, Neutral 184; 200

, Topsensitivität 184; 190

Shorrocks-Theorem 161

Skalenerträge 21 f.; 52; 54 f.; 61; 66; 68; 70 ff.; 76; 78

Sozio-oekonomisches Panel (SOEP) 19; 28 f.; 40 f.; 46 ff.; 68; 72 ff.; 76; 84; 86 f.; 92 f.; 97 f.; 104 f.; 107; 109; 111; 119 f.; 172; 189; 191 f.; 196; 205; 208; 213; 215
sparen 23; 26

Subjective Poverty Line 67

T

Transfer 114; 129; 131; 143; 160 f.; 178 f.; 182; 185; 198

Transferprinzip

, Soziale Wohlfahrtsfunktion, siehe auch strikt konkave Wohlfahrtsfunktion 125; 143; 149

, Ungleichheitsmaße 129 ff.; 160; 178 ff; 198; 216 ff..

, streng (STP) 179; 186; 194; 198

Transfersensitivität 131; 185; 198 f.

U

Ungleichheitsaversion, konstante relative 150; 153; 194

Ungleichheitsmaße

, additive Zerlegbarkeit 187; 195; 200 f.; 203; 207

, kardinale Äquivalenz 133 f.; 171

, mean independence 128; 197

, ordinale Äquivalenz 133 f.; 169; 195; 203

, Population Replication Principle 186; 197

, Replikations-Invarianz 186 f.; 197 f.

Unsicherheit 145; 147; 150; 173

V

Varianz 82; 95; 96 f.; 118 ff.; 127 f.; 141; 147; 186 f.; 193; 197 f.

Variationskoeffizient, halber quadrierter 181 ff.; 186; 188; 211; 218

Vermögen

-bestandteile 24

, finanzielles 24; 32 f.

-komponenten 25; 34

Sach- 24; 33

Sozialversicherungs- 24 f.

W

Wahlverhalten

, nutzenmaximierend 62

, rational 62

Wahrscheinlichkeitsdichte 85 f.

Welfare Function of Income (WFI) 67 ff.

Wohlfahrt

, gesellschaftliche 58; 145

, individuelle 1 ff.; 58; 60; 68; 142 f.; 145; 147 f.; 157

Wohlfahrtsfunktion

, Anonymität 147

, Benthamsche 155

, Isotonie 146; 148; 157 f.; 160 f.; 164

, konkave 150; 154

, Permutationsinvarianz 147

, Strikt konkave 149; 151; 154; 158; 160 f.; 167; 195

; Symmetrie 147 f.; 157 f.; 160

, utilitaristische 58; 145

Wohlfahrtsgewicht 149 ff.; 154

Wohlfahrtsinterdependenz 148

Wohlfahrtsniveau 2; 22; 26; 51 f.; 60; 63 ff.; 71; 73; 157; 167; 169 f.

Wohlfahrtsindex 150; 153

Z

Zeitallokation 20; 25

Zeitpräferenzrate 99; 101

Zerlegbarkeit von Ungleichheitsmaßen, additive 187; 200; 207

Zufriedenheit 62; 68; 69



Das vorliegende Lehrbuch behandelt die Analyse der personellen Einkommensverteilung aus wohlfahrtsökonomischer Perspektive. Es stellt einerseits wichtige Ungleichheitsmaße und Methoden der graphischen Darstellungen vor, die zur Charakterisierung der personellen Einkommensverteilung in Wissenschaft und Politik verwendet werden. Dabei werden systematisch die Eigenschaften und auch Zusammenhänge der verschiedenen Maße thematisiert. Andererseits werden Konzepte und Methoden der Erhebung von Einkommen vorgestellt, und vor dem Hintergrund diskutiert, aus der Verteilung der personellen Einkommen möglichst valide Aussagen über die Verteilung der individuellen Wohlfahrt in einer Gesellschaft abzuleiten. Das Lehrbuch bietet einen fundierten und kritischen Zugang zur Einkommensverteilungsanalyse, sowohl für Studierende der Sozialwissenschaften, als auch für Interessierte und Engagierte in Beratung und Politik.

eISBN 978-3-86309-159-0



www.uni-bamberg.de/ubp/